

Válasz Érdi Péter opponensi véleményére

Köszönöm szépen a támogató opponensi véleményt, a feltett kérdéseket és hasznos megjegyzéseket. Válaszaim ezekre a következők:

1) *Úgy sejtem, az átrendeződési mechanizmus elemi lépéseit úgy konstruálták, hogy a dinamika eleget tegyen a részletes egyensúly feltételének. A kémiai reakciókinetikában szerzett tapasztalatom szerint az érdekes szituációk ott kezdődnek, amikor ezen feltétel sérül. Jelölt saját munkája az egzakt leszámolás. Lényegesen kihasználta-e itt a részletes egyensúly feltételt?*

Igen, az általunk megadott dinamika teljesíti a részletes egyensúly feltételét és ekvivalens egy Kawasaki-féle, állandó részecskeszámú rácsgázzal (melyben a részecskék egy speciális topológiájú rácson mozognak). Az természetesen igaz, hogy az egzakt leszámolás első lépésénél pusztán az azonos topológiájú, izomorf gráfok számát határozzuk meg, és elvileg ebből kiindulva megadhatnánk olyan dinamikát is, mely nem teljesíti a részletes egyensúly feltételét. Azonban a mi esetünkben a cél az volt, hogy a Monte–Carlo-szimulációkkal összevethető eredményeket kapjunk. Mivel a Monte–Carlo-szimulációk a Metropolis–Hastings-algoritmust követték, az így kapott dinamika kielégítette a részletes egyensúly feltételét.

2) *A logaritmikus energiafüggvénnyel kapcsolatos fejtegetéskor a Weber–Fechner törvényt nevén nevezhette volna.*

Ez teljesen jogos kritika, az 1.3.2. alfejezet elején a logaritmikus energiafüggvény motivációjánál valóban a Weber–Fechner-törvényre utaltam, sajnos Ernst Heinrich Weber és Gustav Theodor Fechner említése nélkül.

3) *Nagyjából érteni vélem a k -klikkperkoláció algoritmus működését. Bár a 3.2 ábrán a futási idő méretfüggését, nem látom tisztán (a T6 cikkből sem), nem tudom, hogy tettek-e világos állítását az algoritmus időkomplexitására. Ha igen, elnézést kérek, de mit kellett volna néznom? Nyilván végeztek a szerzők más algoritmusokkal való összehasonlítást, szívesen megnéznék egy összehasonlító táblázatot.*

A csoportok definíciója a k -klikkeken alapszik, melyek megkeresése egy polinomiális feladat. Ez alapján természetesen megadható egy polinomiális

komplexitású algoritmus is, mely előállítja a k -klikkperkolációs csoportokat. Ezzel azonban az a gond, hogy amennyiben a vizsgált hálózat tartalmaz nagy maximális klikkeket, akkor azokban kombinatorikusan sok kisebb k -klikk lesz, pl. egy 30 csúcsból álló klikkben is már kb. 30 millió 10-es méretű k -klikk található. Ennek révén a gyakorlatban egy ilyen, a k -klikkek megkeresésén alapuló megközelítés nem működőképes. A probléma kiküszöbölésére mi olyan algoritmust adtunk meg, mely a maximális klikkek megkeresésén alapszik, elkerülvén a kombinatorikusan sok k -klikkel való vesződést. Azonban a maximális klikk keresés már egy NP-teljes probléma, ami miatt ez az algoritmus exponenciális komplexitásúvá válik. Ez a tapasztalatok alapján a gyakorlatban felmerülő hálózatok esetén általában nem jelent problémát, az esetek többségében a csoportkeresés emberi idő alatt lefut.

Összehasonlító tanulmányokat más csoportkereső módszerekkel mi nem végeztünk. Ennek oka az volt, hogy megjelenésekor a mi módszerünk volt az első, mely nagy skálán tette lehetővé átfedő csoportok feltárását. Később az irodalomban több esetben is előfordult, hogy egy új csoportkereső algoritmus bevezetésénél a k -klikkperkoláció is szerepelt azon korábbi módszerek között, mellyel az új megközelítés eredményeit összevettették. Egy viszonylag részletes összehasonlítást a csoportkereső módszerek között (a k -klikkperkoláció figyelembe vételével) Darko Hric és munkatársai publikáltak 2014-ben [2].

4) Nem találtam különösebben szofisztikáltnak a súlyozott hálózatok súlyozatlanra való átalakításának „egyszerűen az élsúlyok elhagyásával” történő eljárását.

Valóban, az élsúlyok figyelembevételére összetettebb eljárásokat is ki lehet dolgozni. Az évek során a k -klikkperkolációnak kifejlesztettük egy olyan verzióját is, melyben a k -klikkek élsúlyintenzitását vesszük figyelembe, mely megegyezik a k -klikken belüli élek súlyának mértani közepével [1]. Ilyenkor (az egyszerű élsúly szerint végzett szűréshez hasonlóan) csak azokat a k -klikkeket tartjuk meg, melyek intenzitása meghalad egy előre beállított intenzitásküszöböt. Az ezen megközelítés részleteit közlő cikkhez (melyet a dolgozatban csak mint kapcsolódó további publikáció soroltam fel) Farkas Illésnek volt a legjelentősebb hozzájárulása. A disszertációban azért nem írtam le ezt a módszert, mert szerves részét képezte Farkas Illés MTA Doktori dolgozatának, melyet 2016-ban sikeresen meg is védett.

5) Látni vélem a 3.6. ábra (a-d) üzenetét. Nem lepett meg nagyon, hogy

a foksám eloszlást kezdetben leíró exponenciális eloszlás hatványeloszlásba megy át. Nem látom viszont tisztán, lehet, hogy az én hibám, hogy a küszöbértéket grafikus eszközökkel lehet-e megállapítani, vagy van mögötte analitikus számolás is?

Nincs analitikus számítás a küszöbérték mögött. A 3.6.ábrán az exponenciálisan lecsengő részek d_0 paraméterét az adatokra történő illesztéssel kaptuk meg.

6) A kihívás legnehezebb részének egy csoport előképének a korábban azonosított csoportok közötti megtalálását látom. Észlelem, hogy a probléma megoldása, bár nem Jelölt nem nevezte meg, a Jaccard-index megfelelő felhasználásával történt.

Ez is egy teljesen jogos észrevétel, az általunk relatív átfedésként a (4.2) egyenletben megadott mennyiséget először Paul Jaccard javasolta hasonlóság mérésére, és ennél fogva Jaccard-indexként ismert széles körben.

2017. november 17.

Palla Gergely

Hivatkozások

- [1] I. J. Farkas–D. Ábel–G. Palla–T. Vicsek: Weighted network modules. *New J. Phys.*, 9. évf. (2007), 180. p.
- [2] D. Hric–R. K. Darst–S. Fortunato: Community detection in networks: Structural communities versus ground truth. *Phys. Rev. E*, 90. évf. (2014), 062805. p.