

Válasz
Dr. Szeidl László Professzor Úrnak
a *Sensitivity analysis at production planning and production scheduling models*
című MTA doktori értekezés bírálatára

Nagyon köszönöm Dr. Szeidl László Professzor Úr bírálatát és külön köszönöm az értekezés eredményeivel kapcsolatos elismerő szavait. A feltett kérdéseket vastagon szedve kimásoltam a bírálatból és válaszaimat közvetlenül a kérdések után szerkesztettem.

1. A 3. fejezetben a művelettípus halmazok lehetséges maximális számát Jelölt az alábbi (3.7) összefüggés segítségével határozza meg. Az összefüggés egyben a matematikai programozási feladatban alkalmazott korlátok legalább felét jelenti, mert alsó és felső korlátot definiál valamennyi művelettípus halmazra. Ez a képlet már viszonylag kis M esetén is igen nagy számot eredményez. Kérdés, hogy ilyen nagyszámú korlátozó feltétel esetén található-e megengedett megoldás.

A tisztelt bíráló kérdése arra a feltételezésre épül, hogy a (3.7) összefüggés által jelzett nagyszámú korlátozó feltétel a megengedett megoldások halmazát olyan mértékben szűkítheti, hogy végül megengedett megoldás nem is található. A kérdéssel kapcsolatban két körülményt érdemes megvizsgálni:

- a.) Tényleg nagy-e a gyakorlatban a korlátok száma?
- b.) A korlátok számának növekedése szűkíti-e a megengedett megoldások halmazát?

A következőkben e két kérdés részletes válasza következik.

a.) Tényleg nagy-e a gyakorlatban a korlátok száma?

A (3.7) összefüggés a művelettípus-halmazok számának felső korlátját határozza meg. *Művelettípusként* a műveleteknek egy olyan halmazát *definiáltam*, amelyhez tartozó műveletek a gépek egy meghatározott halmazán belül bármely gépen elvégezhetők. A művelettípus-halmazt a művelettípusok egy meghatározott részhalmaza alkotja. E részhalmazok számának felső becslését adja az értekezésben is közölt alábbi (3.7) összefüggés, ha M a gépek száma.

$$K = 2^{(2^M - 1)} - 1 \quad (3.7)$$

A művelettípusok tényleges számát az értekezésben H jelöli. Egy ismert H érték esetén a művelettípus halmazok tényleges száma $2^H - 1$. Ennek felső becslését adja a (3.7) összefüggés. A (3.7) összefüggés azért felső becslés, mert abból a feltételezésből indul ki, hogy a gépek valamennyi kombinációjához tartozik egy művelettípus, így a művelettípusok maximális száma $2^M - 1$. A $2^M - 1$ darab művelettípusnak pedig a (3.7) összefüggés által adott számú részhalmaza lehetséges. E szám valóban már viszonylag kevés gép esetén is nagy számot ad. Például, az értekezés 3.3 ábráján jelzett négy gépből álló ($M=4$) probléma esetén $K=32\,767$. E szám kétszerese adja meg a felső és alsó művelettípus korlátok lehetséges maximális értékét. Ez az érték azonban csak egy felső becslés. A gyakorlatban a művelettípusok tényleges száma sokkal kisebb. Sem technológiai, sem termelésirányítási szempontból nem érdemes úgy kialakítani egy gyártórendszert, hogy minden gép az elvégzendő műveleteknek más kombinációját tudja elvégezni.

Két szélsőséges eset lehetséges. A legrugalmatlanabb esetben az egyes gépek egymástól eltérő művelethalmazt tudnak elvégezni. Egy művelet tehát alternatív módon nem végezhető el másik gépen. Ekkor minden géphez egyetlen művelettípus tartozik, tehát a művelettípusok száma $H=4$ és a művelettípus halmazok tényleges száma $2^4-1=15$. A legrugalmasabb esetben minden gép minden műveletet el tud végezni. Ekkor a művelettípusok száma 1 és a művelettípus-halmazok tényleges száma $2^1-1=1$. Ez az eset bár a termelésirányítás és termelésütemezés szempontjából kedvező, mert minden alkatrész minden gépen megmunkálható, a szerszámozás szempontjából például nagyon kedvezőtlen, mert minden gépet minden művelet elvégzésére alkalmassá kell tenni. A gyakorlat szempontjából elfogadható közelítés az lehet, hogy a nagy kapacitásigényű műveletek elvégzésére több gépet is alkalmassá teszünk, de nem úgy, hogy a gépek minden részhalmaza más feladatot végezzen. A (3.7) összefüggés által adott felső becslésnél tehát a gyakorlatban lényegesen kisebb a művelettípus-halmazok száma. Az értekezésben bemutatott valós esetet leíró példában egy a legkevésbé rugalmas és legrugalmasabb eset között valahol félúton található konfigurációt alkalmaztak, amelynél 4 művelettípus látható, és a művelettípus halmazok száma 15.

A (3.7) összefüggés értékét befolyásolja még M értéke is, de a rugalmas gyártórendszerekben található nagy értékű, sokféle módon felszerszámozható berendezések viszonylag kis száma (2-5 gép) alkot egy rendszert. Így jellemzően sem M értéke, sem pedig a művelettípusok tényleges száma (H) nem túl nagy. Ezért bár a (3.7) összefüggés által jelzett elméletileg lehetséges művelettípus-halmaz szám igen nagy lehet, a művelettípusok tényleges száma ennél jóval kisebb.

b.) A (3.7) összefüggés értékének növekedése szűkíti-e a megengedett megoldások tartományát?

A megengedett megoldások tartományát, esetünkben tehát azoknak a gyártási mennyiségeknek a halmazát, amelyek elvégzéséhez van elegendő kapacitás, az határozza meg, hogy az elvégzendő feladatok végrehajtásához mennyi idő áll rendelkezésre.

Tekintsünk példaként egy két gépből álló gyártórendszert, amelyet úgy szerszámoztunk fel, hogy ugyanazt a műveletet mindkét gép alternatív módon *ne* tudja elvégezni. Ekkor két művelettípus definiálható az 1. Ábrán jelzett módon és H értéke $2^2-1=3$. A művelettípus-halmazok alsó és felső kapacitáskorlátja az ábrán jelzett módon alakul. Látható, hogy ez egy nagyon rugalmatlan elrendezés, kis valószínűséggel lesz megengedett megoldás.

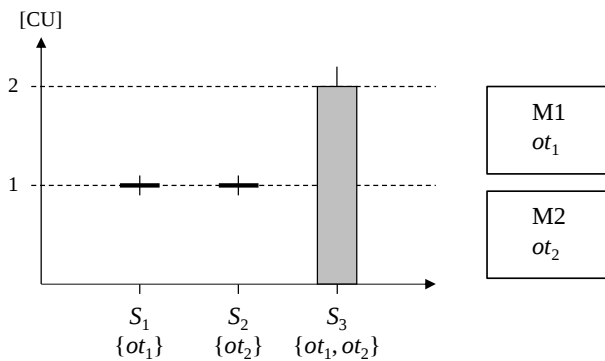
Tekintsük most ugyanezen két gépből álló rendszer egy rugalmasabb kialakítását. Ebben az esetben a művelet egyik része csak az egyik gépen, egy másik része azonban mindkét gépen elvégezhető. Ismét két művelettípus definiálható a 2. Ábrán látható módon és H értéke ismét 3. A művelettípus-halmazok alsó és felső korlátja ebben az esetben jelzi, hogy a megengedett megoldások halmaza nagyobb.

Tekintsük végezetül azt az esetet, amikor az elvégzendő műveletek egy része csak az egyik gépen, egy másik része csak a másik gépen, egy harmadik része pedig mindkét gépen végrehajtható. Ekkor 3 művelettípus definiálható a 3. Ábrán látható módon és H értéke $2^3-1=7$. A művelettípus-halmazok alsó és felső korlátja alapján megállapíthatjuk, hogy a megengedett megoldások halmaza nagyobb az 1. Ábra eseténél, és talán kedvezőbb a 2. Ábra eseténél is.

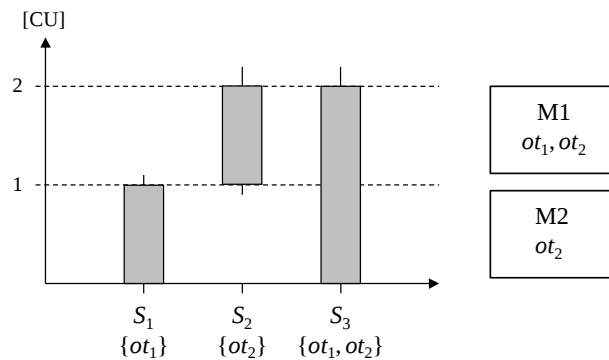
Az értekezésben bemutatott művelettípus-halmaz alapú kapacitáskorlát esetén a megengedett megoldások halmazát tehát nem elsősorban a művelettípus halmazok száma, hanem a gyártórendszer rugalmatlansága korlátozza.

A bíráló által feltett kérdésre tehát összefoglalóan az válaszolható, hogy a gyakorlatban a

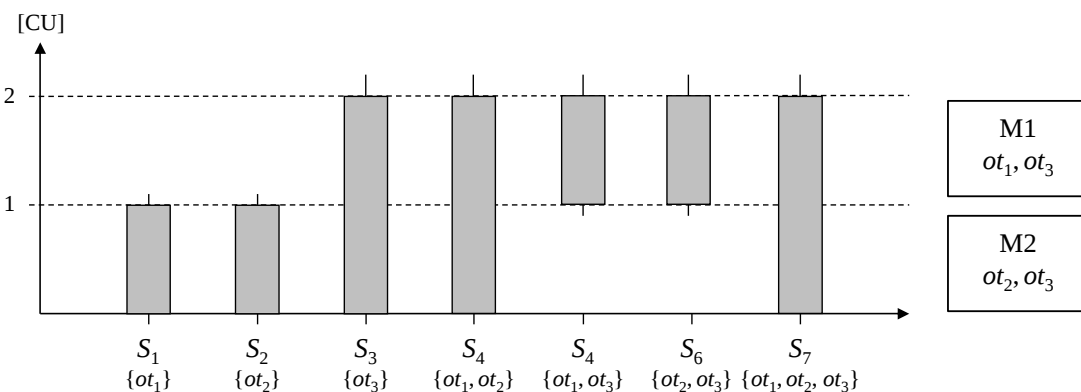
művelettípus-halmazok száma lényegesen kisebb, mint az elméletileg kapható (K) érték. A megengedett megoldások halmazát pedig nem elsősorban a művelettípus-halmazok száma, hanem a vizsgált gyártórendszer rugalmassága határozza meg. Minél több a párhuzamos megmunkálási lehetőségek száma, annál nagyobb a megengedett megoldások halmaza, még akkor is, ha a művelettípus halmazok száma nő.



1. Ábra



2. Ábra



3. Ábra

2. A 4. fejezetben a „Kizárólagosképzettség-korlátok” (ESC) modellezésekor Jelölt nem tárgyalja azt az esetet, amikor a tevékenységek egy részhalmazát több speciális munkás is el tudja végezni. Ha tehát a kizárólagosság nem a munkás képzettségének megfelelő valamennyi tevékenységre vonatkozik, akkor hogyan módosul a matematikai modell?

Az értekezésben tárgyalt három eset (LSC, HSC, ESC) a munkások és a képzettségük

alapján elvégezhető tevékenységek kapcsolatát leíró mátrix három speciális esetét ismerteti. Tételezzük fel, hogy adott az egyes munkások által elvégezhető tevékenységek listája a következő bináris s_{mi} , $i=1,\dots,I$; $m=1,\dots,M$ mátrix segítségével:

$$s_{mi} = \begin{cases} 1, & \text{ha munkás } m \text{ el tudja végezni az } i \text{ tevékenységet,} \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

A k képzettségi szinthez tartozó tevékenységek indexhalmazát pedig jelölje S_k .

a.) Alacsonyképzettség-korlát (LSC) esetén, definíciónk szerint meghatározott számú k képzettségi szintű munkást alkalmazni *kell* a gyártósoron. Ezek a munkások a k képzettségi szintnél magasabb képzettségi szintet igénylő feladatokat nem tudnak végrehajtani, alacsonyabb szintű feladatot viszont igen, és az ilyen képzettséget igénylő munkahelyek száma *alulról* korlátos. A legalacsonyabb képzettségi szinthez rendeljük a $k=1$ indexet. Ez az eset az értekezésben megadott (4.13)-(4.16) összefüggésekkel modellezhető. Az s_{mi} mátrix egy kis példán (10 munkás, 15 feladat) a 4. ábra szerint alakul. Látható, hogy az 1-5 indexű munkások a legalacsonyabb képzettségűek.

	S_1				S_2				S_3				S_4		
m/i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1											
2	1	1	1	1											
3	1	1	1	1											
4	1	1	1	1											
5	1	1	1	1											
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1						
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

4. Ábra

b.) Magasképzettség-korlát (HSC) esetén, definíciónk szerint meghatározott számban állnak rendelkezésre k képzettségi szinttel rendelkező munkások. Ezek a munkások a k képzettségi szintnél magasabb képzettségi szintet igénylő feladatokat nem tudnak végrehajtani, alacsonyabb szintű feladatot viszont igen, és az ilyen képzettséget igénylő munkahelyek száma *felülről* korlátos. Most a legmagasabb képzettségi szinthez rendeljük a $k=1$ indexet. Ez az eset az értekezésben megadott (4.17)-(4.20) összefüggésekkel modellezhető. Az s_{mi} mátrix egy kis példán (10 munkás, 15 feladat) a 5. ábra szerint alakul. Látható, hogy most az 1 és 2 indexű munkások a legmagasabb képzettségűek.

	S_1				S_2				S_3						
m/i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7											1	1	1	1	1
8												1	1	1	1
9													1	1	1
10														1	1

5. Ábra

c.) Kizárólagosképzettség-korlát (ESC) esetén, definíciónk szerint a munkások egyes

csoportjai kizárólag csak a képzettségüknek megfelelő feladatokat tudják elvégezni. Ebben az esetben az egyes munkáscsoportok nem tudják másik munkáscsoport feladatait elvégezni, ezért a hozzárendelésnél az egyes csoportokhoz tartozó feladatok nem keveredhetnek. Ez az eset az értekezésben megadott (4.21)-(4.22) összefüggésekkel modellezhető. Az s_{mi} mátrix egy kis példán (10 munkás, 13 feladat) a 6. ábra szerint alakul.

	S_1				S_2				S_3				
m/i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1									
2	1	1	1	1									
3	1	1	1	1									
4	1	1	1	1									
5	1	1	1	1									
6					1	1	1	1					
7					1	1	1	1					
8									1	1	1	1	1
9									1	1	1	1	1
10									1	1	1	1	1

6. Ábra

Látható a 4. 5. és 6. ábrán a mátrix elemek 1 értékeinek jellegzetes struktúrák szerinti eloszlása. A 4. ábrán az 1 értékek a baloldal irányába folytonosan halmozódnak. Az 5. ábrán az 1 értékek a jobboldal irányába folytonosan halmozódnak. A 6. ábrán pedig az 1 értékek a diagonál mentén egymástól független csoportokat alkotnak. A bíráló által jelzett eset a 6. ábrán látható struktúrát változtatja meg és két eset különíthető el.

Speciális esetben a munkások a képzettségüknek megfelelő speciális feladatok mellett minden *nem speciális* feladatot el tudnak végezni. Ezt az esetet szemlélteti a 7. ábra úgy, hogy a 6. Ábrához képest 2 nem speciális tevékenység jelenik meg (14, 15). Az S_G halmazba tartozó feladatok nem speciálisak, azokat minden munkás el tudja végezni. Ez az eset leírható az értekezésben megadott (4.21)-(4.22) összefüggésekkel, annak figyelembevételével, hogy az $S_1, S_2, \dots, S_K$ halmazok uniója nem tartalmazza az összes tevékenységet. Esetünkben az S_G halmazba tartozó nem speciális tevékenységek kimaradnak az unióból. Ez azonban nem probléma, mert az értekezésben a gyártósor-kiegyenlítési alapeladatnál megadott (4.3) feltétel előírja, hogy minden tevékenységet valamely munkahelyhez hozzá kell rendelni.

	S_1				S_2				S_3					S_G	
m/i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1										1	1
2	1	1	1	1										1	1
3	1	1	1	1										1	1
4	1	1	1	1										1	1
5	1	1	1	1										1	1
6					1	1	1	1						1	1
7					1	1	1	1						1	1
8									1	1	1	1	1	1	1
9									1	1	1	1	1	1	1
10									1	1	1	1	1	1	1

7. Ábra

Általános esetben a munkás-képzettség mátrix 0 és 1 értékű elemeinek elhelyezkedésében nem fedezhető fel semmilyen szabályszerűség. Ezt az esetet szemlélteti a 8. Ábra.

m/i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1							1				1
2	1	1	1	1			1						1	1	
3	1	1	1	1											
4	1	1	1	1		1		1			1				1
5	1	1	1	1											1
6					1	1	1	1							
7					1	1	1	1							
8		1							1	1	1	1	1	1	1
9									1	1	1	1	1	1	1
10						1			1	1	1	1	1	1	1

8. Ábra

Ekkor meg kell vizsgálni, hogy egy j munkaállomáshoz rendelt valamennyi i tevékenységet el tud-e végezni egyetlen munkás, és van-e elegendő ezekből a munkásokból. A gyártósor-kiegyenlítési (ALB) alapfeladat kapcsán az értekezésben definiáltuk az x_{ij} $i=1,\dots,I$; $j=1,\dots,J$ bináris változót, amely szerint,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ha az } i \text{ tevékenységet a } j \text{ géphezrendeljük,} \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Az S_m halmaz jelölje most az m munkás által elvégezhető tevékenységek indexhalmazát. Az S_m halmaz elemei az s_{mi} mátrix segítségével könnyen meghatározhatók.

Vezessük be továbbá a munkások munkaállomáshoz rendelésének meghatározásához a g_{mj} , $m=1,\dots,M$, $j=1,\dots,J$ változókat a következőképpen,

$$g_{mj} = \begin{cases} 1, & \text{ha munkás } m \text{ a } j \text{ munkaállomásnál dolgozik,} \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

A j munkaállomáshoz rendelt i tevékenységeket munkás m akkor tudja elvégezni, ha minden $x_{ij}=1$ -re igaz, hogy $i \in S_m$. Ekkor munkás m a j munkaállomáshoz rendelhető, tehát $g_{mj}=1$. Ez a feltétel lineáris egyenlőtlenségek formájában a következőképpen fogalmazható meg:

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} - \sum_{i=1}^I x_{ij} s_{mi} \leq z(1 - g_{mj}) \quad j = 1, \dots, J; \quad m = 1, \dots, M \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} - \sum_{i=1}^I x_{ij} s_{mi} \geq (1 - g_{mj}) \quad j = 1, \dots, J; \quad m = 1, \dots, M \quad (2)$$

Mindkét feltételnél a baloldalon látható különbség első szummája ($\sum x_{ij}$) a j munkahelyhez rendelt tevékenységek számát adja meg. A második szumma ($\sum x_{ij} s_{mi}$) meghatározza, hogy a j munkahelyhez rendelt tevékenységek közül m munkás hány tevékenységet tud elvégezni. Az $x_{ij} s_{mi}$ szorzat értéke ugyanis csak akkor 1, ha a j munkaállomáshoz rendelt i tevékenységet munkás m el tudja végezni. Két eset lehetséges:

– Ha a j munkahelyhez rendelt tevékenységek száma és az m munkás által elvégezhető művelet száma megegyezik, akkor a két szumma különbsége 0. Ha z egy elegendően nagy szám, akkor az (1) feltétel ebben az esetben mindig teljesül, a (2) feltétel azonban csak akkor,

ha $g_{mj}=1$. Ekkor tehát munkás m a j munkaállomáshoz rendelhető.

– Ha a j munkahelyhez rendelt tevékenységek száma és az m munkás által elvégezhető művelet száma nem egyezik meg, akkor a két szumma különbsége pozitív. Ha z egy elegendően nagy szám, akkor az (1) feltétel csak akkor teljesül, ha $g_{mj}=0$, a (2) feltétel viszont mindig teljesül. Ekkor tehát munkás m nem rendelhető a j munkaállomáshoz.

Szükséges még megadni, hogy minden munkás csak egyetlen munkaállomáshoz rendelhető, tehát

$$\sum_{j=1}^J g_{mj} = 1 \quad m = 1, \dots, M \quad (3)$$

Az (1)-(3) feltételek segítségével akkor is megadhatók egy egyszerű gyártósor-kiegyenlítési problémához a munkaerő-képzettséggel kapcsolatos korlátok, ha a munkások képzettségét leíró mátrix semmiféle szabályszerűséget nem mutat.

Az itt leírt általános eset azonban véleményem szerint inkább a műhelyrendszerű gyártásra jellemző, ahol különféle képzettségű munkások csoportjai dolgoznak és az állandóan változó feladatok elvégzéséhez mindig a megfelelő képzettségű szakembereket választják ki. Gyártósorok esetén kisebb a gyártott termékek (elvégezendő feladatok) halmaza és inkább kevesebb terméktípus nagy mennyiségű gyártása a jellemző. Ilyenkor a felvett munkások szakképzettsége jobban illeszkedik a kevesebb fajta, de gyakran ismétlődő feladatok elvégzéséhez. Gyártósoroknál a feladatok hatékony elvégzését a megfelelő munkaerő kiválasztás és képzés is segíti. Ekkor tehát a következő esetek a legjellemzőbbek:

– A munkások többsége minden feladatot el tud végezni, de van néhány feladat, amelyet vagy képzettség, vagy minőségmenedzsment okok miatt lehetőség szerint a legjobb munkásokhoz rendelik. Ez az értekezésben tárgyalt HSC eset.

– Sok szakképzetlen munkás dolgozik a soron, akikhez többek között minőségmenedzsment okok miatt csak az egyszerűbb feladatokat rendelik. Ez az értekezésben tárgyalt LSC eset.

– Van néhány olyan feladat, amelynek végrehajtása speciális szakismeretet igényel. Ez az értekezésben tárgyalt ESC eset.

A bíráló által feltett kérdésre tehát összefoglalóan az válaszolható, hogy a hiányolt probléma az értekezésben tárgyalt esetek kiterjesztését jelenti olyan esetekre, amelyek nem elsősorban gyártósorokra jellemzőek, hanem inkább a műhely rendszerű gyártás munkaerő-képzettségi helyzetét jellemzik. Ennek ellenére azonban, a bíráló által javasolt eset tárgyalása lehetővé teszi a képzettségi korlátok legáltalánosabb megfogalmazását, és így az értekezésben leírt esetek kiegészítését.

Ismételten köszönöm Professzor Úr szakértő, alapos és az értekezésben leírtak kiegészítési lehetőségére is rámutató bírálatát.

Budapest, 2015. október 18.

Dr. Koltai Tamás