Juhász Imre „Kontrollponttal adott görbék leírása, alakmódosítása és szingularitásának vizsgálata" című MTA doktori értekezésének bírálata

A dolgozat a számítógépes geometriai tervezés (CAGD) alapvető kérdéseivel, a kontrollpontok kombinálásával, azaz a súlypont analógia felhasználásával előállított parametrikus görbék tulajdonságaival foglalkozik. Egy ilyen görbét a súlyoknak, azaz a baricentrikus koordinátáknak a paramétertől való függése határoz meg, így a görbe tulajdonságai a súlyfüggvények vizsgálatával határozhatók meg, és megfordítva, előírt tulajdonságú görbék a súlyfüggvények megkonstruálásával hozhatok létre. Annak ellenére, hogy ez a téma az 1960-as évek óta intenzíven kutatott, a Jelölt érdekes és értékes új eredményekkel járult hozzá a területhez.

A dolgozat egy tömör, lényegre törő, de az eredmények környezetét mégis megfelelő részletességgel bemutató bevezetővel kezdődik, majd az új eredmények három fejezetben jelennek meg.

A második fejezet, azaz az 1. Tézis, a zárt görbék ciklikus bázisban való leírásával foglalkozik. A Jelölt az inherensen zárt görbék szükségességét a racionális bázissal szemben megfogalmazott, irodalomból vett kritikákkal indokolja. Kétségtelen, hogy a zártság automatikusan adódik, ha maguk a bázisfüggvények periodikusak, mint pl. a szinusz/koszinusz alapú függvények esetében. Azonban, a racionális polinom bázisú görbék is képesek zárt görbék leírására, igaz ehhez megfelelően kell definiálni őket. A B-spline-nal, Catmull-Rom spline-nal és társaival is lehet zárt görbét készíteni, ahol a görbe „kezdete-vége" ugyanolyan tulajdonságokkal bír, mint a többi kontrollpont. A görbére a kontrollpontokon kívül a súlyok és a csomóértékek is egyaránt hatnak, amiből a súlyokat a tervezőprogramok is engedik változtatni (pl. Maya), és mind a súlyok, mind a csomóértékek algoritmikus optimalizálás céljai lehetnek, miként az a 2. Tézis új eredményeiben is megtörténik. Vita tárgya lehet, hogy az a tény, hogy a ciklikus görbéket a vezérlőpontok egyértelműen meghatározzák előny-e a racionális polinomokkal szemben, amelyeket a kontrollpontokon kívül a súlyokkal és csomóértékekkel is vezérelhetünk. Ezek ugyanis járulékos szabadságot adhatnak a tervezőnek.

A trigonometrikus bázisfüggvények is több évtizedes múltra tekintenek vissza, de főleg, a dolgozatban T_n függvényrendszernek nevezett bázisra épültek az eredmények. Ezen a területen a Jelölt új eredménye a ciklikus, ú.n. C_n függvényrendszer (2.15, 2.16. egyenletek) bevezetése és a rendszer összekapcsolása a T_n rendszerrel. Lényeges eredményeket hozott a ciklikus rendszer vizsgálata, amelynek során a Jelölt megmutatta, hogy azok lineárisan függetlenek, a görbe hullámzáscsökkentő tulajdonságú, a rendszámmal pedig a kontrollpontok lokális hatása szabályozható. Ez utóbbira vonatkozó 2.3. tétel szemléletesen is látható abból, hogy $(1+\cos(u))/2=\cos^2(u/2)$, a hatványozásnál pedig az 1-nél kisebb értékek zérushoz tartanak. Ezekből a legfontosabbnak a hullámzáscsökkentés bizonyítását és annak megmutatását tartom, hogy olyan görbék, amelyekre a koordináták véges Fourier sorral kifejezhetők (2.19 típusúak), egzaktul modellezhetők a javasolt modellel, és a kontrollpontok is zárt alakban meghatározhatók (számos nevezetes zárt görbe, pl. az ellipszis, Lissajous görbe, stb. tartozik ebbe a kategóriába). Az általánosítás racionális ciklikus görbékre azon alapul, hogy az elv homogén koordinátákra átvihető, és a középpontos vetítés az eredetileg ciklikus görbékből racionális görbéket eredményez. Ez analóg a NURBS görbék konstrukciójával és kúpszeleteket leíró képességével.

A Jelölt megmutatja, hogy a ciklikus görbék interpolációra is használhatók. A kiindulás megegyezik a B-spline-ok interpolációs alkalmazásával, nevezetesen keressük azokat a kontrollpontokat, amelyek által meghatározott görbe szegmenshatárai éppen az interpolálandó pontsorozat. Az új eredmény érdekessége, hogy szemben a B-spline-okkal, ahol a feladat egy lineáris egyenletrendszer megoldását igényli, most az interpoláló görbe kontrollpontjai direkt módon kifejezhetők és a Jelölt által felismert geometriai tartalommal bírnak.

A harmadik fejezet, azaz a 2. Tézis, a B-spline görbék vezérelhetőségével foglalkozik. Először a 3.1. tétel azt mondja ki, hogy a fokszám növelésével a görbe a kontrollpontok súlypontjához tart. Egyrészt fontos hangsúlyozni, hogy ez csak zárt görbékre igaz, mert nyílt görbékre a fokszámnövelést korlátozza a kontrollpontok száma, és maximális esetben a Bézier görbét kapjuk vissza. Zárt görbéknél viszont a kontrollpontokat újra lehet használni, így a fokszámnövelésnek nincs felső határa. A tétel a súlypont analógia és a Cox-deBoor konstrukció (mindig két egymás követő bázisfüggvényt lineáris súlyozással összemosunk) alapján szemléletesen is látható. A súlyfüggvények konstans értékűek és ugyanolyanok lesznek, és ekkor a leírt pont a kontrollpontok súlypontja.

A kényszeres alakváltoztatás célja a görbét leíró információk (kontrollpontok, súlyok, csomóértékek) automatikus változtatása annak érdekében, hogy annak egy kijelölt pontja adott helyre kerüljön, illetve egyéb geometriai kényszerek teljesüljenek. A 2. Algoritmus három súlyt szabályoz egy pont átvitele érdekében.

A Jelölt és Hoffman Miklós közös eredményei a csomóértékek felhasználása a geometriai kényszerek kielégítésére. Az eljárás jelentősége az, hogy a kontrollpontokkal és a súlyokkal szemben a csomóértékek hatása a görbére egyáltalán nem szemléletes és magától értetődő. A cikkeik valóban úttörő jelentőségűek voltak a B-spline görbék csomóértékeinek geometriai hatásának vizsgálatában és geometriai kényszert célzó felhasználásban. Más görbékre, pl. a Lagrange interpolációs görbére azonban mások is javasoltak heurisztikus szabályokat és numerikus módszereket a hullámzáscsökkentésre.

Az új eredmények megmutatják, hogy a görbe egy pontjának pályája, amit a csomóértékek változtatása során bejár, alacsonyabb fokú B-spline görbe. Különösen szép az a speciális eset, amikor a pálya a kontrollpontok közötti szakaszokkal párhuzamos szakasz (3.1. következmény). Az eredmények praktikus felhasználását a 3.3.5. fejezet teremti meg, amely eljárást ad harmadfokú B-spline-okra, azaz a gyakorlatban legfontosabb speciális esetre, a következő geometriai kényszerek kielégítésére kizárólag néhány csomóérték változtatásával: a görbe adott ponton átmenjen; a görbe adott egyenest érintsen; a görbe adott pontja adott helyre mozogjon.

A negyedik fejezet, azaz a 3. Tézis, a kontrollpontokkal adott paraméteres görbék szingularitásainak (csúcspont, azaz eltűnő első derivált, azaz megálló mozgás; eltűnő görbület és torzió, önmetszés, és konvexitás) felismerésével és tulajdonságaival foglalkozik. A szingularitásokra egyenletek fogalmazhatók meg. Az új eredmények nem is ezt célozzák, hanem geometriai interpretációt adnak a megoldások seregére és megmutatják, hogy ezeket hogyan lehet egyszerűen meghatározni.

A dolgozat jó stílusú, a tömör fogalmazás és nagyszámú képlet ellenére kifejezetten könnyen olvasható és érthető mű. Hiányérzetem elsősorban a fizikai analógiákat illetően és a mérnöki alkalmazásokat tekintve volt. A parametrikus görbék természetes értelmezése a mozgás, a deriváltjának a sebesség. Másrészt a görbe egy pontja a kontrolpontok kombinációja, azaz egy mechanikai rendszer súlypontja. Ezen analógiák alkalmazása rávilágíthat a tulajdonságokra, és egyes állítások a részletes bizonyítások nélkül is szemléltethetők. A mérnöki alkalmazásokban, elsősorban gépészeti és formatervezésben és számítógépes animációban a javasolt módszerek nyilván jól használhatók. Hiányoltam ugyanakkor egy áttekintést, hogy a Jelölt melyik módszerét milyen konkrét alkalmazásban ajánlaná, és az adott alkalmazás követelményei szerint ennek a megközelítésnek mik az előnyei és hátrányai más görbetípusokkal szemben (pl. interpoláló spline-ok, mint a Catmull-Rom, Kochanek-Bartels, vagy Renner spline, a subdivision görbék, stb.). A Jelölt cikkeiben nem csupán görbékkel, hanem parametrikus felületekkel is foglalkozott, amelyekre a dolgozat nem tért ki. Kérdésem, hogy a javasolt görbékből kapott felületek milyen új problémákat vetnek fel, amelyek a görbéknél nem jelentek meg.

A megfogalmazott három tézis a számítógépes geometriai tervezés új eredményei, azokat a Jelölt megfelelő számban és rangos helyeken publikálta. A publikációs helyek között a Computer Aided Geometric Design (IF 1.09) és a Computer-Aided Design (IF 2.15) a téma legrangosabb fórumaihoz tartozik. A tézisekhez kapcsolódó publikációk összesen több száz hivatkozást kaptak.

A téziseket elfogadom, a dolgozat nyilvános vitára bocsátását javaslom, az MTA doktora fokozat odaítélését támogatom.

Budapest, 2017. március 14.

……………………………………………………

Dr. Szirmay-Kalos László

egyetemi tanár