

A bírálóbizottság értékelése

A különböző gyűrűk fölötti mátrixalgebrák alapvető jelentőségűek az algebra hagyományos fejezeteiben, mint például a csoportok és véges dimenziós algebrák reprezentációelméletében vagy a féligegyszerű gyűrűk struktúraelméletében. A jelölt a mátrixalgebrákkal kapcsolatos eredményeiről számol be a disszertációjában 14 – rangos folyóiratokban megjelent – publikációja és egy könyvfejezete alapján. Ebből kiemelkedő jelentőségű a Lie-nilpotens gyűrűkre kidolgozott determinánselmélete, amelyet a 2. fejezetben ismertet. A felhasznált publikációk fele és a könyvfejezet egy szerzős.

A továbbiakban az értekezésben szereplő eredmények közül emelünk ki néhányat.

Az 1. fejezet kommutatív gyűrű fölötti mátrixalgebrák polinomazonosságairól szól. Az **1.3.1. Tételben** a szerző (társszerzőivel) bebizonyítja, hogy egy irányított gráfhoz tartozó Euler-azonosságok teljesülnek a kommutatív gyűrű fölötti $m \times m$ -es mátrixok körében, amennyiben az élek száma kellően nagy m -hez és a gráf egyéb paramétereire képest. Ennek a tételnek egyszerű speciális esete az Amitsur–Levitzki-tétel és a Chang, valamint Giambruno és Seghal által bizonyított dupla Capelli-azonosság. Másik oldalról mutatja a tétel erejét Domokos eredménye, mely szerint már a 3×3 -as mátrixokra is vannak olyan Euler-féle azonosságok, amelyek nem vezethetők le korábban ismert mátrixazonosságokból.

A szerző a 2. fejezetben ismerteti az általa kifejlesztett új determinánselméletet, melyben a kommutatív gyűrűk fölötti mátrixok determinánsának klasszikus elméletét dolgozza ki Lie-nilpotens gyűrűk fölötti mátrixokra. A fő nehézséget itt a klasszikus fogalmak megfelelő általánosításának megtalálása jelenti: a determináns korántsem triviális alkalmas definíciójához a szimmetrikus determináns, a szimmetrikus adjungálton és a féloldali adjungáltak sorozatán keresztül jut el. A szerző sikeres fogalomalkotásáról tanúskodik többek között a **2.4.5. Tétel**, amely a Cayley–Hamilton-tétel általánosítása Lie-nilpotens gyűrű fölötti mátrixokra. Ennek a tételnek egy szép alkalmazása pl. a **2.5.1. Tétel**, mely Grassmann-algebra fölötti mátrixok algebraiságáról szól.

A 3. fejezet a lineáris algebra egyes eredményeit viszi át bizonyos, a vektorterek altérhálóihoz hasonló hálókra. Ebből a fejezetből kiemelhetjük a **3.2.2. Tételt**, mely szerint a lineáris transzformáció általánosításaként definiált (adott feltételeket kielégítő) egyesítés-homomorfizmusnak van Jordan-féle normálbázisa, ha a homomorfizmus nilpotens.

A 4. fejezet modulusok – elsősorban nilpotens – endomorfizmusainak centralizátorát és kétoldali annullátorát vizsgálja. A fejezet legjelentősebb eredménye a (társszerzős) **4.4.3. Tétel**, amelynek következménye pl. Schur kettőscentralizátor-tételének kommutatív lokális gyűrű fölötti modulus nilpotens endomorfizmusára vonatkozó változata.

Összefoglalva: Szigeti Jenő klasszikus területeken ér el meglepő és mély, esztétikus eredményeket, jelentős fogalmi innovációval és ötletes bizonyításokkal. Az értekezés igen gondosan, gördülékeny stílusban, kiváló nyelvezettel megírt munka. A szerző különös gondot fordított a szerkesztésre és a különböző részek egymáshoz illesztésére; egy messzemenően logikus felépítésű, szép ívű értekezést sikerült megalkotnia.

A bizottság **Szigeti Jenő** valamennyi tézisét elismeri új tudományos eredményként.