

Válasz Béda Péter professzor úr bírálatára

Bevezetés

Szeretném megköszönni bírálóm gondos munkáját és megjegyzéseit, valamint doktori címmel kapcsolatos előzetes pozitív javaslatát.

A bírálat megfogalmaz néhány általános kérdést, illetve megjegyzést a dolgozat felépítésével kapcsolatban. A dolgozat egy rövid általános bevezetés mellett a részletesen tárgyalt kérdésekhez kapcsolódóan külön bevezető és összefoglaló részeket tartalmaz, amely bírálóm szerint némileg szétesetté teszi a dolgozatot és nehezíti a lényegi eredmények megértését. Egyetértek azzal, hogy egy ettől eltérő szerkesztésnek lettek volna lényeges előnyei. Gondos mérlegelést követően végül azért választottam ezt a szerkezetet, mert a dolgozat ugyan egy jól körülhatárolható jelenségkör vizsgálatát, ugyanakkor az egyes eredmények gyakorlati alkalmazási, felhasználási területe eltérő. Úgy éreztem, hogy ezeket nehézkes lenne részletesen, együtt bemutatni, ugyanakkor a dolgozat első fejezeténél igyekeztem mindent megtenni annak érdekében, hogy meggyőzően bemutassam a vizsgált kérdések közötti szoros kapcsolatot. Hasonló kritikát kapott a tézisek elhelyezése a dolgozaton belül. Azt hiszem, hogy a legjobban követhető az lett volna, ha a téziseket az eredmények bemutatása után közvetlenül kimondom, majd megismétlem együtt a dolgozat végén. A jelölésekkel kapcsolatban is egyetértek azzal a kritikával, hogy nem volt helyes az U és ε betűt a dolgozat különböző fejezeteiben más célra használni. Valószínűleg azért került el a figyelmemet ez a probléma, mert mindkét betű „második” felhasználása csak egyetlen bekezdés erejéig jelenik meg a dolgozatban.

A tézisek értékelése

Szeretném megköszönni az 1,2,3, 5/b tézisek elfogadását, és a 4. tézisnek bírálóm szakmai kompetenciájába eső részének elfogadását.

Három altézis esetén jeleztem, hogy ezek közös eredmények más kutatókkal. MTA doktori disszertációk esetén az a gyakoribb megoldás, hogy a jelölt másokkal közös eredményeit részeredményekre bontja és a maga által önállóan elért részeredményeket fogalmazza meg tézisként. Kevésbé gyakori közösen elért eredmények bemutatására, melyre a doktori szabályzat akkor ad lehetőséget, ha a jelölt saját teljesítménye megállapítható vagy részesedésének aránya tisztázható (28 § (1),(3)). Esetemben a 3 érintett altézis nehezen bontható szét részeredményekre, ugyanakkor olyan közös gondolkodás eredménye, melyben minden résztvevő jelentősen hozzájárult az eredmény kidolgozásához. Az én részesedésem becsült aránya 50% (1/a, 1/b. altézis), illetve 40% (5/b altézis). Az 1. tézis két olyan eredményt foglal össze, amelyek véleményem szerint önálló tézis értékűek lennének, de mivel mindkettő közös eredmény Domokos Gáborral, ezért a kettőt együtt kérem egy tézisként elfogadni.

Az 5/a és 5/c altézisek elfogadásához a bírálóm néhány kérdést tett fel. Ezeket a kérdéseket alább szeretném megválaszolni, és bízom benne, hogy a válaszok meggyőzően mutatják a tézisek megfelelőségét.

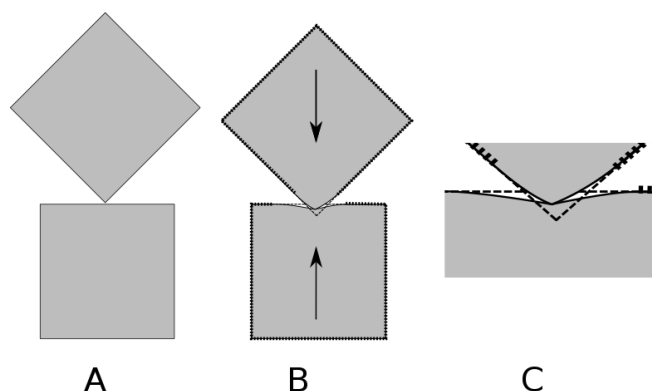
A bíráló főbb kérdései

K1: Mit ért "Ljapunov-szerű" függvényen (84. oldal), mi a kapcsolata ennek a szokásos Ljapunov függvénnyel? (K1)

A szokásos Ljapunov függvény egy folytonos idejű dinamikai rendszer állapotváltozóinak deriválható skalárfüggvénye, melynek lokális minimumhelye van a rendszer egy invariáns pontjában (egyensúlyi helyzetében), és amely a rendszer trajektóriái mentén mindig csökken időben. Segítségével bizonyítható a rendszer egyensúlyi helyzetének stabilitása a Ljapunov tétel felhasználásával. Az általam vizsgált rendszer viszont nem folytonos, hanem hibrid, mivel ütközés esetén egy ideálisan merev test sebessége ugrásszerűen változik. Továbbá az általam használt függvény átmenetileg növekedhet a rendszer trajektóriái mentén, de hosszabb távon csökkenő tendenciát mutat a 3.4.2 és 3.4.3 lemmában leírt módon. Ezen függvények segítségével a szokásos Ljapunov függvényekhez hasonló módon bizonyítottam egy egyensúlyi helyzet Ljapunov stabilitását. A dolgozatban azért volt szükség ilyen speciális függvény használatára, mert a vizsgált mechanikai rendszerek két ütközés között jellemzően gyorsuló mozgást végeznek, melyet az időről időre bekövetkező ütközések fékeznek le, és az ütközések által elnyelt energia stabilizálja az egyensúlyi helyzetet. Így nem sikerült klasszikus Ljapunov függvényt konstruálnom. A bizonyítások során nem használtam fel a klasszikus Ljapunov függvényekhez kapcsolódó meglévő eredményeket, hanem önálló bizonyításokat adtam. A „Ljapunov-szerű függvény” elnevezéssel az olvasó intuitív megértését kívántam segíteni, ezért nem részleteztem az elnevezés pontos hátterét.

K2: A címben merev testről van szó. A nem ideális kényszer esetén a test és a kényszer felületeinek átlapolódását feltételezi a dolgozat. Miként történhet ez? A test merev és a kényszer alakváltozásra képes, vagy a test is képes alakváltozásra? A dolgozat szövege szerint a test merev és a kényszer nem. Mi indokolja ezt a feltevést? (K2)

A valóságban tökéletesen merev test nem létezik. Ha két közel merev test (V.1/A ábra) egymással összenyomódik (V.1/B ábra), akkor a kis területen átadó erők hatására létrejövő kis mértékű deformációk az érintkezési pont környezetében koncentrálódnak. Ezért az érintkező testek nagyon jó közelítéssel deformálatlannak tekinthetők mindenütt, kivéve az érintkezési pont környezetét. Ha a testek térbeli helyzetét a lényegében deformálatlan részek elhelyezkedéséből állapítjuk meg, és ezután elhanyagoljuk az érintkezési pont környezetének a lokális deformációit is, akkor a rendszer geometriája jó közelítéssel, két, kis mértékben egymáson átfedő merev testtel írható le (V.1/C ábra). Ez a megfigyelés inspirálja a dolgozatban is használt és a 3.1.5 fejezetben leírt modellt. Nem szükséges kikötéseket tenni arra nézve, hogy a test és a kényszer közül melyik merev és melyik nem. Azt hiszem ez a mondat „contact forces are induced by the penetration of the legs of the robot into the support surface” lett félreérthetően megfogalmazva a dolgozatban. Az átfedő merev testekkel való modellezés a merev érintkezési modell „regularizálásán” (angolul: contact regularization) alapuló technikák szokványos eleme.



V.1. ábra: két érintkező, közel merev test összenyomódásmentes (A) és összenyomott (B,C) állapota.

A C panel az érintkezési pont környezetét mutatja kinagyítva. Az utóbbi esetben a testek deformálódnak (folytonos vonal, a deformációk az érintkezési pont közelében koncentrálnak, a többi rész (vastag pontozott vonal) deformációi ehhez képest elhanyagolhatóak. Ha a lényegében deformálatlan részt deformációmentesen kiegészítjük (szaggatott vonal), akkor két, átfedésben lévő merev testet kapunk.

K3 (az 5/a altézishez kapcsolódó kérdés): Mutasson rá, és magyarázza el részletesen, hogy az 5a tézis bizonyításában hol jelentkezik “a deformálható kapcsolat merevségének végtelen nagyra növelése”! (K3)

Az 5/a altézis a disszertáció 72. oldalán kimondott **3.3.1 tétel** állítását foglalja össze. A tétel bizonyítása során a statikus stabilitás definíciójának (3.1.2 definíció) megfelelően az ε deformálhatósági paraméter $\varepsilon \rightarrow 0$ határértékében kell az potenciális energia - függvény bizonyos tulajdonságait bizonyítani. Ha ε paraméter tart 0-hoz, az fizikailag az érintkezési modellben a „merevség végtelen nagyra növelésének” felel meg. Itt szeretném megjegyezni, hogy a tézisben nem jelenik meg a tétel (iii) feltétele explicit módon, de implicit módon igen, mivel csak ezen feltétel teljesülése esetén van értelme statikus stabilitásról beszélni. Ez az eltérés nem szerencsés, és azt hiszem, hogy ez is okozhatta bírálóm bizonytalanságát azzal kapcsolatban, hogy a tézis pontosan a dolgot mely eredményeit foglalja össze.

K4, K5 (ez és a következő kérdés kapcsolódik az 5/c altézishez): Melyik az a paraméter, aminek a (kvázistatikus) változása okozza a stabilitásvesztést? Mekkora ennek a paraméternek a stabilitásvesztéshez tartozó kritikus értéke?

Bármilyen rendszerparaméter változása okozhat stabilitásvesztést, ha igaz rá, hogy időben lassan (kvázi-statikusan) változik, a kezdeti értéke olyan, hogy nem jöhet létre exponenciálisan növekedő intenzitású ütközések sorozata, míg később olyan értékeket vesz fel, ahol létrejöhet ilyen sorozat. Például a 3.4.4 fejeztben vizsgált rendszer μ_1 paraméterét konstans Δl mellett fokozatosan csökkentve a Lyapunov stabilitás megszűnik (49. ábra) az 50. ábrán bemutatott mozgás lehetősége miatt. A kritikus paraméterértéket nem határoztam meg, ugyanis az ábra fehér tartományában a Lyapunov stabilitás meglétét nem vizsgáltam.

Bírálóm kérdését szeretném megköszönni, azért is, mert arra mutat rá, hogy a tézist egyszerűbben is meg lehetett volna fogalmazni, például így:

„Példát mutattam olyan rendszerre, melyben még tökéletesen rugalmatlan ütközések esetén is létrejöhetnek exponenciálisan növekvő ütközésekből álló végtelen ütközési sorozatok, és ezért a rendszer nem rendelkezik Lyapunov stabilitással.”

A bírálat további kérdései

Magyarázza meg, hogy mit ért a síkbeli test fogalmán!

Valóban, ellentmondásosnak tűnhet a „síkbeli test” vagyis a disszertációban „planar rigid body” fogalma, mivel minden test 3 dimenziós. Síkbeli mozgást végző, és a mozgás síkjára merőlegesen folytonos eltolási szimmetriával rendelkező merev testet értek alatta, melynek formája egy síkbeli alakzat megadásával egyértelműen definiálható.

Miért szükséges a statikus stabilitás fogalmat bevezetni és használni a Ljapunov stabilitás mellett?

A két stabilitásfogalom lényegesen eltér egymástól, és mindkettő használata elterjedt a szakirodalomban. Az STS olyan kicsiny zavarásokkal szembeni stabilitást jelent, melyek nem okoznak megcsúszást vagy elválást az érintkezési pontoknál. Ilyen például a rendszerre ható külső erők kismértékű ingadozása, vagy bizonyos esetekben a rendszer kismértékű geometriai tökéletlensége. Ennek a fogalomnak a használata elterjedt az építőmérnöki tudományterületen (rugalmas stabilitás) és a robotikán belül tárgymanipluláció vizsgálata során. Ezzel szemben a Lyapunov stabilitás olyan kis zavarásokkal szembeni stabilitást jelent, amelyek okozhatnak megcsúszást vagy elválást az érintkezési pontoknál. Ilyen például a rendszert érő kismértékű külső impulzus vagy elmozdulás jellegű zavarások.

Mit jelent az infinitezimális mozgás?

A dolgozat 3.4 fejezetében a vizsgált rendszer kinematikai és mozgásegyenleteit egy egyensúlyi helyzet körül linearizálom, és a linearizált egyenletek által indukált dinamika tulajdonságait vizsgálom.

A linearizált egyenletek két fontos tulajdonsággal rendelkeznek:

- annál jobb közelítést adják az egzakt egyenleteknek, minél közelebb van a rendszer állapota (elemeinek helye és sebessége) a linearizálás kiindulópontjaként használt egyensúlyi állapothoz.
- az egyenletek linearitása miatt a létrejövő mozgás rendelkezik egy fontos invarianciatulajdonsággal. A V.2. táblázat jelöléseivel mindig teljesül a $\mathbf{q}(c\mathbf{q}_0, ct) = c\mathbf{q}(\mathbf{q}_0, t)$ azonosság, azaz a rendszer válaszána jellege, és egy egyensúlyi helyzet stabilitása nem függ a kezdeti zavarás pontos nagyságától ($|\mathbf{q}_0|$) csak annak jellegétől ($\mathbf{q}_0/|\mathbf{q}_0|$).

Ilyen esetekben a szakirodalomban szokás a linearizált egyenletek által indukált mozgásra úgy hivatkozni, mint az egyensúlyi állapot infinitezimálisan kicsiny környezetében létrejövő mozgásra. Erre utal a dolgozat 3.4 fejezetének címében szereplő „infinitezimális mozgás”.

\mathbf{q}	a rendszer állapotváltozóinak vektora
t	idő
c	egy pozitív valós szám
$\mathbf{q}=0$	a kezdeti egyensúlyi állapot
\mathbf{q}_0	egy $t=0$ időpontban bekövetkező zavarás hatására kialakuló kezdeti állapot
$\mathbf{q}(\mathbf{q}_0, t)$	az ezután létrejövő mozgás leíró függvény

V.2. táblázat: az infinitezimális mozgás invarianciatulajdonságait leíró mennyiségek

4. Sajnos a dolgozatban nem találtam meg az STRS explicit definícióját, továbbá a 49. 51.

ábrákon szereplő Δl definícióját sem. Kérem, hogy adja meg a hiányzó definíciókat!

Az STRS elnevezés a szakirodalomból származik, a dolgozatban a stabilitásfogalmakat tárgyaló 3.1.8 fejezetben vezettem be. Sajnos nincs formális definícióként kiemelve a szövegből, ami valóban nem szerencsés, mert később hivatkozom rá. A definíció legegyszerűbb megfogalmazása ez:

Egy egyensúlyi állapot erős stabilitása (STRS) egyenértékű azzal, hogy az egyensúly egyértelmű (unambiguous).

Az STRS természetesen az egyértelműség fogalma nélkül is definiálható:

Egy egyensúlyi állapot erős stabilitással (STRS) rendelkezik, ha a rendszer érintkezési módjai közül a statikus állapotnak megfelelő érintkezési mód a mozgásegyenletek érvényes megoldását adja, míg bármilyen más érintkezési mód feltételezése érvénytelen megoldáshoz vezet.

A 49, 51. ábrákon szereplő Δl definíciója $\Delta l = l_2 - l_1$. Sajnos a modell paramétereitől eltérő helyen lett definiálva (a 49. ábra aláírásában, ill. a 80. oldalon az 51. ábrára való hivatkozás után), ami valóban nem könnyíti meg az ábrák értelmezését.

5. Mi szerepel a 14. ábra tengelyein?

A 14. ábrának nincsenek tengelyei. Az A panel egy ellipszoid felület (a szövegben szereplő „tojás”) csúcsának kis környezetét mutatja, a nyilak pedig azt mutatják be, hogy az ellipszoid középpontjától mért távolság, mint skalárfüggvény milyen irányban csökken az ellipszoid felülete mentén. A B és C panelek ugyanezt mutatják olyan ellipszoid esetén, melynek egy kis darabját egy sík mentén levágták.

6. Mi szerepel a 16. ábra tengelyein?

Ezek a 14. ábrához hasonló ábrázolások, melyek egy tetszőleges alakú konvex test felületének kis részletét mutatják egy olyan pont környezetében, melyre ráállítva az adott alakzat stabil egyensúlyban van.

7. Mi szerepel a 33. ábra tengelyein?

Ez az ábra egy gömbfelület negyedrészt ábrázolja, az 1. ábrával azonos módon, vagyis a térképészek által használt Mercator-Sanson vetületben (angolul: sinusoidal projection). A vízszintes sorba rendezett szögértékek hosszúsági fokokat, a függőleges oszlopba rendezett szögek szélességi köröket jelölnek.

8. Mi szerepel a 45.C ábra tengelyein?

A 45.B ábrával azonos módon itt is a középső csukló x és z koordinátája szerepel a tengelyeken, de ez sajnos lemaradt az ábráról.

9. Magyarázza el részletesen, hogy miként kapta a 45.B és 45.C ábrákat.

Sajnos a magyarázat nem szerepel a disszertációban, mivel ez az ábra csak illusztrálja a disszertáció eredményeit, de egyetértek bírálómmal abban, hogy a megoldási módszer nem magától értetődő. Alább felsorolom az alkalmazott megoldás lépéseit.

Az ábrák a 45.A ábrán ábrázolt robot modell egyensúlyi helyzeteihez tartozó x és z értékeket ábrázolja két különböző geometriai paraméterhalmaz ($l_1, l_2, \alpha_{10}, \alpha_{20}$) esetén. Az egyensúlyi helyzetekhez tartozó $\varepsilon, \alpha_1, \alpha_2$ értékek az ábrán nincsenek feltüntetve. Az ábrát az alábbi eljárással állítottam elő:

- a robotlábak nyomatéki egyensúlyi egyenleteinek felhasználásával zárt alakban kifejeztem, x és z függvényében az α_1, α_2 értékét majd ennek segítségével az $\Delta r^{(1)}$ és $\Delta r^{(2)}$ deformációk értékét.
- a robot egészére felírt egyensúlyi egyenletek segítségével zárt alakban kifejeztem a támaszpontoknál ébredő támaszerők F_1, F_2 nagyságát.
- $\Delta r^{(1)}, \Delta r^{(2)}$ deformációk és az F_1 és F_2 támaszerők ismeretében mindkét támaszponton külön-külön zárt alakban kifejeztem az érintkezési modell ε paraméterét ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$).
- A példában a két támaszpontoz tartozó ε paramétert azonosnak tételeztük fel, ezért az $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ egyenlet megoldásait numerikusan meghatároztam MatLab szoftver segítségével, így kaptam a 45.B,C ábrák görbéit
- A megoldás során kapott támaszerőket megvizsgáltam és ahol a támaszerő húzóerő volt, ott a megoldást érvénytelennek jelöltem (szürke szín), minden más esetben érvényesnek.
- Az érvényes megoldásoknak megfelelő egyensúlyi helyzetek stabilitásvizsgálatához a rendszer potenciális energiájának Hesse mátrixát zárt képlettel kifejeztem, és a kapott megoldások helyén numerikusan megvizsgáltam a Hesse mátrix sajátértékeit. Az eredmény függvényében meghatároztam az egyensúlyok stabilitását (kék és piros szín)

10. Mi szerepel a 46.A ábra tengelyein?

Az ábra a 45.A és 46.B ábrával azonos módon a robot alatt lévő támaszfelületet ábrázolja, az ábrának nincsenek tengelyei. Az ábra a robotot tartalmazó sík pontjainak tartományokra való felosztását mutatja a disszertáció szövegének megfelelően.

11. Mi szerepel a 47. ábra tengelyein?

Ez a 46.A ábrával azonos ábrázolás, a vízszintes és függőleges tengelyen a robot csuklópontjának vízszintes és függőleges koordinátája szerepel.

12. Miként befolyásolná a számításokat, ha a merev testek dinamikájában szokásosan alkalmazott tehetetlenségi nyomatéki tenzort és annak fő tengelyeit alkalmazná a pozíciók leírására?

Köszönöm bírálóm kérdését. Ilyen leírási mód térbeli, dinamikai jellegű vizsgálatok esetén lehet érdemes használni, amilyen a jelen dolgozatban a 3.2 fejezet. Bár nem részleteztem, de a numerikus szimulációk során a leeső elemek orientációját a tehetetlenségi nyomatéki tenzor fő tengelyeinek irányvektorával (illetve az ezekből összeállított forgatómátrixszal) jellemeztem, amely révén a forgó mozgást leíró Euler egyenletek egyszerű alakot vettek fel.

Budapest, 2018. jan. 3.

Várkonyi Péter László PhD