

Válasz Dr. Vas László Mihály professzor bírálatára

Szekrényes András:

Delamináció nem szinguláris modellezése ortotróp kompozit lemezekben c. MTA doktori értekezéséről

Az alábbiakban tételesen megadom a válaszaimat professzor úr kérdéseire és megjegyzéseire. Az eredeti bírálat kérdései és megjegyzései minden esetben a szürke mezőkben szerepelnek.

#1.Megjegyzés: A szabálytalan, főleg rövidszálas szerkezetű erősítéseknél a tönkremenetel inkább a szálak, szálkötegek szintjén jelentkezik. E lokális tönkremeneteli módok azonban a rétegelt kompozitoknál is észlelhetők, sőt ezek delaminációk kiindulópontjai is lehetnek.

#2.Megjegyzés: A kvázistatikus terhelések (hajlítás, húzás, nyírás, csavarás) során is gyakran jönnek létre ilyen típusú lokális károsodások, amelyeket illetően nem idéz publikációkat, holott az értekezés lemezhajlítási problémával foglalkozik.

Válasz (#1. és #2. megjegyzésekre): Köszönöm a kiegészítéseket, ezek a dolgozatban valóban nem szerepelnek, de az ezt követő munkáimban figyelembe fogom venni.

#3.Megjegyzés:

- A Reddy-féle elmélet fontosságát jelzi, hogy a dolgozat egészében az irodalomjegyzék 106 idegen publikációjára összesen 150, míg ezen belül Reddy könyvére 25, Jelölt 20 közleményére 36 hivatkozás található.
- Másfelől, nem érthető, hogy Reddy-nek csak egyetlen publikációja, a 2004-ben kiadott könyve szerepel az irodalomjegyzékben, hiszen Reddy-nek ezt megelőzően és követően is számos témához kapcsolódó publikációja jelent meg.

Válasz: Ismét köszönöm az észrevételt. Reddy könyvéből nagyon sok olyan dolog került felhasználásra, amely alapvető és pl. cikkekben nincs leírva. Ilyen pl. a virtuális munka elvének

részletes alkalmazása, a teljes potenciális energia felírása, vagy a magasabb rendű igénybevételek definíciója. Szeretném azt is megjegyezni, hogy a Reddy-féle elmélet tényleg jelentős, azonban a Reddy-féle elmélet alapját valójában Mark Levinson találta ki 1980-ban (*Mechanics Research Communications 1980, Vol. 7(6), 343-350*). Reddynek valóban sok munkája van, de ebben a dolgozatban az életművéből mást nem használtam fel.

#4.Megjegyzés: Itt (1.3 fejezetben) jegyzi meg, hogy ez „a formuláció érvényes bármilyen anyagból készült laminált kompozit lemezekre (pl. polimer mátrixú kompozitokra), amelyek lineárisan rugalmas anyagként viselkednek.”

E feltevés egyelőre elégnek tűnik, azonban, tekintettel arra, hogy a cél a tönkremeneteli folyamatok kérdéskörét is magába foglalja, legalább is később meg kellett volna határozni, hogy ez milyen – esetleg anyagfüggő – korlátok között lehet igaz. Különösen a célba vett polimer kompozitok esetén, amelyeknél még a sűrűn térhálós gyanta mátrix is mutat entrópiarugalmas mikrodeformációt, s ennek révén késleltetett rugalmas, tehát energiadiSSIPatív viselkedést.

Válasz: A kompozitok mechanikája területen a rétegelt lemezek és héjak esetén a legtöbb esetben a szerkezet anyagi viselkedése mentes mindenféle nemlinearitástól és időfüggéstől. Pl. Reddy könyvében a nemlinearitás kizárólag geometriai nemlinearitásként jelenik meg és az anyag minden esetben lineárisan rugalmas. A dolgozat 1.2 fejezetében van szó a lineárisan rugalmas törésmechanika alkalmazásáról, amely csak akkor érvényes, ha az anyag klasszikus értelemben véve lineárisan rugalmas. Az 1.3 fejezetben ennek megfelelően történt meg a megjegyzésben szereplő kijelentés.

#5.Megjegyzések, kérdések: Nem világos a rétegrend és megválasztásának indokai.

- Mit jelöl a '0'? Egy szálpaplan, vagy unidirekcionális erősítésű réteget? Az utóbbi esetben az erősítőszálak melyik tengellyel párhuzamosak, az X-el, vagy Y-al? Továbbá, ha a 0 unidirekcionális erősítést jelöl, akkor ez milyen módon megvalósított szerkezetet jelent? Ha pl. szövessel, akkor a vetülfonalak révén vannak keresztirányú szálak/fonalak is, még ha a főirányhoz képest jelentősen kisebb arányban is.
- Mit jelent a $\pm 45^f$ jelölés? Vajon ez egy 45° -al elforgatott szöveterősítésű réteg, vagy két unidirekcionális rétegből áll, ahol a referenci irányhoz képest az egyik $+45^\circ$ -al, a másik -45° -al elforgatott? Egyébként csak a 6. fejezetben (56. oldal) derül ki, hogy az f-index szövetet (f=fabric) jelöl. A szerkezetileg egyetlen réteget alkotó szöveterősítésnek ellentmondani látszik az ábrán a IV. eset, ahol a felső $\pm 45^f$ réteg két ESL rétegre van osztva. Ráadásul, az általában nem kvadratikusszövetek miatt, még az sem mindegy, hogy a szövet lánciránya $+45^\circ$ -al, vagy -45° -al van elforgatva.
- A rétegrend felülről lefelé: $\pm 45^f/0/\pm 45^f/0/\pm 45^f/0/\pm 45^f$; a rajz mutatóvonalai szerint ez rendre 1/1/2/1/2/1/1 jelölt réteggel adja ki a 9-et. Tehát nem érthető, hogy a szövetek miért felelnek meg a belső részen 2, míg a felületeken csak 1 rétegnek?
- Az sem érthető, hogy miért van rögzítve a felső $\pm 45^f$ jelű réteg vastagsága 0,5 mm-re? Azt jelentené ez, hogy a többi réteg is ilyen vastag? A gyakorlatban ezt nagyon nehéz lenne beállítani egy ilyen összetett szerkezet esetén.

- Végül, az sincs indokolva, hogy miért ilyen szimmetriájú a rétegrend? Ugyanis a szerkezet ugyan a középsíkra szimmetrikus, de középen egyetlen 0-réteg van, így az egyébként 4 különböző helyzetben definiált delaminációs repedéssíknak nem lehet (egy ötödik) szimmetrikus középhelyzete, ami pedig esetleg kiegészítő összehasonlítási alapul szolgálhatna.

Válasz:

- A 0 egy unidirekcionális réteget jelöl, amelyben a szálak a globális X tengellyel párhuzamosan futnak. Elméletileg egy 0 jelű rétegben csak X -el párhuzamos szálak vannak és keresztirányban nincsenek szálak/fonalak. Szeretném megjegyezni, hogy mechanikai modellezés szempontjából az anyagi viselkedés ortotróp, amely valójában nem veszi figyelembe az esetleges egyenetlen száeloszlást, vagy pl. a keresztirányú vetülékfonalakat. A modellhez csak a rugalmas anyagi jellemzőkre van szükség.
- A $\pm 45^f$ jelölés azt jelenti, hogy ez szöveterősítésű réteg, amely két unidirekcionális rétegből áll, ahol a referenciairányhoz képest az egyik $+45^\circ$ -kal, a másik -45° -al van elforgatva. Reddy könyvének 83. oldala szerint az elemi réteg (lamina vagy ply) a kompozit anyag alapvető építőelemeként fogható fel. Ezek szerint egy darab elemi rétegben azonosak az anyagtulajdonságok. Reddy könyvének 84. oldalán található egy ábra, amely azt mutatja, hogy az elemi rétegek hogyan építik fel a teljes lemezt. Az ábrán mindegyik rétegben a vastagság mentén csak egy darab szál van, ez a jelölés viszont csak jelképes. Ez könnyen belátható, ha pl. az ugyanezen könyv 317. oldalán megadott szövegben illetve a 316. oldalon látható ábrán megfigyeljük a rétegfelépítést, és azt a tényt, hogy a lemez befoglaló méretei változnak és egy bizonyos rétegfelépítésnél Reddy az a/h viszonyt állandó értéken tartja. Az a a lemez egyik befoglaló mérete, a h pedig a vastagsága. Ha ez a viszony és a rétegfelépítés is állandó, akkor fizikailag ez csak úgy valósítható meg, hogy a vastagságot úgy növelem, hogy egy darab elemi rétegben a vastagság mentén nem csak egy, hanem több szál helyezkedik el. A IV. esetben ennek megfelelően lehet értelmezni azt, hogy a $\pm 45^f$ jelű réteg vastagsága fix, de a vastagság mentén több ilyen réteg is elhelyezkedhet, amelyek között már megjelenhet a delamináció.
- A rétegfelépítés helyesen: $[\pm 45^f/0/\pm 45_2^f/0/\pm 45_2^f/0/\pm 45^f]$, azaz a középsíkban lévő 0-ás réteghez képest alul és felül is kettő darab szöveterősítésű réteg van. Az említett rajzon a mutatóvonalak csak kiegészítő szerepűek és a $\pm 45^f$ -os rétegeknél azt jelzik, hogy elvileg ezek lokális középsíkjában is megjelenhet delamináció.
- A rétegvastagság megadásánál elismerem, hogy gyártástechnológiai szempontból bizonyosan nem a vastagságot rögzítik a gyártás elején. Szeretném viszont megjegyezni, hogy a dolgozatban vizsgált feladatoknál a mechanikai modellezéshez szükséges összes adatot hiánytalanul megadtam. Az említett ábrának megfelelően, minden réteg 0.5 mm vastagságú.
- A rétegfelépítés azon megfontolás alapján lett kiválasztva, hogy a delamináció vastagság menti pozíciója legalább négy esetben vizsgálható legyen. Ha pl. globálisan aszimmetrikus rétegfelépítést vizsgáltam volna, akkor jogos lehetett volna az a kérdés, hogy hogyan néznek ki az eredmények szimmetrikus rétegfelépítés esetén. A megközelítésem az volt, hogy mivel a dolgozat tartalma véges, így kezdjük a vizsgálatot egy szimmetrikus rétegfelépítéssel. Megjegyzem, hogy a modell lehetővé teszi, hogy a középsíkban delaminált lemezt

vizsgáljuk. Erről az esetről több cikk is publikálásra került, ezek a dolgozatban: *Szekrényes, 2012; 2013a; 2013b; 2014a; 2014b; 2014d*. Az eredmények azt mutatták, hogy ez az eset nem sokban tér el a dolgozatban tárgyalt I. esethez képest.

#6.Megjegyzés: E definíció (szemi-réteg modell) véleményem szerint nem tekinthető matematikai értelemben vett, lényegi tulajdonságokat megfogalmazó definíciónak, hanem inkább az alkalmazott rétegmodellt illető elnevezések bevezetésének. Hiányzik az itt szereplő „lokális referencia sík” – és a 2.3. ábrán a „globális referencia sík” – egyértelmű értelmezése. Az olvasó csak következtetni tud arra, hogy ezek feltehetően a lemezelméletben szokásos módon a középsíkok lehetnek. Ezt erősíti meg a 2.2. és 2.3. ábrák is, illetve Jelölt jóval később, a 15. oldalon a (2.21) képlet alatti második sorban zárójelben utal arra, hogy a lokális referencia síkok középsíkok, másfelől a 3.1. fejezetben (20. oldal) jegyzi meg, hogy a globális referenciasík, Reddy-t követve, a modell középsíkjával egyezik meg.

Válasz: Az elnevezéssel kapcsolatos megjegyzéssel egyetértek. A lokális referenciasíkok az egyenértékű rétegek referenciasíkjai. Elméletileg ezek a rétegen belül bárhol lehetnek, nem szükséges, hogy a középsíkok legyenek. A globális referenciasíkkal hasonló a helyzet. Elméletileg a teljes lemezvastagságon belül bárhol lehet, de fizikailag a legjobb eredményt az adja, ha a középsíkot választjuk. Szeretném megjegyezni, hogy pl. szendvics lemezek esetén a delaminált részen nem ad helyes eredményt az, ha a középsíkokat választjuk referenciasíkoknak. Ennek oka, ha a maganyag jóval lágyabb a borítóréteghez képest, akkor a delaminált részek "semleges" (vagy referencia-) síkja a borítórétegek középsíkja lesz.

#7.Kérdés: A transzverzális nyúlás nélküli lehajlás mennyire korlátozandó az alapfeltételek teljesüléséhez?

Válasz:

A transzverzális, vagy vastagság menti elmozdulás és alakváltozás rétegelt kompozit lemezeknél igen csekély, elhanyagolható mértékű. Így az alapfeltevéseket ez nem befolyásolja. Léteznek olyan "layerwise" elméletek, amelyek a transzverzális alakváltozást is figyelembe veszik. Ezek szerepe azonban inkább az, hogy a vastagság menti normálfeszültségre adjanak pontos megoldást és nem a lehajlásfüggvényre. A számítási tapasztalatom az, hogy a 3D-s végelem modellben a vastagság menti modulus igen tág határokon belüli változtatása mellett az eredmények nem változnak érdemben.

#8.Megjegyzés: Véleményem szerint a (2.2)-(2.6) feltételek valójában szokásosak, alkalmazásuk jól ismert. Hasonló paraméterérzékenységet csökkenő, illetve a robosztusságot növelő paraméter-eliminációt számos esetben alkalmaznak, pl. a polinomokkal való közelítések és a spline-ok esetén is.

Válasz: A rétegelt és delaminációt tartalmazó kompozit lemezekkel foglalkozó szakirodalomban sehol nem találkoztam a (2.2)-(2.6) egyenletekkel. El kell ismerni, hogy Reddy könyvében és számos más munkában van szó az elmozdulások rétegek közötti folytonosságáról. Viszont, véleményem szerint a (2.3)-(2.6) feltételek egyáltalán nem maguktól értetődőek. A (2.4) feltétel a szögváltozások folytonosságát adja meg, holott kontinuummechanikában az ilyen feladatoknál a

feszültségek folytonosságát szokták előírni. Utóbbi feltétel a dolgozatban bemutatott modellek-nél nem működik (ezt konkrét számítások alapján tapasztaltam), ellenben a (2.4) alkalmazása esetén mindig helyes eredményt kaptam. A (2.5) és (2.6) feltételekkel sem találkoztam sehol a szakirodalomban. A csúsztató feszültségek folytonosságából kiindulva az tűnhet helyesnek, hogy a (2.5) és (2.6) feltételeket is feszültségekre írjuk elő és nem szögváltozásokra.

Delaminált lemezek feladatainak megoldása során azt tapasztaltam, hogy a repedéscsúcs miatti perturbáció a megadott (2.4-2.7) feltételek nélkül a transzverzális nyírófeszültségek jelentős oszcillációjához vezet. Ennek további eredménye az, hogy pl. negatív értékű eloszlást kapunk a J-integrálra, ami fizikailag helytelen. Véleményem szerint delaminációt nem tartalmazó lemezeknél valóban szokványosnak tűnhetnek a megadott feltételek, amelyekkel a modellméret csökkenthető. Hozzá kell tenni, hogy az ilyen (anyaghibától mentes) feladatok esetén a modellméret töredéke annak, ami delaminált lemezeknél adódik. Delaminációt tartalmazó lemezeknél viszont ezek a feltételek azért fontosak, mert csak ezek alkalmazásával lehet eljutni egy fizikailag helyes megoldáshoz. Szeretném hozzátenni, hogy a (2.2)-(2.6) feltételekhez az is hozzátartozik, hogy a ezeket a delaminált és nem delaminált részekben máshogy kell alkalmazni. Végül azt is szeretném elmondani, hogy a felírt feltételek végső alakjához számos példa megoldásán keresztül nagyjából 4 év alatt jutottam el.

Delaminációt tartalmazó lemezeknél pl. logikusnak tűnhet az a megközelítés, hogy csak a síkbeli elmozdulások folytonosságát írjuk elő, és a delamináció miatti perturbáció hatására majd kialakul egy helyes feszültségeloszlás. Ez azonban egy rossz megközelítés, mert ekkor a transzverzális nyírófeszültségek jelentős oszcillációt mutatnak, amelyből a J-integrál negatív értéke is adódik.

Végül megjegyezném, hogy a megadott feltételekkel nem csak egy eloszlásalak vagy egy görbe alatti terület minél jobb közelítése a cél, hanem az is fontos kritérium, hogy a feltételekből adódó leíró PDE rendszernek legyen matematikai megoldása és a megoldás mechanikailag is helyes legyen.

#9.Megjegyzés: A (2.7) feltétel mélyebb indoklásaként az említett merevítő hatás lényegét ismertetni kellene itt, még akkor is, ha ennek tárgyalása/bizonyítása későbbi fejezetekben történik, amelynek helyére szintén utalni kellene.

Válasz: A merevítő hatással kapcsolatos megjegyzéssel egyetértek. Ezt lehetett volna mélyebben ismertetni. Terjedelmi korlátok miatt úgy gondoltam, hogy a dolgozatban csak a működő megoldásokkal foglalkozom.

#10.Megjegyzés: A #6. Megjegyzéshez csatlakozva, a 12. oldalon található definíció is voltaképpen eljárás és paramétertípus elnevezés, amely a kidolgozott ESL-modell szerves része.

Válasz: A megjegyzéssel egyetértek.

#11.Megjegyzés: A (2.1) és (2.8) tömör vektoregyenlet formába írható (ld. a Bírálat F1. Függelékét), amelyeket összehasonlítva, jól szemléltethető és elemezhető lenne a paraméter-elimináció hatása.

Válasz: A megjegyzéssel egyetértek. Megjegyzem, hogy az általam alkalmazott jelölés véleményem szerint jól kihangsúlyozza a K_{ij} multiplikátor mátrixok szerepét és jól összeegyeztethető a 17. oldalon található egyensúlyi egyenletek invariáns alakjával.

#12.Megjegyzés: A nemszinguláris viselkedés akkor érvényesül, ha előírjuk, illetve biztosítjuk, hogy a (2.36)-(2.37) egyenletekben a $\psi(p)_j$ ($p = x, y$) elsődleges paraméterfüggvények nem vezetnek szingularitáshoz a feszültségek számításánál. Hogy ez hogyan történik, arra is utalni kellene.

Válasz: A megjegyzéssel egyetértek. A szinguláris megoldások során általában valamilyen feltételezett (szinguláris függvényt tartalmazó) potenciálfüggvény segítségével állítják elő a megoldást, amelyből először a feszültségmezőt, aztán az alakváltozási mezőt, végül pedig az elmozdulásmezőt számítják ki.

A dolgozatban a megoldás menete pont fordított, azaz először az elmozdulásmezőt feltételezzük és abból számoljuk az alakváltozást, illetve a feszültségeket. A 2.1 és 2.2 ábrák alapján látható, hogy az egyes elmozdulásparáméterek a konstans, lineáris, kvadratikusan és harmadfokú tagok szorzói a síkbeli elmozdulásfüggvényekben. Mivel egy mechanikai modellben a síkbeli elmozdulás mindig véges érték, így nincs ok azt feltételezni, hogy az elsődleges paraméterek szingulárisok lehetnek. Elismerem, hogy ezt meg lehetett volna jegyezni.

#13.Megjegyzés: Nem világos, hogy – ellentétben a 2.2.b. és 2.3.b. ábrákkal – a 3.1.b. és 3.2.b. ábrákon a nyíróalakváltozás függvény az SSDT esetében miért szakadásos?

Válasz: Az SSDT elmélettel végzett számítás a irodalomjegyzék szerinti *Szekrényes, 2015* cikkben található meg. Ebben a cikkben a szögváltozások folytonosságára vonatkozó feltételt még nem publikáltam. A szögváltozások folytonosságát elő lehetne írni, de véleményem szerint nem lenne alapvető változás az eredményekben.

#14.Megjegyzés: Jelölt nem indokolja kielégítően, hogy miért ezek lettek választva elsődlegesnek, és itt nem tárgyalja, hogy az autokontinuitási paramétereknek mi lenne a kitüntetett szerepe. Ezzel kapcsolatban a 4. fejezetre utal.

Válasz: Az elsődleges paraméterekkel kapcsolatban azért nincs indoklás, mert több olyan eset is létezik, amelyik működik. A dolgozatban kiemeltem, hogy javasolt a forgásokat elsődleges paraméternek tekinteni, mert a hozzájuk tartozó nyomatékok fizikailag világos igénybevételek. Ennek ellenére elképzelhető, hogy olyan eset is helyes eredményt adna, amikor a forgások másodlagos paraméterek. A kielégítő indokláshoz az összes paraméter-eliminációra vonatkozó esetet végig kellett volna számolni. Ez a dolgozat kereteit meghaladta volna.

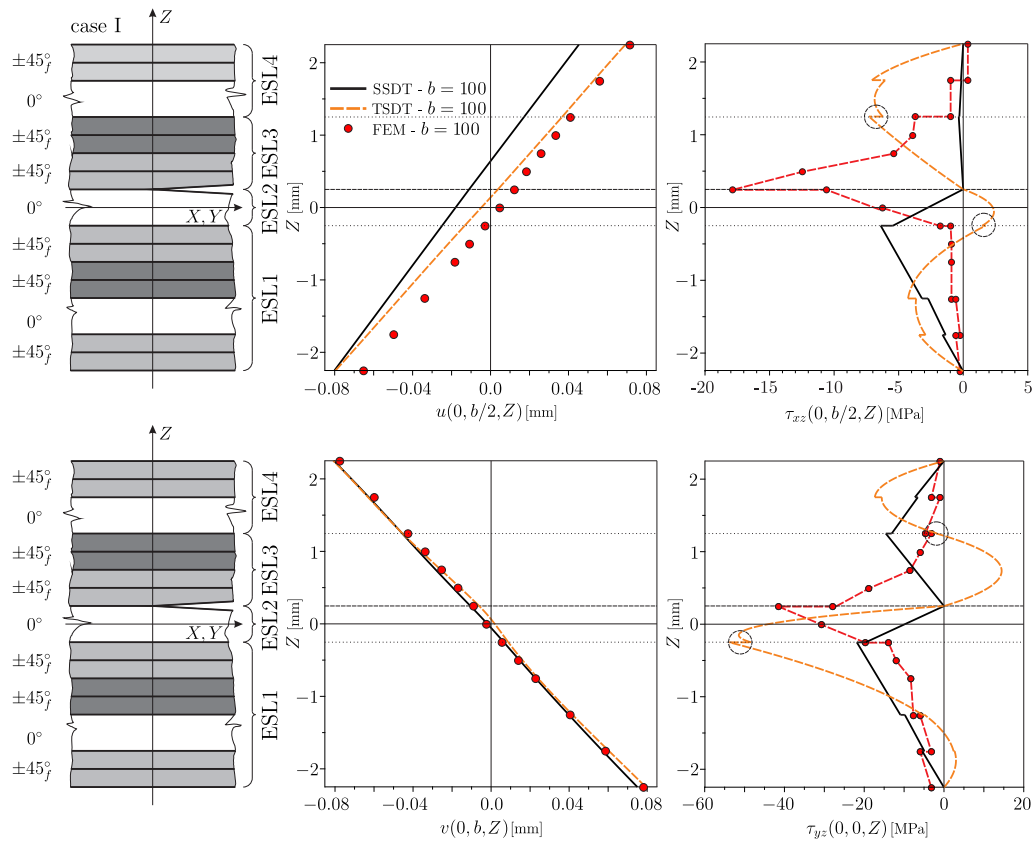
Véleményem szerint az autokontinuitási paramétereket a 3.1 fejezetben megmagyarázni úgy, hogy az érthető is legyen nehéz lett volna, illetve erre már a terjedelmi korlát sem adott lehetőséget. Az autokontinuitási paraméternek azt kell megjelölni, amely paraméter szerepel a nem delaminált rész elsődleges paramétereinek vektorában, de nem szerepel a delaminált rész elsődleges paramétereinek vektorában, vagy fordítva. Azért utaltam a 4. fejezetben ebben a tekintetben, mert véleményem szerint célszerűbb inkább egy konkrét példán keresztül bemutatni az AC paraméter szerepét, mint pusztán csak megadni egy magyarázatot, amiből további kérdések merülhetnek fel.

#15.Megjegyzés: Véleményem szerint, az SSCC feltétel értelmezését az első bevezetésénél a 2.1. fejezetben kellett volna pontosan definiálni mind a delaminátlan, mind a delaminált részekre.

Válasz: Szeretném megjegyezni, hogy a 2.1 fejezetben le van írva, hogy ahelyett, hogy a szabad felületeken zérus értékű nyírófeszültségeket írunk elő, azokat azonos értéknek vesszük. Itt azt szerettem volna hangsúlyozni, hogy az SSCC feltétel a dinamikai peremfeltétel egy alternatívája.

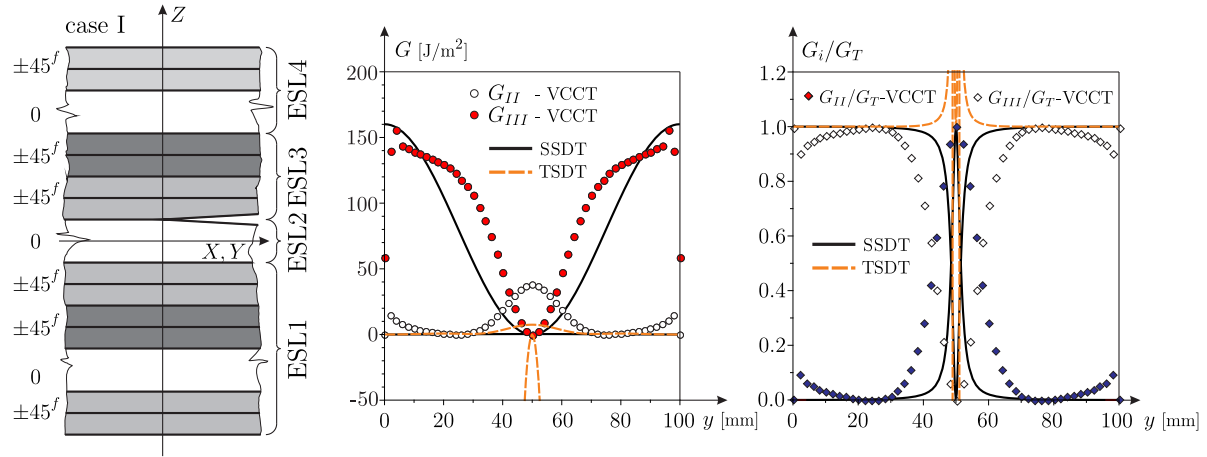
#16.Megjegyzés: Úgy vélem, hogy az SSCC alkalmazási feltételeit illető kérdés elég fontos ahhoz, hogy a szóban forgó oszcillációk természetét Jelölt részletesebben tárgyalja.

Válasz: Az oszcillációk akkor fordulnak elő, ha mellőzzük a (2.5) és (2.6) feltételeket a TSDT megoldás esetén, valamint akkor ha nem írjuk elő az SSCC feltételt az SSDT megoldás esetén. A megjegyzéssel egyetértek. Szeretném viszont megjegyezni, hogy a dolgozatban a működő megoldásokat foglaltam össze, és a terjedelmi korlát miatt nem volt már lehetőség a nem működő megoldások tárgyalására. A megjegyzéssel kapcsolatban néhány ábrával szeretném bemutatni, hogy hogyan néznek ki az oszcilláló megoldások eloszlásfüggvényei.

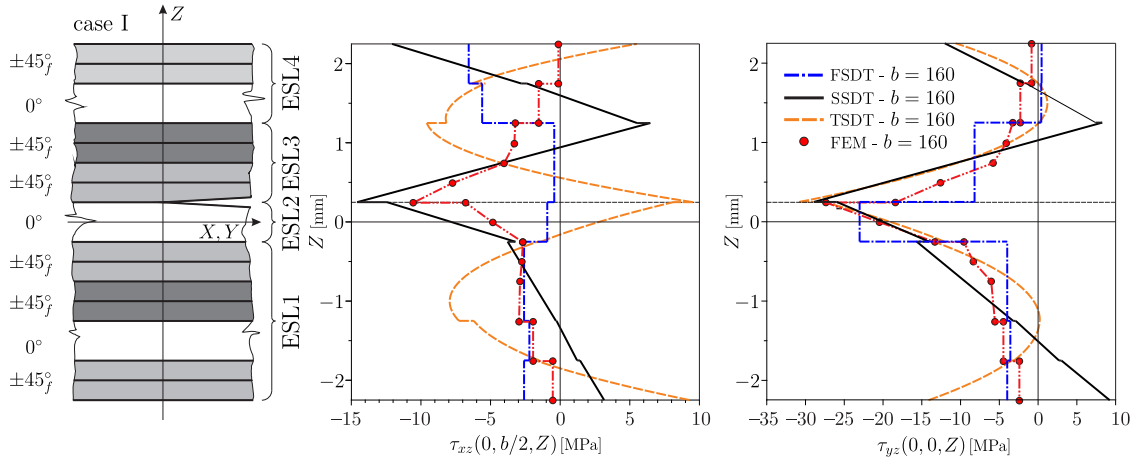


1. ábra. A síkbeli elmozdulások és nyírófeszültségek eloszlása a delaminációs front menti keresztmetszetekben figyelembe véve a dinamikai peremfeltételt és a szögváltozások (SSDT, TSDT) és azok deriváltjainak (TSDT) folytonosságát a kapcsolósíkok mentén, I.eset, 4ESL módszer.

Először nézzük meg, hogy mi történik akkor, ha pl. a harmadrendű elmélet (4ESLs) esetén előírjuk a dinamikai peremfeltételt, továbbá az ESL-ek között előírjuk a fajlagos szögváltozások és azok deriváltjainak folytonosságát, viszont nem írjuk elő azok második deriváltjainak folytonosságát. Az 1. ábrán a síkbeli elmozdulások és a transzverzális nyírófeszültségek eloszlása van kirajzolva a delaminációs front menti keresztmetszetekben. Az u és v elmozdulásoknál nem olyan jó az egyezés, mint a dolgozatban bemutatott modelleknél. A nyírófeszültségeknél a karikával jelzett pontokban nincs előírva a második deriváltak folytonossága és jól látható, hogy



2. ábra. A J-integrálok és a módusok arányának eloszlásai a delaminációs front mentén figyelembe véve a dinamikai peremfeltételt és a szögváltozások (SSDT, TSDT) és azok deriváltjainak (TSDT) folytonosságát a kapcsolósíkok mentén, I.eset, 4ESL módszer.

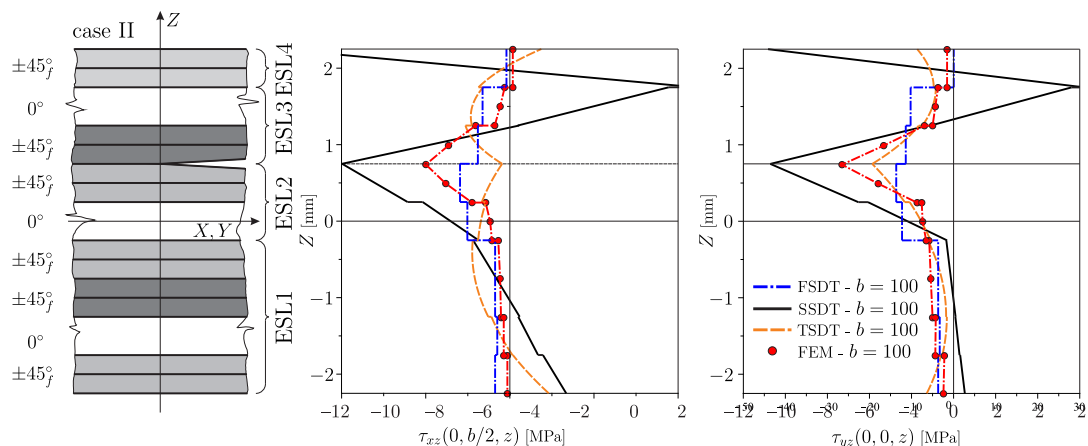


3. ábra. A transzverzális nyírófeszültségek eloszlása a delaminációs front menti keresztmetszetekben az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - I. eset.

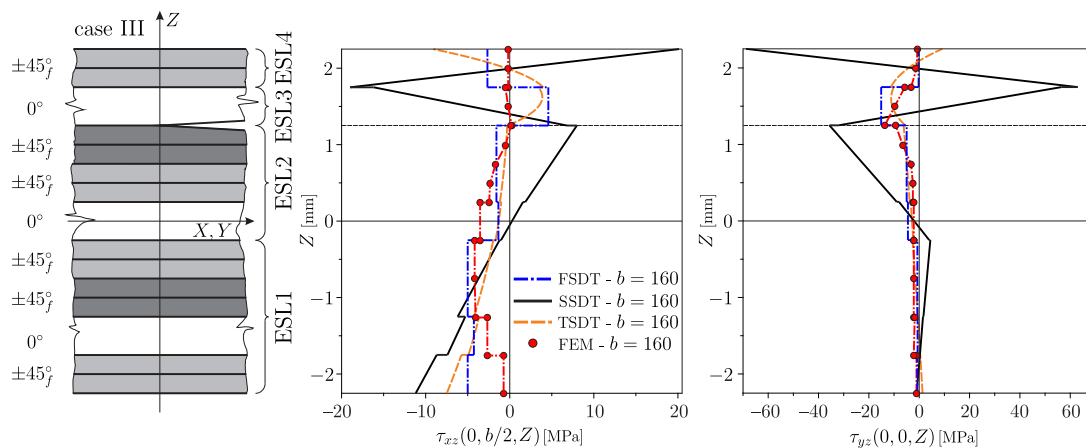
ebből adódik az eloszlások oszcilláló jellege. Hasonló oszcillációhoz vezet az, ha a deriváltak folytonosságát sem írjuk elő. A megoldás nem megfelelőségét azonban leginkább az mutatja és igazolja, ha kiszámoljuk a J-integrál eloszlását a delaminációs front mentén. Ez látható a 2. ábrán, ahol a G_{II} -nél pontatlan a becslés, G_{III} esetén pedig negatív eloszlás adódik, ami fizikailag elfogadhatatlan.

Hogy lássuk, az SSCC feltételnek milyen hatása van, ahhoz vegyük azt az SSDT (4ESL) modellt, amelyben ezt a feltételt nem írjuk elő (megjegyzem, a dinamikai peremfeltételt sem). Az eredményeket a 3-6. ábrák mutatják a nyírófeszültségek eloszlására vonatkozóan. A két másik megoldás (FSDT és TSDT) megegyezik a dolgozatban közltekkel (a TSDT esetén nincs előírva az SSCC feltétel). Jól látható, hogy az I. esettől haladva az IV. esetig egyre nagyobb értékeket érnek el a csúcsok az SSDT megoldás szerint. A IV. esetben már akkora a csúcérték, hogy a VE megoldás csak egy egyenes vonalként látszódná, ha a fekete vonalhoz igazítanánk a skálát.

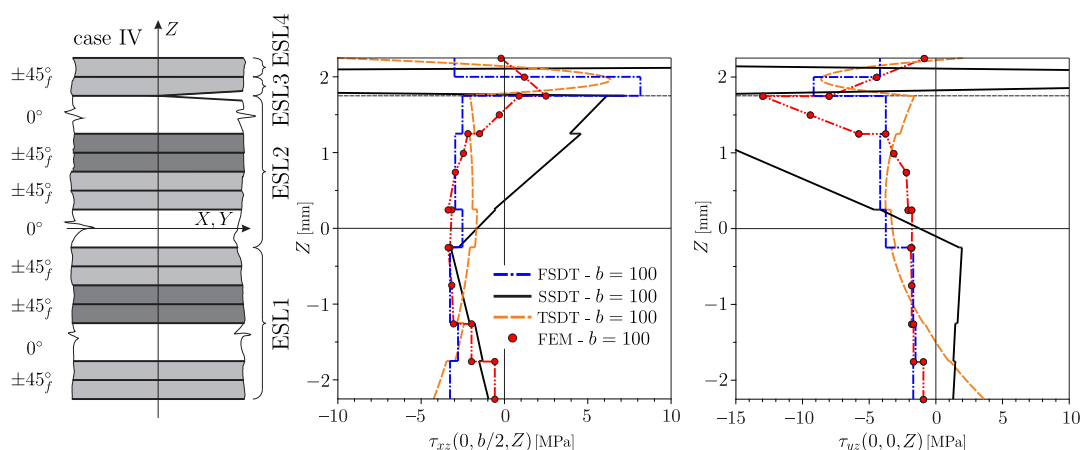
A 7.-10. ábrákon a J-integrál eloszlások azt mutatják, hogy az SSCC feltétel nélkül a III.



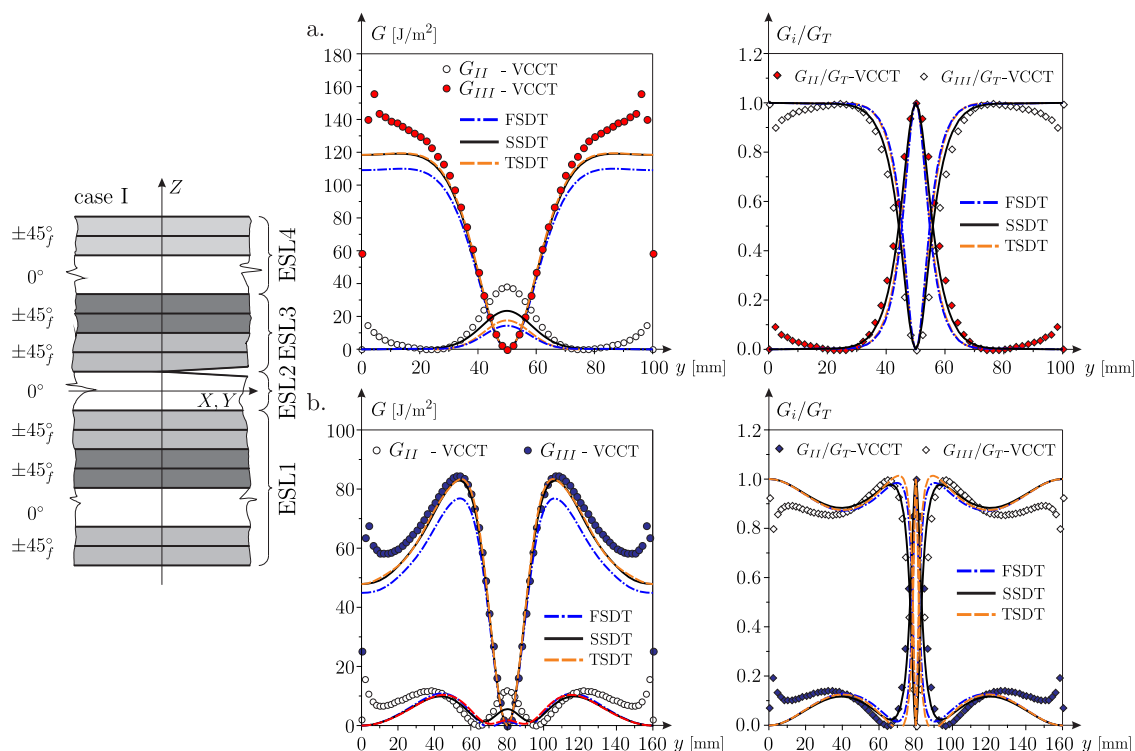
4. ábra. A transzverzális nyírófeszültségek eloszlása a delaminációs front menti keresztmetszetekben az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - II. eset.



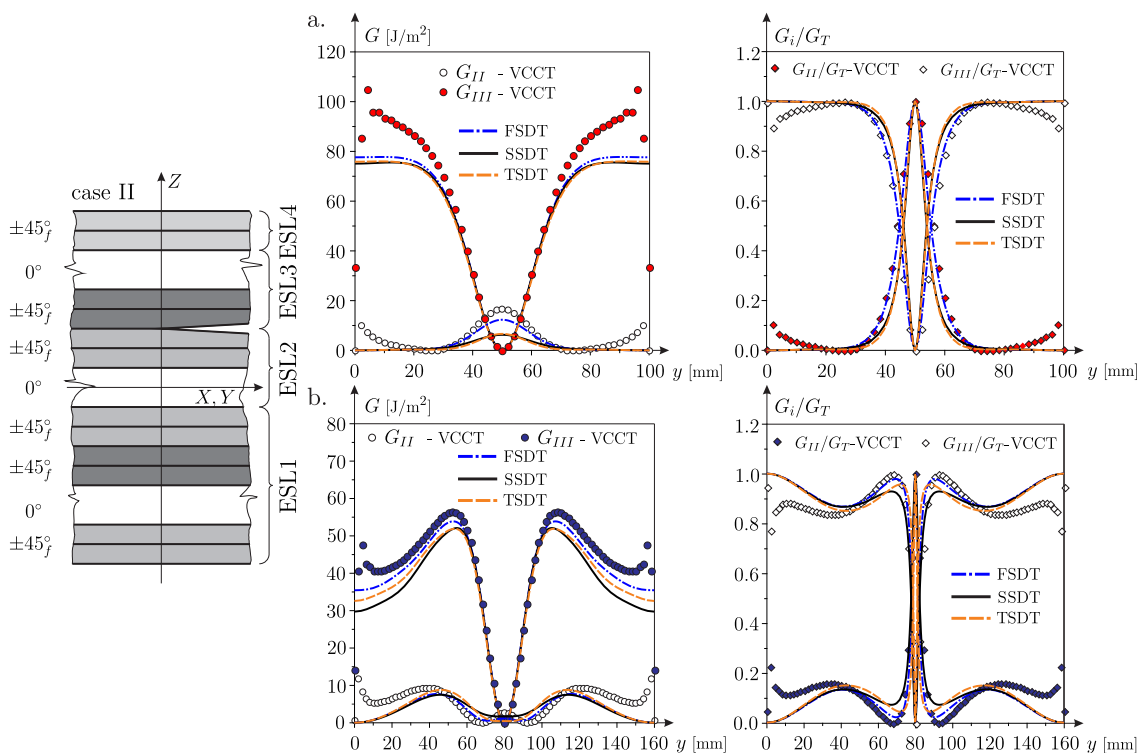
5. ábra. A transzverzális nyírófeszültségek eloszlása a delaminációs front menti keresztmetszetekben az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - III. eset.



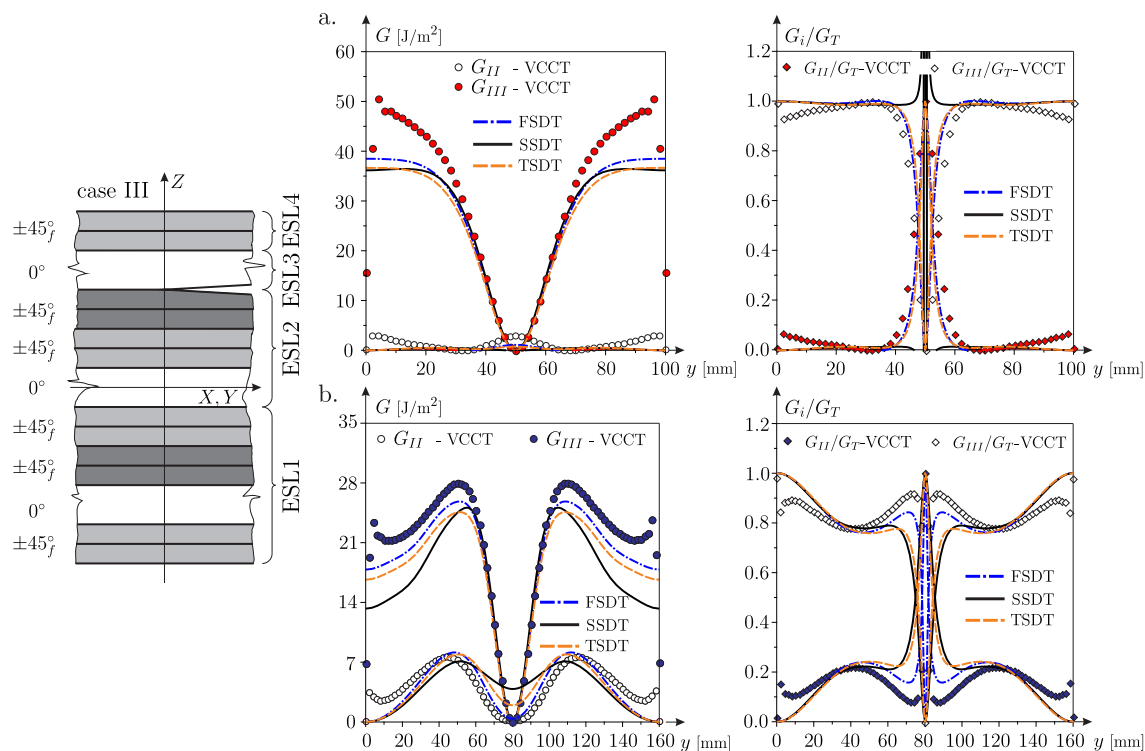
6. ábra. A transzverzális nyírófeszültségek eloszlása a delaminációs front menti keresztmetszetekben az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - IV. eset.



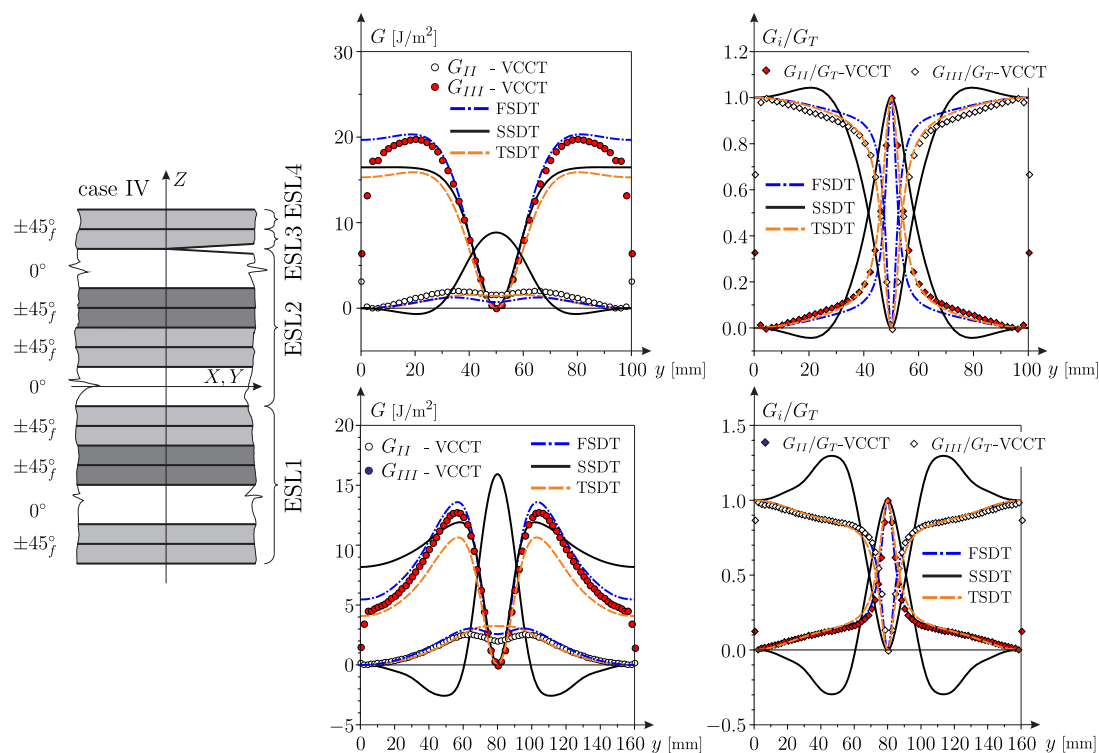
7. ábra. A J-integrál és a módusok arányának eloszlása a delaminációs front mentén az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - I. eset.



8. ábra. A J-integrál és a módusok arányának eloszlása a delaminációs front mentén az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - II. eset.



9. ábra. A J-integrál és a módusok arányának eloszlása a delaminációs front mentén az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - III. eset.

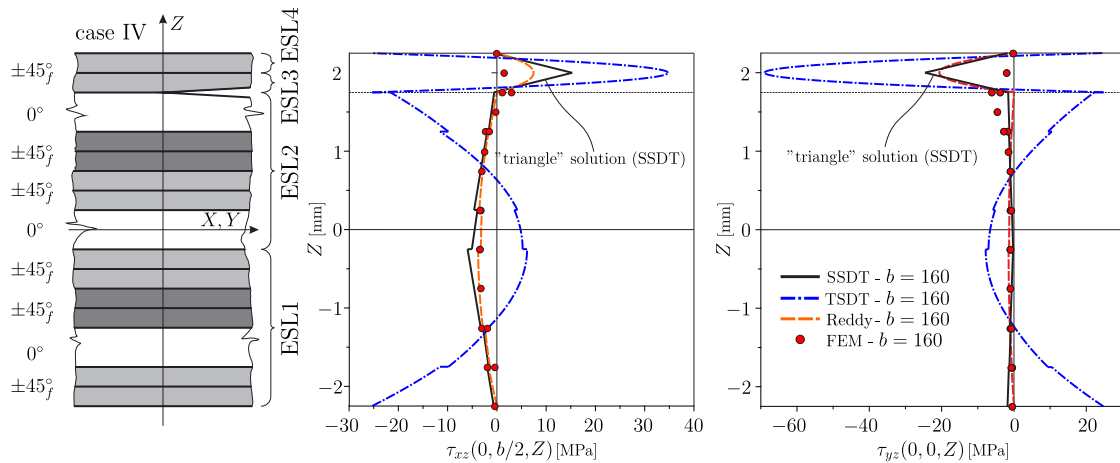


10. ábra. A J-integrál és a módusok arányának eloszlása a delaminációs front mentén az FSDT, SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel nélkül - IV. eset.

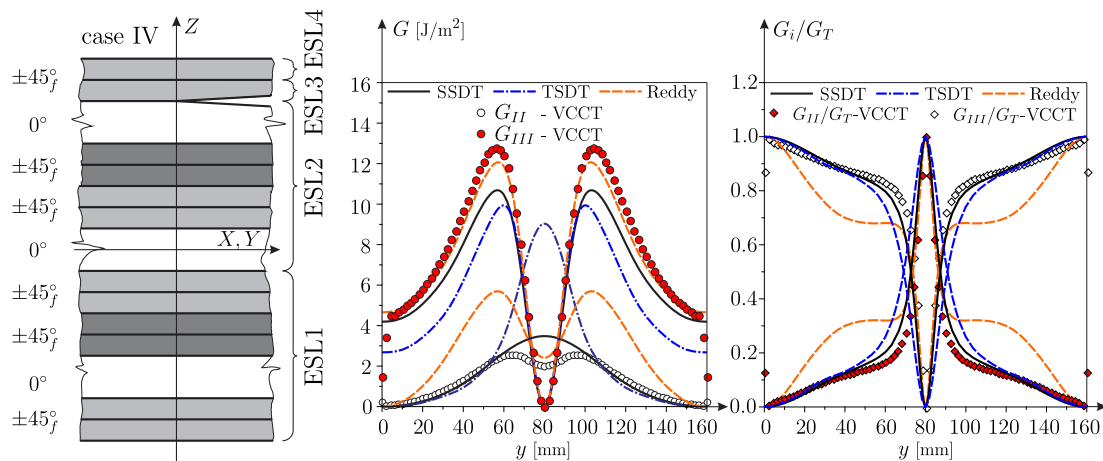
esetben (9. ábra, $b = 100$ -nál) rossz az eredmény, mert a G_{II} -nél az eloszlásnak negatív értéke is van. A IV. esetben pedig már nem elfogadható a megoldás.

Az SSCC feltétel a harmadrendű elméletre is alkalmazható. hatása viszont pont ellentétes azzal, amit az SSDT-nél tapasztaltam. A TSDT-re előírt SSCC feltétel hatását mutatja a 11. és 12. ábra a IV. esetre. A feszültségek jóval nagyobb értékeket vesznek fel, és a J-integrál eloszlása is jóval pontatlanabb az SSDThez (SSCC előírva) képest.

Az oszcilláló megoldásokról a *Szekrényes, 2016a* és *2016b* elnevezésű publikációkban részletesen írtam, utóbbira hivatkoztam is a (2.5) feltétel képlete előtt. Úgy gondoltam, hogy az oszcilláló megoldások tárgyalása olyan mértékben növelte volna meg a terjedelmet, hogy az már nem fért volna bele a dolgozatba. Ezért inkább a működő és pontosabb eredményt adó megoldásokra koncentráltam.



11. ábra. A transzverzális nyírófeszültségek eloszlása a delaminációs front menti keresztmetszetekben a Reddy (2ESLs), SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel előírása mellett - IV. eset.



12. ábra. A J-integrál és a módusok arányának eloszlása a delaminációs front mentén a Reddy (2ESLs), SSDT és TSDT modellek alapján 4ESL esetén, az SSCC feltétel előírása mellett - IV. eset.

#17.Kérdés: Ezen oszcillációk csupán numerikus, illetve approximáció-matematikai eredetűek (pl. polinom-közelítés), vagy a kidolgozott modell stabilitásával kapcsolatosak, esetleg szerepet játszanak itt bizonyos mechanikai jelenségek is?

Válasz: Az oszcillációk eredete nem numerikus és nem is az approximációból adódnak. Számítási tapasztalataim szerint a mechanikai modell úgy működik, hogy delaminációból adódó perturbáció miatt a nyírófeszültségek eloszlásai nem a valóságos megoldás görbáját közelítik, hanem a görbe alatti területet, amely a nyírófeszültség esetén a nyíróerő. Belátható, hogy egy görbe alatti területet végtelen sokféleképpen lehet közelíteni és ha a (2.4)-(2.6) feltételeket a 4ESL módszerrel nem alkalmazzuk, akkor nincs olyan szabályozó feltétel, ami megakadályozná a nyírófeszültségek oszcillációját.

#18.Megjegyzés: Itt nem érthető, hogy Jelölt miért nevezi partikuláris megoldásnak az $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ gerjesztés vektorát (38. oldal, (5.4) alatti első sor), ami lényegi különbség. Ráadásul ezt az alapul vett Reddy könyv is terhelési vektornak nevezi (ld. Reddy 2004, 704. oldal, 1. sor: $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ vektor).

Válasz: Itt valóban helytelen a magyarázat. Valójában a $\mathbf{H}$ vektorral kevertem össze, amely az (5.4) egyenletben szerepel. Szeretném megjegyezni, hogy a későbbiekben már helyesen szerepel a megnevezés, pl. a 47. oldalon az (5.48) és az 52. oldalon az (5.68) egyenletnél $\mathbf{F}$ -et már külső terhelések vektorának neveztem.

#19.Megjegyzés: Egyfelől a koncentrált erő is leírható általánosított függvények (disztribúciók, pl. Dirac delta) segítségével, amely bizonyos mértékig egyszerűsítheti a probléma kezelését, másfelől a valóságos terhelő testtel való érintkezésnek jobban megfelelne egy keskeny sávon a szélesség irányában megoszló terhelés.

Válasz: A megjegyzéssel egyetértek. A számítási tapasztalatom az volt, hogy rétegelt lemezeknél a Navier-féle megoldás során valóban egyszerűen alkalmazható a Dirac delta függvény. A koncentrált terhelés így tényleg egyszerűbben modellezhető. A Lévy-féle megoldásnál viszont mindig problémába ütköztem, ha a Dirac delta függvényt akartam alkalmazni. Nem találtam erre más megoldást MAPLE szoftverben, mint azt, hogy a lemezt több részre osztom és megoszló erővel helyettesítem a koncentrált erőt.

Véleményem szerint az analitikus modellben az eredményekre elhanyagolható mértékű annak hatása, ha egy relatíve kis felületen megoszló erőt koncentrált erővel helyettesítünk. Az analitikus modellben a külső terhelés nem okoz szingularitást vagy egyéb problémát, mivel az a nyíróerőkre vonatkozó egyensúlyi egyenletben jelenik meg.

#20.Megjegyzés: Számos probléma merül fel egyes indexek hiányzó értelmezése és bizonyos feltételek hiányzó indoklása miatt.

- Az (5.7) egyenlőségben a vektorrendező α indexe, az (5.10)-ben a κ index, az (5.12) és (5.13) egyenlőségekben a β és γ indexek definiálatlanok.
- Nem magyarázza az (5.9) egyenletekben szereplő λ index (a (2.8) szerint az adott ESL sorszáma) megadásához szükséges ω páros szám szerepét sem.

Válasz:

- Az (5.7) után meg van adva, hogy a g , h , m , n és p paraméterhalmazok és nem vektorok (megjegyzem, hogy ezek a betűk mechanikában "foglaltak", mert g - gravitáció, szabadesés, h - vastagság, m - tömeg, n - fordulatszám, p - nyomás). Ezért lett alkalmazva az α index, amelynek szerepe itt csak formális és nem vektorindexként szerepel. A κ index értéke attól függ, hogy az adott modellben az AC paraméter hányadik réteghez tartozik. A ϑ index azt jelöli, hogy az AC paraméter hányadrendű a z vastagság menti koordináta tekintetében. Pl. az (5.74) feltételnél az AC paraméter a $\phi_{(p2)}$ a ② jelű részen. Így $\vartheta=2$ és $\kappa=2$ az egyenlet jobb oldalán. Az (5.12) és (5.13) egyenlőségeknél a β és γ indexek nem vektorindexet jelölnek, hanem az ① és ② jelű részek közötti paraméterhalmazok azonosságát jelölik.
- Az (5.9) egyenlet a síkbeli elmozdulások z -től független, azaz "membrán" részeire vonatkoznak, ezt megjegyeztem a 39. oldalon. A λ azért van bevezetve, mert pl. 4 darab egyenértékű réteg esetén az első kifejezés értelmében illeszteni kell az 1. réteg membrán részeit, valamint a 3. rétegnél ugyanezt. Ebben az esetben tehát $\omega=4$, ami nincs ugyan megadva az 51. oldalon az (5.64)-es egyenletnél, viszont azt összehasonlítva az (5.9) képlettel, látható, $\lambda=3$, és így $\omega=4$, ami ekkor egy páros szám. A kettő darab egyenértékű réteg esetén a 42. oldalon és a 45. oldalon szintén meg van adva λ és ω értéke. Az (5.9) egyenlet után megjegyeztem, hogy a feltételt a felső és alsó lemezrészben mindig csak egy-egy rétegben szükséges előírni, emiatt lettek bevezetve a λ és ω paraméterek.

#21.Megjegyzés: Nincs indokolva az sem, hogy míg az (5.9)-ben a $z^{(\kappa)}$ 0-adik hatványának $K_{1j}^{(0)}$, illetve $K_{\lambda j}^{(0)}$ együtthatóival súlyozott összegek szerepelnek, addig az (5.10)-ben a ϑ -dik ($\vartheta=1, 2, 3$) hatványának $K_{\kappa j}^{(\vartheta)}$ együtthatóit alkalmazza (κ a (2.8) szerint az adott ESL sorszáma).

Válasz: Az (5.10)-ben a κ paraméter értéke attól függ, hogy az elmozdulásmezőben mik lesznek az elsődleges paraméterek, és hogy a delaminált vagy nem delaminált részen van-e AC paraméter.

Elismerem, hogy az említett paramétereket meg lehetett volna jobban is magyarázni. Szeretném megjegyezni, hogy a későbbiekben nagyon sokszor hivatkozok az említett egyenletekre, amelyekből minden esetben visszakalkulálhatók az indexek értékei és látható a szerepük is.

#22.Megjegyzés: A feszültségeknek, illetve feszültségeredőknek lehetne ugrása a repedés-csúcsban – mint az akár az elliptikus üreg feszültséggyűjtő hatásának Neuber-féle leírása, vagy az éles repedés feszültségintenzitás alapú törésmechanikai kezelése szerint történik –, ezért itt a folytonosság előírását Jelöltnek indokolni kellett volna.

Válasz: A feszültségeredők (vagy a dolgozat szerint az egyenértékű igénybevételek) folytonosságát nem lehet mással indokolni, minthogy egyedül ezek folytonosságának megadott egyenletek szerinti biztosításával jöttek ki a végeelem modellekhez képest helyes eredmények. Szeretném megjegyezni, hogy a folytonossági feltételekre legjobb tudomásom szerint nincs a szakirodalomban előírás. Pl. logikusnak tűnhet az a megközelítés, hogy a hagyományos (azaz nem egyenértékű) igénybevételeket illeszttem az ① és ② részen. A számítási tapasztalat alapján ezek soha nem adtak jó eredményt. A 3. és 4. fejezetekben minden esetben megadtam az egyenértékű igénybevételeket, amelyekkel mindig kijött a helyes eredmény.

A feszültségek közül a normálfeszültségek és a síkbeli csúsztató feszültségek a delaminációs front keresztmetszetében nem folytonosak, azaz ott tényleg ugrás van a feszültségekben. A dolgozat 62. oldalán le van írva, hogy a normálfeszültségeknél az átmenetnél a két részre külön kiszámolt feszültségek átlagértéke lett meghatározva.

#23.Kérdés: Az irodalmi adatok minden esetben szintén 0,5 mm vastag rétegekre vonatkoznak?

Válasz: A szakirodalmi adatok szerint a 0 jelű réteg vastagsága 0.1 mm, a 45^f jelű réteg vastagsága 0.2 mm volt.

#24.Megjegyzés: Nem világos, hogy a $[\pm 45^f/0/\pm 45^f/\bar{0}]$ (6. fejezet, cím alatti 11. sor, 56. oldal) rétegrend-megadás szimbolikája hogyan értelmezendő. Az s index értéktartományát Jelölt nem adta meg, másfelől a $\bar{0}$ szerepe sem tisztázott. A 2.1. ábrát tekintve a $\bar{0}$ olyan középréteget jelöl, amelyre a megadott rétegrend tükröződik 4ESL esetén, de nem lehet tudni, hogy 2ESL esetén mit jelent.

Válasz:

- A kompozitok mechanikája területén definiáltaknak megfelelően az S index azt jelenti, hogy a szögletes zárójelben lévő utolsó számmal jelölt (azaz 0-ás) rétegre nézve a rétegfelépítés szimmetrikusan értelmezendő. A $\bar{0}$ azt jelenti, hogy a szimmetriasík pontosan ennek a rétegnek a középsíkjában van, és ezt a 0 jelű réteget nem kell tükrözni.
- Szeretném megjegyezni, hogy a dolgozatban (56. oldal) helyesen $[\pm 45^f/0/\pm 45_2^f/\bar{0}]_S$ szerepel, mert a szimmetriasíkban fekvő 0 jelű réteg felett és alatt kettő darab $\pm 45^f$ réteg van elhelyezve a 2.1 ábra szerint.
- A rétegfelépítést (amely egy globális jellemző) nem befolyásolja az, hogy a teljes réteg mentén hány darab egyenértékű réteget alkalmazunk modellezéskor. Szeretném megjegyezni, hogy az eredményeknél (6. és 7. fejezet) minden egyes diagramnál megtalálható a rétegfelépítés és az, hogy az 2ESL és 4ESL módszerek esetén az egyes ESL-ek hány darab és milyen jelű rétegeket tartalmaznak.

#25.Kérdés: Jelölt szerint a próbafüggvényeket illetően végzett konvergencia vizsgálatok azt mutatták, hogy elég volt 13 tag alkalmazása a végtelen sorból, mert több tag alkalmazása már nem mutatott változást az eredményekben. E döntés mekkora hibakorlátra vonatkozott?

Válasz: Az 1. táblázatban összefoglaltam az I. eset Reddy-féle megoldása (2ESL) esetén azt, hogy hogyan változik a lehajlás értéke az erő támadáspontjában, valamint a G_{II} a lemez közepén és a G_{III} a lemez szélén akkor, ha folyamatosan növeljük a függvénytagok N számát. A két egymást követő értékre mindhárom mennyiségnél megadtam, hogy az előző értékhez képest százalékosan mennyivel változik az eredmény (d_1 , d_2 és d_3). A táblázat alapján látható, hogy az 5. tag figyelembevétel után az eredmények változása már 1 % alatt van.

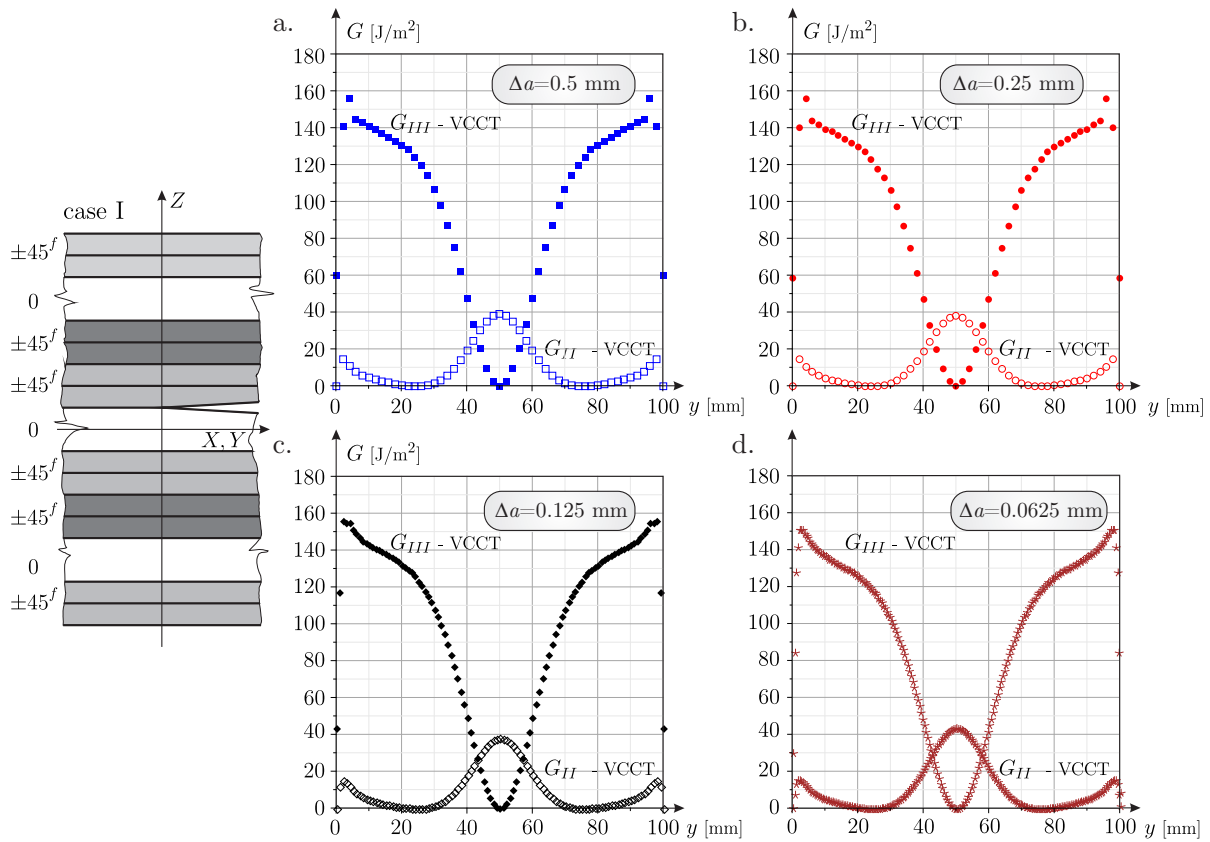
N	$ w_{1q}(x_Q) $	$d_1[\%]$	$G_{II}(y = b/2)$	$d_2[\%]$	$G_{III}(y = 0)$	$d_3[\%]$
1	1.886	-	10.952	-	190.878	-
2	2.025	7.370	27.645	152.420	121.850	-36.163
3	2.059	1.679	32.978	19.291	136.294	11.854
4	2.073	0.680	34.258	3.881	132.784	-2.575
5	2.080	0.338	34.545	0.838	133.625	0.633
6	2.084	0.192	34.609	0.185	133.420	-0.153
7	2.087	0.144	34.623	0.040	133.471	0.038
8	2.089	0.096	34.626	0.009	133.458	-0.010
9	2.091	0.096	34.627	0.003	133.461	0.002
10	2.092	0.048	34.628	0.003	133.460	-0.001
11	2.093	0.048	34.628	0.000	133.461	0.001
12	2.094	0.048	34.628	0.000	133.461	0.000
13	2.094	0.000	34.628	0.000	133.461	0.000
14	2.095	0.048	34.628	0.000	133.461	0.000
15	2.096	0.048	34.628	0.000	133.461	0.000

1. táblázat: **A lehajlásfüggvény és a repedésfeszítő erők változása a megadott pontokban a függvénytagok számának növelésekor.**

#26.Megjegyzés: A 2.1. ábra alapján a tekintett rétegelt lemez teljes vastagsága $9 \times 0,5 = 4,5$ mm volt, míg az ekvivalens rétegek (ESL) vastagsága úgy a 2ESL, mint a 4ESL modellnél 0,25-2,0 mm értékek között változott, hiszen a IV. esetben a legfelső, 0,5 mm vastag szöveterősítésű réteg két ESL-re van osztva. A IV. esetben így a legfelső két ESL réteg vastagsága csak 0,25 mm, tehát kisebb a globális VEM elem vastagságánál. A korrektebb összevetés és alkalmazhatóság-megítélés érdekében hiányolhatók a bemutatottak mellett a VEM lehetőségeit jobban kifejező, jelentősen nagyobb felbontással végrehajtott végelelemes szimulációk eredményei.

Válasz: A statikai feladatoknál általában határozottan konvergálnak a mechanikai mezők komponensei (feszültség, alakváltozás, elmozdulás) a végelelem háló finomítása mellett, ennek kiszámításával meghatározható a pontos eredményt adó elemméret adott hibakorlát mellett. A repedéseket, delaminációkat tartalmazó rétegelt szerkezetek esetén azonban a repedésfeszítő erő máshogy viselkedik. A szakirodalom szerint a repedésfeszítő erők esetén nem vezet pontosabb eredményhez az, ha a VE hálót a végeletekig finomítjuk. Ennek oka, hogy a repedésfeszítő erők a delaminációs front körüli elemek méretének változtatása mellett oszcilláló jelleget mutatnak, azaz nem várható az a határozott konvergencia eredmény, mint a hagyományos mezők esetén. Ennek bemutatása érdekében elvégeztem a repedésfeszítő erők számítását az I. esetre az @ feladatra négy különböző repedésűcs körüli legkisebb elemméret ($\Delta x = \Delta z = \Delta a = 0.5, 0.25, 0.125$ és 0.0625 mm, a Δy méretek sorra: 2, 2, 1 és 0.5 mm voltak) alkalmazásával. Az eredményeket a 13. ábra mutatja. Az elemméret csökkenése mellett az figyelhető meg, hogy a G_{II} értéke a delaminációs front mentén először egy nagyon kicsit csökken, amikor $\Delta x = \Delta z = \Delta a$ értéke 0.5 -ről 0.25 mm-re csökken. Az érték nem változik akkor, ha összehasonlítjuk a $\Delta x = \Delta z = \Delta a = 0.25$ és 0.125 mm értékek esetén kapott eredményeket. Végül, ha a $\Delta x = \Delta z = \Delta a = 0.0625$ mm, akkor a G_{II} értéke a középső pontban láthatóan egy kicsivel növekszik. Ez az oszcilláló jelleg tovább folytatódna, ha még kisebb elemmérettel dolgoznánk. A 14. ábrán a négyféle elemmérettel kapott eredmények egy diagramban vannak ábrázolva. Ebből látható, hogy az oszcilláló jelleg a G_{III} esetén is hasonló. Szintén megállapítható, hogy a lemez szélessége menti elemméret csök-

kenésével nem következik be számottevő változás. Itt szeretném megjegyezni, hogy a téglatest alakú elemeknél az élhosszak arányára vonatkozó 1/10-es határérték egyetlen esetben sem volt túllépve.

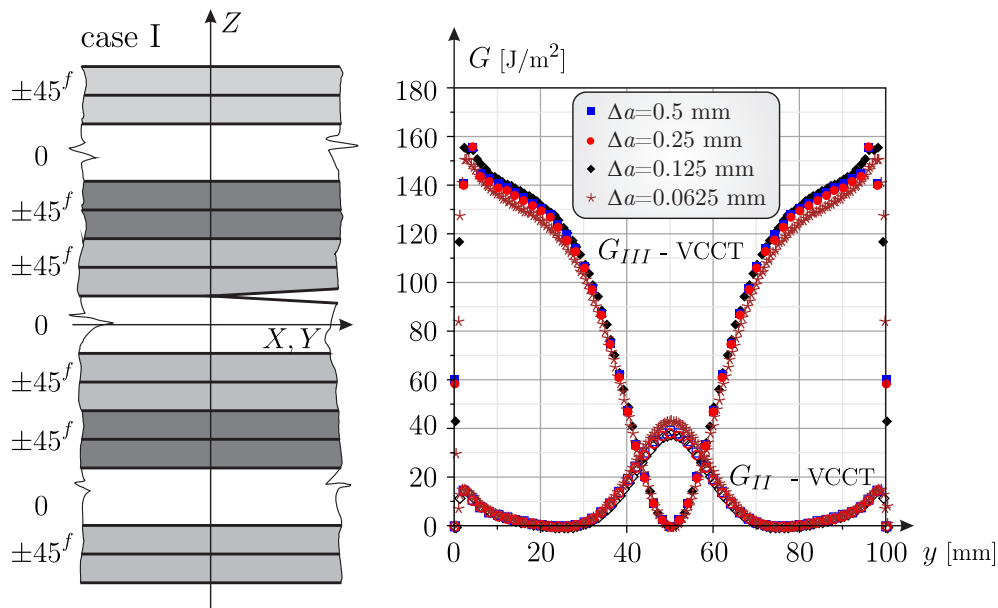


13. ábra. A repedésfeszítő erők eloszlása a delaminációs front mentén a VCCT módszer alapján különböző elemméret mellett.

A dolgozatban azért nincs szó a pontossági kérdésekről, mert ez az oszcilláló jelleg ismert és a szakirodalom leírja, hogy milyen elemmérettel célszerű dolgozni. Egész konkrétan az az ajánlás, hogy a $\Delta x = \Delta z$ méret egy darab réteg vastagságának fele és negyede közötti, vagy azzal megegyező érték legyen. A dolgozat 2.1 ábráján fel van tüntetve, hogy egy darab réteg vastagsága 0.5 mm. A dolgozat 6. fejezetének elején le van írva, hogy a repedés csúcs körüli elemméret $\Delta x = \Delta z = 0.25$ mm, ami így megfelel a szakirodalom által előírt feltételnek. Szeretném azt is megjegyezni, hogy a 6.1 ábrának megfelelően a IV. esetben a vizsgált $X = 0$ keresztmetszetben a felső rétegben az elemek száma 2, így egy darab elem vastagsága 0.25 mm, ami megegyezik az ESL3 és ESL4 rétegek vastagságával pl. a 6.28 ábra szerint. Az oszcilláló jelleg számításával foglalkozik többek között az alábbi két cikk:

- I.S. Raju, J.H. jr Crews and M.A. Aminpour, *Convergence of strain energy release rate components for edge-delaminated composite laminates*, *Engineering Fracture Mechanics* 1988, 30;3, 383-396
- D. Bruno, F. Greco and P. Lonetti. *A 3D delamination modelling technique based on plate and interface theories for laminated structures*. *European Journal of Mechanics-A/Solids* 2005, 24:1, 127-149.

Az elemméretre vonatkozó ajánlás az első cikkben található meg. A második cikkben pedig megtalálható a repedésfeszítő erő oszcilláló jellegére vonatkozó eredmény. Mindkét cikkben lát-



14. ábra. A repedésfeszítő erők eloszlása a delaminációs front mentén a VCCT módszer alapján különböző elemméret mellett.

ható a diagramok alapján, hogy a kisebb elemméret kedvezőtlenebb. Szeretném ismét kiemelni, hogy a fentiek alapján nem érdemes pontossági vizsgálatokat végezni, mert a VCCT-módszer erre nem azt a konvergens eredményt adja, amit várnánk.

A végeelem modellek a szakirodalmi ajánlásnak megfelelő elemmérettel készültek, erre utaltam is a dolgozat 57. oldalán. A 7.1 és 7.2 táblázatokban az elméletek a repedésfeszítő erők pontossága alapján (illetve a lehajlásfüggvény alapján, de ez gyakorlatilag nem változik a háló finomítása mellett) lettek rangsorolva. Megjegyzem, hogy finomabb háló mellett bizonyosan pontosabb eredmények kaphatók pl. a transzverzális nyírófeszültségekre. Viszont, ha erre törekedtem volna, akkor minden kiszámolt esetre kétféle VE modellt kellett volna alkalmaznom, egyet a repedésfeszítő erőre vonatkozó feltételnek megfelelően, és egy másikat a feszültségek konvergenciáját figyelembe véve. Ez természetesen lehetséges, de úgy gondolom, hogy meghaladta volna a dolgozat kereteit.

#27.Megjegyzés: A 2ESL, illetve 4ESL modell és a VEM eredmények összevetése során a különböző mechanikai jellemzők eloszlását tekintve több esetben meglehetősen eltérő megállapítások tehetők:

Az u és v síkbeli elmozdulások a Z (vastagság) mentén minden esetben az (a) probléma esetén közel lineáris alakulásúak, azonban egyes esetekben az analitikus megoldás jelentősebb nullponteltolást mutat. A (b) problémánál a v elmozdulásnál hasonló a helyzet, azonban az u elmozdulás értékei és alakulásuk (a IV. esetet leszámítva) szignifikánsan eltér a VEM értékektől.

A σ_x és σ_y síkbeli normálfeszültségek a Z mentén minden esetben lényegében hasonló lépcsős/ugrásos alakulásúak, egyes esetekben a repedés síkjánál jelentős eltérésekkel. Jelölt ezen utóbbi eltérésekkel kapcsolatban megjegyzi (60. oldal), hogy a hálózás finomításával a VEM feszültségek nőnek, ellenben az analitikus megoldás nemszinguláris és ezért jobb megoldásnak tekinthető, mint a VEM.

(#27.Megjegyzés:) E kijelentés helytállóságának indoklása nem meggyőző, az állítás még bizonyításra szorul.

Válasz: Az u elmozduláskomponens esetén valóban vannak nullponteltolódások. Ez részben abból adódik, hogy a végeelem modellben ahhoz, hogy a síkbeli mozgásokra nézve statikailag határozott legyen a modell az $X-Y$ síkban két sarokpontot kell megfogni az Y irányban, egyet pedig X irányban, vagy pedig fordítva. Az analitikus modellben pontszerű kényszer nem adható meg, ez belátható a Lévy-féle megoldás alapján. Emiatt a két modell nem is adhatja ugyan azt az eredményt. A nullponteltolódás véleményem szerint emiatt nem számít, a pontokra illesztett egyenes meredeksége az, amit össze lehet hasonlítani az analitikus megoldás eredményével. Hasonló a helyzet a v elmozduláskomponens esetén.

Szeretném megjegyezni, hogy az (a) feladat esetén a lemez befoglaló méretei nagyobbak a (b) feladat ugyanezen méreteihez képest, illetve a delamináció hossza is nagyobb. Az (a) feladatban azért jobb az egyezés, mert a delamináció viszonylag távol van a peremektől. A (b) feladatnál már látható, hogy a lemezmodell pontatlanabb, illetve, hogy a megoldásnak vannak korlátai. Megjegyzem, megtehettem volna azt is, hogy az (a) feladathoz hasonlóan egy nagyobb lemezméretet, de eltérő rétegfelépítést választok, amelynél nem lett volna látható a (b) feladatnál megjelenő eltérés a VE modellhez képest. Inkább úgy gondoltam, hogy (b) feladatot is bemutatom, hogy láthatóvá váljanak a lemezmodell korlátai.

A feszültségek szinguláris jellegéből adódóan a hagyományos SOLID elemekből felépített modellnél valóban növekednek a feszültségek a repedéscsúcs környékén az elemméret csökkenésével. Az analitikus modellben nincs meg ez a hatás, így ha pl. a dolgozatban bemutatott modelleket diszkrétizáljuk, azaz lemez típusú végeelemeket hozunk létre és azokkal oldjuk meg az (a) és (b) feladatokat, akkor a háló finomításával nem fog megjelenni a feszültségek szinguláris jellege, azok egy véges értékhez fognak konvergálni. A megjegyzés erre vonatkozott. Elismerem, hogy ezt részletesebben meg kellett volna indokolni.

#28.Megjegyzés: A τ_{xz} és τ_{yz} nyírófeszültségek a Z mentén minden esetben lépcsős/ugrásos alakulásúak, azonban az analitikus modell eredmények többségükben lényegesen eltérő lefolyást és értékeket mutatnak. Jellegzetes hiba, hogy a repedés síkjában jelentkező éles VEM csúcserték az analitikus modellekben más helyre tolódva található, sőt a repedéssíkban ellentétes előjelet mutat.

(#28.Megjegyzés:) Az eredmények alapján az állapítható meg, hogy sok tényezőtől függ és esetről esetre változó, hogy melyik analitikus modell közelít éppen a legjobban.

Válasz: Véleményem szerint a nyírófeszültségek eloszlását nem célszerű ilyen szigorú szempontok szerint összehasonlítani a végeelem eredményekkel. A végeelem modellben a nyírófeszültségeket két tényező határozza meg. Az egyik a dinamikai peremfeltétel, azaz a széleken a nyírófeszültség a háló finomításával egyre közelebb kerül a nulla értékehez. A másik a delaminációs csúcsban lévő csúcserték. Ezzel ellentétben az analitikus modellekben (a Reddy-féle modell kivételével) a széleken nincs előírva a zérus érték (ez túlkényszerezetté teszi a modellt), illetve a delaminációs csúcsban nem jelentkezik a szinguláris jelleg. Ezek következtében belátható, hogy a két megoldás nem adhat mindig hasonló eloszlást. Az eredmények alapján az állapítható meg, hogy az analitikus megoldás a VE megoldás görbéje alatti területet közelíti és nem magát a görbét. Ezek alapján én ezt nem nevezném jellegzetes hibának, hanem a két modell eltérő jellegéből adódó különbségnek.

Szeretném megjegyezni, hogy véleményem szerint a nyírófeszültségek bár közvetve (az egyensúlyi egyenleteken keresztül) befolyásolják a J-integrál értékeit, ezeket közvetlenül nem célszerű indikátorként alkalmazni a legjobb közelítésű modell kiválasztásához (a J_{II} és J_{III} kifejezésében sem jelennek meg a nyíróerők, ld. 83. oldal). Az elméletek rangsorolásakor emiatt használtam a lehajlásfüggvényt és a J-integrált.

#29.Megjegyzés:

- A (7.1)-ben a C görbe és a bezárt A terület is függhet az m indextől ($m=1, 2, 3$), ami nincs jelölve, illetve jelezve, ellentétben a 7.1.a. ábrával, ahol viszont a jelölés C_γ .
- A 7.1 ábrán a J integrál szokásos módon, a repedésfrontra merőleges síkban értelmezett, ahol a repedés csúcs pontja a C_γ görbén belül található. Ugyanakkor a (7.1) általános, 3D-s J -integrál esetén itt nem derül ki, hogy a másik két sík esetén, amelyek a 7.1.b. ábra szerint tartalmazzák a repedésfront vonalát, sőt az egyik a repedés síkjával azonos, a C_γ integrálási út hogyan értelmezett.
- Jelölt az Összefoglalásban jegyzi meg először (96. oldal; első mondat), bár az ábrái ennek megfelelnek, hogy a delamináció feltételezett repedésfrontja egyenes.

Válasz:

- A (7.1) kifejezésben az A terület nem függ az m index értékétől, a kifejezés nem értelmezhető úgy mint egy vektor. Ezen definíció szerint 3D-s feladat esetén három különböző J -integrált lehet kiszámítani de ezek nem köthetők az egyes koordináta-irányokhoz. Ha ez így lenne, akkor a későbbiekben nem lett volna szükség a teljes kifejezés szétválasztására. Az integrálást mindhárom m érték esetén a kifejezésben és a 7.1 ábrán megjelölt C kontúr mentén kell elvégezni, a C_γ kontúrnak nincs szerepe, mert ez csak a repedés felszínét adja meg jelképesen. Az ábrán a repedés kinyílása csak formális, és valójában a rés méret zérus, illetve a C kontúr záródik a két végpontjában.
- Az integrálás síkja mindhárom m érték esetén azonos, csak másik koordináta szerint kell elvégezni a deriválásokat. Véleményem szerint az ábra és a kifejezés minden szükséges információt tartalmaz.
- Szeretném megjegyezni, hogy a dolgozat 7. oldalán az 1.3 alfejezet elején megemlítettem, hogy ebben a munkában a legegyszerűbb olyan feladatokat oldom meg, amelyeknél a delamináció a teljes szélességen áthalad. Az "egyenes" szó valóban csak a 96. oldalon szerepel, de a szélességen átmenő delamináció legegyszerűbb esete az egyenes delaminációs front.

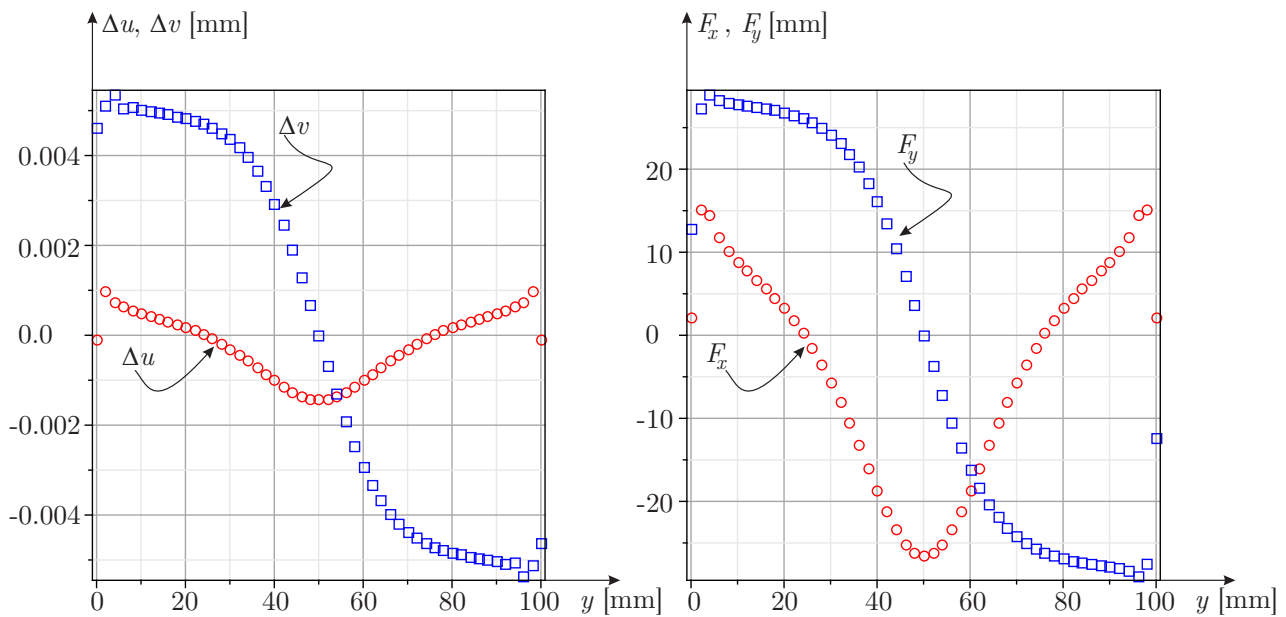
#30.Megjegyzés: A D. Függelékben a (D.1) összefüggésekben a G_{II} és G_{III} számítási formulája fel van cserélve, ui. az ábra szerint a G_{II} az x -irányú (u), míg G_{III} az y -irányú (v) fajlagos energia-felszabadulási ráta (repedésterjesztő erő).

Válasz: Igen, itt valóban fel lettek cserélve a képletek.

#31.Megjegyzés: A lemez félszélességére szimmetrikus G érték eloszlások, illetve azok normált változatai erős szélsőértékeket ((a) geometria: pl. G_{III} minimumokat és G_{II} maximumokat; (b) geometria: minimum és maximum is G_{II} és G_{III} -nál) mutatnak. Hiányolható ezek magyarázata, elemzése.

Válasz: Az ① feladat esetén a G_{II} maximuma abból adódik, hogy a relatív longitudinális (x irányú) elmozdulás is ott veszi fel a maximumot. Hasonló a helyzet a csomóponti erővel. A G_{III} esetén a relatív elmozdulások és csomóponti erők antiszimmetrikus eloszlásúak a lemez szélessége mentén, ebből adódik a szimmetrikus eloszlás. Ezt mutatja a 15. ábra az I. esetben, amikor $b=100$ mm. A ② feladat esetén szintén az előző mennyiségek eloszlásaiból adódnak a G_{II} és G_{III} szélsőértékei.

Az analitikus modellben a 7.9 és 7.10 kifejezésekben az egyes igénybevételek és a megfelelő alakváltozási jellemzők szorzata jellegre ugyanolyan eloszlásokat eredményez, mint a J_{II} és J_{III} eloszlása a 7. fejezet ábráinál. Ezek között vannak negatív és pozitív értékű eloszlások is, amiket összeadva adódik a teljes eloszlás a J_{II} -re és J_{III} -ra.



15. ábra. A relatív csomóponti elmozdulások és csomóponti erők eloszlása a VE modellben, I. eset, $b=100$ mm.

#32.Megjegyzés:

Jelölt (a 2ESL modellek kapcsán) kiemeli (79. oldal), hogy az analitikus és numerikus számítások közötti egyezés a lemez széleinél ($y=0$, $y=b$) a legrosszabb, ugyanis az analitikus modellek nem veszik figyelembe a szélhatásokat. Ezért az egyezés vizsgálata a szélek kizárásával történt.

A fentiek nem teljesen helytállóak minden esetben, ugyanis pl. a 7.9.b. ábrán a G_{III} értékek eltérése a TSDT esetében a lemez közepén jóval nagyobb, mint a széleken. Hasonló a helyzet a 7.16. ábrán az SSDT és TSDT szerinti, illetve a 7.17. ábrán az FSDT szerinti G_{II} értékek esetén.

Válasz: A megjegyzéssel egyetértek. Szeretném megjegyezni, hogy ez a kijelentés nem befolyásolja a modellek rangsorolását.

#33.Megjegyzés: A B1. táblázat Bírálat oszlopa a Jelölt módszerétől kissé eltérő, objektívebb módszerrel (ld. F2. Függelék) kiválasztott legkedvezőbb modelleket mutatja be. Ez esetben először a 7.1. és 7.2. táblázatok rangszámainak esetcsoportokra vett átlagai voltak a minősítés

alapjai, majd a módosítás során a mátrixméreteket és a lehajláseltéréseket - a szakértői megfontolások helyett - egy-egy tényezővel való szorzással lett figyelembe véve. Az egyes geometriákra az 2ESL és 4ESL modellekre együttes (globális) minősítő számokat az FSDT/SSDT/TSDT esetekre vett összegek szolgáltatták.

Válasz: A megjegyzéssel egyetértek, az elvégzett számításokért nagyon hálás vagyok, a javasolt módszert a jövőben tanulmányozni fogom.

#34. Megjegyzés: Véleményem szerint, a legjobban közelítő modell kiválasztásához jóval több lemezméret vizsgálatára volna szükség, beleértve az alkalmazhatóság határainak megállapítását is. Továbbá, a valóban objektív értékeléshez szükség lenne az összehasonlítandó eloszlások közötti maximális eltérés és az átlagos négyzetes hiba meghatározására a kijelölt tartományban mind a G_{II} , G_{III} és G_T (repedésmód vegyítés), valamint a lehajlások esetén is. Ezekhez hozzávéve a rendszer mátrix méreteket is, összesen 9 jellemzőt kapunk, amelyekre alapozva és fontossági súlyokkal ellátva, például a matematikai statisztika Tagucsi módszere és a szürke-reláció elemzés (Grey-relation analysis) technikája lenne célszerűen alkalmazható az objektívebb rangsoroláshoz.

Válasz: A javasolt módszereket köszönöm. A Dr. Vas László professzor által elvégzett számításokat nagyon hasznosnak tartom. Véleményem szerint igazságtalan elvárás lenne az, hogy ez a dolgozat kezelje le az összes olyan példát, ami a legalaposabb rangsorolás szempontjából szóba jöhet. Ebből a szempontból változtathatók a lemez befoglaló méretei, a delaminációs front helye, a delamináció vastagság menti pozíciója, a rétegfelépítés, a peremfeltételek és ehhez még hozzájön az, hogy minden példát háromféle elmélettel kellene megoldani és külön kellene alkalmazni a 2ESL és 4ESL módszert is. Belátható, hogy ennek kivitelezése igen időigényes és monoton munka lenne, ami meghaladta volna ennek a dolgozatnak a terjedelmi korlátait. Szeretném hangsúlyozni, hogy a dolgozatban az (a) és (b) feladatokat háromféle elmélettel, két szélességi mérettel, négyféle vastagság menti pozíció mellett a 2ESL és 4ESL módszerekkel megoldva összesen $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = 96$ db példát oldottam meg, illetve mutattam be részben diagramokkal, illetve egészében a 7.2 és 7.3 táblázatokban.

A statisztikai módszerekkel kapcsolatban ismét szeretném kifejezni az elismerésemet. Elismerem, hogy az alkalmazott módszert még lehetne fejleszteni, bár az is tény, hogy a Dr. Vas László professzor által alkalmazott módszer ugyanazt eredményezte, mint a dolgozatban bemutatott. Viszont szeretném megjegyezni, hogy véleményem szerint a leghatékonyabb modell kiválasztásához mérnöki szemmel nézve viszonylag egyszerűen el lehet jutni, a következő tények alapján:

- A 2ESL módszer esetén a Reddy-féle elmélet tűnik a legjobbnak a G_{II} és G_{III} közelítésében, a lehajlásfüggvénnyel kapcsolatos pontatlanság alapján azonban ez a modell kizárható.
- A 2ESL módszernél az FSDT modell igen nagy eltéréseket mutat a III. és IV. esetekben a VCCCT-hez képest.
- A 2ESL módszer esetén az előző két pont alapján véleményem szerint jogos az a következtetés, hogy az SSDT mondható a leoptimalisabb megoldásnak. Én úgy gondolom, hogy bármekkora is lenne a lemezméret, illetve a rétegfelépítés a Reddy-féle elméletnél a

"locking" jelenség megjelenne, illetve az FSDT hasonló pontatlanságokat mutatna a III. és IV. esetekben.

- A 4ESL módszernél az FSDT modellnél jelentkezik a "locking" jelenség, így ez a modell kizárható, mint optimális megoldás.
- Az SSDT és a TSDT között (4ELS) a bemutatott esetekben kicsi az eltérés, lényegében mindegy, hogy melyiket választjuk. Mivel azonban az SSDT-nél kisebb a matematikai feladat mérete, így egy esetleges VE diszkretizáció során is kevesebb DOF adódna. Ezért indokolt az SSDT megnevezése mint optimális megoldás.

Véleményem szerint ezek kellően objektív megállapítások.

Áttekintő értékelés: Mindezek alapján, a dolgozatot összevetve Reddy hivatkozott könyvével, véleményem szerint a lényegi továbbfejlesztések a következő módon foglalhatók össze. A laminált kompozitok Reddy-féle TSDT harmadrendű lemezmodellje (Reddy könyve, 2004) statikailag ekvivalens rétegekből (ESL) épül fel, de nem tartalmaz delaminációt és mind a Navier, mind a Lévy-féle megoldást alkalmazza 2-6 anizotróp rétegből (single layer) felépülő, szimmetrikus, illetve antiszimmetrikus rétegrendű, hajlításra, a felületen szinuszosan és szimmetrikusan eloszló terheléssel igénybe vett, egyszerű alátámasztású lemezekre. Az elmélet alkalmazza az elmozdulásokra a paraméter eliminációt, bevezeti az elsődleges és másodlagos paraméterek fogalmát, a virtuális elmozdulások elvén meghatározott egyensúlyi egyenletek a feszültségredőkre (élérőkre) vonatkoznak, végül a Lévy-megoldás esetén az állapotter módszer alkalmazza az egyensúlyi egyenletek megoldására.

Válasz:

Szeretném hozzátenni, hogy a Reddy-féle harmadrendű modell egyetlen egyenértékű réteget jelent, azaz a fizikai rétegeket síkbeli, hajlító és kapcsoló merevségekkel jellemezzük, de valójában csak egy referenciasíkot modellezünk, és ehhez rendeljük hozzá az igénybevételeket.

Szeretném megjegyezni azt is, hogy a Navier és Lévy-féle megoldások tetszőlegesen anizotróp rétegekből felépített lemezekre nem működnek, mert ekkor megjelennek olyan tagok, amelyek a függvényes megoldást nem teszik lehetővé. Így e két megoldási módszer csak ortotróp rétegekből felépülő lemezekre működik. Azt is szeretném hozzátenni, hogy az elsődleges és másodlagos paraméterek saját elnevezések, Reddy könyvében ezek egyáltalán nem szerepelnek.

Tézisekről: Összefoglalva, véleményem szerint, az értekezés 8. fejezetében, 5 tézispontban megfogalmazott 8 állítás közül 6 új tudományos eredménynek fogadható el (1.b., 2., 3a., 3b., 4., 5.a.), ahol az 1.b. és a 2. első része összevonandó, az 1.a. állítás ezen utóbbiak kiegészítésének, míg az 5.b. nem kellőképpen bizonyított állításnak tekinthető.

Válasz:

①.a) tézis:

Véleményem szerint fontos dolog az, hogy az ①. tézisben meg van adva, hogy a szemi-rétegmodell delaminált lemezekre vonatkozik, illetve az, hogy a perturbációs síkok közül az egyiket a delamináció síkjában kell felvenni. Elismerem, hogy a rétegek számával kapcsolatban lehetett volna matematikailag pontosabban fogalmazni, bár véleményem szerint egy rétegelt

lemez legalább két rétegből kell, hogy álljon. Így a szemi-rétegmodell esetén az N_l értéke legalább három, és az N_{ESL} így ebben az esetben kettő. Általánosan fogalmazva, az N_{ESL} mindig legalább eggyel (de általában ettől nagyobb egész értékkel) kisebb szám, mint az N_l . A rétegek maximális számát egy mechanikai modellnél nem célszerű és nem is lehet kikötni, hiszen az N_l és N_{ESL} akár száz vagy ezer is lehet.

Az egyetlen réteget alkotó szövet két réteggel való modellezésénél érvényesíteni célszerű azt a tézisben foglalt kijelentést, hogy a perturbációs síkok közül az egyik a delamináció síkja. Igaz ugyan, hogy itt technológiai (gyártási) szempontból lehet probléma, de véleményem szerint maga a tézis ezen része mechanikai (modellezési) szempontból rendben van. Azt is meg kell említeni, hogy az egy szövetréteget két ESL réteggel való modellezés oka a delaminációs fronton létrejövő perturbáció. Ezzel kapcsolatban a IV. eset ábráinál látható, hogy a lemez alsó részén az ESL1 és ESL2 több réteget is magában foglal. A szemi-rétegmodell nem tiltja azt, hogy egy darab réteget több ESL-el modellezzünk, csak azt köti ki, hogy $N_{ESL} < N_l$.

Szeretném megjegyezni, hogy a 2ESL modell nem Reddy tudományos eredménye. Reddy könyvében megtalálható az 1 darab egyenértékű réteg módszere, illetve szó van benne az általános "layerwise", azaz rétegenkénti lemez és héjmodellekről. Viszont ezek minden esetben hibamentes, tehát homogén anyagú szerkezetekre vonatkoznak, nem pedig delaminált lemezekre. Szeretném kiemelni, hogy az összes tézisben szándékosan és tudatosan szerepel ezért a "delaminált" szó.

Legjobb tudomásom szerint a szakirodalomban sok olyan modell van, amely a delaminált szerkezeteknél két darab egyenértékű réteggel dolgozik. Viszont az ezekre vonatkozó mechanikai megfontolások alapvetően mások, mint ami a dolgozatban megtalálható. A 2ESL modell/módszer elnevezés és a hozzá tartozó mechanikai modell saját eredmény.

(1.b) tézis:

Elismerem, hogy az (1.b) tézisben szereplő paraméter-eliminációt Reddy is alkalmazta, sőt mások is alkalmaztak hasonló eliminációt. Ismét szeretném azonban hangsúlyozni, hogy ők hibamentes azaz nem delaminált lemezekre végeztek ilyen számításokat. Szeretném hozzátenni, hogy a megadott feltételhalmaz nem egy taláalomra felvett halmaz, hanem elemei alkalmazhatóságát tekintve rengeteg számításal ellenőrzött feltételek halmaza. Ilyen szempontból véleményem szerint éles határ húzható az (1.b) és a (2.a) tézispont között, hiszen a (2.a) tézispontban bemutatott elmozdulásmező a multiplikátormátrixok segítségével viszonylag egyenes úton vezet el az egyensúlyi egyenletek invariáns alakjához. Ellenben az (1.b) tézisben megadott feltételrendszer megalapozása jóval több előzetes számítást igényel. A feltételrendszert tekintve minden egyes elemét külön és összesítve is alkalmaztam rengeteg példán keresztül, és vizsgáltam, hogy milyen esetek jöhetnek szóba: 1. eset, amikor a leíró PDE rendszer matematikailag megoldható, de a rossz feltételrendszer miatt a megoldás konstansai végtelenhez közeli értékek, azaz fizikailag rossz a megoldás. A 2. eset, amikor a feltételrendszer a modell túlkényszerezéséhez vezet (Reddy által alkalmazott dinamikai peremfeltétel), ekkor jelentkezik a "locking" jelenség. Ennek ellenére a PDE rendszer megoldható és a megoldásfüggvények konstansai véges értékek, viszont a megoldás mechanikailag pontatlan. A 3. eset, amikor a feltételrendszer megfelelően van összerakva, a modell matematikailag megoldható és mechanikailag is helyes eredményt ad. Ha az utóbbi 3. eset áll fenn, akkor érdemes a (2.) tézisben megadott elmozdulásmezőt és multiplikátormátrixokat alkalmazni. Megjegyzem, hogy az általam megadott feltételrendszer a 3. esethez tartozik, ehhez azonban rengeteg próbafeladatot kellett megoldani és kiszűrni a rossz feltételeket. Ilyen pl. a Reddy-féle lemezmodellben a transzverzális csúsztatófeszültségek zérus értékének előírása a szabad peremeken, vagy az ugyancsak Reddy könyvében megadott rétegek közötti csúsztatófeszültségek folytonossága (ld. Reddy könyve, 726.old). A feltételrendszer-

ben a szögváltozások folytonosságára van megfogalmazva a 3. elem, ami nem véletlen, mert ha az ESL-ek közötti csúsztatófeszültségekre íránk elő ugyanezt, akkor a modell az 1. esetben megadott eredményt adná.

Szeretném megjegyezni, hogy a feltételrendszer végleges formájához nagyjából négy év alatt jutottam el. Így véleményem szerint ez a feltételrendszer alkalmas arra, hogy egy külön tézist alkosson.

②. tézis:

A bírálattal egyetértek.

③. tézis:

A bírálattal egyetértek.

④. tézis:

A bírálattal egyetértek.

⑤. tézis:

⑤.a) tézis: A bírálattal egyetértek.

⑤.b) tézis: Ismét szeretném megjegyezni, hogy effektíve a dolgozatban 96 példát dokumentáltam, ami véleményem szerint a modellméretet tekintve soknak mondható. A tézisben úgy fogalmaztam, hogy magát a tézist a dolgozatban tárgyalt feladatokra ("discussed problems") kell érteni és nem pedig az összes hasonló és szóba jöhető példára. Egyetértek azzal, hogy az eredmények általánosabb alkalmazhatóságához jóval több feladatot kellene megoldani és vizsgálni kellene az egyes paraméterek hatását is. Ami az objektivitást illeti, kitartok a #34. megjegyzésre adott válaszom mellett, azaz az én véleményem szerint a "locking" jelenség alapján kizárható a Reddy-2ESL, nyilvánvaló az FSDT-2ESL modell kiugró pontatlansága így az SSDT-2ESL a tárgyalt feladatoknál a leoptimálisabb megoldás 2ESL esetén. Az FSDT-4ESL modell szintén kizárható a "locking" jelenség következtében, illetve az SSDT-4ESL nevezhető meg optimális megoldásnak 4ESL esetén, mivel a TSDT-4ESL nagyobb modellméretet de azonos pontosságot von maga után. Tudomásom szerint a tézis egy tudományos mű eredményeinek rövid összefoglalása. Véleményem szerint az ⑤.b) tézis ennek a meghatározásnak mindenféle szempontból megfelel.

A tézist azért is védeném, mert a Dr. Vas László professzor által alkalmazott módszer optimumnak ugyanazokat az elméleteket eredményezte, mint amiket a dolgozatban én is kiemeltem. Más lenne a helyzet akkor, ha Dr. Vas László professzor módszerei esetlegesen igazolták volna, hogy az SSDT elmélet nem tekinthető optimális megoldásnak, avagy bizonyítást nyert volna az egyik fatális tévedésem. Mivel ez nem történt meg, én úgy gondolom, hogy a dolgozat véges területi korlátait és ebből adódóan az alkalmazható véges elméleti háttér és megoldási/kiértékelési módszerek véges számát is figyelembe véve az ⑤.b) tézisben összefoglalt eredmények helytállóak.

Hibajegyzék

Válasz:

- (1) A 2.2 ábra alatti 5. mondat: "The transverse splitting means that the undelaminated and delaminated regions are captured by different mathematical models.", ami az ábrán lévő függőleges irányú görbékre vonatkozik. Itt nem láttam szükségét hivatkozásnak.
- (2) A lokális koordináták nem feltétlenül a rétegek középsíkjaibanál zérusok, így az általánosságot figyelembe véve nem adtam meg a határokat.
- (3) Itt valóban érdemes lett volna megadni, hogy a 2.2b és 2.3b ábra a nem delaminált részre vonatkozik.

- (4) Az elírást elismerem.
- (5) Az elírást elismerem.
- (6) Elismerem, hogy lehetett volna helyesebben fogalmazni.
- (7) A sorszám valóban a másik oldalra került.
- (8) Az elírást elismerem.
- (9) Az elírást elismerem.
- (10) A sorszám valóban a másik oldalra került.
- (11) Az elírást elismerem.
- (12) A 4.1b és 4.2 b ábrákon valóban nem jelöltem a delaminált és nem delaminált részt. Szeretném megjegyezni, hogy a szövegben a 29. oldalon a 4.1 alfejezetben (Undelaminated region) hivatkoztam a 4.1b ábrára, ellenben a 4.2 (Delaminated region) alfejezetben nem.
- (13) Az elírást elismerem.
- (14) Az elírást elismerem.
- (15) Az elírást elismerem.
- (16) A 6.1 táblázatban valóban nincs hivatkozás, de ezt a szövegben az 56. oldalon megadtam (*Kollár and Springer, 2003*).
- (17) A terjedelmi korlátot figyelembe véve, lehetetlen volt megoldani, hogy a 6.13.-6.16. ábrák a 6.2.2 alfejezetbe kerüljenek.
- (18) A terjedelmi korlát, az ábrák szerkezete és száma következtében lehetetlen volt úgy megoldani, hogy a 6.21 ábra a 6.3.1 alfejezetbe kerüljön.
- (19) Valóban érdemes lett volna utalni a vessző és az index szerepére.
- (20) A terjedelmi korlát betartása mellett máshogy nem tudtam megoldani, csak úgy, hogy a 7.2 táblázat az előző oldalra kerüljön.
- (21) Az elírást elismerem.

Végezetül szeretném megköszönni Dr. Vas László Mihály professzor részletes bírálatát valamint építő jellegű észrevételeit, és kérem, hogy fogadja el a válaszaimat.

Budapest, 2017. április 6.

Szekrényes András