

**Válasz Szirmay-Kalos László professzor úrnak
az „Új módszerek a görbék és felületek számítógéppel segített geometriai
modellezésében” című MTA doktori értekezéséről írott
opponensi véleményére**

Először is köszönöm Szirmay-Kalos László professzor úrnak, hogy az értekezést értő szemmel, gondosan elolvasta és bírálta. A dicsérő szavakat külön köszönöm, a bírálatban felvetődő kérdésekre, javaslatokra pedig azok sorrendjében igyekszem válaszolni, reagálni.

A dolgozat szerkezetével kapcsolatban egyetérték Professzor Úrral, hogy az eredmények tágabb perspektívába helyezése – ahogy az a tézisfüzetben részben megtörtént – az értekezésben is előnyös lett volna. Ezt a hiányosságot a védésen igyekszem pótolni, illetve az alábbiakban az egyes kérdésekkel kapcsolatban térek ki rá. A mennyiségi korlátok szabta keretek között valóban a kelleténél jobban eltolódott a hangsúly a konkrét eredmények ismertetése felé.

A csomóértékekkel kapcsolatos (az 1. fejezetben taglalt) eredmények tárgyalásánál, ahogy azt Professzor Úr megjegyzi, valóban meg kellett volna említenem a csomóértékek optimalizálására törekvő korábbi módszereket. E módszerek a spline görbe csomóértékeinek helyzetét (és néha azok számát) valamilyen numerikus eljárással optimalizálják abból a célból, hogy a görbe bizonyos tulajdonsága a lehető legjobb legyen. Ilyen módszerek ma már a komputeralgebrai rendszerekben is elérhetőek (pl. Matlab OPTKNT). Fontos különbség ezen módszerek és az általunk vizsgált probléma között, hogy míg a csomóértékek optimalizálásánál egyszerre (csomóérték-vektorként) tekintünk ezekre az értékekre, addig a mi kérdésfeltevésünkben egy (vagy interpolációs problémánál maximum három) konkrét csomóérték változását, illetve annak geometriai hatását vizsgáltuk – ez utóbbi esetben tehát nem feltétlenül cél, hogy a görbe valamilyen értelemben „jobb” legyen, viszont matematikai és geometriai értelemben egzakt módon akartuk leírni a változás mikéntjét. Míg tehát az előbbi módszerek inkább praktikus szempontból érdekesek, az utóbbiak inkább elvi jelentőségűek. Az 1.10. és 1.11. tételekben szereplő kétparaméteres görbesereget valóban lehetett volna ábrázolnunk, síkgörbék esetén ez bizonyos értelemben meg is történt, hiszen a szélső helyzeteket, a görbesereg néhány tagját és a burkolót ábrázoltuk (ekkor a felület síkrésszé degenerálódik).

Az alkalmazások szempontjából feltett kérdésre a válaszom az, hogy a mi módszerünknek akkor lehet jelentősége, amikor a tervezés során a kontroll pontokat már nem akarjuk változtatni (pl. nagyon lapos, sok kontroll pontot tartalmazó görbénél egyetlen kontroll pont megváltoztatása is hatással lehet a görbe konvexitására), más eszközünk pedig nincs (pl. nemracionális B-spline görbénél nincsenek súlyok, sem más alakparaméterek). A módszerünkkel bizonyos határokon belül még ekkor is elérhető, hogy a görbe alakját kissé változtassuk, pl. egy pontot interpoláljon a görbe, miközben alapvető tulajdonságai megmaradnak. Itt tehát a módszerünk a kontroll pont változtatásának egyetlen alternatívája, ami a tulajdonságok megőrzését tekintve a görbe végső finomhangolásánál a kontroll pont változtatásánál biztosabb eredményre vezet.

A második fejezet módszereinek relatív előnyei elsősorban abban mutatkoznak meg, hogy az új görbetípusok egzakt módon tudnak olyan klasszikus, a modellezésben gyakran használt görbéket előállítani, amit a polinomiális vagy racionális görbékkel csak közelíteni lehet (pl. láncgörbe). Ez motiválta és motiválja az újabb és újabb függvények alkalmazását a polinomiális függvények helyett. Egyes görbékhez szinusz és koszinusz, másokhoz hiperbolikus függvények kellenek, ami már előrevetíti ennek a megközelítésnek a hátrányát is: minél többféle görbét akarunk egzaktul előállítani, annál magasabb dimenziós függvényterre lesz szükségünk az alapfüggvények változatosságához. Így azonban egyetlen görbeív nem a szokásos 4-5 kontroll pont definiál majd, hanem sokkal több, ez pedig a tervezés felhasználóbarát megközelítésének kárára válik. Nincs tehát univerzális megoldás, így az újabb görbetípusok csak egy-egy speciális görbével „tudnak többet”, mint a polinomiális görbék.

Az alakparaméterek előnye egyértelműen az, hogy a görbe alakját úgy lehet változtatni, hogy a kontroll pontokhoz nem kell nyúlnunk. Ilyen értelemben már a NURBS görbe súlyai is az alakparaméterekkel rokon lehetőséget teremtettek. Egyes szerzők szerint azonban ezen módszerek hátránya, hogy „a kevesebb néha több”, azaz a sok alakparaméter inkább zavaróan hat a tervezésnél, mintsem valódi segítséget nyújtana. Talán ennek köszönhető, hogy egyelőre egyik görbe sem vette át a NURBS egyeduralkodó szerepét a geometriai tervezésben.

A harmadik fejezetben tárgyalt egyik modellezési kérdéssel, a rendezetlen ponthalmazokra illesztett felületek előállításával kapcsolatban Professzor Úr ismét jogosan jegyzi meg a szélesebb környezetbe ágyazás hiányát. Az itt tárgyalt módszert eredetileg az az irányzat motiválta, mely a pontfelhő „alá” egy aránylag gyorsan számolható bázisfelületet illeszt és erről (vetítéssel) rendeli hozzá a leendő paraméteres felület paraméterpárjait a pontokhoz. A cél tehát eleinte az volt, hogy ezt a bázisfelületet létrehozzuk, amihez – a háromszögeléses eljárásokkal ellentétben – szükségtelen feldolgozni az összes pontot. Később, különösen a továbbfejlesztett változatoknál, már maga a végső felület lett a cél. A szokásos háromszögelés elvégzése több tízezer vagy millió pontnál sajnos szűk keresztmetszet, ennek megoldására kínált alternatívát a mi módszerünk. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy ha a végső felületet akarjuk előállítani ilyen módon, az itt is nagyszámú iterációt tesz szükségessé, tehát a számítási idő jelentősen növekszik – nem lehet egyértelműen kijelenteni tehát, hogy ez a módszer a végső felületet gyorsabban állítja elő, mint a háromszögeléses eljárás, ugyanakkor aránylag gyorsan tud nyújtani egy, a pontfelhőt jól közelítő felületet. A módszer konvergenciája csak a neurális hálón múlik, ennek konvergenciáját pedig elméleti alapon bizonyították a 90-es években.

A szkennelés eredményeképpen kapott ponthalmazok struktúrájáról tett megjegyzést köszönöm. 3D szkennerek nem lévén nem volt erről ismeretünk, a sztenderdként használt geometriai adatok (pl. Stanford bunny) pedig nem tartalmaznak ilyen információt – érdekes kérdés tehát, hogy ezt a plusz információt hogyan lehet felhasználni a módszer gyorsítására. Gondolatébresztőnek tartom a Professzor Úr azon megjegyzését is, ami azt taglalja, hogy hogyan lehet ezt a módszert más terminológiával, más látásmóddal közelíteni.

A gömbökkel való modellezés gyakorlati alkalmazási lehetőségei talán a legnyilvánvalóbbak, hiszen két szoftvert is bemutatunk, amely ilyen alapon dolgozik és amelyektől a mi módszerünk simábban csatlakozó ágakat tud létrehozni a modellben. Szintén komoly alkalmazásai vannak a gömb alapú modellezésnek az orvosi informatikában (pl. érhálózat modellezés). A kétdimenziós – kör alapú – módszert pl. lefedési problémáknál használják. Mindkét esetben – két és három dimenzióban is – az eddigi módszernél általánosabb és stabilabb eljárást adtunk abban az értelemben, hogy a mi módszerünk egyértelműen definiálja a megengedett input helyzeteket, illetve olyan inputra is működik, amire az előző módszer nem: ezek általában szélsőséges helyzetek, amikor az egyik kör (gömb) majdnem teljes egészében benne van egy másik körben (gömbben).

Végül köszönöm Professzor Úrnak a pozitív kicsengésű összefoglalást, illetve a fokozat odaítélésére tett támogató javaslatát.

Eger, 2016. január 24.

Hoffmann Miklós