

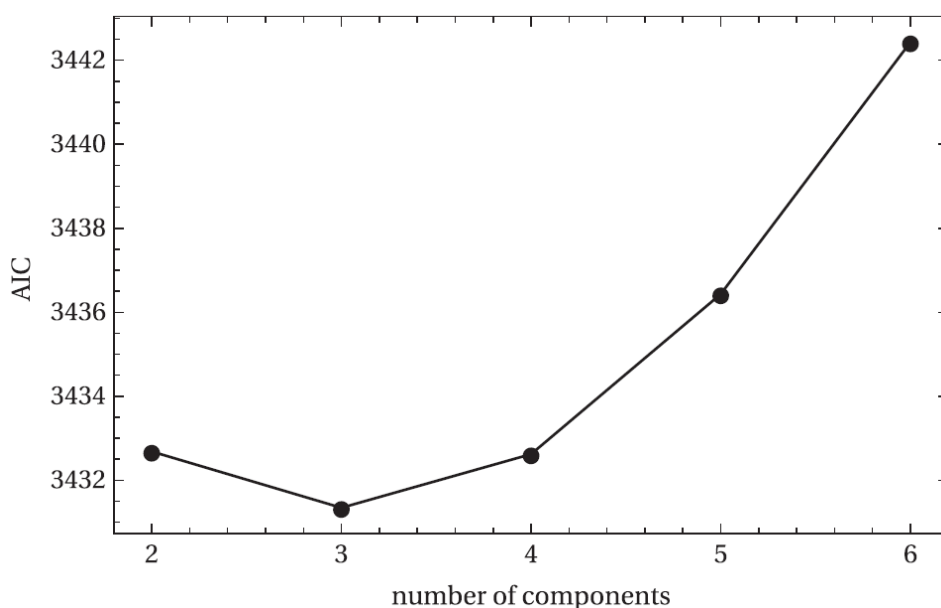
Horváth István az MTA Doktora cím elnyeréséhez benyújtott Gammakitörések című értekezésével kapcsolatos kérdéseire

1. Kolláth Zoltán első kérdése:

Az időtartam illetve az időtartam-keményység eloszlás vizsgálatánál feltételezi azt, hogy az egyes komponensek a Gauss-eloszlást követik. Változhatnak-e a lényegi következtetések, ha más eloszlással dolgozunk – pl. erősen aszimmetrikus eloszlások módosíthatják-e a harmadik komponens szignifikanciáját?

Válaszom:

Igen, egyes következtetések változhatnak. Például, ha a hosszú időtartamú kitöréscsoport eloszlását egy olyan eloszlással illesztjük, mely a rövidebb időtartamok illetve a lágyabb spektrumok felé elnyúltabb, akkor még ha a közepes időtartamú csoport valódi fizikai léttel is bír, bizonyosan létezik olyan eloszlás, mely jobb illesztést adna mint három Gauss-komponens. Biztosan igaz ez, ha például ad abszurdum a hosszú kitöréscsoportra illesztett „új” eloszlás két Gauss-eloszlás összege, vagy ahhoz nagyon hasonló.



1.1. ábra. Tarnopolski 2016-ban publikált cikkében az AIC értékek különböző számú Gauss-eloszlások illesztése estén a Fermi műhold időtartam (T90) adatait használva. A legjobb illeszkedést (legkisebb AIC) a három-Gauss illesztés adta.

A legfrissebb irodalomban van is ilyen próbálkozás. Mariusz Tarnopolski lengyel kutató 2016-ban a Monthly Notices of the Royal Astronomical Society folyóirat 458. kötetében publikált cikkében [Tarnopolski, M., 2016] megvizsgálja a Fermi a Swift és a CGRO (BATSE) műholdak által megfigyelt gammakitörések időtartameloszlásait. Tehát Tarnopolski csak egy-dimenziós vizsgálatot végez. Tarnopolski először megállapítja, hogy a többkomponensű Gauss-illesztések közül a Fermi műhold esetében a három komponens illesztése a legvalószínűbb (lásd Tarnopolski idézett cikke első ábráját, itteni válaszomban 1.1. ábra). Tarnopolski ezen elemzésében a Bayes információs kritérium BIC (Bayesian

information criterion) helyett az Akaike információs kritérium AIC (Akaike information criterion) értéket használja (a szakirodalomban mindkettő használata elterjedt). Közli, hogy a Swift és a BASTE adatok esetében is a Gauss-illesztések a három komponens esetén adják a legkisebb AIC értéket, tehát a jobb illeszkedést.

Ezek után Tarnopolski ferde-Gauss (skew-normal) és sinh-arcsinh eloszlásokkal illeszti a három műhold által megfigyelt gammakitörések időtartameloszlásait. Cikke konklúziójában megállapítja, hogy a Fermi műhold által megfigyelt gammakitörések időtartamainak az eloszlását ugyan jól írja le három Gauss-eloszlás összege, de az adatokat jobban leírja két ferde-Gauss-eloszlás összege, és még jobban leírja két sinh-arcsinh eloszlás összege. Hasonló megállapítást nem tud tenni a Swift és a BATSE gammakitörések időtartam eloszlásaira, hiszen ezen esetekben három Gauss-eloszlás összege adja a legjobb illeszkedést. De a különböző esetekben kapott Akaike információs kritériumok közötti eltérés olyan csekély, hogy az illesztések nem különböznek szignifikánsan egymástól. Tehát a nem szimmetrikus eloszlások (ferde-Gauss és sinh-arcsinh) ugyan nagyobb AIC értéket adnak (nagyobb AIC rosszabb illeszkedést jelent), de ezen AIC értékek eltérése a Gauss-eloszlás illesztéseknél kapott jobb értékektől nem szignifikáns.

Tehát nem két dimenzióban, de történt kutatás a kitörések eloszlásának leírására nem Gauss-komponensekkel. Az eredmény viszont vegyes, mert ugyan egy esetben (Fermi) jobban illeszkedett a nem-Gauss eloszlások összege, de más műholdaknál nem találtak jobb illeszkedést aszimmetrikus eloszlásokat használva.

Viszont a fentieknél sokkal nyomósabb érvek vannak a kitöréssparaméterek eloszlásainak Gauss-eloszlásokkal való leírására, mely érveket a bíráló második kérdésére adott válaszümban az alábbiakban fejtem ki.

2, Kolláth Zoltán második kérdése:

Levonható-e valami elméleti következtetés abból, hogy az egyes csoportok esetén az időtartamok logaritmikus skálán vett eloszlása a Gauss-görbét követi?

Válaszümb:

A gammakitörések több megfigyelt jellemzője követi a lognormális eloszlást. A kitörések időtartamainak az eloszlására ezt először McBreen és munkatársai igazolták [McBreen, B., et al., 1994]. Ezt jómagam is megerősítettem az ezzel kapcsolatos első publikációimban [Horváth, I., 1998], [Horváth, I., 2002]. McBreen-ék ezen cikkükben azt is igazolták, hogy az egy kitörésen belüli pulzusok közötti időtartamok eloszlása is lognormális. Li és Fenimore 1996-ban ez utóbbit szintén igazolta. Igazolták továbbá, hogy az egyes pulzusok energiatartalma (peak fluence) is lognormális eloszlást követ [Li, H. and Fenimore, E. E., 1996]. Nakar, E. and Piran, T. (2002) igazolta, hogy az egyes pulzusok időtartamai is lognormális eloszlást követnek, valamint a kitörések spektrumának csúcsenergiája (break energy) is lognormális eloszlást követ [Preece, R. D., et al., 2000], [Ioka, K. and Nakamura, T., 2002].

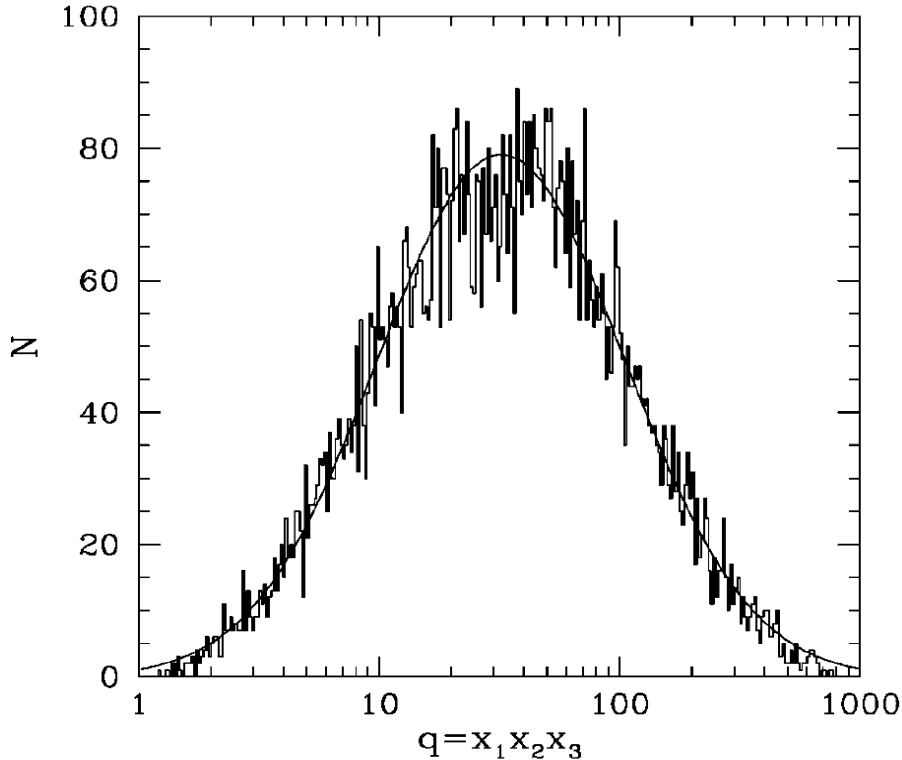
Közismert a centrális határeloszlás-tétel, illetve tételek. Ezekről Rényi Alfréd könyve [Rényi, A., 1966] a következőt írja: „... azt a tényt fejezik ki, hogy sok független valószínűségi változó összege igen általános feltételek mellett közelítőleg normális eloszlású. Ezek a tételek világítják meg azt, hogy miért találkozunk a különböző alkalmazási területeken olyan gyakran normális vagy közel normális eloszlással. (Tipikus példa erre a mérések pontatlansága; a teljes mérési hiba nagyon sok kis hibából tevődik össze. A centrális határeloszlás-tételek tehát igazolják azt a feltevést, hogy a mérési hiba normális eloszlású, ezért a normális eloszlást hibatörvénynek is szokták nevezni.)”

Mivel az időtartamok eloszlását lognormálisnak találjuk (a megfigyelések alapján), ezért – válaszolva a bíráló kérdésére – a gammakitöréseket leíró elméleteknek az időtartamokat várhatóan több változó együttes hatásával (szorzatával) kell magyarázniuk. A legelterjedtebb kollapszár elméletek szerint ([Woosley, S. E., 1993], [Woosley, S. E. and Heger, A., 2006], [Woosley, S., 2012]) a gammakitörések időtartamát a központi motor működési ideje határozza meg. Ennek értékére és pontos mechanizmusára a jelenlegi modellek csak hozzávetőleges skálát adnak (kb. 10 másodperc) [Fryer, C. L., Woosley, S. E. and Heger, A., 2001].

A centrális határeloszlás-tételre is hivatkozik a már említett cikkében Ioka és Nakamura [Ioka, K. and Nakamura, T., 2002]. Rövid cikküket arról írták, hogy mi az eredete a gammakitörés-paraméterek lognormális eloszlásának. Ha egy folyamat esetén valamely fizikai paraméter létrejöttét több effektus független változóinak szorzataként magyarázzuk, akkor az a centrális határeloszlás-tételből következően, logaritmikus skálán közel Gauss-eloszlást fog követni. Ioka és Nakamura ezt a gammakitörések esetén konkrétan megvizsgálja a csúcsenergiaival kapcsolatban, és a cikkben szereplő hármas számú képlet szerint azt legalább kilenc változó szorzatának találja,

$$E_b = 260 \left(\frac{p-2}{p-1} \right)^2 \varepsilon_e^2 \varepsilon_B^{0,5} \zeta_e^{-2} m_{r,28}^{0,5} L_{10}^{-1} l_{r,9}^{-1/2} \gamma_{s,2}^{-2} \gamma_{r,2}^{0,5} \gamma_{rel}^2 (1+z)^{-1}$$

ahol szinkrotron lökéshullám modellt használva $p > 2$, ε_e az elektronokra ε_B a mágneses térre jutó energia hányad, ζ_e azon elektronok hányada melyek a lökéshullám hatására γ_{rel} -re gyorsulnak, γ_s a lassú héj γ_r a gyors héj Lorentz faktora, l_r a gyors héj vastagsága, m_r a tömege, L pedig a héjak egymástól való távolsága és z a vöröseltolódás. (Ebben a modellben extrém relativisztikus sebességgel kidobott héjak ütközése hozza létre a gammakitörést.) Érvelésük szerint ezért nem meglepő, hogy a spektrumban megfigyelt csúcsenergia lognormális eloszlású.



2.1. ábra. Ioka és Nakamura idézett cikkének 3. ábrája, melyen három, a $[0,1]$ intervallumon logaritmikusan egyenletes eloszlású véletlen szám szorzatának gyakoriság-eloszlását ábrázolják, tízezer esetet használva. A folytonos vonal az illesztett Gauss-eloszlás. A kettő között nem mutatható ki szignifikáns különbség.

Cikkünkben három véletlen (logaritmikusan egyenletes eloszlású a $[0,1]$ intervallumon) szám szorzatának az eloszlását is megvizsgálták. Tízezer ilyen szám eloszlását hasonlították össze a lognormális eloszlással (a 2.1. ábrán cikkünk 3. ábráját mutatom). A χ^2 statisztika 48% valószínűséget adott, tehát a két eloszlás nem különbözött egymástól szignifikánsan. Ez alapján cikkünkben azt állítják, hogy a centrális határeloszlás-tétel, mely $n \rightarrow \infty$ esetén igaz, „asztrofizikai” értelemben már $n=3$ esetén is igaz. Természetesen a helyes állítás nem ez, hiszen e számítás során (három véletlen szám szorzatát vizsgálták) semmi asztrofizika nem volt használva. A helyes állítás az, hogy egyenletes eloszlású véletlen számok esetén a centrális határeloszlás-tétel már $n=3$ esetén is jó közelítéssel fennáll.

Természetesen a tétel nem csak egyenletes eloszlású véletlen számok összeadására vonatkozik. A követelmény az, hogy az eloszlások varianciája véges legyen. Így más eloszlások esetén $n=3$ esetben még adódhat a normális eloszlástól szignifikánsan különböző eloszlás.

Gao és Mészáros 2015-ben elemezte a központi motor működési idejét [Gao, H. and Mészáros, P., 2015]. Különböző külső és belső lökéshullám modelleket használva megpróbálják többek között a megfigyelt T90 időtartam eloszlásokat reprodukálni. A különböző kilöködött héjak Lorentz-faktorát véletlen eloszlásúnak választják. Megállapításuk szerint, ha a kilökött héjak Lorentz-faktora időben csökkenő tendenciát mutatna, akkor ez a modell nem lenne képes megfelelő gamma emissziót produkálni, ugyanis a héjak nem ütköznének egymással, nem jönne létre belső lökéshullám (internal shock).

3, Kolláth Zoltán harmadik kérdése:

A $z=2$ vöröseltolódás körüli gammakitörések esetében az eredményei anizotrópiát sugallnak. Milyen mechanizmus lehetséges ennek a hátterében?

Válaszom:

Dolgozatomban a jelenleg elfogadott standard kozmológiai modellt használom, mely jellemző paraméterei [Ade, P. A. R., et al., 2016]:

Hubble állandó $H = 67,8 \pm 0,9 \text{ km/(sMpc)}$,

a Világegyetem teljes sűrűsége osztva a kritikus sűrűséggel $\Omega_t = 1,000$,
ebből az anyagsűrűség osztva a kritikus sűrűséggel $\Omega_m = 0,308 \pm 0,012$,
és végül $\Omega_\Lambda = 0,692 \pm 0,012$.

A teljes energia sűrűség osztva a kritikus sűrűséggel azért pontosan 1, mert a cikk írói ezt feltételezik. A megadott hibaértékek a 68% konfidencia szintnek felelnek meg. A Planck csoport a cikkünk 6.2 fejezetében (itt feltéve, hogy Ω_t nem pontosan 1) kiszámítja a teljes energiasűrűség (osztva a kritikus sűrűséggel) egytől való eltérését is, melyet 0,000-nak talál 0,005 hibával (95% konfidencia szinten), azaz $\Omega_t = 1,000 \pm 0,005$.

Ebben a kozmológiai modellben a dolgozatban tárgyalt sűrűsödés, mely 1,6 és 2,1 vöröseltolódás között található, távolsága 9,75 és 10,66 milliárd fényév (a továbbiakban és itt is az ún. light travel distance-t használom). A megfigyelt gammakitörés sűrűsödés az égbolton minimum 45 fok átmérőjű tartományt fed le. Tehát a kibocsájtáskor nagyjából 2,5-3 milliárd fényév kiterjedésű volt. Ez már majdnem kimeríti a horizont problémát.

Legalább két lehetőség képzelhető el. Az egyik, hogy azért látunk gammakitörés többletet a tér egy helyén, mert ott nagyobb az anyag sűrűsége, így nagyobb a csillagkeletkezési ráta, és ebből következően a gammakitörések száma is megnőtt. A másik lehetőség, hogy a térrész átlagos (tehát a sűrűsége is az), de valamilyen okból megnőtt a gammakitörések száma a többi helyhez képest.

Lehetséges, hogy több egymáshoz közeli helyen egyszerre induljon meg mondjunk gravitációs összehúzódnak/közeledés az objektumok között, de ez esetben az ezt kiváltó oknak

már kezdetben jelen kellett lennie mint kezdőfeltétel. Az is lehet, hogy a Világegyetem már eleve strukturáltan keletkezett. De a 3-4 milliárd éves Világegyetemben nehezen képzelhető el olyan folyamat, mely az addig eltelt időben egy közel 1 Gpc nagyságú struktúrát tudott volna létrehozni. Ez ugyanis ellentmond a jelenleg elfogadott inflációs elméleteknek.

A magyarázat hiányánál azonban sokkal zavaróbb következménye is van annak, ha a talált sűrűsödés valódi. Ugyanis a jelenlegi kozmológiai modellek, melyek a Világegyetemet leírják, abból indulnak ki, hogy az anyag sűrűsége nagy skálán egyenletes. Természetesen kisebb-nagyobb egyenetlenségek lehetnek, de átlagosan a világ homogén (térben egyenletes anyageloszlású). Különböző években különböző adatokat közöltek, hogy mekkora lehet a maximális méret amelyen lényeges egyenetlenségek lehetnek a Világegyetem sűrűségében. Ahogy egyre nagyobb struktúrákat fedeztek fel úgy növekedett ez a méret. Zeldovics és Novikov könyvében ([Zeldovich, Y. B. and Novikov, I. D., 1983]) szerepel a 40 Mpc adat, azzal a megjegyzéssel, hogy Zwicky az 1930-as években 8 Mpc körülire tette a legnagyobb galaxishalmazok méretét. Zeldovicsék könyvében szerepel, hogy 1975-ben többen közöltek cikket arról, hogy a Coma Halmaz legnagyobb kiterjedése 100 Mpc. Hogg szerint az egyenetlenségek legnagyobb skálája nagyjából 100 Mpc [Hogg, D. W. et al., 2005]. Néhány évvel később ezt a skálát egyesek 130 Mpc-re tették ([Scrimgeour, M. I., et al., 2012]), mások szerint viszont akár 360 Mpc is lehet [Yadav, J. K., Bagla, J. S. and Khandai, N., 2010]. Nem véletlen az egyre nagyobb értékek publikálása, hiszen 2005-ben publikálták, hogy az SDSS felmérésben talált nagy struktúra (Sloan Great Wall) legnagyobb kiterjedése 400 Mpc [Gott, J. R., 2005].

Ezzel a mérettel el is érjük az elképzelhető maximumot. Ha a Világegyetem kora 13,8 milliárd év, akkor az ennek megfelelő távolság 4,2 Gpc, tehát a Sloan Nagy Fal eléri ennek a 10%-át. Az a nézet, hogy ugyan látunk struktúrákat a világban, de nagyobb skálán ezek kiátlagolva egyenletes sűrűségűek, megdőlni látszik. Minél nagyobb skálán térképezzük fel a Világegyetemet, annál nagyobb struktúrákat találunk, illetve másképp fogalmazva, az elkészített térképen mindig találunk a térkép méretének az egytizedénél nagyobb struktúrát. Ebbe a vonulatba illeszkednek a kvazárok és a gammakitörések térbeli eloszlását tanulmányozó vizsgálatok. Clowes és munkatársai több kvazárok alkotta óriási csoportosulást találtak az SDSS kvazárkatalógusban [Clowes, R. G., et al., 2012], [Clowes, R. G., et al., 2013]. Ezek közül a legnagyobb 1240 Mpc kiterjedésű [Clowes, R. G., et al., 2013]. E felfedezések után Nadathur megvizsgálta a Sloan kvazárkatalógust, és azt találta, hogy 190 Mpc skála felett a katalógus homogén [Nadathur, S., 2013].

Ha az általunk talált struktúra valós, léte sértheti a kozmológiai elvet, azaz a Világegyetem anyagának nagy skálán való egyenletes eloszlásának a feltételezését.

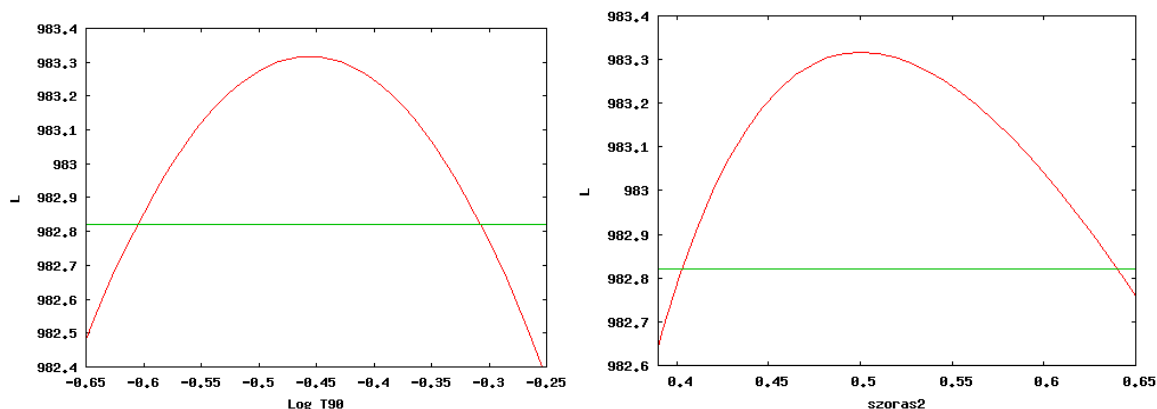
4. Kolláth Zoltán negyedik kérdése:

Pár esetben – pl. a 6.4.1. és 6.4.2. táblázatok esetében az illesztett paraméterek 3-4 tizedesjegy pontossággal adottak. Igazolható-e ez a pontosság, mekkora az illesztett paraméterek hibája?

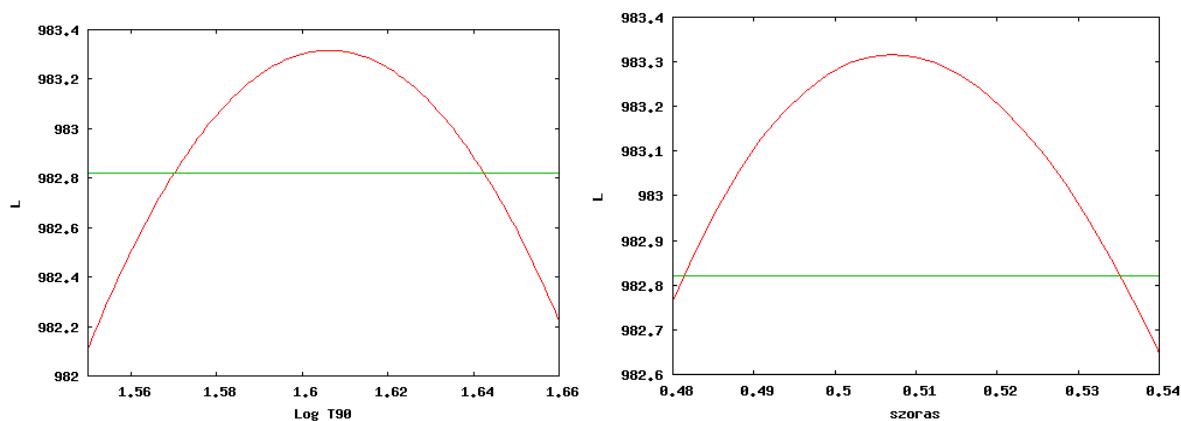
Válaszom:

A számított legjobb paramétereket és az általuk meghatározott likelihood értéket (ez az illesztés során kapott maximális érték) újra meghatároztam (az eredeti publikációban közöltekkel megegyező értékeket kaptam). A maximális likelihood érték három tizedesjegyre kerekítve 983,317 volt. Először a rövid gammakitörés-csoport esetén határoztam meg a csoport logT90 átlagértékének a hibáját. Mint azt a 6.4.1 táblázat mutatja, az átlagérték -0,456. A többi öt változót a legjobb értéken tartva a rövid gammakitörés-csoport logT90 középértékét változtatva kiszámoltam a likelihood értékeket. Az eredményt a 4.1. ábra

baloldali függvénye mutatja. A rövid gammakitörés-csoportra a logT90 szórására ugyanezt elvégezve a likelihood (szórás) függvényt a 4.1. ábra jobboldali függvénye mutatja. Hosszú kitöréscsoport esetén ugyanezt a 4.2. ábrán mutatom be.



4.1. ábra. Dolgozatom 6.4.1. táblázatában szereplő adatok pontosságának meghatározása, a rövid időtartamú gammakitörés-csoport esetén.



4.2. ábra. Dolgozatom 6.4.1. táblázatában szereplő T90 és szórás adatok pontosságának meghatározása, a hosszú gammakitörés-csoport esetén.

Mivel a maximális likelihood érték 983,317 volt, ezért a 982,817 érték jelöli ki a 68,3%-nak megfelelő határokat. Az említett négy ábrán ezt a szintet a zöld vonal jelöli. Az ábrákról is leolvasható értékeket, pontosabban a számítások során meghatározott értékeket az 1. és 2. táblázatban mutatom.

1. táblázat. Két komponens esetén a csoport időtartamok pontossága a 4.1. és 4.2. ábrák alapján.

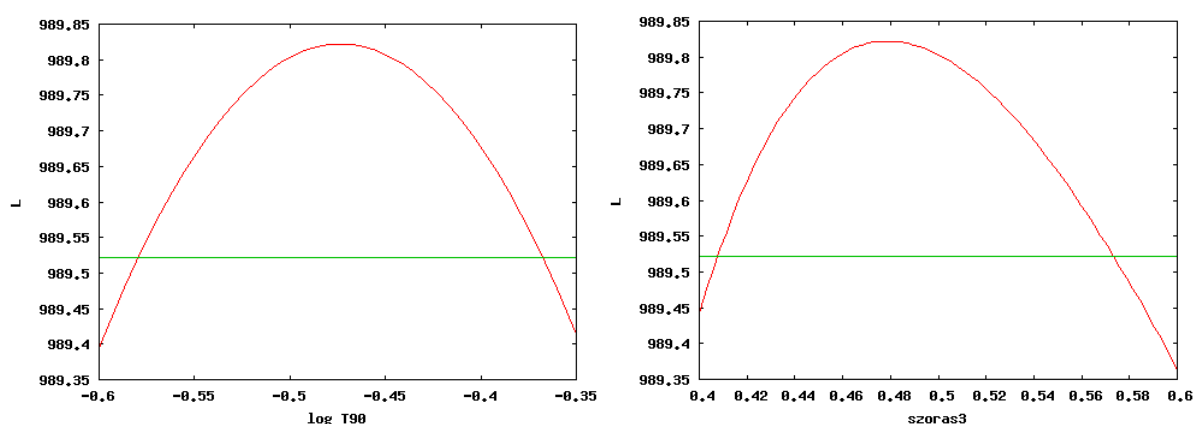
csoportok	középpont logT90	$\pm$ pontosság
rövid	-0,456	$\pm 0,15$
hosszú	1,606	$\pm 0,037$

2. táblázat. Két komponens esetén a csoportszórások pontossága a 4.1. és 4.2. ábrák alapján.

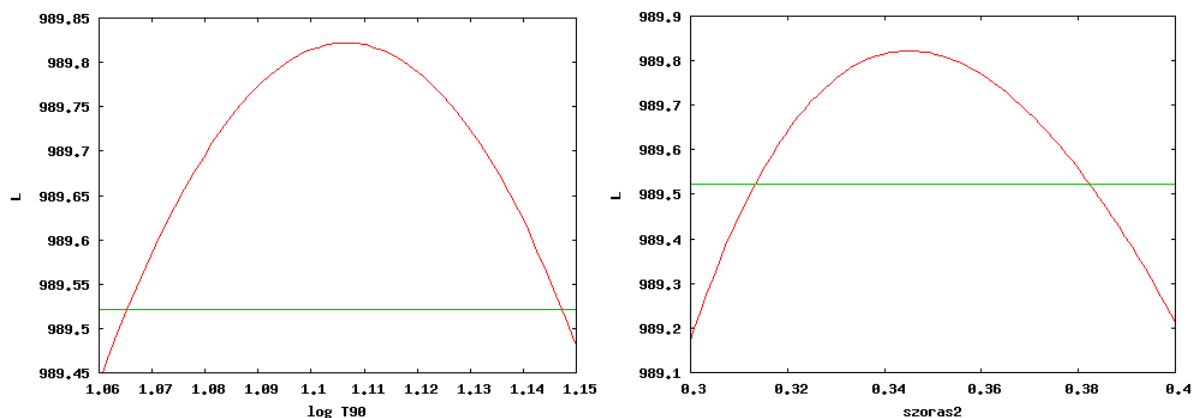
csoportok	szórás	$\pm$ pontosság
rövid	0,501	+0,14 -0,10
hosszú	0,507	+0,028 -0,026

Hasonló a helyzet a szórások esetében is, annyi különbséggel, hogy a likelihood függvény logT90 esetében jó közelítéssel a maximum környezetében szimmetrikus volt, ezért elegendő volt a hibát egy számmal jellemezni. Mint az a 2. táblázatból látszik a szórásoknak a jobb oldali, tehát a pozitív oldali hibája nagyobb kb. 10-40%-kal. Ezek a hibák a logT90 hibák nagyságrendjébe estek. A hosszú gammakitörés csoport esetén 0,028 (jobb oldali) és 0,026 (baloldali). A hibákat valójában csak század pontossággal lenne helyes megadni, de az aszimmetria miatt használok a harmadik tizedesjegyet is. Hogy ez mennyire helyes, az már a hiba hibája problémájához vezetne.

A fentiekhez hasonló módszerrel állapítottam meg a bíráló által említett a dolgozatomban 6.4.2. táblázatában szereplő értékek (a három Gauss-görbe illesztést adatainak) hibáját. Ezen esetben a maximális likelihood érték 989,822 volt. A már említett eljárással elkészítettem az előzőekhez hasonló 4.3-5. ábrákat. Az ábrákon a zöld szintvonal a 989,322 értéket jelöli. A kapott hibákat a 3. (időtartamokra) és a 4. táblázat (szórásokra) mutatja.



4.3. ábra. Dolgozatomban 6.4.2. táblázatában szereplő T90 és szórás adatok pontosságának meghatározása, a rövid gammakitörés-csoport esetén.



4.4. ábra. Dolgozatomban 6.4.2. táblázatában szereplő T90 és szórás adatok pontosságának meghatározása, a közepes időtartamú gammakitörés-csoport esetén.

3. táblázat. Három komponens esetén a csoport időtartamok pontossága a 4.3., 4.4. és 4.5. ábrák alapján.

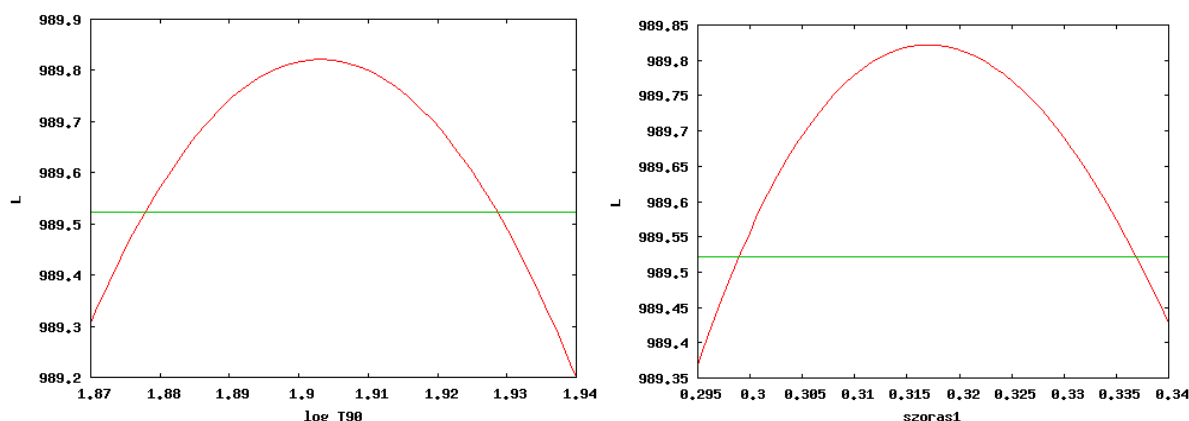
csoportok	középpont logT90	± pontosság
rövid	-0,473	± 0,107
közepes	1,107	± 0,041
hosszú	1,903	± 0,025

Itt a hibák valamivel kisebbek mint a két Gauss-görbe illesztések esetén voltak, de ez nem változtat a bíráló kérdésére már megfogalmazott válaszomon, nevezetesen nem indokolt harmadik tizedesjegyet megadni a kapott értékekre, elegendő két tizedesre megadni azokat, hiszen már a második tizedesjegy értéke is bizonytalan.

A kitöréscsoportok időtartam középértékeinek a hibája a 3. táblázatban is szimmetrikus (a 4.3-5. ábrák baloldali függvényei), míg a szórások pontossága/bizonytalansága (4. táblázat) itt is aszimmetrikus.

4. táblázat. Három komponens esetén a csoportszórások pontossága a 4.3., 4.4. és 4.5. ábrák alapján.

csoportok	szórás	$\pm$ pontosság
rövid	0,480	+0,08 -0,07
közepes	0,346	+0,035 -0,033
hosszú	0,317	+0,020 -0,018



4.5. ábra. Dolgozatom 6.4.2. táblázatában szereplő T90 és szórás adatok pontosságának meghatározása, a hosszú időtartamú gammakitörés-csoport esetén.

HIVATKOZÁSJEGYZÉK

- Ade, P. A. R., et al.: Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astronomy and Astrophysics*, Volume 594, id.A13, pp. (2016)
- Clowes, R. G., Campusano, L. E., Graham, M. J. and Söchting, I. K.: Two close large quasar groups of size 350 Mpc at z 1.2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 419, Issue 1, pp. 556-565. (2012)
- Clowes, R. G., Harris, K. A., Raghunathan, S., Campusano, L. E., Söchting, I. K. and Graham, M. J.: A structure in the early Universe at $z \sim 1.3$ that exceeds the homogeneity scale of the R-W concordance cosmology. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 429, Issue 4, pp. 2910-2916. (2013)
- Fryer, C. L., Woosley, S. E. and Heger, A.: Pair-Instability Supernovae, Gravity Waves, and Gamma-Ray Transients. *The Astrophysical Journal*, Volume 550, Issue 1, pp. 372-382. (2001)
- Gao, H. and Mészáros, P.: Relation between the Intrinsic and Observed Central Engine Activity Time: Implications for Ultra-long GRBs. *The Astrophysical Journal*, Volume 802, Issue 2, article id. 90, 10 pp. (2015)
- Gott, J. R., III, Juric, M., Schlegel, D., Hoyle, F., Vogeley, M., Tegmark, M., Bahcall, N. and Brinkmann, J.: A Map of the Universe. *The Astrophysical Journal*, Volume 624, Issue 2, pp. 463-484. (2005)
- Hogg, D. W., Eisenstein, D. J., Blanton, M. R., Bahcall, N. A., Brinkmann, J., Gunn, J. E. and Schneider, D. P.: Cosmic Homogeneity Demonstrated with Luminous Red Galaxies. *The Astrophysical Journal*, Volume 624, Issue 1, pp. 54-58. (2005)
- Horváth, I.: A Third Class of Gamma-Ray Bursts? *The Astrophysical Journal*, Volume 508, pp. 757-759. (1998)

- Horváth, I.: A Further Study of the BATSE Gamma-Ray Bursts Duration Distribution. *Astronomy and Astrophysics*, Volume 392, pp. 791-793. (2002)
- Ioka, K. and Nakamura, T.: A Possible Origin of Lognormal Distributions in Gamma-Ray Bursts. *The Astrophysical Journal*, Volume 570, Issue 1, pp. L21-L24. (2002)
- Li, H. and Fenimore, E. E.: Log-normal Distributions in Gamma-Ray Burst Time Histories. *astrophysical Journal Letters*, Volume 469, pp. L115-L118. (1996)
- McBreen, B., Hurley, K. J., Long, R. and Metcalfe, L.: Lognormal Distributions in Gamma-Ray Bursts and Cosmic Lightning. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 271, no. 3, pp. 662-666. (1994)
- Nadathur, S.: Seeing patterns in noise: gigaparsec-scale ‘structures’ that do not violate homogeneity. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 434, Issue 1, pp. 398-406. (2013)
- Nakar, E. and Piran, T.: Time-scales in long gamma-ray bursts. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 331, Issue 1, pp. 40-44. (2002)
- Preece, R. D., Briggs, M. S., Mallozzi, R. S., Pendleton, G. N., Paciesas, W. S. and Band, D. L.: The BATSE Gamma-Ray Burst Spectral Catalog. I. High Time Resolution Spectroscopy of Bright Bursts Using High Energy Resolution Data. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, Volume 126, pp. 19-36. (2000)
- Rényi, A.: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó. Budapest. (1966)
- Scrimgeour, M. I., et al.: The WiggleZ Dark Energy Survey: the transition to large-scale cosmic homogeneity. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 425, Issue 1, pp. 116-134. (2012)
- Tarnopolski, M.: Analysis of gamma-ray burst duration distribution using mixtures of skewed distributions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 458, Issue 2, pp. 2024-2031. (2016)
- Yadav, J. K., Bagla, J. S. and Khandai, N.: Fractal dimension as a measure of the scale of homogeneity. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 405, Issue 3, pp. 2009-2015. (2010)
- Woosley, S.: Models for gamma-ray burst progenitors and central engines. In: Kouveliotou, C., Wijers, R. A. M. J. and Woosley, S. (szerk.) *Gamma-Ray Bursts*. Cambridge University Press. Cambridge. pp. 191-213. (2012)
- Woosley, S. E.: Gamma-ray bursts from stellar mass accretion disks around black holes. *Astrophysical Journal*, Part 1, Volume 405, no. 1, pp. 273-277. (1993)
- Woosley, S. E. and Heger, A.: The Progenitor Stars of Gamma-Ray Bursts. *The Astrophysical Journal*, Volume 637, Issue 2, pp. 914-921. (2006)
- Zeldovich, Y. B. and Novikov, I. D.: *Relativistic Astrophysics, Volume 2: The Structure and Evolution of the Universe*. University of Chicago Press. Chicago and London. (1983)

Horváth István

Budapest, 2017. szeptember 15.