

Válasz Dr. Lantos Béla, az MTA doktora bírálatára

Köszönetemet fejezem ki Lantos Béla professzor úrnak munkám alapos áttanulmányozásáért, gondolatébresztő kritikai észrevételeiért, valamint dolgozatomra vonatkozó pozitív véleményéért.

Bírálóm megjegyzéseire észrevételeire és kérdéseire az alábbiakban válaszolok.

Általános megjegyzések

Bírálóm véleménye szerint a dolgozat olvashatósága növelhető lett volna néhány helyen alkalmazott tördeléssel és jelölések táblázatban történő összefoglalásával.

Bírálóm kritikáját elfogadom, megjegyezve, hogy igen nehéz feladat volt egyensúlyt teremteni az absztrakt matematikai rendszerelméleti tárgyalásmód igényessége és a közérthetőség között. A gépelési hibákra vonatkozó észrevételek teljesen relevánsak, sajnálom, hogy a többszöri átnézés után is a szövegben maradtak. Bírálóm tézisekre vonatkozó megjegyzéseit, pontosításait elfogadom.

Kérdések

1. Az R gyűrűről feltette, hogy kommutatív, míg később a Lie-zárójellel definiált szorzás nem az. Az alaplátrix számításakor A_1, A_2, \dots, A_I szintén nem felcserélhetők. A Wei-Norman felbontás szerint a $\Phi(t, \tau)$ alaplátrix számítható egyszerű mátrixexponenciálisok szorzataként, de ehhez ismerni kell a $g_i(t, \tau)$ függvényeket a megfelelő Lie-algebra A_1, A_2, \dots, A_I bázisában, amihez viszont meg kell oldani a $g_i(t, \tau)$ -kra vonatkozó differenciálegyenleteket, ami numerikus szempontból eléggé összetett feladat. Létezik-e további egyszerűsítési lehetőség? Mi a valódi haszna a fenti felbontásnak: i) Megalapozza az elméleti eredményeket? ii) Numerikusan is „könnyen” kiértékelhető módszert ad?

Elméletileg fontos, hogy a Wei-Normann tétel segítségével a $\Phi(t,\tau)$ alapmátrixot exponenciális alakban tudom leírni, amit a Hermite-Lagrange-féle interpolációs formula segítségével polinomok szorzatávként alakíthatok. Innen már könnyen kapom az általánosított Kálmán-féle tételt. Ennek formális levezetését a 97. oldalon találhatjuk a dolgozatomban:

Így az integrál alatti függvényekből látható, hogy

$$\begin{aligned} & \exp(g_1(t, \tau)A_1) \dots \exp(g_k(t, \tau)A_k)B(\tau)u(\tau) = \\ & = \left(\sum_{i_1=0}^{n-1} p_{1,i_1}(g_1(t, \tau))A_1^{i_1} \right) \dots \left(\sum_{i_k=0}^{n-1} p_{k,i_k}(g_k(t, \tau))A_k^{i_k} \right) \left(\sum_{l=1}^L b_l(\tau)B_l \right) \left(\sum_m u_m(\tau)\mathbf{e}_m \right) \\ & = \sum_m \sum_i \sum_l p_{1,i_1}(g_1(t, \tau)) \dots p_{k,i_k}(g_k(t, \tau)) b_l(\tau) u_m(\tau) A_1^{i_1} A_k^{i_k} B_l \mathbf{e}_m \in K_C. \end{aligned}$$

Így az integrálja is, azaz $x(t) \in K_C$, minden $t \in [0, T]$ esetén. Ez azt jelenti, hogy a 0 -ból a $[0, T]$ intervallumon elérhető állapotok halmaza, azaz az elérhetőségi altér, a K_C Kalman-féle elérhetőségi altér része, vagy az egész Kalman-féle altér lesz-e, erre a válasz sokkal nehezebb.

A g_i -ket nem számolom ki, azokra csak algebrai feltételeket adok, ami a perzisztens gerjesztési feltételele.

2. A (7.1.1) rendszer esetén melyek az x_i^* , $i=1,2,3$ egyensúlyi feltételek, és abból hogyan következik A? Hasonlóan, mi a válasz ugyanezen kérdésekre (7.1.1.3) esetén?

Az értekezésben (7.1.1) rendszer nincsen, az x_i^* ($i=1,2,3$) említése miatt a kérdés nyilván a (7.1.1.1) rendszerre vonatkozik:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1(a_1 + c_1 w - b_{11}x_1 - b_{12}x_2) \\ \dot{x}_2 &= x_2(a_2 + c_2 w + b_{21}x_1 - b_{22}x_2 + b_{23}x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_3(a_3 + c_3 w - b_{32}x_2 - b_{33}x_3) \\ \dot{w} &= 0, \end{aligned} \tag{7.1.1.1}$$

ahol $a_i, b_{ij}, c_i > 0$ minden $i, j=1,2,3$ esetén. A $w=0$ választás mellett (7.1.1.1) az általános, n -faj lehetséges kölcsönhatásait leíró

$$\dot{x}_i = x_i \left[\varepsilon_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} x_j \right] \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Lotka-Volterra-rendszer speciális esete. Az utóbbi a nyilvánvaló mátrix-, ill. vektorjelöléssel

$$\dot{x} = \text{Diag}x[\varepsilon - \Gamma x].$$

A $\Gamma = [\gamma_{ij}]_{n \times n}$ kölcsönhatási mátrix esetünkben

$$\Gamma = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ -b_{21} & b_{22} & -b_{23} \\ 0 & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix},$$

a Malthus-paraméterek vektora pedig $\varepsilon = (a_1, a_2, a_3)^T$. Mármost a $w = 0$ melletti (7.1.1.1) rendszer keresett nem triviális x^* egyensúlya az $\Gamma x = \varepsilon$ lineáris egyenletrendszer megoldása. Esetünkben ez utóbbi egyértelműen megoldható, mert a kölcsönhatási mátrixban szereplő b_{jk} paraméterek pozitívak, így

$$\det \Gamma = b_{11}(b_{22}b_{33} + b_{32}b_{23}) + b_{12}b_{21}b_{33} > 0.$$

A Cramer-szabály szerinti $x_i^* = \frac{\det \Gamma_i}{\det \Gamma}$ egyenlőségek alapján a $\det \Gamma_i > 0$ egyenlőtlenségekből az a_j és b_{jk} biológiai paraméterekkel kifejezett egyszerű elégséges feltételt kapunk arra, hogy $x^* > 0$ legyen.

Ezek után a kérdéses, (7.1.1.2) alatti A mátrix nem más, mint (7.1.1.1) jobb oldalának az imént kiszámított $x^* > 0$ egyensúlyban vett Jacobi-mátrixa.

A (7.1.1.3) rendszerre vonatkozó analóg kérdésre a következő válasz adható: Ez a rendszer a (7.1.1.1) rendszertől abban különbözik, hogy míg ez utóbbiban az abiotikus környezeti hatás az egyes fajok Malthus-paramétereit változtatta meg, a (7.1.1.3) rendszerben az abiotikus környezet megváltozása bizonyos fajközi kölcsönhatások intenzitását befolyásolja:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1(a_1 - b_{11}x_1 - (b_{12} + c_{12}w)x_2) \\ \dot{x}_2 &= x_2(a_2 + (b_{21} + c_{21}w)x_1 - b_{22}x_2 + (b_{23} + c_{23}w)x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_3(a_3 - (b_{32} + c_{32}w)x_2 - b_{33}x_3) \\ \dot{w} &= 0 \end{aligned} \quad (7.1.1.1)$$

Vegyük észre, hogy az abiotikus környezeti hatás nélküli (azaz $w=0$ melletti) rendszer mindkét esetben ugyanaz, ezért a (7.1.1.1) rendszerre fent kifejtett gondolatmenet érvényes a (7.1.1.3) rendszerre is.

Megjegyzés: A megfigyelő konstrukciójához (és ezzel együtt a w paraméter becsléséhez) mind a (7.1.1.1), mind a (7.1.1.3) rendszer esetében szükség van az $(x^*, 0)$ egyensúly Ljapunov-stabilitására. Mivel a $\dot{w} = 0$ rendszerre nézve a 0 egyensúly Ljapunov-stabilis, elegendő a $w=0$ melletti (7.1.1.1), ill. (7.1.1.3) rendszerre vonatkozóan az x^* egyensúly aszimptotikus stabilitása (L. pl. Isidori 1995). Ez utóbbi aszimptotikus stabilitásra vagy linearizációval, vagy a $\dot{x} = \text{Diag } x [\varepsilon - \Gamma x]$ Lotka-Volterra rendszer disszipativitásával adható elégséges feltétel. (E disszipativitási fogalom a mechanikai rendszerek disszipativitásával analóg, speciális esetben az intuitív jelentése az, hogy a fajközi kölcsönhatások csökkentőleg hatnak a rendszer összbiomasszájára.)

Egyébként valamely $x^* > 0$ egyensúly aszimptotikus stabilitása biológiailag az n -fajos ökoszisztéma hosszú távú fennmaradását (koegzisztenciáját) biztosítja.

3. Adja meg a 7.4 pontban tárgyalt finomítási eljárás dinamikus modelljét (kondenzátor, tálcák, reboiler), vagy azt a forrást, ahol a modell és paraméterei elérhetők.

A dolgozat 7.4. pontjában szereplő finomítási eljárások című alfejezet részletesen is megtalálható az alábbi publikációban:

Performance Verification of Advanced Filtering Alternatives for Robust Fault Tolerant State Estimation in Nonlinear Processes, Mechanical Engineering Letters: R and D: Research and Development 6: pp. 234-255. (Miranda Moira, Edelmayer András, Molnár Sándor, 2011)

4. Adjon egy listát (táblázatot), hogy az egyes tézisekhez mely saját (esetleg társszerzős) publikációk tartoznak az eredeti irodalomjegyzék számozása alapján és mikor jelentek meg. Hol válnak el a saját eredmények más szerzők (Szigeti, Bokor, Miranda, Edelmayer stb.) eredményeitől?

A tézisekben megfogalmazott eredmények saját eredményeim. Természetesen számos kutatási projektben dolgoztam együtt egyetemi, iparági és kutatóintézeti kollégákkal, és írtunk az eredményekről közös cikkeket. Ezen cikkekből csak a saját eredményeimet használtam fel az értekezésben

Az 1. tézishez kapcsolódó cikkek

Molnár S, Szigeti F, Szidarovszky F, Carrera Ramirez J: On the Product of One-parametric Semigroups of Operators as the Solution of Certain Time-Dependent Parabolic Equations, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 200:(2) pp. 418-36. (1996)

(a kézirat leadása 1993-ban történt)

Molnár S.: Observability and Controllability of Decomposed Systems I., *Math. Anal. and System Theory*, Vol. 5., pp. 57-66, (Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem), 1988.

Molnár S.: Observability and Controllability of Decomposed Systems II., *Math. Anal. and System Theory*, Vol. 5., pp. 67-72, (Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem), 1988.

Molnár S.: Observability and Controllability of Decomposed Systems III., *Math. Anal. and System Theory* 5., pp. 73-80, (Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem), 1988.

Molnár S.: A Special Decomposition of Linear Systems, *Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science*, Vol. 29. No. 4, pp. 1-19, 1989.

Molnár S.: Kalman's Rank Conditions for Time Dependent Linear Systems, *Pure Mathematics and Applications*, Vol. 4. No. 3, pp. 353-361, 1993.

Molnár S., Szigeti Ferenc, Molnár Márk: A Rank Condition for Controllability and Reachability of Time-Varying Discrete-Time Linear Systems, *Mechanical Engineering Letters*, Vol. 3, pp. 8-16, Szent István University Faculty of Mechanical Engineering, Gödöllő, 2009.

Molnár S.: On the properties of linear time varying systems, *Mechanical Engineering Letters*, Szent István University, Vol. 10, pp. 42-59, Gödöllő, 2013.

Molnár S.: On the Reachability of Linear Time Varying Systems, *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 11, No. 3, pp. 201-217, 2014.

2. tézishez kapcsolódó publikációk

Molnár S., Szigeti, F.: Controllability and Reachability of Dynamic Discrete-time Linear Systems, Proceedings of the 4th International Conference on Control and Automation, 2003, Montreal, Canada, pp. 350-354, ISBN: 0-7803-7777-X, Library of Congress: 10-12 June 2003.

Molnár S., Alexandros Soumelidis, András Edelmayer, Ferenc Szigeti: On the qualitative properties of hierarchical systems, Mechanical Engineering Letters, (Szent István University, Gödöllő) Vol. 4, pp. 37-47, 2010. [61] 2010

Molnár S, Molnár M: Approximation of LPV-Systems with Constant-Parametric Switching Systems, In: Akio Matsumoto (szerk.), Optimization and Dynamics with Their Applications: Essays in Honor of Ferenc Szidarovszky. 344 p. Singapore: Springer Verlag, 2017. pp. 127-154.

Molnár S., Szigeti Ferenc, Molnár Márk: A Rank Condition for Controllability and Reachability of Time-Varying Discrete-Time Linear Systems, Mechanical Engineering Letters, Vol. 3, pp. 8-16, Szent István University Faculty of Mechanical Engineering, Gödöllő, 2009.

Molnár S.: On the properties of linear time varying systems, Mechanical Engineering Letters, Szent István University, Vol. 10, pp. 42-59, Gödöllő, 2013.

Molnár S.: The qualitative assessment of structured systems, In: Hatvani IG, Tanos P, Cvetkovic M, Fedor F (szerk.), Proceedings Book of the 20th Congress of Hungarian Geomathematicians and 9th Congress of Croatian and Hungarian Geomathematicians "Geomathematics in multidisciplinary science - The new frontier?". 277 p.

3. tézishez kapcsolódó cikkek

Molnár S., Szigeti F.: Algebraic Conditions for Controllability and Reachability of Time-Varying Discrete-Time Linear Systems, In: "Control Applications of Optimisation 2003 ", a proceedings volume from the 12th IFAC Workshop, Visegrad, Hungary, 30th June - 2nd July 2003, Edited by: R. Bars, E. Gyurkovics, Published for IFAC by Elsevier Ltd. 2003.

Molnár S., Szigeti, F.: Controllability and Reachability of Dynamic Discrete-time Linear Systems, Proceedings of the 4th International Conference on Control and Automation, 2003, Montreal, Canada, pp. 350-354, ISBN: 0-7803-7777-X, Library of Congress: 10-12 June 2003.

Molnár S., Szigeti F.: Generalized Fuhrmann's rank condition for Controllability and Reachability of Time-Varying Discrete-Time Linear Systems, Pure Mathematics and Applications, Vol. 19, No. 1, pp. 55-66, 2008.

Molnár S, Molnár M: Approximation of LPV-Systems with Constant-Parametric Switching Systems, In: Akio Matsumoto (szerk.), Optimization and Dynamics with Their Applications: Essays in Honor of Ferenc Szidarovszky. 344 p. Singapore: Springer Verlag, 2017. pp. 127-154.

Molnár S., Szigeti Ferenc, Molnár Márk: A Rank Condition for Controllability and Reachability of Time-Varying Discrete-Time Linear Systems, Mechanical Engineering Letters, Vol. 3, pp. 8-16, Szent István University Faculty of Mechanical Engineering, Gödöllő, 2009.

Molnár S.: On the properties of linear time varying systems, Mechanical Engineering Letters, Szent István University, Vol. 10, pp. 42-59, Gödöllő, 2013

Molnár S.: The qualitative assessment of structured systems, In: Hatvani IG, Tanos P, Cvetkovic M, Fedor F (szerk.), Proceedings Book of the 20th Congress of Hungarian Geomathematicians and 9th Congress of Croatian and Hungarian Geomathematicians "Geomathematics in multidisciplinary science - The new frontier?". 277 p.

4. tézishez kapcsolódó publikációk

Molnár S., Szigeti F.: "On "Verticum"-Type Linear Systems with Time-Dependent Linkage", Applied Mathematics and Computation , Vol. 60., pp. 89-102., 1994. Molnár S.: Időtől függő vertikum-típusú lineáris rendszerekről, in MTA Közgyűlési előadások, 2000 május II. kötet, pp. 645-657, 2001, MTA. ISSN: 1585-1915

Molnár S., M. Gámez, I. López, T. Cabello: Equilibrium control of nonlinear verticum-type systems, applied to integrated pest control, *BioSystems*, Vol. 113, pp. 72-80, 2013. DOI: 10.1016/j.biosystems.2013.05.005

5. tézishez kapcsolódó publikációk

Molnár S., M. Gámez and I. López: Observation of nonlinear verticum-type systems applied to ecological monitoring, *International Journal of Biomathematics*, Vol. 5, No. 6, pp. 1250051-1-1250051-15, 2012, DOI: 10.1142/S1793524512500519, IF:1.667

Molnár S., M. Gámez, I. López, T. Cabello: Equilibrium control of nonlinear verticum-type systems, applied to integrated pest control, *BioSystems*, Vol. 113, pp. 72-80, 2013. DOI: 10.1016/j.biosystems.2013.05.005

Molnár Sándor, Inmaculada López, Manuel Gámez, József Garay: A two-agent model applied to the biological control of the sugarcane borer (*Diatraea saccharalis*) by the egg parasitoid *Trichogramma galloi* and the larvae parasitoid *Cotesia flavipes*, *BioSystems*, Vol. 141, pp. 45-54, 2016. doi:10.1016/j.biosystems.2016.02.002

Miranda M., Edelmayer A., Molnár S.: Federated filtering: classical approaches in new approximations for distributed systems estimation, *Mechanical Engineering Letters*, (Szent István University, Gödöllő) Vol. 4, pp. 266-280, 2010.

Molnár S., López I., Gámez M.: Observability and observers in a food web, *Applied Mathematics Letters*, Vol. 20, Issue 8, August 2007, pp. 951-957, 2007. Impact Factor: 0.699

Molnár S., M. Gamez, I. Lopez: Monitoring Environmental Change in an Ecosystem, *Biosystems*, Vol. 93. No. 3, pp. 211-217, 2008. ISSN 0303-2647, Impact Factor: 1.08

Gödöllő, 2017. augusztus. 28.

Dr. Molnár Sándor
egyetemi tanár