

**Válasz Nagy Péter Tibor professzor úrnak
az „Új módszerek a görbék és felületek számítógéppel segített geometriai
modellezésében” című MTA doktori értekezéséről írott
opponensi véleményére**

Köszönöm Nagy Péter Tibor professzor úrnak az értekezéséről írt részletes bírálatát. A bírálat nagyon alaposan és korrekt módon foglalja össze az értekezés eredményeit. Külön köszönöm a bírálónak, hogy az új eredményeket tézisszerűen is összefoglalta, más struktúrájú értekezésben ezt nyilván nekem magamnak kellett volna megtennem. Örömmel tölt el, hogy a bíráló ezeket a téziseket új tudományos eredményekként fogadja el. A bíráló helyesen mutatott rá néhány elírásra, melyből a leginkább értelemzavaró a harmadik fejezetben a megengedett kör- és gömbhalmazok definíciójában szerepel - sajnos itt valóban a nem-tartalmazás jelnek kellene állnia.

Nagy Péter Tibor professzor úr egy kérdést is feltett a bírálatban:

Különböző alkalmazásokban érdekes lehet magasabb dimenzióban is az adott pontrendszerhez illeszthető, interpoláló vagy adott alakzatokat approximáló görbék vagy részsokaságok vizsgálata. Lát-e ilyen vizsgálatokra lehetőséget a disszertációban használt módszerek kiterjesztésével?

A kérdésre adott választ két részre bontom. Egyrészt az értekezésben tárgyalt görbe- és felülettípusok kontroll pontok sorozatának, illetve négyzetes topológiájú rácsának alapfüggvényekkel való kombinációjaként állnak elő, ez a görbe- és felületreprezentáció természetesen tetszőleges dimenziós affin – vagy akár projektív – térben működik.

Másrészt a spline felületeknél az alapfüggvények előállítása, ahogy azt az értekezésben is láttuk, a megfelelő görbetípus alapfüggvényeinek felhasználásával történik - ezeket tenzor szorzattal előállított felületeknek nevezzük. Tekinthetünk úgy az $\mathbf{r}(u, v)$ spline felületre, mint egy $\mathbf{p}_i$ kontroll pontokkal és $A_i(u)$ alapfüggvényekkel adott

$$\mathbf{s}(u) = \sum_{i=0}^k A_i(u) \mathbf{p}_i$$

spline görbe alakváltozásának leírására, amikor is az adott görbe $\mathbf{p}_i$ kontroll pontjai más, adott spline görbéken mozognak, azaz az i . kontroll pont mozgása felírható

$$\mathbf{p}_i(v) = \sum_{j=0}^m A_j(v) \mathbf{q}_{ij}$$

alakban. A felület alakja ekkor

$$\mathbf{r}(u, v) = \sum_{i=0}^k A_i(u) \left(\sum_{j=0}^m A_j(v) \mathbf{q}_{ij} \right)$$

lesz.

Ez a megközelítés analóg módon lehetővé teszi a magasabb dimenziókra történő általánosítást, az $(n-1)$ dimenziós spline alakzatok kontroll pontjainak görbéken való mozgatásával előállítva az n dimenziós spline alakzatot ($n \geq 2$). Például kontroll pontok kocka alapú topológiával megadott rácsán értelmezni tudjuk a háromdimenziós spline alakzatot, amelyeket a geometriai modellezésnél testek előállítására, úgynevezett térfogat modellezésre valóban használnak is. A magasabb dimenziós spline függvényeket főleg interpolációs problémák megoldására vetik be. A fenti általánosítás minden, az értekezés első két fejezetében szereplő görbetípusra érvényes, így valóban nyitott és megoldhatónak látszó kérdés az új görbetípusoknak megfelelő magasabb dimenziós alakzatok vizsgálata. A csomóértékek módosításával létrejövő pályagörbék általánosítása, illetve az így létrejövő alakzat-seregek leírása legfeljebb a számítások bonyolultságában különbözhet az eredeti eredményeinktől. Ezeknek az alakzatoknak a geometriai vizsgálatával, a dolgozatban szereplő állítások ilyen értelmű általánosításával eddig nem foglalkoztunk, de a módszereink valószínűleg átvihetők magasabb dimenzióba, ezért is köszönöm Professzor Úrnak az inspiráló kérdésfeltevést.

Megjegyzem, hogy az így keletkező spline alakzatok mindegyike homeomorf lesz a megfelelő dimenziós kockával. Más topológiájú alakzatok előállítása spline alakzatokkal sokszor nehézségekbe ütközik, ezért is fejlődött ki a komputergrafikában a felületreprezentációnak egy merőben más megközelítése is, melyet subdivision felületeknek nevezünk.

A harmadik fejezetben szereplő kör illetve gömb alapú modellezésnél az általánosítás kérdése nem ennyire egyértelmű – én nem tudok az Apollóniusz-köröknek illetve a Dupin-ciklideknek magasabb dimenziós általánosításáról, ami a magasabb dimenziós problémának a leírttal analóg megoldásához szükséges lenne.

Végül köszönöm Professzor Úrnak a támogató véleményét, illetve a fokozat odaítélésére tett pozitív javaslatát.

Eger, 2016. január 24.

Hoffmann Miklós