

Rásonyi Miklós: Optimális befektetések a várható hasznosságon innen és túl

című akadémiai doktori munkájának bírálata

Rásonyi Miklós doktori munkája egy 88 számozott oldalból álló angol nyelvű értekezésből, valamint egy 11 számozatlan oldalból álló magyar nyelvű téziszfüzetből áll. Az angol nyelvű értekezés 7 fejezetre van tagolva, és el van látva tartalomjegyzékkel, egy magyar nyelvű epilógussal, és irodalomjegyzékkel. A magyar nyelvű téziszfüzet 6 számozatlan fejezetet, valamint hivatkozásokat tartalmaz.

Tetszik a cím magyar változata, aminek népmesei áthallása van, és illik az egész mű stílusához és szelleméhez: a szerző meglehetősen nehéz matematikai problémákkal küzd meg, mint egy népmesei hős a sárkánnyal, és közvetlen, világos, tömör, szuggesztív, de pontos megfogalmazással írja le a küzdelmet.

Ez a doktori munka nem szokásos abban az értelemben sem, hogy nem egyszerűen a szerző cikkeinek összeolvasztásáról van szó. Ugyan a szerző felsorolja azt a 8 cikkét, amelyekre alapvetően támaszkodik a mű, és hivatkozik még 8 cikkére, de ez a mű bizonyos kérdéskörök egységes, magasabb szintű újragondolását tartalmazza. Azonfelül, hogy egységesítette a jelölésrendszert, ügyesen és árnyaltan megfogalmazta az alapkérdéseket, részletes irodalmi kitekintéssel látta el a témaköröket, és a gyakorlati alkalmazhatóságot sem vesztette szem elől egy pillanatra sem (ezért nem meglepő, hogy a legjobb pénzügyi matematikai folyóiratokban jelentek meg a cikkei). Ez igen dícséretreméltó és példamutató tevékenység. Egyetlen kritikus megjegyzésem van: a 88 oldalas tömörségnek ára van, ugyanis egyrészt szerintem túl kicsi betűmérettel készült a mű, másrészt jópár bizonyítás nem került bele a doktori értekezésbe, hanem a megfelelő cikkek megfelelő segédlemmáira hivatkozik (ez elsősorban a különösen technikai jellegű, hosszadalmas bizonyításokra vonatkozik). Ezért a disszertáció igazi megértéséhez nem kerülhető el a cikkek elolvasása, hiszen a bizonyításokból derül ki, hogy bizonyos feltételekre miért van szükség.

A disszertáció alapkérdése optimális stratégiák létezésének vizsgálata különböző pénzügyi modellekben. A szerző tudományos tevékenysége ennél szélesebb körű, de szerencsésnek tartom, hogy egy ilyen kompakt, jól körülhatárolt problémakörre koncentrált. A kérdés fontossága nem kérdőjelezhető meg. Az optimalitás azt jelenti, hogy a várható hasznosságot akarjuk maximalizálni. Az egyik igen komoly nehézséget az jelenti, hogy ezt az optimalizálást olyan hasznosságfüggvények esetén is vizsgálja a szerző, amikor csak a monoton növekedés teljesül (vagyis több pénznek nagyobb a hasznossága), viszont a konkávitás nem feltétlenül teljesül. A konkávitás az egyén kockázatkerülésével hozható kapcsolatba, viszont ezt Tversky és Kahneman ismert kísérletei nem igazolták! Viszont ha a hasznosságfüggvény nem konkáv, akkor a szokásos konvex dualitási módszerek egyáltalán nem működnek! Tovább nehezíti a helyzetet az, ha a befektetők torzított valószínűségeket alkalmaznak; ilyenkor a dinamikus programozási eszközök sem használhatók.

Az értekezés első fejezete a hasznossági függvények bemutatása után a disszertációban használt diszkrét, valamint folytonos idejű pénzügyi piaci modellek precíz bevezetését tartalmazza. Itt egyetlen észrevételem van: a folytonos idejű pénzügyi piaci modellek esetén az úgynevezett “szokásos” feltételeket teszi fel a szűréről, vagyis hogy jobbról folytonos, és $\mathcal{F}_0$ tartalmazza az összes $\mathbb{P}$ -nulla halmazt; viszont a diszkrét idejű pénzügyi piaci modellek esetén úgy fogalmaz, hogy a tekintett szigma-algebrákról feltesszük, hogy tartalmazzák az összes $\mathbb{P}$ -nulla halmazt, és itt nem világos, hogy ezek a $\mathbb{P}$ -nulla halmazok a tekintett szigma-algebrákból valók, vagy az $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$

valószínűségi mező szigma-algebrájából. Szerintem diszkrét idejű pénzügyi piaci modellek esetén is arra van szükség, hogy $\mathcal{F}_0$ tartalmazza az $\mathcal{F}$ szigma-algebra összes $\mathbb{P}$ -nulla halmazát. Azt is megjegyezném, hogy a folytonos idejű pénzügyi piaci modellek esetén is csak önffinanszírozó stratégiákat enged meg (lásd a (6) formulát), bár ezt explicite nem említi meg (viszont a diszkrét idejű pénzügyi piaci modellek esetén ezt részletesen tárgyalja az (1) formula levezetésénél). A magyar nyelvű tézisfüzetben emiatt a (12) formula igen talányos, mert először az olvasó arra gondol, hogy a sztochasztikus integrálra vonatkozó Itô-formuláról van szó, de ez alapján nem jönne ki, mert még a nem részletezett önffinanszírozó tulajdonság is fel van használva benne.

Az értekezés második fejezete optimális stratégiák létezésével foglalkozik diszkrét idejű pénzügyi piacokon. Először felülről korlátos hasznosságfüggvény esetén ad elégséges feltételeket optimális stratégia létezésére. Már ebben a relatíve egyszerű esetben is bonyolult a bizonyítás: a feltételes eloszlás reguláris verzióját kell venni, aminek segítségével bizonyos lényeges szuprémumnak meg lehet konstruálni megfelelő analitikus tulajdonságokkal rendelkező verzióját (szerintem itt érdemes lett volna definiálni véletlen változók seregének lényeges szuprémumát, vagy legalább egy hivatkozást megadni, mert ez nem közismert fogalom). Ez egy több lemmára szétbontott finom, precíz munka. A pontosság kedvéért szeretném felhívni a figyelmet arra, hogy a feltételes eloszlás reguláris verziójának megválasztásától nem függenek a később bevezetett mennyiségek; ezt érdemes lett volna megjegyezni. Még az a kérdés merült fel bennem, hogy a lényeges szuprémummal kapcsolatos állítások bizonyítását nem lehetne-e egy kicsit egyszerűsíteni annak a felhasználásával, hogy a lényeges szuprémum előáll egy csak megszámlálható családra vett lényeges szuprémumként. Ilyen előkészületek után sikerül megadnia nem feltétlenül korlátos hasznosságfüggvények olyan nagy családját, melyek esetén ugyancsak létezik optimális stratégia. Azt azért jó lett volna leírni, hogy a Corollary 2.22-ben mit ért azon, hogy a ΔS_t , $1 \leq t \leq T$ folyamat, illetve a $\phi^* \in \Phi(z)$ megoldás korlátos, valamint azon, hogy ν_t és κ_t konstansok, mert ez nem teljesen világos (a korlátosság lehet pontonkénti vagy sztochasztikus is, konstans esetén pedig lehet t -től nem függő véletlen változóra, vagy determinisztikus mennyiségre is gondolni).

A harmadik fejezetben olyan befektetőket vizsgál, akik torzított valószínűségekkel számolnak. Itt a magyar nyelvű tézisfüzetben úgy fogalmaz, hogy “bevezetjük az $u_+, u_- : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ és $w_+, w_- : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ függvényeket”, de helyesebb az angol nyelvű szöveg: “we assume that $u_+, u_- : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ and $w_+, w_- : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ are continuous function such that ...”, mert a “bevezetjük” szó esetén arra lehet asszociálni, hogy már definiált elemekből építkezve vezetünk be valamit. Az erre az esetre vonatkozó elégséges feltételrendszer mellett még bonyolultabb az optimális stratégia létezésének bizonyítása.

A szerző a negyedik fejezetben kezd el foglalkozni folytonos idejű pénzügyi piacokkal. Itt a magyar nyelvű tézisfüzetben szereplő 4. Feltevésben U helyett nyilván U_* értendő. Először a torzított valószínűségekkel kapcsolatos modellben ad elégséges feltételrendszert arra, hogy korlátos legyen a mximalizálandó mennyiség. Az is kiderül, hogy egy picit erősebb feltételrendszer mellett már optimális stratégia is létezik. Megjegyzem, hogy a magyar nyelvű tézisfüzetből nem derül ki, hogy az I. és J. Állításokban szereplő α , β és γ paraméterek honnan jönnek; az angol nyelvű értekezésből derül ki, hogy itt az $u_+(x) = x^\alpha$, $u_-(x) = x^\beta$, $x \in \mathbb{R}_+$, és a $w_+(p) = p^\gamma$, $w_-(p) = p^\delta$, $p \in [0, 1]$, függvényekkel dolgozik a szerző, ahol $\alpha, \beta, \gamma, \delta > 0$.

Az ötödik fejezetben továbbra is folytonos idejű pénzügyi piacokkal foglalkozik a szerző, azzal a likviditási megszorítással, hogy nagy mennyiségű részvényt csak kedvezőtlenebb áron lehet adni-

venni. Itt is sikerült általános eredményt elérni optimális stratégia egzisztenciájáról. Ehhez is mély technikai eszközökre van szükség: opcionális szigma-algebra használata, valamint bizonyos függvények Fenchel–Legendre transzformáltjaira.

A jelölésrendszerrel kapcsolatos egyetlen kifogásom az, hogy én azt a véletlen változót, amire a várható érték vonatkozik, tanácsosnak tartom zárójelbe tenni (hiszen ez egy függvény), hogy világos legyen, hogy mire vonatkozik a várható érték; persze tisztában vagyok azzal, hogy igen sok könyv, illetve cikk nem követi ezt a konvenciót.

Összefoglalva: a doktori munka témája időszerű, érdekes és fontos területe a pénzügyi matematikának, a jelölt rendelkezik a téma kutatásához elengedhetetlenül szükséges, igen széles körű ismeretekkel, jól ismeri és biztos kézzel használja a szakirodalmat. A doktori műben szerencsésen ötvöződnék az elméleti matematikai elemek a pénzügyi matematikai alkalmazások valódi kérdéseivel, igényeivel. Az optimális stratégiák egzisztenciájával kapcsolatos eredményei mind a diszkrét, mind a folytonos idejű pénzügyi matematikai modellekben úttörő jellegűek.

Az eddigiek alapján megállapítható, hogy Rásonyi Miklós doktori munkája minden tekintetben kielégíti az akadémiai doktori művel kapcsolatos elvárásokat. Rásonyi Miklós doktori munkájának minden saját eredményként feltüntetett tézisét új tudományos eredményként fogadom el. A doktori munkát nyilvános vitára messzemenően alkalmasnak találom.

Szeged, 2017 május 30.

Pap Gyula