

Opponensi vélemény

Hoffmann Miklós: Új módszerek a görbék és felületek számítógéppel segített geometriai modellezésében

című MTA-doktori értekezéséről

A görbék és felületek számítógéppel segített geometriai modellezése a számítógépes geometria és az alkalmazott matematika területének fontos témaköre, amely a műszaki konstrukciók tervezéséhez használható, véges számú adattal meghatározható görbék és felületek vizsgálatával foglalkozik. A geometriai modellezés alapvető problémáinak és módszereinek megjelenése és kidolgozása a hatvanas évek elejétől kezdődik, amit jól reprezentál Pierre Bézier és Paul De Casteljau munkássága. A kezdetekben e problémakör fejlődésének fő motiválója a számítógépek alkalmazása volt a tervezésben, a műszaki konstrukciókban és gyártásban. Az alapvető cél a számítógépen megadható görbékre és felületekre vonatkozó algoritmusok megfogalmazására alkalmas módszerek kidolgozása volt. Mindeközben kifejlődött egy új tudományterület, a geometriai modellezés, amely használta a számítógépes, ábrázoló és projektív geometria, polinomok és analitikus függvények elmélete, algebrai geometria, differenciálgeometria és numerikus analízis módszereit.

A modellezésben szereplő görbét a görbét előállító vektorfüggvény értelmezési tartományának beosztását meghatározó csomópontokhoz tartozó kontrollpontokat leíró vektorok lineáris kombinációjaként állítják elő a választott alapfüggvényekkel, mint együtthatókkal. A modellező görbékkel szemben fontos elvárás, hogy a kapott görbe illeszkedjen valamilyen módon a kontrollpontok által meghatározott kontrollszöghöz. A NURBS-típusú modellgörbék esetén az alapfüggvények további szabad paramétereket is tartalmaznak, amiket alakparamétereknek hívnak. A felületek előállítására hasonló konstrukciókat alkalmaznak. A modellezés alapkérdése: hogyan lehet megválasztani a modellező görbe (felület) adatait ahhoz, hogy a véges sok adattal meghatározott görbe (felület) közelítően egy előírt alakot vegyen fel és ezzel együtt kielégítsen bizonyos símasági feltételeket. Sokan vizsgálták azt, hogy a görbét meghatározó adatok választása, illetve módosítása hogyan befolyásolja az előállított görbe vagy felület alakját.

A disszertációban tárgyalt eredmények 3 fő témakör köré csoportosíthatók:

1. Társszerzőjével, Juhász Imrével közösen egy új kutatási irányt dolgoztak ki, amelyben a modellező görbék és felületek alakváltozását vizsgálják a csomópontok választásának függvényében. Eredményeiket tekintélyes szakmai tudományos folyóiratokban publikálták, amelyekre jelentős számú hivatkozást kaptak. A disszertáció első két fejezete ezekről a kutatási eredményekről ad számot.

2. Rendezetlen halmazt alkotó kontrollpontokhoz illeszthető görbék és felületek konstrukciójára szolgáló algoritmusok kidolgozása és vizsgálata Kohonen öntanuló neurális háló modelljének alapján.

3. Körökből, illetve gömbökből álló halmazokhoz illeszthető, véges számú adattal meghatározható burkológörbék és burkolófelületek konstrukciójára szolgáló algoritmusok kidolgozása és vizsgálata.

Az első fejezet a B-spline és NURBS görbék alakváltozásának leírására vonatkozó differenciálgeometriai és approximációelméleti eredményeket foglalja össze. Egy csomópont változtatásával a modellgörbét leíró vektorfüggvényből kétváltozós vektorfüggvényt kapunk, amely egy felületet határoz meg a térben. Ennek a felületnek az egyik paramétervonal serege a megváltoztatott modellgörbékéből áll, a másik paramétervonal sereg pedig az eredeti modellgörbe pontjainak pályáiból áll. Összefüggéseket tárnak fel ennek a két paramétervonal seregnek a burkoló görbéire, a kezdő és végponthoz tartozó érintő

egyeneseire és a görbületeire vonatkozóan. A kapott összerüggések következményeként a modellező görbék és felületek alakváltozását leíró pontos matematikai ismeretekhez jutunk. A tárgyalt elméleti eredmények alkalmasak a görbe alakjának finom hangolására, azaz az előírt megváltoztatására anélkül, hogy annak egyébként fontos geometriai tulajdonságai (pl. konvexitás) ne romoljanak el. Ezek az alkalmazási eredmények különösen amiatt érdekesek, mert a kontrollpontok és az alakparaméterek változtatásával előálló, az irodalomban sokat vizsgált alakváltoztatások gyakran elrontják a lényeges (például a konvexitási) tulajdonságokat. A disszertációban a fenti eredmények alkalmazásairól is kapunk ismereteket.

A disszertáció második fejezete újabb típusú alapfüggvényekkel előállítható modellgörbék vizsgálatát tartalmazza. A B-spline és NURBS görbék alakváltozásának leírására kidolgozott módszerek alkalmazásával új ismereteket kapunk az u.n. Han-típusú, a C-Bézier-típusú és FB-spline görbeosztályok alakváltozására vonatkozóan az alakparaméterek módosítása esetén. Ezekben a görbeosztályokban az a közös, hogy az alapfüggvények nem csupán polinomok hányadosaként nyerhetők, hanem fellépnek bennük trigonometrikus vagy hiperbolikus trigonometrikus kifejezések és szerepelnek az előállított görbét megadó függvényekben változtatható alakparaméterek. Ezekre az utóbbi évek szakirodalmában tanulmányozott különböző görbeosztályokra általánosítja a hagyományos polinomokkal meghatározott görbeosztályokkal előállított görbék alkalmazások szempontjából is fontos tulajdonságait. Végül bizonyos monotonitási és bijektív tulajdonságokkal rendelkező és egy hatványösszeg azonosságnak eleget tevő, egyébként tetszőleges függőpár kifejezéseként megadható alapfüggvényekkel származtatható általános görbeosztályok konstrukcióját adja meg a szerző. Ezen a görbeosztályok alapos vizsgálatával kimutatja, hogy egyrészt tartalmazzák a korábban tárgyalt trigonometrikus szerkezetű görbeosztályokat, másrészt megőrzik azok több lényeges tulajdonságát. Ezek a vizsgálatok nyújtják a disszertáció legfontosabb eredményeit.

A harmadik fejezetben tartalmilag két rész különíthető el. Az első részben olyan görbe- és felületmodelleket vizsgál, ahol a kontrollpontok rendezetlen halmazt alkotnak. Rendezetlen ponthalmazokhoz feszíthető felületek vizsgálata különösen fontos a térbeli szkennerek képalkotásának vizsgálatához és konstrukciójához. A disszertációban megadott és vizsgált algoritmusban a rendezetlen ponthalmazt mesterséges intelligencia eszközeivel rendezi. Egy mesterséges neurális hálóval történő iterációs tanulási folyamattal végrehajtott rendezés után már lehet alkalmazni erre a rendezett kontrollpontokból álló halmazra a spline-felületek módszerét. A rendezetlen ponthalmaz struktúráját követő felületek konstrukciójára Kohonen neurális háló modelljének egy dinamikus verziója alapján egy algoritmust fogalmaz meg és vizsgál a szerző.

A harmadik fejezet második részében olyan görbe- és felületmodelleket vizsgál, ahol a kontrollpontokat a síkban körök, a térben gömbök helyettesítik. Olyan körlap és gömbtest sorozatokhoz konstruál klasszikus elemi körgeometriai eszközökkel burkoló felületet, amelyek eleget tesznek az alábbi tulajdonságoknak: semelyik körlapot (vagy gömbtestet) sem tartalmazza a sorozat többi elemének uniója, a legalább 3 távolságra lévő elemek diszjunktak, három egymást követő elem esetén a középső tartalmazza a két szélső metszetét. Ezekhez az adatokhoz állít elő és tanulmányoz véges számú adattal meghatározott burkoló görbéket, illetve burkoló felületeket.

A disszertáció több eredménye kollektív, két vagy többszerzős kutatás terméke, de fontos eredményeket a szerző egyedül publikált rangos folyóiratokban. A kollektívában végzett kutatás módszere megszokott és természetes az alkalmazás orientált elméleti vizsgálatokban, ahol a társszerzők különböző szakmai kultúrát képviselnek, de ez a kutatási módszer a gyors információcserét lehetővé tevő korunkban az elméleti kutatásokban is hatékony.

Az első két fejezet eredményei a geometriai modellezésben egy új, matematikailag egzakt kutatási irányt jelöltek ki.

Az angol nyelven megírt disszertáció megfogalmazása korrekt és érthető. Az utolsó rész tartalmaz néhány értelemzavaró elírást. Nevezetesen a körök és gömbhalmazokra vonatkozó megengedett konfigurációk definíciójának első tulajdonsága mind a síkbeli, mind pedig a térbeli esetben, a disszertációban és a tézisekben következetesen tévesen szerepel, a tartalmazás jel helyett a nem-tartalmazás jel a helyes. A gondolatmenetekből azonban kideríthető a helyes megfogalmazás. A tézisfüzetben több elírás van, pl. a 2.3 fejezet címe is nyelvi hibát tartalmaz.

A disszertációban, de különösképpen a tézisfüzetben a szerző sokoldalú áttekintést kíván nyújtani megközelítőleg a teljes életművéről, a publikációiban tárgyalt további kutatásairól. Emiatt a fő eredmények leírása nem tézisszerű, a disszertációban tárgyalt legfontosabb eredmények nincsenek kiemelve, az eredmények ismertetésében a tárgyalás nem koncentrál a disszertáció fő eredményeire. Minden publikált eredményt törekszik ismertetni, a tézisfüzet hivatkozásaiban nem a disszertációban megfogalmazott állításokra, hanem különböző további publikációkra utal. Ugyanez a maximalizálásra törekvés a disszertációban is megfigyelhető.

A disszertáció legfontosabb új eredményeit a következőkben tézisszerű megfogalmazásban foglalom össze:

1. A B-spline és NURBS görbék csomópontjainak változtatásakor a megváltoztatott modellgörbékéből és a modellgörbe pontjainak pályáiból álló görbeseregek burkolóinak, a kezdő és végponthoz tartozó érintő egyeneseinek és a görbületeinek pontos matematikai meghatározása.

2. A B-spline és NURBS görbék alakváltozásának leírása és a kapott ismeretek alkalmazása a célzott alakváltoztatás elérésére anélkül, hogy a többi geometriai tulajdonság sérülne.

3. A Han-típusú, a C-Bézier-típusú és FB-spline görbeosztályok alakváltozására vonatkozó új eredmények az alakparaméterek módosítása esetén.

4. A klasszikus alapfüggvényekkel származtatható általános görbeosztályok konstrukciójának általánosítása egy hatványösszeg azonosságnak eleget tevő, egyébként tetszőleges bijektív monoton függénypár kifejezésekként megadható alapfüggvényekkel. Az eredmények alkalmazási lehetőségeinek leírása.

5. Rendezetlen kontrollpontok halmazának struktúráját követő felületek konstrukciójára vonatkozó algoritmus meghatározása és vizsgálata Kohonen neurális háló modelljének egy dinamikus verziója alapján.

6. Körlapokból és gömbtestekből sorozatokhoz burkoló görbe illetve felület konstruálása klasszikus elemi körgeometriai eszközökkel.

A fent felsorolt eredményeket, mint téziseket, új tudományos eredményként fogadom el. Ezek az eredmények bőven kielégítik a matematikai doktori műre vonatkozóan elvárt követelményeket. A disszertációban tárgyalt 1., 2., 3., 4. és 6. pontban megfogalmazott eredmények tárgyalási módszere eleget tesz a pontos matematikai bizonyítások követelményeinek, miközben a matematikai bizonyításokat alkalmazási lehetőségek leírása és elemzése egészíti ki. Az 5. pontban megfogalmazott algoritmus konstrukciója és vizsgálata a számítástudományban használt szokásos, heurisztikus jellegű algoritmust leíró módszereket használ.

A következő kérdést fogalmazom meg:

Különböző alkalmazásokban érdekes lehet magasabb dimenzióban is az adott pontrendszerhez illeszthető, interpoláló vagy adott alakzatokat approximáló görbék vagy részsokaságok

vizsgálata. Lát-e ilyen vizsgálatokra lehetőséget a disszertációban használt módszerek kiterjesztésével?

Összefoglalva: Hoffmann Miklós akadémiai doktori disszertációja jelentős, a szakmai tudományos közvélemény által magasra értékelt, mérnöki alkalmazásokban is elismert kutatási eredményekről ad összefoglaló képet. A kutatás sokoldalú egzakt matematikai, ezen belül analitikus, számelméleti, approximációelméleti és differenciálgeometriai módszereket használ. A fentiek alapján megállapítható, hogy Hoffmann Miklós a görbék és felületek geometriai modellezésének nemzetközi szempontból kiemelkedő szakembere.

Javaslom az akadémiai doktori fokozat megszerzésére vonatkozó nyilvános vita kitűzését és Hoffmann Miklós számára az MTA doktora fokozat megadását.

Budapest, 2016. január 14.

Nagy Péter Tibor
MTA doktora