Opponensi vélemény

Galambos Gábor doktori értekezéséről

(Competitive Algorithms in Discrete Optimization – angol nyelven)

Témaválasztás

Galambos Gábor dolgozatában három diszkrét optimalizálási probléma vizsgálatával foglalkozik: ládapakolás, ütemezés, szövegtömörítés. Ezeknek különböző változataira közelítő algoritmusokat ad, és egyes algoritmusosztályok versenyképességi hányadosaira alsó korlátokat bizonyít.

A témaválasztás mind elméleti, mind gyakorlati szempontból érdekes és időszerű. A tárgyalt optimalizálási feladatokhoz tartozó matematikai modellek gyakorlati alkalmazhatóságára a szerző rendre példákat mutat, ezzel is erősítve az elméleti vizsgálatok jelentőségét és szükségességét.

Az új tudományos eredmények

Az értekezés alapvetően három nagyobb részre bontható. Az első rész a parametrikus egydimenziós ládapakolási feladatok megoldására szolgáló online közelítő algoritmusok alsó korlátjaira elért eredmények bemutatásával kezdődik. Ez a rész tartalmazza a dolgozat egyik kiemelkedő eredményét: a szerzők (Balogh, Békési, Galambos) egy közel húsz éves becslést javítottak meg, egy meglepő új konstrukció alkalmazásával. Numerikusan a növekmény csak a negyedik tizedes jegyben jelentkezik, de a javításhoz lényeges új gondolatra volt szükség. A 2012-ben publikált alsó korlát jelenleg is az érvényes rekord. Az erre, valamint a paraméteres változatra vonatkozó eredményeket (egy további választható érték függvényében) a 2.4. táblázat foglalja össze. Emellett a szerzők azt is megmutatják, hogy az LP modellen alapuló bonyolultabb bizonyítás kombinatorikus módszerekkel helyettesíthető, és így egy sokkal elegánsabb levezetés adható az alsó korlátokra.

Ezután a dolgozat a félig online algoritmusok vizsgálatával foglalkozik. Rendezett listák pakolására készített online algoritmusok alsó korlátjaként – a 2.2. tétel felhasználásával – 54/47-es értéket bizonyítanak (3.1. tétel), ami az 1983 óta (vagyis közel 30 éven át) érvényes legjobb, 8/7-es alsó korlátot javítja meg. Ezt követően a szerző a k-tárkorlátos algoritmusok osztályát vizsgálja. Lee és Lee 1985-ben igazolt éles alsó korlátot az ilyen algoritmusok aszimptotikus versenyképességi arányára. Ezt az eredményt a szerző általánosította a parametrikus esetre, és megmutatta azt is, hogy az általa bizonyított korlátok élesek, ha k végtelenhez tart. Az a kérdés, hogy véges sok láda esetén az alsó korlát elérhető-e, hosszú ideig megválaszolatlan volt. A szerző G. J. Woegingerrel írt cikkében konstruált egy olyan 3-tárkorlátos algoritmust, amellyel az alsó korlát elérhető (REP_3 algoritmus, 3.2.2. alfejezet). Egyébként az, hogy k=2-re létezik-e optimális algoritmus, továbbra is nyitott.

A félig online algoritmusok harmadik csoportját képezik azok az eljárások, amelyeknél minden lépés során szabad meghatározott számú elemet áthelyezni a nyitott ládák között. Ezeket k-elemkorlátos algoritmusoknak nevezzük. A k-elemkorlátos online algoritmusokra Ivkovič és Lloyd adott egy 4/3-os alsó korlátot. A dolgozatban a szerző társszerzőivel (Balogh, Békési, Reinelt) ezt a korlátot javítja 1,3871-re. Az érték egy lineáris program megoldásaként adódik (3.7. tétel), ami számos lemmán keresztül numerikusan végül a 3.14. lemmában kerül meghatározásra. A felső korlát tekintetében is a mai napig a dolgozatban bemutatott algoritmus a legjobb. Bebizonyították továbbá, hogy egy 3/2-es alsó korlát sszimptotikusan elérhető, ha az átpakolható elemek száma végtelenbe tart. Ez az eredmény azért is érdekes, mert a bemutatott algoritmus már k=2 esetén is javítja (1,5728-re) a Seiden által elemzett algoritmus 1,58888 aszimptotikus versenyképességét. Fontos itt megemlíteni azt is, hogy k=4 esetén az algoritmus aszimptotikus versenyképessége 1,5389, ami jobb, mint az online algoritmusok alsó korlátja. Ezzel a szerzők azt bizonyították, hogy ha egy online algoritmusnál megengedjük néhány elem átpakolását, akkor az algoritmusok versenyképessége javítható.

A ládapakolási algoritmusok vizsgálatát a szerző a kétdimenziós problémával folytatja. Itt érdemes kiemelni, hogy a szerző publikált először olyan konstrukciót, amellyel azt bizonyította, hogy a kétdimenziós online algoritmusok nem viselkedhetnek olyan jól, mint az egydimenziósak (4.2. tétel, Galambos, 1991). Az általa felvázolt konstrukció továbbfejlesztéseként A. van Vliettel közösen írt cikkében jelentősen – 1,802-re – javította a korábbi 1,6-es alsó korlátot (4.3. tétel, 1994). (Más módszerekkel később van Vliet további javítást ért el.)

A dolgozat első része a ládapakolási algoritmusok valószínűségszámítási módszerekkel történő elemzésével zárul. Ennek során a lista elemeit egymástól függetlenül választjuk a méreteknek egy olyan halmazából, ahol a méretek eloszlása ismert. Általában egyenletes eloszlást szokás feltételezni. A hatékonyság mértékének a felhasznált ládák számának várhatóértékét tekintjük az optimumhoz viszonyítva. A bemutatott első eredmény azt mondja ki, hogy a Next Fit Decreasing (NFD) algoritmus esetében ez az arány határértékben a $2(\pi^2/6-1)=1{,}289...$ mennyiséghez tart (5.1. tétel, Csirik, Frenk, Frieze, Galambos, Rinnooy Kan, 1986). A bemutatott elemzés értékét növeli, hogy a várhatóérték kiszámításán túl a szerzők vizsgálják a szórást, és igazolnak egy centrális határeloszlás tételt is. Úgy tűnik, a tárgykörben ez volt az első eset, hogy egy valószínűségszámítási módszerekkel történő elemzés során a várhatóértéken túlmenően is végeztek az algoritmus viselkedésére vonatkozó vizsgálatokat.

A szerző ezután egy kétdimenziós félig online algoritmust vizsgál, és bebizonyítja, hogy a Hybrid Next Fit (HNF) algoritmusra a várhatóértéknek az optimumhoz viszonyított aránya az előző eset 4/3-szorosa, azaz $(8/3)(\pi^2/6-1)=1{,}7153...$

A fejezet befejező része a ládalefedési feladat (ami a ládapakolásnak egy lehetséges duális változata) közelítő megoldására kifejlesztett algoritmusoknak valószínűségszámítási módszerekkel történő vizsgálatával foglalkozik. Erre a problémára vonatkozóan a ládapakolásnál használt módszerek közvetlenül nem használhatók. A „Párosítási Algoritmus” heurisztikára a szerző alsó korlátot ad, bizonyítva ezzel egy általános felső korlát aszimptotikus élességét. Elemzi továbbá két klasszikus algoritmus – Next Fit és Next Fit Decreasing – viselkedését, amelyekre az $1/e=0{,}3690...$ illetve a $2-\pi^2/6=0{,}3551...$ értéket kapja. Ennek figyelemre méltó és meglepő következménye, hogy egyenletes eloszlás esetén a ládalefedési feladatra nézve az NF algoritmus hatékonyságának várhatóértéke jobb, mint az NFD algoritmusé.

A disszertáció második része ütemezési feladatokkal foglalkozik. A klaszszikus m gépes ütemezésre Graham 1969-ben adott egy egyszerű algoritmust – List Scheduling, LS –, és bebizonyította, hogy annak abszolút versenyképességi hányadosa 2–1/m. Évtizedeken át az LS algoritmus volt a legjobb ismert eljárás. A szerző G. Woegingerrel közösen 1993-ban publikált egy algoritmust – Refined List Scheduling, RLS –, amelyre bebizonyították, hogy a versenyképességi aránya minden rögzített m-re pozitív konstanssal van 2–1/m alatt (ámbár ez a konstans m növekedtével 0-hoz tart). Módszerét tekintve a szerzők a lista elemei között definiálnak egy hasonlóságot, és egy ily módon meghatározott mérőszám alapján az RLS algoritmus bizonyos esetekben eltér az LS elveitől úgy, hogy nem mindig a legkevésbé terhelt gépet választja. A cikk megjelenése utáni években több olyan javítás is született, amelyek a hasonlóság elvének felhasználásával tovább javították a versenyképességi arányt. Így az RLS algoritmus lendületet adott a probléma megoldására alkalmas eljárások mélyebb elemzésének, ami egy 2-nél kisebb konstans felső korláthoz is elvezetett.

Az ütemezési rész következő fejezete egy speciális „open shop” problémával foglalkozik. Egységnyi hosszúságú (UET) munkák esetére a komplexitás vizsgálatához P. Brucker, J. Jurisch és M. Jurisch kidolgozott egy módszert, azonban az általuk javasolt eljárást nem lehetett arra az esetre alkalmazni, amikor az érkező munkákhoz egyaránt adott az r_i érkezési idő, a d_i késési idő, és a w_i súly is. Egy munka akkor késik, ha a d_i lejárati idő után fejezzük be. Ennél a feladatnál a cél az, hogy minimalizáljuk a késő munkák súlyozott összegét. A szerző G. Woegingerrel közösen írt cikkében bebizonyította (7.1. tétel), hogy ez a probléma polinom időben megoldható. A megoldás alapja az, hogy az open shop feladatot transzformálják egy élsúlyozott gráfra, amelyben egy minimális súlyú, 2-faktorhoz közeli feszítő részgráfot keresnek („(2,*)-faktor”, ebben meghatározott csúcsoknál a 2-es fokszám helyett 1 is megengedett).

Páros műveletek (CTP) esetén egyetlen gépen kell ütemezni n adott munkát. Minden munka két műveletet tartalmaz, amelyeknek időigénye rendre a_i és b_i. A két művelet között pontosan L_i időnek kell eltelni. Az L_i követési idő alatt a gép más munkákhoz tartozó műveleteket is végrehajthat. A feladat az n műveletpárt úgy ütemezni a gépen, hogy a legutoljára elvégzett munka a lehető legkorábban fejeződjön be. A CTP feladatok időkomplexitásának elemzését Orman és Potts végezte el, az azonos műveletpárok ($a_i=a$, $b_i=b$, $L_i=L$) ütemezésének a problémájára azonban nem találtak megoldást, így ez a feladat bonyolultságelméleti szempontból nyitott. Az (a,b,L,n) négyessel leírt feladat megoldására szerzőtársaival (Ahr, Békési, Oswald, Reinelt) 2004-ben publikált a szerző egy algoritmust, amely a problémát visszavezeti egy élsúlyozott gráfban keresendő n hosszúságú, minimális összsúlyú út keresésére. Ennek időbonyolultsága $O(nr^{2L})$, ahol r az $1+x^{a-1}=x^a$ egyenlet legnagyobb abszolútértékű gyöke. Így a definiált algoritmus n-ben lineáris, viszont a követési időben exponenciális. Ez utóbbi ellenére is, a négy adattal leírható műveletpár-ütemezési feladatra bő egy évtized elteltével is a dolgozatban bemutatott algoritmus a leggyorsabb, és továbbra is nyitott az a kérdés, hogy a probléma melyik komplexitási osztályba esik.

A disszertáció harmadik része szótárakat használó szövegtömörítési eljárásokkal foglalkozik. A szótár egy eleme {forrásszó, kódszó} párokból áll, ahol a kódok egy-egy (eltérő) ABC-ből választott karaktersorozatok. A kódolás során a forrásszöveget a forráskódok alapján karaktersorozatokra bonjuk, majd a megfelelő kódszavakkal helyettesítjük. A cél az, hogy a kódolt szöveg minél rövidebb legyen. A disszertációban feltételezik, hogy a szótár statikus, vagyis a kódolás során a szótár elemei nem változhatnak. Egy szótár a benne szereplő elemek tulajdonságai szerint lehet egységes kódolású, nem-hosszabbító, suffix vagy prefix típusú. Schuegraf és Heaps bizonyította be, hogy ez a feladat ekvivalens egy megfelelően konstruált élsúlyozott gráfban keresendő legrövidebb út meghatározásával, amely polinomiális időben megoldható. Előfordulhat azonban, hogy a kódolandó szöveg nagyon hosszú, vagy blokkokban érkező szövegeken online módon kell a kódolást végrehajtani.

Az ilyen problémákra vonatkozó első, Longest Matching (LM) algoritmus versenyképességére Katajainen és Raita aszimptotikus felső korlátokat adott meg. A szerző társszerzőivel (Békési, Pferschy, Woeginger) megjavította a korábbi eredményeket, és éles korlátokat bizonyított az LM algoritmusra akkor, ha a használt szótár prefix nemhosszabbító, illetve ha prefix nemhosszabbító és egységes kódolású (9.2. és 9.3. következmény). A dolgozat további részében három algoritmust (Differential Greedy (DG), Fractional Greedy (FG), Iterated Longest Fragment (ILF)) mutat be a szerző. Mindhármat kimerítően elemzik, és a legtöbb esetben éles korlátokat bizonyítanak az algoritmusok aszimptotikus viselkedésére. Az eljárások közül az ILF (Schuegraf, Heaps, 1974) a legbonyolultabb, és ennek megfelelően ez adja a legjobb eredményeket: összehasonlítva a többi algoritmussal, egyes szótártípusoknál a tömörített szöveg hosszára felülről aszimptotikusan egy hármas faktor nyerhető (Békési, Galambos, 2001).

Az értekezés stílusa és illusztrációi

Az értekezés angol nyelven íródott. Nyelvezete világos, jól érthető. Bár vannak benne részletek, amiket a bíráló másképpen írna, ez elkerülhetetlen egy ekkora terjedelmű írásban, és az ilyenekre itt nem is térek ki. Pár elírást viszont talán érdemes megemlíteni: a 7. oldal 2.1. táblázatának aláírásában j-nek szerepelnie kéne; a 8. oldal első két képlete nem illik össze az m_1^r definíciójával, tehát a második képlet első tagjának számlálójában valószínűleg r kellene r–1 helyett; a 25. oldal 3.2. fejezet (iv) átpakolásban a „portion" értelemszerűen „partition" lenne; az 54. oldal utolsó előtti bekezdésében a hivatkozás [100] helyett [7]; az 57. oldal 4.2. lemma bizonyításának elején kimaradt, hogy mit szummázunk; és a 79. oldal utolsó bekezdésének elejére értelemzavaróan beszüremkedett a „machines" szó.

A disszertáció kivitelezése mintaszerű, ami nemcsak a LaTeX értő használatának köszönhető, hanem a gondosan megválasztott és ízlésesen elkészített, harmonikus színvilágú ábráknak is. Tartalmilag további pozitívum és az operációkutatási terület hagyományaiba is jól illeszkedik, hogy a jelölt minden feladathoz megadott legalább egy olyan gyakorlati problémát, amellyel megalapozta az elméleti viszgálatokat.

A dolgozat struktúrája is megfelelő, bár az „open shop" problémának kissé más jellege miatt talán a 7. és a 8. fejezet sorrendjét érdemes lett volna felcserélni.

A tudományos tézisek elfogadása

A dolgozat mindegyik tézisét elfogadom új tudományos eredményként. A tételek közül kiemelem a második fejezetben az egydimenziós ládapakolási feladatok online algoritmusainak alsó korlátjaira vonatkozó 2.3. és 2.4. tételeket; a harmadik fejezetben a rendezett listákat pakoló félig online algoritmusok alsó korlátjára vonatkozó 3.1. tételt; a negyedik fejezet 4.2. és 4.3. tételeit, amelyek alsó korlátokat szolgáltatnak a kétdimenziós online ládapakolási algoritmusokra; az ötödik fejezetben a valószínűségszámítási módszerek alkalmazásához kapcsolódó 5.1.–5.3. tételeket; a hatodik fejezetben az RLS algoritmus abszolút versenyképességi hányadosát meghatározó 6.2. tételt; a hetedik fejezet 7.1. lemmáját, amely egy élsúlyos gráfban meghatározandó (2,*)-faktor kiszámításának lépésszámára az optimális 2-faktor időigényével arányos korlátot bizonyít; a nyolcadik fejezet 8.1. és 8.2. lemmáit, amelyek az identikus műveletekkel rendelkező munkák ütemezésének bonyolultságához adnak támpontokat; és a kilencedik fejezetben az ILF algoritmusra vonatkozó 9.10. és 9.11. tételeket.

A kapcsolódó publikációk

A szerző 17 cikkét dolgozza fel a disszertációban, és további 15 cikkére hivatkozik. Közleményeinek legnagyobb részét a szakterület élvonalbeli nemzetközi folyóirataiban jelentette meg (Theor. Comp. Sci., J. Algorithms, SIAM J. Alg. Disc. Meth., SIAM J. Comp., Discr. Appl. Math., Computing). A szerzőtársak között a szakma magasan elismert képviselőit is megtaláljuk (a teljesség igénye nélkül B. Chen, E. Coffman, J. Csirik, A. Frieze, S. Martello, G. Reinelt, A.H.G. Rinnooy Kan, Gy. Turán, G.J. Woeginger).

A magyar nyelvű tézisfüzet

A tézisfüzet az elért eredményeknek informatív és lényegi összefoglalását adja, a legfonotsabb állításokat megfelelően emeli ki. Azon felül rövid, de hasznos módszertani bevezetőt is tartalmaz. Mindössze apró kritikai észrevételeim vannak. Stilárisan néhány szóismétlést el lehetett volna kerülni. Tartalmilag pedig két részletet említek. Egyrészt a páros műveletek vezérléséhez tartozó időbonyolultsági képlet, $O(nr^{2L})$ megadásánál talán érdemes lett volna az r értékét definiáló egyenletet is beírni. Másrészt a szövegtömörítési algoritmusoknál esetleg meg lehetett volna említeni, hogy bár a feladat visszavezethető a legrövidebb út keresésére egy élsúlyozott gráfban, a feladat mérete vagy a blokkokban történő beolvasás ezt a lehetőséget mégis sokszor kizárja.

Kérdések a szerzőhöz

1. A rendezett listákat pakoló félig online algoritmusok alsó korlátjára használt konstrukció három listát tartalmaz. Teljesen online algoritmusok esetében olyan konstrukciókat használnak, amelyeknél a konkatenált listában szereplő listák száma a végtelenhez tart. Vajon több listás konstrukciókkal javítható-e a jelenlegi korlát?
2. A 2. fejezetben egy új konstrukcióval adják meg az 1,5403 javított alsó korlátot az egydimenziós online algoritmusokra. Kézenfekvő a felvetés: miért nem alkalmazták ezeket a sorozatokat a kétdimenziós esetre? Ugyancsak ide vonatkozó kérdés az is, hogy az online algoritmusoknál a parametrikus esetre vonatkozó alsó korlátokat miért nem vizsgálták magasabb dimenzióban.

Rövid összefoglaló értékelés

A szerző szakterületének nemzetközileg elismert kutatója, érdekes kérdéseket vizsgált és jelentős eredményeket ért el több fontos területen, közülük is kiemelendően az online és a félig online ládapakolási algoritmusok vizsgálatában. Több tételében az újszerű látásmódnak köszönhetően elért javítás évtizedek elteltével jelentett végre elmozdulást az adott kérdés vonatkozásában. Eredményeinek másik része inspiratív módon új kutatási irányokat nyitott meg. A szövegtömörítési feladatok közelítő megoldására alkalmazott algoritmusok elemzése során pedig szerzőtársaival ő publikált elsőként mélyebb éles eredményeket. Több tétele – mint például az 1,5403... online alsó korlát, az RLS algoritmus az online ütemezési feladatra, vagy a páros műveletek ütemezéséről elért eredménye – megkerülhetetlen az adott feladat előzményeinek áttekintése során.

Alkalmasság nyilvános vitára

Az értekezés nyilvános vitára bocsátását és a tudományos fokozat odaítélését javaslom.

Budapest, 2017. május 12.

Tuza Zsolt

a matematikai tudomány doktora

MTA Rényi Intézet