Válaszok Dr. Insperger Tamás opponensi véleményében feltett kérdésekre

Ezúton szeretném köszönetemet kifejezni Dr. Insperger Tamásnak doktori értekezésem nagyon alapos áttekintéséért és véleményezéséért, konstruktív kritikai észrevételeiért, valamint az elgondolkodtató, a munka új oldalaira rámutató kérdésekért.

1. kérdés

Itt megjegyzendő, hogy a vizsgált lineáris stabilitásvesztés mellett gyakorlatban sokszor fontosabb nemlineáris hatások lényegesen befolyásolhatják a rendszer globális viselkedését. A nemlineáris rendszer lineáris modelltől való eltérését első megközelítésben lehet modellezési zajként kezelni. Alkalmazható-e ebben az esetben a kis paraméterek módszere illetve annak valamilyen, például függvényterekre vett általánosítása?

Válasz:

Rendszeridentifikációnál kétféle „hibáról” beszélhetünk. Az egyik a külső zajoktól származó „variancia” jellegű hiba, a másik a vizsgált rendszer nem megfelelő modellezéséből adódó „torzítás” jellegű modellezési hiba. A „variancia” hiba felismerhető jele, hogy a bemeneti jellel nem korrelált, viszont a „torzítás” általában erősen bemenet- és modellstruktúra- függő.

Eddig a modellezési hiba formális leírására három megközelítés született (Garulli and Reinelt 2000) (Ljung et al. 2014) (Ljung et al. 2015) (Ljung 1999) (Reinelt et al. 2002) (Reinelt et al. 1999) (Reinelt et al. 2001). Ezek a Sztochasztikus Beágyazás (Stochastic Embedding, SE), Modellezési Hiba Modellezése (Model Error Modeling, MEM) és Halmazelméleti Identifikáció (Set Membership Identification, SM). Mindegyik megközelítésben beszélhetünk az igazi rendszerről, a névleges rendszerről (ez a lineáris modell) és a modellezési hibáról.

A **Sztochasztikus Beágyazás** frekvenciatartománybeli módszer, harmonikus bemenetek mellett. A névleges modell számítása LS módszerrel, frekvencia tartománybeli adatok alapján történik. Modellezési hibát (az igazi rendszer nem modellezett dinamikus részét) frekvencia tengely mentén nemstacionárius sztochasztikus folyamatként ábrázolja, növekvő frekvenciában növekvő varianciával.

Legyen $G = \hat{G}_0 + \Delta G$, ahol G az igazi, a $\hat{G}_0$ a paraméterezhető névleges rendszer és a ΔG pedig a modellezési hiba. Az adatok a zajos mérések: $\hat{G}_k = G + \nu_k = \hat{G}_0 + \nu_k + \Delta G$. A modellezési hibát frekvenciában véletlen vándorlással modellezik, a rendszermodelleket viszont bázis függvény regresszorokkal:

$G = \hat{G}_0(\theta) + \hat{G}_0(\bar{\theta})\Lambda = B\theta + B\bar{\theta}\Lambda$, ahol Λ a véletlen vándorlás, B a bázis függvény regresszor, $\bar{\theta}$ a hiba az a priori megállapított paraméterezése.

A **Modellezési Hiba Modellezés** időtartománybeli módszer és a névleges rendszert predikciós hiba alapján számítja ki. A modellezési hiba (a nem modellezett dinamika) a reziduumnak a bemenettel függésben lévő részét jelenti. Ezt szintén predikciós hiba módszerrel számítják ki a bemenet-reziduum adatokból.

A módszer tehát (u_k, y_k) mérésekből indul ki, belülük számítja ki a G_n névleges modellt. E modell segítségével $\varepsilon = y_k - G_n u_k$ reziduumokat képez, majd az (u_k, ε_k) “hibarendszernek” számítja ki a modellezési hiba G_e modelljét. A modellezési eljárás minősítésére a névleges modellt és a modellezési hiba modelljének konfidenciáját használják. A névleges modell akkor és csak akkor nincs elutasítva, ha 0 benne van a modellezési hiba modell konfidencia sávjában.

A **Halmazelméleti Identifikáció** megbecsüli a mérések és az a priori információ (korlátos amplitudójú mérési hibák) alapján szóba jöhető (azaz velük konzisztens) modellek halmazát. A névleges modell e halmaz valamilyen kritériumot minimálizáló eleme. Maga a halmaz a névleges modell használatával együtt járó bizonytalanságot képviseli.

A módszerben feltételezik, hogy a mérések $y_k = S_0(u_k) + \nu$ alakúak, egy S_0 rendszerből származnak, amely rendszer egy $S_0 \in K$ rendszerhalmaz eleme (ez az a priori információ), továbbá, hogy a hiba korlátos valamilyen norma szerint $\|\nu\|_y \le \delta$. Az elfogadható rendszerek halmaza *FSS* = $\left\{S \in K : \|y_k - S(u_k)\|_y \le \delta\right\}$ a mérésekkel és az a priori ismeretekkel kompatibilis rendszerek halmaza. A névleges modell megkereséséhez definiáljuk a névleges modell az *FSS*-re vett worst-case hibáját: $E(G_n) = \sup_{S \in FSS} \|S - G_n\|_S$, ill. a névleges modellek modellosztályát *M*, pl. $G_n(q,\theta) = \sum \theta_i B_i(q)$ alakban. A névleges model akkor az un. feltételes halmazelem identifikáció (conditioned set membership identification) eredménye:

$$G_n^* = \arg \inf_{G \in M} \sup_{S \in FSS} \|S - G\|_S \tag{1.1}$$

(Ha a zajnorma l_∞, akkor: $G_n^*(q,\theta^r), \quad \theta^r = \arg \inf_{\theta \in R^n} \left\|y_k - \sum \theta_i B_i(q) u_k\right\|_\infty$)

Az elfogadható model hibák halmaza a:

$FES = \left\{\bar{\theta} \in R^n : \left\|\varepsilon_k - \sum \bar{\theta}_i \bar{B}_i(q) u_k\right\|_y \le \delta\right\}$ és a belőle számítható a modellezési hiba model $G_e(q,\bar{\theta})$.

$G_n(q,\theta)$ és $G_e(q,\bar{\theta})$ alapján származtathatók a frekvencia-tartománybeli konfidenciasávak.

Az SM módszerben a mérési hiba korlátjára a négyzetes norma is alkalmazható. Ilyenkor az identifikáció lényegében a H_2 identifikációs problémának felel meg.

Mit mondhatunk most a BLA megközelítésről és a benne szereplő modellezési hibákról? Modellezési hibáról mindenképpen van szó, hiszen kiinduló premisszaként egy nemlineáris rendszert lineárissal közelítjuk meg.

$$\begin{aligned} &Y_k = N\left[U_k\right] + V_k = G_{BLA} U_k + Y_{k,S} + V_k \\ &\frac{Y_k}{U_k} = G = G_{BLA} + G_S \\ &G_{BLA} = G_1 + G_B, \quad G_S = \frac{Y_{k,S}}{U_k} \end{aligned} \tag{1.2}$$

Az SE módszertanba a BLA modellezési hibája beágyazható, hiszen $Y_{k,S}$, $G_S = \dfrac{Y_{k,S}}{U_k}$ elvben véletlen változók (de nem véletlen vándorlás, frekvencia mentén a varianciát itt a tényleges modellezési hiba dönti el). E változók aszimpotikusan cirkulárisan normális eloszlásúak, probléma azonban a várható értékük, amire három jelöltünk van:

$$\begin{aligned} &G = G_1 + \boxed{G_B + G_S} && \leftarrow N(G_B, Var\left\{G_S\right\}) \\ &G = \boxed{G_{BLA} + G_S} && \leftarrow N(G_{BLA}, Var\left\{G_S\right\}) \\ &G = G_{BLA} + \boxed{G_S} && \leftarrow N(0, Var\left\{G_S\right\}) \end{aligned} \tag{1.3}$$

A MEM módszertanban, a modellezési hiba modelljének megalkotásához a négyzetes norma szerinti reziduumból ki kellene vonni a bemenettől függő információt. Azonban a BLA elméletben a reziduum, mint az ortogonális vetítés hibavektora, a bemenetre merőleges (azaz a bemenettel nem korrelált). A névleges modell származtatási módszerét követve a számított modellezési hiba modell így $G_e \equiv 0$ lenne. A BLA elméletben a modellezési hiba két komponensbe épül bele, a rendszeres hibának fogható G_B torzításba és a

sztochasztikus jellegű G_S hibába, aminek a varianciája a modellezési hibára jellemző mennyiség. G_B miatt az SE megközelítés problémás, G_S miatt viszont az MEM megközelítés problémás.

Mi a helyzet az SM megközelítéssel? Probléma alapvetően a mérési hibák feltételezett korlátos viselkedése, bár ujabban a négyzetes normával is végeznek számításokat. Megítélésem szerint azonban az igazi (egyelőre) problémás pont, amely megoldásától a BLA módszertanban is komoly előrehaladást lehet elvárni, az SM módszerben a bizonytalanságra nézve az a priori ismeret szerepét töltő *K* halmaz alkalmazásonkénti definiálása és figyelembe vétele a számítások során. Irodalmi nyilatkozatok szerint e halmaz meghatározó a modellezési hiba modell számításainak kivitelezhetősége és komplexitása szempontjából (Garulli et al. 2000ab) (Chesi et al. 2000).

2. kérdés

Az eredeti nemlineáris rendszer egyensúlyi helyzete tipikusan eltérhet a közelítő lineáris rendszer egyensúlyi helyzetétől. Lehet-e becslést adni az eltérésből adódó hibára?

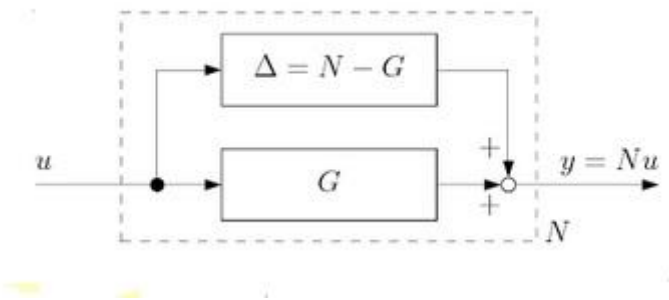
Válasz:

A bíráló kérdésében ídézett műszaki problémával, tudtommal, a BLA elméleti kutatások általánosságban nem foglalkoztak. A BLA rendszer számítása hasonlít a sztochasztikus lineárizálás célkitűzésére, azonban egy BLA modell származtatásánál kifejezetten csak a másodrendű momentumokig bezárólag dolgozzuk fel a mérési információt. Ha a probléma (mint pl. az egyensúly helyzet alakulása) magasabb momentumoktól is függ, a BLA modell ezt tükrőzni nem tudja, és abból kifolyólag az eltérésből adódó hiba általánosságban nem becsülhető. A BLA méréstechnikai megvalósítása (a H1 korrelációs méréstechnika és a nemparametrikus modell) a stabilitás kérdését eltakarják. Könnyen képzelhető egy nem stabil nemlineáris rendszerhez egy stabil BLA kiszámítása is.

Az irodalomban azonban lelhetők fejlemények, ahol az eredeti nemlineáris rendszer és a lineáris közelítése közötti viselkedés különbsége pontosan a probléma lényege.

(Schweickhardt and Allgöwer 2006, 2007) vetették fel a nemlineáris folyamat lineáris szabályozásának a problémáját, ahol a nemlineáris rendszerhez megkeresett (legjobb) lineáris közelítés képezi a szabályozó tervezés alapját úgy, hogy a szabályozás a nemlineáris modellezési hibáktól adódó zavarokkal szemben védett.

A szerzők egy stabil dinamikus nemlineáris *N* rendszerből indulnak ki, amit egy *G* lineáris és egy *Δ=N-G* nemlineáris hibarészre bontanak szét (ld. 1. ábra).

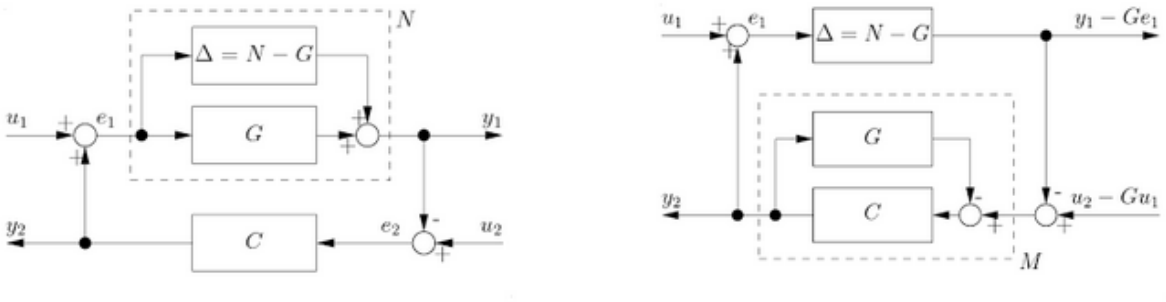


1. ábra. A nemlineáris rendszer bontása (Schweickhardt and Allgöwer 2006, 2007) szerint.

A *G* rendszer az a legjobb lineáris modell, amihez tartozó bizonytalanságnak legkisebb az erősítése. Ezt az erősítést az un. hiba-erősítés nemlineáris mértékével (error-gain nonlinearity measure) mérik, ami:

$$\gamma_N^U = \inf_{G\in\mathbf{G}} \sup_{u\in U} \frac{\|Nu - Gu\|}{\|u\|}, \quad 0 \le \gamma_N^U \le \|N\|_i^U = \sup_{u\in U\setminus\{0\}} \frac{\|Nu\|}{\|u\|} \tag{2.1}$$

A normák négyzetes normák és a hiba-erősítés az *N* rendszer-erősítésével (az ***U*** bemeneti halmazon) van lekorlátozva.



2. ábra. Az *N-C* struktúra és az *M*-Δ struktúra kapcsolata (Schweickhardt and Allgöwer 2006, 2007)

A kis-erősítés tétele kimondja, hogy a C szabályozóra: $\|N\|_i^U \|C\|_i < 1$. (2.2)

Az *N-C* struktúra azonban az *M*-Δ struktúrába vihető (ld. 2. ábra), ahol a zárt kör operátora $M = CS = C(I + GC)^{-1}$ és a kis-erősítés tétele megköveteli, hogy: $\|\Delta\|_i \|M\|_i^U < 1$. (2.3)

A legjobb szabályozó a legkisebb lehetséges $\|\Delta\|_i$ értékkel párosul. A legjobb G^* lineáris modell tehát az, amire $\gamma_N^U = \|N - G^*\|_i^U = \inf_{G^* \in \mathbf{G}} \|N - G\|_i^U$, és (2.4)

a szabályozó tervezésénél be kell tartani az $\|M\|_i^U < \frac{1}{\gamma_N^U}$. (2.5)

Térjünk most vissza a BLA elméletre. Ha a jelen esetre alkalmazható lenne a min-max tétel valamelyik változata, akkor a nemlineáris erősítés kapcsolatba lenne hozható a BLA mérésével, aminek lényege lenne (mint egyfajta worst-case a szabályozás szempontjából) a szóba jöhető bemeneti gerjesztések közül megkeresni azt, amelyre a nemlineáris rendszer felmutatott hatása a legmarkánsabb (legnagyobb a nemlineáris zaj). Ha a szabályozási körbe erre felkészülünk (kis-erősítés tétel), akkor a körnek stabilnak kell maradnia minden későbbi pillanatban is. Tételezzük fel tehát, hogy alkalmazható lenne a min-max tétel és az inf sup és a sup inf felcserélhető:

$$\gamma_N^U = \sup_{u \in \mathbf{U}} \inf_{G \in \mathbf{G}} \frac{\|N - Gu\|^2}{\|u\|^2} = \sup_{u \in \mathbf{U}} \frac{\inf_{G \in \mathbf{G}} \|N - Gu\|^2}{\|u\|^2} = \sup_{u \in \mathbf{U}} \frac{Var\{y_{S,u}\}}{\|u\|^2} = \sup_{u \in \mathbf{U}} \frac{1}{SNR} = \inf_{u \in \mathbf{U}} SNR \qquad (2.6)$$

A $f(G,u) = \frac{\|N - Gu\|^2}{\|u\|^2}$ függvény mindkét változójában folytonos, f(., u) konvex, **G** halmaz kompakt, de az f(G, .) konkáv jellege és az ***U*** halmaz kompáktsága (általánosságban) kérdéses. Elképzelhető, hogy az alkalmazásra kirótt további feltételekkel működésbe lehet hozni a min-max tételt és a BLA mérésekből kiindulva a nemlineáris rendszer lineáris szabályozóját méretezni.

Egy dinamikus rendszer erősítésének algoritmikus meghatározása nem triviális lineáris rendszereknél sem, ráadásul a lineáris esetre származtatott módszerek a nemlineáris esetre nemigen általánosthatók (Casini and Garulli 2003, 2006) (Hjalmarsson 2005) (Martensson and Hjalmarsson 2006) (Wahlberg et al. 2010, 2011).

Hasonló fejlemény a (Ljung 2001)-ben leírt, a modellezési hiba modellen alapuló lineáris szabályozás tervezése. A szerzők szerint a névleges lineáris modell tulajdonképpen a legjobb LTI ekvivalens (amelynek

reziduuma a bemenettel korrelálatlan), mert a lineáris dinamika hibákat is ide sorolják. Maga a modellezési hiba modell valójában a nemlineáris, ill. idővariáns működést hivatott lefedni, ld. 3. ábra.

A modellezési hiba modellt (Wiener-Hammerstein rendszer mintájára) bemeneti és kimeneti lineáris dinamikus súlyrendszerekkel egészítik ki, nagyobb tervezési rugalmasság szempontjából (a közölt kisérletekben e rendszereket, különböző változatokban és különböző eredménnyel) a névleges lineáris rendszerre és a zaj modellre iniciálizálják, ld. 4. ábra.

Számunkra azonban érdekes a tényleges modellezési hiba modell kezelése. A szerzők a nemlináris hiba modellt statikus erősítéssel becsülik:

$$\|\varepsilon\| \le \beta \|u_F\| + \alpha \tag{2.7}$$

és ezt használják majd a kis-erősítés tétel megfogalmazásához (*K* a szabályozó):

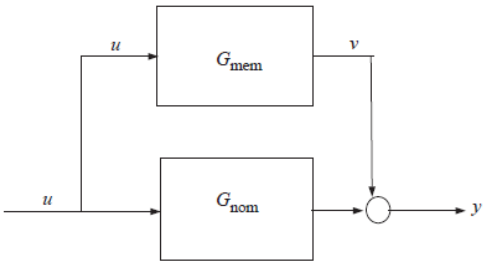
$$\left| \frac{\beta W_1 W_2 K}{1 + K G_n} \right| < 1 \tag{2.8}$$

A szerzők kihangsúlyozzák, hogy lényegi pont a nemlineáris α, β erősítés megfelelő (felső korlát) becslése. Arra az esetre, amikor a rendszerbeli tranziensek rövidek, egy igen egyszerű empirikus algoritmust javasolnak, amely azonban nem skálázható fel hosszabb memóriájú dinamikák esetére. Probléma szintén az erősítés statisztikai kezelése az esetleges konfidencia korlátok érdekében.

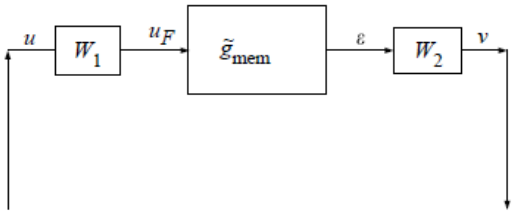
Végül a szerzők még annál is bonyolultabb modellezési hiba modell struktúrát javasolnak, aminek statikus erősítés számításának esélyeit nem is látolgatják, ld. 5. ábra.

A bemutatott szabályozási probléma, BLA szempontjából, az előbbivel rokon abban az értelemben, hogy elvben a BLA módszertannal megoldható, ha az adott alkalmazásban meg tudjuk határozni a lehetséges bemenetek halmazát, majd e halmaz felett egy olyan BLA (tulajdonképpen WLA – Worst Linear Approximation) közelítést keresünk (a hozzá tartozó bemeneti jellel együtt), amelynek a legnagyobb a sztochasztikus nemlineáris zaj varianciája. Ez a varianciaszint megadja a szabályozás megtervezéséhez szükséges nemlineáris erősítést (erősítéseket).

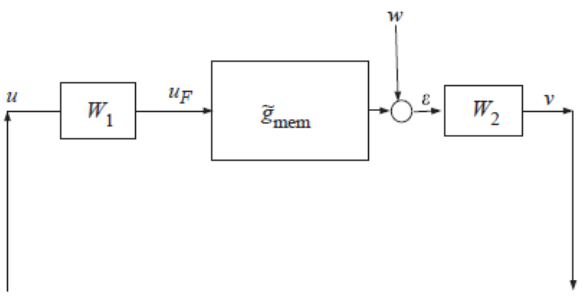
Ez a feladat azonban a BLA elmélet szempontjából újjszerű, a kivitelezhetősége komoly elméleti mérlegeléseket kiván.



3. ábra. A nemlineáris modellezési hiba (Ljung 2001) nyomán.



4. ábra. A nemlineáris modellezési hiba lineáris dinamikus súlyokkal való kiegészítése (Ljung 2001) nyomán.



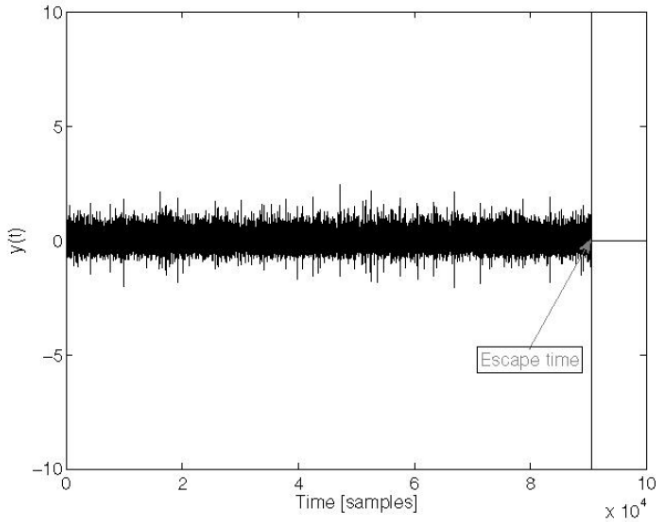
5. ábra. További ismeretlen nemlineáritások figyelembevétele új bemenetként (Ljung 2001) nyomán.

3. kérdés

A nemlineáris hatások lényegesen befolyásolhatják a rendszer aszimptotikus viselkedését. Például ha egy nemlineáris rendszer egyensúlyi helyzete lineárisan stabil, attól még a nemlinearítás a rendszerben csökkentheti az egyensúlyi helyzet vonzástartományának méretét (pl. szubkritikus bifurkáció esetén). Hogyan lehet ezt a hatást modellezni a közelítő lineáris rendszerrel?

Válasz:

Gauss jelek miatt BLA elméletben alapvetően hiányzik az amplitudóban korlátos jel koncepciója, ill. elfogadjuk, hogy bármennyire is szeretnénk az előforduló jelek amplitudóját korlátozni, számolni kell a kiugró amplitudók megjelenésével. Ebből a perspektívából számolnunk kell, hogy a BIBO feltételezés alapján megtervezett szabályozási kör - ha megbújnak benne nemlineáris modell hibák és a körre előre nem látható kiugró zavarok kerülnek rá - tud idővel instabillá válni (amely veszély teljes előzetes validálása esetleg nem is lehetséges), ld. 6. ábra.



6. ábra. Egy sokáig stabilként működő szabályozási kör instabillá válása (Vanbeylen et al. 2008).

Ötletünk a zárt kört egyfajta megfigyelővel ellátni, amely a mért adatok alapján becsüli meg az instabillá válásának valószínűségét, ill. időhorizontját (Schoukens et al. 2004).

Egy g_{NL} nemlineáris rendszer (ld. 7. ábra, felső rész) G BLA részét kiszámítva a zárt kört ekvivalens alakba átalakítva a nemlineáris sztochasztikus zaj komponens zárt köri viselkedésére fókuszálunk (ld. 7. ábra, alsó rész). A vizsgálat alapja a nemlineáris sztochasztikus zajra vonatkozó nemlineáris erősítés, ill. a perturbált nemlineáris erősítés értelmezése és értékeinek méréssel történő előrejelzése. Legyen:

$$G_{NL} = \max_{u \in S_u} \frac{\|v_y(t)\|_2}{\|e(u(t))\|_2} \tag{3.1}$$

akkor, ha $\|C(q)\|_2 G_{NL} < 1$, akkor a kis erősítés tétele alapján

$$\max_{u \in S_u} \frac{\|v_y(t)\|_2}{\|u_e(t)\|_2} \le \frac{G_{NL}}{(1 - \|C(q)\|_2 G_{NL})} \tag{3.2}$$

Ha $u(t) \in S_U$, $\dfrac{1}{(1 + C(q)G(q))}$ stabil, és $\|C(q)\|_2 G_{NL} < 1$,

akkor a kimenet korlátos $\|y(t)\|_2 < K \|u(t)\|_2$. (3.3)

Most *u*(*t*) munkapontban perturbáljuk a jeleket:

$$u(t) + \delta u(t) \quad \rightarrow \quad y(t) + \delta y(t), \quad v_y(t) + \delta v_y(t) \tag{3.4}$$

és definiáljuk:

$$\delta G_{NL} = \max_{\substack{\delta u \in S_{\delta u} \\ u, u + \delta u \in S_U}} \frac{\|\delta v_y(t)\|_2}{\|\delta e(u(t))\|_2} \tag{3.5}$$

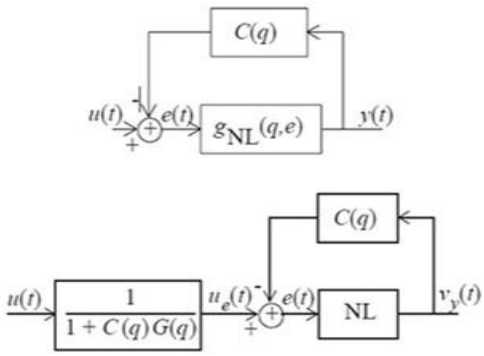
Ha $u(t),\ u(t) + \delta u(t) \in S_u,\ \delta u(t) \in S_{\delta u}$, $\dfrac{1}{(1 + C(q)G(q))}$ stabil, és $\|C(q)\|_2 \delta G_{NL} < 1$,

akkor perturbáció korlátos $\|\delta y(t)\|_2 < K_\delta \|\delta u(t)\|_2$. (3.6)

A módszer működtetéséhez a $G_{NL}, \delta G_{NL}$ erősítéseket az adatokból becsülni kell, pl. az alábbi módon:

$$\delta \hat{G}_{NL} = \frac{\|v_{y2}(t) - v_{y1}(t)\|_2}{\|e_2(t) - e_1(t)\|_2}, \quad \hat{G}_{NL} = \frac{\|v_{y1}(t)\|_2}{\|e_1(t)\|_2} \quad , \ e_i(t) = u_i(t) - C(q) y_i(t) \tag{3.7}$$

A mért $\hat{G}_{NL}, \delta \hat{G}_{NL}$ becslések véletlen változók, melyek viselkedésében vagyunk érdekeltek. Az igen kis értékei stabil működést sugallnak, a közel 1 értékei viszont jelezhetik az instabilitás veszélyét.

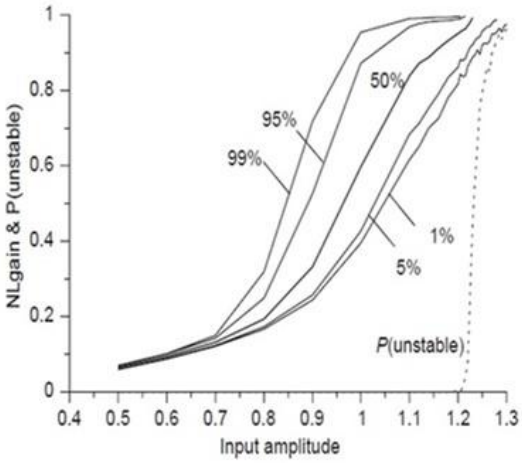


7. ábra. Nemlineáris zárt kör BLA alapú transzformációja (Schoukens et al. 2004).

A feldolgozható a priori ismeretek hiányában csakis az adatokra támaszkodunk. A mért erősítések sorozatából fel szeretnénk becsülni, hogy azok valószínűségi eloszlásukban az eloszlások „farka” mennyire nyúlik már az 1 felé. A becslésekhez használjuk fel az extremális értékek általánositott eloszlás modelljét (GEV – General Extreme Value distribution):

$$G_{EV}(z) = \exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}, \quad 1+\xi\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right) > 0 \tag{3.8}$$

mely μ lokációs, σ skála és ξ alak paramétereit és a megfelelő konfidencia intervallumokat az adatokból Maximum Likelihood módszerrel becsüljük, ld. 8. ábra. Az alkalmazott modell miatt a számításokhoz a kiinduló adatok nem az egyedi erősítésértékek, hanem a mért értékek blokkjaiban előforduló eddigi extremális értékek. Hasonló módon becsülhető az extremális viselkedés (1-hez közeli értékek) várható időhorizontja is (az un. return period).



8. ábra. Az extremális erősítés értékekből becsült konfidencia határok nővekvő amplitudójú bemeneti jel mellett (Schoukens et al. 2004).

A módszer igen közelítő jellegű, azonban erőssége a modell függetlensége (a nemlineáris rendszert identifikálni nem kell) és számítási egyszerűsége. Hátránya nyilván a probabilisztikus jellege, aminek megbizhatóságát csak az adatszám növelésével lehet fokozni.

A megközelítés továbbfejlesztése a (Vanbeylen et al. 2008) változat, ahol az instabilitás beálltát a körbeli jelek energiájának végtelen értékére való felszökkenésével azonosítjuk, azt viszont azzal, hogy a hurokbeli kimeneti jelnek a második momentuma végtelenné válik.

Végtelen második momentummal rendelkező jelek eloszlása prominens farkokkal rendelkezik (heavy-tail distribution), a tesztmódszer lényege tehát megbecsülni (és előrejelezni) a hurokbeli jel eloszlásának a farokalakulását. Statisztikában az eloszlás farkának modellezésére az un. általánosított Pareto eloszlás (generalized Pareto distribution, GPD) használatos:

$$G_{\xi}(x) = \begin{cases} 1-\left(1+\xi\dfrac{x}{\sigma}\right)^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1-\exp\left(-\dfrac{x}{\sigma}\right) & \xi = 0 \end{cases} \tag{3.9}$$

Kimutatható, hogy a második momentum ξ = 1/2 értéknél válik határozatlanná. A teszt lényege tehát a ξ paraméter az adatokból való becslése és az alábbi hipotézis teszt elvégzése:

*H*o : ξ = 0.5, *H*a: ξ < 0.5

A tesztelt paraméter normális eloszlású, így ha a becsült paraméterérték:

$$\hat{\xi} > \xi_c = 0.5 - z_{1-\alpha}\frac{1.5}{\sqrt{N_{exc}}} \tag{3.10}$$

a zárt kört α szignifikáncia szinten potenciálisan instabilnak lehet minősíteni, adott bemeneti energiaszint mellett.

Ebben a gondolati konstrukcióban az utolsó kutatás és vizsgálat a (Vanbeylen et al. 2011) volt. Itt a nemlineáris rendszer instabilitását azzal modellezik, hogy a különben ismert modellel rendelkező és stabil egyensúlyi helyzetben (origó) működő rendszer milyen valószínűséggel kerülhet ki a egyensúlyi állapot vonzási tartományából, feltéve, hogy a nemlineáris rendszert egy véges idejű véletlen gerjesztés éri (burst excitation).

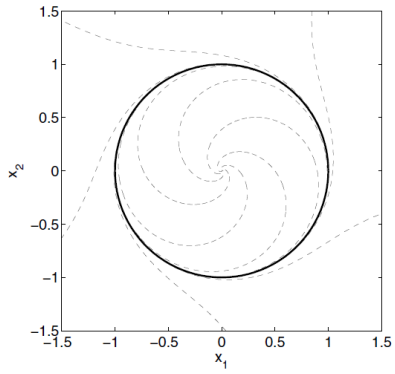
A módszer lényege a jövőbeli állapotok valószínűségi eloszlásának az approximálása és így a vonzási tartomány felett egy több dimenziós valószínűségi felület létesítése, ami a vonzási tartomány belső struktúráját is feltérképezi (hogy mely állapotokból a rendszer a gerjesztés hatására könnyen „elillan”).

A feltételezett rendszer $x(t+1) = f(x(t), u(t))$ alakú, mindkét argumentumban folytonosan differenciálható függvénnyel, a gerjesztés $u(t) = u_0(t) + n_u(t)$, ahol egy ismert determinisztikus bemenethez Gauss eloszlású zaj adódik hozzá, végül a keresett mennyiség:

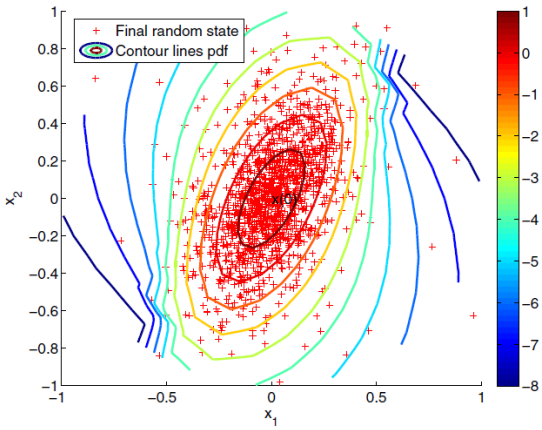
$$\int_{ROA} p_{x(\tau)}(x)dx \tag{3.11}$$

$$ROA = \left\{ x(0) \in R^n \middle| \lim_{t\to\infty} x(t) = 0, \quad x(t+1) = f(x(t), 0) \right\} \tag{3.12}$$

egy állapot valószínűsége, hogy a specifikált bemeneti szekvencia hatására végül az egyensúlyi állapotban köt ki.



9. ábra. A (Vanbeylen et al. 2011) munkában vizsgált konkrét példa vonzási tartománya.



10. ábra. A (Vanbeylen et al. 2011) munkában vizsgált konkrét példa vonzási tartománya feletti számított valószínűségi eloszlás és a (Monte Varlo) szimulált állapotok jó egybeesése.

A bíráló egyéb kritikikai megjegyzéseiről:

Ábrák, egyéb formai problémák

A disszertációban közölt eredmények grafikus megjelenítése a publikációkban megtörtént. Ezek stilusa akaratlanul is kihatottak az eredmények disszertációbeli prezentálására.
A bírálói kritikákat köszönettel elfogadom, azokkal egyetértek.

Tudományos életútról

A különböző intenzítású publikálási tevékenységem magyarázatra szórul. Az oka, hogy a szakmai életben két tudományos területet művelek. Az egyik az analitikus méréstechnika (melynek e disszertáció is a képviselője), a másik az intelligens rendszerek mesterséges intelligencia módszertana.

Az egyik személyes kutatási terület jelentős nemzetközi kapcsolatrendszerrel, a másik a tanszéki oktatási és pályázati életébe ágyazott tevékenység. A kettő hol erősebb, hol gyengébb kapcsolatban áll egymással. A disszertációban foglalt eredmények felkutatása után egy erőteljesebb mesterséges intelligencia jellegű szakasz következett, konzorciumi pályázatok vezetésével és közreműködésével, mesterséges intelligencia oktatását megalapozó legjobb amerikai tankönyvek fordításával, mesterséges intelligencia tananyagok elektronikus tárának kidolgozásával, stb. Erről a területről származnak a legfrisebb publikációk is. Ennek a szakmai vonulatnak az elismerése volt 2007-ben az IEEE Fellow tag és 2014-ben az NJSzT-tól Kalmár László-díj.

Jelenleg, a mesterséges intelligencia oktatásának egy részét fiatalokra bizva, újra erőteljesebben veszem fel a méréstechnikai problémák fonalát.

Még egyszer köszönöm Dr. Insperger Tamásnak az elgondolkodtató opponensi véleményét, a kérdéseket és konstruktív kritikát.

Dobrowiecki Tadeusz

Hivatkozások

Casini M., A. Garulli, A. Vicino, **On Input Design in l_∞ Conditional Set Membership Identification**, Automatica Vol 42, Issue 5, May 2006, pp. 815-823.

Casini M., A. Garulli, A. Vicino, **On optimal input design in conditional set membership identification**, Proc. 42nd IEEE Conference on Decision and Control, 9-12 Dec. 2003, Maui, USA.

Chesi G., A. Garulli, A. Tesi, A. Vicino, **Exact Bounds for the Frequency Responce of an Uncertain Plant With Ellipsoidal Perturbations**, IFAC Proc. Volumes, Vol 33, Issue 15, June 2000, pp. 181-186.

Garulli A., A. Vicino, G. Zappa, **Conditional central algorithms for worst case set-membership identification and filtering**, IEEE Trans on Automatic Control, Vol 45, Issue 1, Jan 2000, pp. 14 – 23.

Garulli A., B. Kacewicz, A. Vicino, G. Zappa, **Error Bounds for Conditional Algorithms in Restricted Complexity Set Membership Identification**, IEEE Trans on Automatic Control, Vol 45, Issue 1, Jan 2000, pp. 160 – 164.

Garulli A., W. Reinelt, **On Model Error Modeling in Set Membership Identification**, IFAC Proc Volumes, Vol 33, Issue 15, June 2000, pp. 169-174.

Hjalmarsson, H., **From experiment design to closed loop control**. Automatica 41 (3), 2005, 393–438.

Ljung L., **Estimating Linear Time-Invariant Models of Nonlinear Time-varying systems**, European J of Control (2001) 7: 203-219

Ljung L., G.C. Goodwin and J.C. Aguero, **Stochastic Embedding Revisited: A Modern Interpretation**, 53rd IEEE Conf on Decision and Control, December 15-17, 2014. Los Angeles, California, USA

Ljung L., G.C. Goodwin, J.C. Aguero, T. Chen, **Model Error Modeling and Stochastic Embedding**, IFAC-PapersOnLine 48-28 (2015) 075–079

Ljung L., **Model Validation and Model Error Modeling,** Report no LiTH-ISY-R-2125, Department of Electrical Engineering, Linköoping University, Sweden

Martensson, J., H. Hjalmarsson, **Robust input design using sum of squares constraints**. 14th IFAC Symp on System Identification (SYSID'06), 2006, Newcastle (Australia), pp. 1352–1357.

Reinelt W., A. Garulli, L. Ljung, **Comparing Different Approaches to Model Error Modeling in Robust Identification**, Automatica, Volume 38, Issue 5, May 2002, pp. 787-803.

Reinelt W., A. Garulli, L. Ljung, J.H. Braslavsky, A. Vicino, **Model Error Concepts in Identification for Control**, Proc. of the 38th IEEE Conf on Decision and Control, Phoenix, USA, 7-10 Dec, 1999.

Reinelt W., L. Ljung, A. Garulli, **Model Error Modeling in Robust Identification (revised version)**, May 2001, LiTH-ISY-R-2353, Division of Automatic Control, Department of Electrical Engineering, Linköpings universitet.

Schoukens J., T. Dobrowiecki, R. Pintelon, **Estimation of the risk for an unstable behaviour of feedback systems in the presence of nonlinear distortions**, Automatica 40 (2004) 1275 – 1279

Schweickhardt T., F. Allgöwer, **A robustness approach to linear control of mildly nonlinear processes,** Intl J of Robust and Nonlinear Control, Vol 17, Issue 13, Sept 2007 , pp. 1163–1182

Schweickhardt T., F. Allgöwer, **An approach to linear control of nonlinear processes**. In Proc. 16th European Symp. Computer Aided Process Engineering (ESCAPE), 9th Int. Symp. Process Systems Engineering (PSE), Garmisch-Partenkirchen, Germany, 2006, 1299-1304.

Vanbeylen L., A. Van Mulders, J. Schoukens, **A state-space view on locally-stable, globally-unstable nonlinear models driven by Gaussian burst inputs**, 50th IEEE Conf on Decision and Control and European Control Conf (CDC-ECC), Orlando, FL, USA, December 12-15, 2011.

Vanbeylen L., J. Schoukens, K. Barbe, **Measuring the stability of nonlinear feedback systems**, Intl Instrumentation and Measurement Tech Conf - I'MTC 2008, Vancouver Island, Canada, May 12-15, 2008

Wahlberg B., H. Hjalmarsson, P. Stoica, **On Estimation of the Gain of a Dynamical System,** 2011 Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting, DSP/SPE 2011, IEEE , 2011, pp. 364-369.

Wahlberg B., M. Barenthin Syberg, H. Hjalmarsson, **Non-Parametric Methods for L2-Gain Estimation using Iterative Experiments**, Automatica, Volume 46, Issue 8, August 2010, pp. 1376-1381