

Válasz Szirmay-Kalos László bírálatára

Mindenekelőtt köszönöm a bírálatot.

Az alkalmazásról

Az eredmények alkalmazását illetően előre kell bocsátanom, hogy konkrét ipari alkalmazásról nem tudok, azonban görbemodellezéssel foglalkozó matematikai és műszaki témájú publikációkban felhasználták, hivatkozták az eredményeket.

1. Ciklikus görbék

Kétségtelen, hogy a végpontban interpoláló görbeleírási módszerekkel, vagy a (racionális) B-szplájn görbével is lehet zárt görbéket modellezni. Ez azonban periodikus B-szplájn-görbével csak redundáns adatok megadásával lehetséges, végpontban interpoláló görbék esetén pedig a kontrollpontoknak geometriai kényszereket kell kielégíteniük (a folytonosság rendjének növelésével egyre bonyolultabbat), és az egybeeső kezdő- és végpontban a folytonosság rendje korlátozott, nem biztosítható a tetszőleges simaság. Ebben a javasolt ciklikus görbe mindenképpen jobb, bármely korábbi módszereknél.

Természetesen a ciklikus görbe nem lehet vetélytársa a leggyakrabban alkalmazott approximáló vagy interpoláló görbeleírási módszereknek, nem lehetne egy általános célú geometriai modellező rendszer magját képező görbeleírás. Inkább rétegigény kielégítésére alkalmas, ahol szingularitásmentes paraméterezésű, magas folytonossági rendű görbeleírás szükséges.

A ciklikus görbék egy képfeldolgozásbeli alkalmazását mutatja a Gu, K., Pati, D., Dunson, D.B., Bayesian Multiscale Modeling of Closed Curves in Point Clouds, *Journal of the American Statistical Association* **109**(508):1481–1494 (2014) hivatkozás, melyben orvosi képkalkító eljárásokkal kapott egyszeresen összefüggő síkbeli pontthalmaz határának zárt görbével való modellezésére dolgoztak ki új módszert. Ehhez a ciklikus görbét használták, és a rendszert agytumor, valamint fogak kontúrjának (a fogsor panorámaképén) detektálásával tesztelték.

2. B-szplájn-görbék alakmódosítása

A kontrollpontok segítségével leírt görbék leghatékonyabb alakmódosítása a kontrollpontok elmozgatása. Más eljárások akkor kerülnek előtérbe, ha a kontrollpontok helyzetét nem akarjuk megváltoztatni, és azt szeretnénk, hogy a módosított görbe az eredeti kontrollpontok konvex burkán belül maradjon. Vagyis nem drasztikus változtatást, hanem egyfajta finomhangolást akarunk végrehajtani. A dolgozatnak a NURBS görbék súlyának és csomóértékeinek változtatására szolgáló eljárásai is az utóbbi csoportba tartoznak. Az elméleti eredményekre épülő alakmódosítási eljárások kidolgozásánál interaktív tervezői

környezetet feltételeztünk. A hivatkozó cikkek között különböző műszaki területekhez tartozók is vannak, pl.

- Hu, S. M., Li, Y. F., Ju, T., Zhu, X.: Modifying the shape of NURBS surfaces with geometric onstraints, *Computer-Aided Design*, **33**(12):903–912 (2001)
- Li, K., Tan, H.-S., Misener, J.A., Hedrick, J.K., Digital map as a virtual sensor - Dynamic road curve reconstruction for a curve speed assistant, *Vehicle System Dynamics*, **46**(12): 1141–1158 (2008)
- Yang, Z., Wong, P.-K., Vong, C.-M., Lo, K.-M., Constraint-based adaptive shape deformation technology for customised product development, *International Journal of Materials and Product Technology*, **44**(1-2):1–16 (2012)
- Pérez-Arribas, F., Castañeda-Sabadell, I., Automatic modelling of airfoil data points, *Aerospace Science and Technology*, **55**(1): 449-457 (2016)

3. Szingularitásvizsgálat

Az eredmények alkalmasak interaktív tervezői környezetben szingularitások (csúcspont, eltűnő görbületű pont, önmetszéspon) detektálására, elkerülésére vagy biztosítására. A hivatkozó cikkekben elsősorban újabb bázisfüggvényekkel előállított görbék szingularitásainak vizsgálatára használták, pl.

- Zhao, H., Wang, G., Shape control of cubic H-Bézier curve by moving control point, *Journal of Information and Computational Science*, **4**(2):871–878 (2007)
- Cao, J. Wang, G., Relation among C-curve characterization diagrams, *Journal of Zhejiang University-Science A* **8**(10):1663-1670 (2007)
- Han, X.A., Huang, X.L., Ma, Y.C., Shape analysis of cubic trigonometric Bézier curves with a shape parameter, *Applied Mathematics and Computation*, **217**(6):2390–2404 (2010)

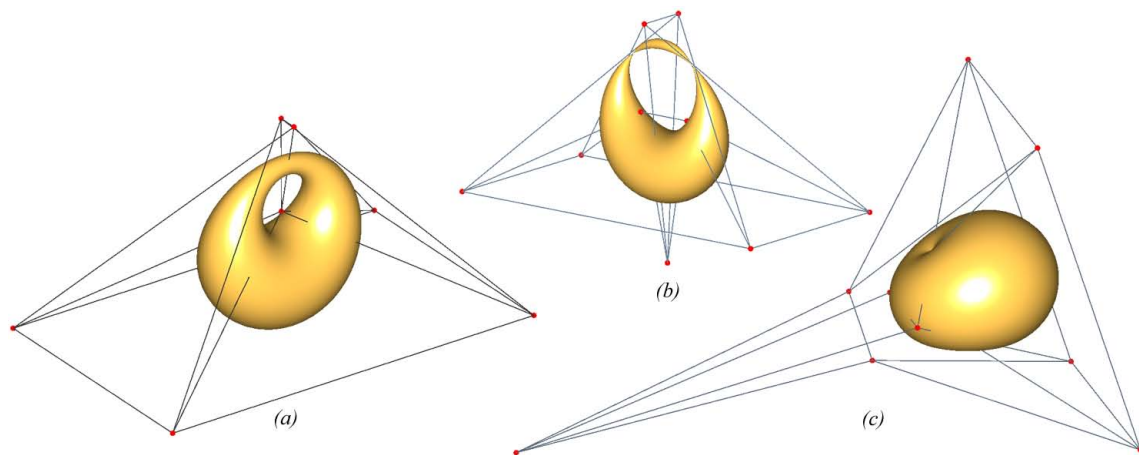
Kérdés

„A Jelölt cikkeiben nem csupán görbékkel, hanem parametrikus felületekkel is foglalkozott, amelyekre a dolgozat nem tért ki. Kérdésem, hogy a javasolt görbékből kapott felületek milyen új problémákat vetnek fel, amelyek a görbéknél nem jelentek meg.”

Válasz

i) A ciklikus bázisfüggvények alkalmazása felületek kontrollpontalapú leírásra nem okozott problémát. A ciklikus bázis alkalmas felületek egy széles osztályának (a dolgozat 2.4. tételének kiterjesztésével kapott) egzakt leírására. A ciklikus felületek különösen alkalmasak tóruossal homeomorf felületek (pl. véges rendű zárt trigonometrikus görbék adott tengely körüli elforgatásából kapott forgásfelületek) modellezésére. Ugyanakkor eg-

zaktul lehet velük leírni pl. az önmetsző és nem irányítható Steiner-féle római felületet. Racionális változatukkal pedig a Dupin-féle ciklideket és az önmetsző, nem irányítható Boy-féle felületet (a dolgozat hivatkozási listáján [45],[63] tételek). A mellékelt ábrán gyűrű, kürt- és orsó alakú Dupin-féle ciklideket, valamint az azokat meghatározó kontrollhálókat láthatjuk.



ii) A B-szplájn-felületek csomóértékeinek változtatásával fellépő alakmódosulások geometriai tulajdonságait a

Hoffmann, M., Juhász, I., Geometric Aspects of Knot Modification of B-spline Surfaces, *Journal for Geometry and Graphics*, **6(2)**:141–149 (2002)

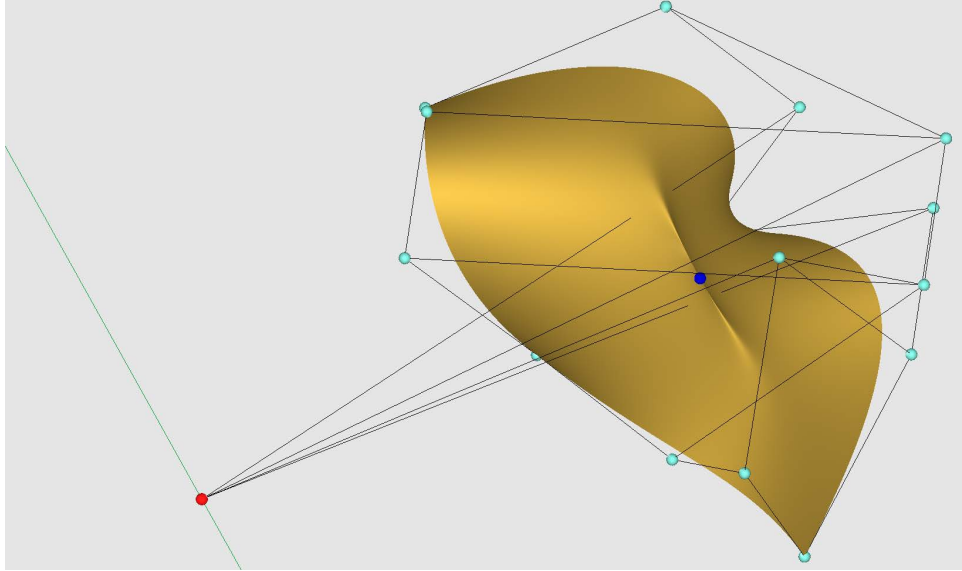
cikkben írtuk le.

Attól eltekintve, hogy a tenzorszorzatok alkalmazásából fakadóan bonyolultabb leírásra épül, a görbékkel analóg alakmódosítási lehetőségek kiterjesztése felületekre nem jelentett nagyobb nehézséget. Ezek alapján alakmódosítási eljárást kidolgozni azonban nem könnyű, ez vonatkozik a kényszerek specifikálására és a megoldásra is. $(3, 3)$ -fokszámú B-szplájn-felületre adtunk kényszeres alakmódosítási eljárást.

Hoffmann, M., Juhász, I., Constrained shape control of bicubic B-spline surfaces by knots, in Sarfraz, M., Banissi, E. (eds.) *Geometric modelling and Imaging, New trends, Proceedings of International Conference on Geometric Modelling and Imaging, GMAI 2006*, 5-7 July, 2006 London, UK, IEEE Computer Society, pp. 41–46

iii) A mozgó kontrollponton alapuló szingularitásvizsgálatnak a felületekre való kiterjesztése komolyabb problémát jelent. Minden lényegesen összetettebb lesz, pl. amely mértani hely a görbéknél egy felület, az a felületek esetén egy térfogatelem (térrész) lesz, aminek a határfelülete nehezen kezelhető. A felületi normális eltűnésére sikerült eredményt elérni. Ezt szemlélteti a mellékelt ábra $(3, 3)$ -fokszámú Bézier-felületre. (A kék gömbbel jelölt felületi pontban a normális eltűnik, ha a piros kontrollpont a zöld egyenesen van.)

Juhász, I. On vanishing normal of tensor product surfaces, in Proc. of *15TH International Conference on Geometry and Graphics*, 1–5 August, 2012, Montreal, Canada, Paper # 72, pp. 1–7



Miskolc, 2017. április 24.

Juhász Imre