Hoffmann Miklós „Új módszerek a görbék és felületek számítógéppel segített geometriai modellezésében” című MTA doktori értekezésének bírálata

A disszertáció a görbe és felületmodellezés négy témakörével foglalkozik, a csomóértékek megválasztásának a B-spline görbék alakjára tett hatásának vizsgálatával, a polinomiális B-spline görbék nem polinomiális általánosításaival, a B-spline felületek struktúrálatlan ponthalmazra illesztésével, végül pedig a kontrolpontok helyett összetett kontrolalakzatok (elsősorban egyenes, kör és gömb) alkalmazásának lehetőségével. A dolgozat három fejezetből áll, amely fejezetenként a saját munka közvetlen irodalmi előzményeinek bemutatása után az új eredményeket közli tétel-bizonyítás jellegű tárgyalásmódban. Ez a módszer alkalmas a saját eredmények tömör bemutatására, de elszalasztja azt a lehetőséget, hogy a kutatást a geometriai modellezés egy szélesebb kontextusában mutassa be, utalva a lehetséges alkalmazásokra, és ezen alkalmazásokat megcélzó eltérő, de konkurrens megoldási lehetőségekre. Megjegyzem, hogy e tekintetben a tézisfüzet jobb a dolgozatnál, mert annak 1. Bevezető fejezete elhelyezi az új eredményeket a geometriai modellezésen belül, de az alkalmazások követelményei és szélesebb körből vett megoldási irányok itt sem kaptak kellő figyelmet.

A disszertáció első fejezete a csomóértékek megválasztásának görbealakra tett hatását vizsgálja, aminek geometriai elemzése a Jelölt és szerzőtársa Juhász Imre úttörő munkája, a Jelölt eredményei meghatározók ezen a területen. A dolgozat maga is megjegyzi, hogy az a tény, hogy a csomóértékek megválasztása befolyásolja a görbe alakját korábban is ismert volt, de ennek geometriai jelentése nem triviális. Ez igaz, de jó lett volna azt is megemlíteni, hogy ezt a kapcsolatot azért többen felhasználnák a görbe alakjának (hullámosság csökkentés) numerikus optimalizására, valamint azt is, hogy más görbetípusoknál (pl. Lagrange interpoláció), a csomóértékek megválasztására léteznek heurisztikus módszerek, valamint a görbét, mint mozgást elképzelő szemlélettel a fizikai analógia alapján is kapunk valamilyen képet a csomóértékek hatásáról.

Az új eredményeket a Jelölt tételekben mondja ki. Az 1.3.-1.7. tételek megfogalmazásánál hangsúlyosabbá kellene tenni, hogy a lényeg nem az, hogy a csomóérték változtatásával kiadódó görbe racionális (ez triviális), hanem az, hogy a fokszám k-m, illetve k-m-1, aminek az 1.5. tétel szerinti legfontosabb esete, amikor a görbe egyenes szakasz. Az 1.9 tétel ezen görbék különböző eredeti görbeparaméter mellett adódó családjával foglalkozik, és kimondja, hogy a burkoló ugyancsak B-spline görbe. Az 1.10. és 1.11. tételek az eredeti paramétert és a csomóértéket, mint új paramétert felhasználó felületeket vizsgálja. Itt hasznos lett volna ezen felületek 3D ábrázolása is. A fejezet további eredményei még a csomóértékváltozás hatásának vizsgálata, amennyiben a tartományuk határán átlépünk, és feltételek megadása ahhoz, hogy a B-spline vagy NURBS görbe a csomóértékek megválasztásával interpoláljon egy adott pontot vagy érintsen egy egyenest. Ezt az eredményt nem csupán érdekesnek, hanem nagyon eredetinek is tartom, mert alapvetően szembe megy azzal a szokásos eljárással, amikor a verzérlőpontokat választjuk meg az interpolációs cél kielégítése érdekében. Kérdésem, hogy milyen alkalmazásokban mutatkozhatnak meg leginkább az új interpolációs módszer előnyei.

A dolgozat második fejezete, illetve része új súlyfüggvényeket vizsgál görbemodellezéshez. A bázisfüggvényeket szokásos módon olyan polinomoknak választjuk meg, hogy tetszőleges paraméterre az összegük 1 legyen, azaz a görbe egy pontja a vezérlőpontokba elhelyezett súlyok alkotta rendszer tömegközéppontja legyen (megjegyzem ez garantálja azt, hogy a görbe alakja a koordinátarendszer megválasztásától független legyen). A polinomiális bázis nem csak azért alakult ki, mert könnyen számítható, hanem azért is, mert a mechanikai analógiák és a többszintű lineáris összemosás szükségképpen ilyen függvényeket eredményez. A dolgozat egyrészt a Han-görbe ötletét követi, amely további paramétereket vezet be a görbe alakjának kontrollálására, valamint azt az utat folytatja, amely polinomiális bázisfüggvényekkel és trigonometrikus vagy hiperbolikus függvényekből építkezik. Egy szép gondolatnak tartom az alakparaméterek kezelésének olyan egységes elméletét, amikor két különböző görbéből összemosással (konvex kombináció) gyártunk újabb görbét, így az alakparaméter azt fejezi ki, hogy az egyik, illetve másik görbe milyen erősen szól bele az eredménybe. Szűkebb területen ugyancsak hasznosak azok az eredmények, amelyek speciális esetekben az alakparaméterek hatását vizsgálják, és az alakparaméterek változtatásával érik ez az interpolációt. Végül, értékesnek tartom a Bézier görbék olyan általánosítását, amely a Newton binomiális tételre alapozott Bernstein polinomok helyett az általános binomiális tétel felhasználásával egy sokkal szélesebb függvényosztályhoz vezet.

A dolgozat harmadik része nem kontrolpont alapú eljárásokat tárgyal, és önmagában is több megközelítést alkalmaz, amelyből az első struktúrálatlan pontokra illesztett B-spline felületek előállításával foglalkozik. A klasszikus egy vagy kétváltozós függvényillesztéshez képest itt a nehézség az, hogy a mintapontok nem rendezettek és nem tartozik hozzájuk a függvényértelmezési tartományában érték, hanem ezeket az értékekek, azaz a paraméterezést is automatikusan kell kitalálni. Ez matematikalag rosszul definiált (ill posed) probléma, amelyhez regularizációs feltétel is szükséges, tehát például a felület felszínét vagy hullámosságát szeretnénk az illesztés közben minimalizálni. Megjegyzem, hogy erre a gyakorlatban rendszeresen felmerülő feladatra sok megközelítés ismeretes, amelyek implementációja a mérnöki visszafejtés (reverse engineering) programokban is elérhetők. A szokásos megközelítés először háromszög hálót illeszt a ponthalmazra azonosítva azon ponthármasokat amelyek közel vannak egymáshoz és a háromszög tulajdonságai kedvezőek (Delanuay tulajdonság), majd a paraméterezéshez a háromszöghálót kiteríti úgy, hogy kiterítés a lehetőség szerint hasonlósági transzformáció legyen (pl. Floater algoritmus), végül a paramétertérben definiált pontokhoz a B-spline, vagy bármely más paraméteres felület klasszikus módszerekkel (pl. regresszió vagy Levenberg-Marquardt) illeszthető. A Szerző a 3D szkennelést említi fontos alkalmazási területként, ahol a közvetlen B-spline illesztés helyett a volumetrikus modellépítés vagy a ponthalmazból jó tulajdonságú háromszögháló megalkotása a leggyakrabban használt megoldás. Annyiban vitatkoznék a Szerzővel, hogy szkennerek által szolgáltatott pontfelhő nem teljesen, csak részben strukturálatlan, bár kétségkívül problémát okoz közeli pontoknál annak eldöntése, hogy azok egy sziluett mentén két különböző objektumhoz tartoznak, vagy ugyanarra a felületre illeszkednek. Egy tetszőleges kontrolalakzatra illesztő, simasági és kauzalitási feltételeknek eleget tevő, intuitív és elegáns irodalmi módszer a diffúziós (hő) egyenlet olyan megoldása, amikor a kontrolalakzatokat a megoldás peremfeltételének tekintjük, ami viszont implicit és nem paraméteres egyenletre vezet.

A dolgozat egy ettől alapjaiban eltérő, egy lépéses módszert javasol, amely a rosszul definiáltságot neurális hálószerű módszer segítségével uralja, a simaságot célzó regularizációt pedig a szomszédság bevezetésével implicite építi be az eljárásba. Megjegyzem, hogy a neurális háló terminológia és modell helyett más szemlélet is alkalmas volna a Jelölt módszerének tárgyalására, ugyanis itt arról van szó, hogy előre definiált topológiához (a dolgozatban négyszöghálóhoz) rendelünk véletlent alkalmazó algoritmussal előre ismert pontokat. A hozzárendelés simaságát két dolog biztosítja. Egy véletlenszerűen választott pont azt fogja felváltalni, amelyikhez a legközelebb van, és a felváltás során a szomszédokat is magához húzza. Intuitive érezhető, hogy ez egy működő algoritmus, amely a „nyereség" és a szomszédság folyamatos csökkentésével konvergál, de ezt jó volna részletesebben is megvilágítani. Megjegyzem, hogy ebben az értelemben az algoritmus közelebb van a szimulált hűtéshez, mint a neurális hálókhoz. Miként a dolgozat szellemesen megmutatja, az eljárás kiterjeszthető egyenesekre illesztésre is a Plücker koordináták alkalmazásával, azaz a dimenzió növelésével.

A fejezet második része köröket, illetve gömböket ad meg vezérlőobjektumként, amelyekre görbéket és felületeket illeszt, ami a klasszikus Apollóniuszi probléma kiterjesztésének tekinthető. Ez a fejezet nem csak matematikai értelemben értékes, a Jelölt számítógépes grafikai alkalmazásokat is mutat. Valóban ilyen módszerek jól használhatók olyan animációs feladatok során, ahol az anyag/tömeg megmaradást az interpolációs során is garantálni kell (pl. izmok alakváltozása csontvázanimáció során).

Összefoglalva, a dolgozat számos értékes eredményt tartalmaz a számítógépes geometriai modellezés területén, amelyek segítenek megérteni egyes módszerek viselkedését és új utakat nyitnak a szokásos polinom bázisfüggvény-kontrolpont alapú megközelítések mellett. Hiányérzetem elsősorban a módszerek szélesebb kontextusba helyezésével és más, elméleti szempontból eltérő, de ugyanazt a gyakorlati problémát megcélzó módszerekkel történő összehasonlításával, és az alkalmazási lehetőségek részletesebb bemutatásánál van. Ez utóbbi azért is fontos, mert az olvasónak is rendre eszébe jutnak alkalmazási lehetőségek, amit szívesen összevetne a Jelölt véleményével. Lényegében minden fejezethez tartozó kérdésem, hogy milyen relatív előnyei és hátrányai vannak a javasolt módszernek a „hagyományosokhoz" képest, és melyek azok az alkalmazások, ahol az új megközelítés jobb.

A mű jól szerkesztett, színvonalas munka. Az eredmények a téma irodalmához képest újak, a tárgyalás matematikai értelemben korrekt. Az eredményeket a Jelölt megfelelő mértékben publikálta, számos esetben a témakör vezető folyóirataiban (Computer-Aided Design IF 1.8, Computer Aided Geometric Design IF 1.64, Journal of Computational and Applied Mathematics IF 1.26), publikációira több mint 300 független hivatkozást kapott.

A dolgozatot nyilvános védésre bocsáthatónak tartom, az elméleti eredmények alapján a fokozat odaítélését támogatom.

Budapest, 2015. december 30.

....

Dr. Szirmay-Kalos László

MTA doktora, egyetemi tanár