

Opponensi vélemény

Dósa György

Tightness results for several variants of the First Fit bin packing algorithm (with help of weighting functions)

című MTA doktori értekezéséről

1. ÁLTALÁNOS MEGJEGYZÉSEK

A 147 számozott oldal terjedelmű disszertáció Előszóból, Bevezetésből, továbbá 5 érdemi fejezetből áll, melyet kiegészít egy 5 részre tagolt, 38 oldalas Appendix. Utóbbi tartalmazza az érdemi fejezetekből különböző megfontolásokból kimaradt bizonyításokat, illetve bizonyos kiegészítő részeket.

Az egyes fejezetek elején a vizsgált problémák ismertetésénél a szerző kitér arra, hogy a disszertációban melyek a saját eredményei, illetve a társszerzőkkel elért eredmények elérésében Jelölt milyen részt vállalt.

Az angol nyelvű értekezés szép kivitelű, jól strukturált, a táblázatok és diagramok gondosan szerkesztettek, jelentős segítséget nyújtanak a sok összetevőből álló anyag követéséhez. Az értekezés formai szempontból megfelel az általános követelményeknek. A disszertáció téziszüzetével kapcsolatban megjegyzem, hogy a tézisek ismertetésénél szerencsésebb lett volna követni a disszertáció számozását, valamint az Appendix E részében tárgyalt, újabb keletű modellekre vonatkozó eredményekre is kitérni.

2. TÉMAVÁLASZTÁS

Jelölt doktori értekezése ládapakolási algoritmusok (BP – Bin Packing) témakörének mind elméleti, mind pedig gyakorlati szempontból jelentős területével, a különböző algoritmusok hatékonyságával foglalkozik. Ezekre vonatkozóan a disszertáció olyan éles eredményeket is tartalmaz, amelyek több évtizedig megoldatlan elméleti kérdésekre adnak végleges választ.

A vizsgált problémakör kapcsán megemlítendő, hogy annak jelentős hazai hagyományai is vannak.

A klasszikus egydimenziós ládapakolási feladatban adva n számú tárgy 0 és 1 közé eső $p_1, \dots, p_n$ méretekkel. A feladat az, hogy hogyan lehet a lehető legkevesebb ládába pakolni ezeket a tárgyakat úgy, hogy bármelyik ládába helyezett tárgyak méreteinek összege nem haladhatja meg az 1 értéket.

A disszertáció elsősorban a BP problémakör offline esetével foglalkozik, amikor a megadott algoritmus alkalmazása előtt már minden szükséges információ rendelkezésre áll az inputról, vagyis az adott a $p_1, \dots, p_n$ sorozat ismeretében kell döntenie a ládába helyezésről.

További, a klasszikus egydimenziós ládapakolási feladatokon kívül vizsgált problémák a disszertációban:

- a) a BP feladat paraméteres változatában a tárgyak méretére a szigorúbb $0 < p_i < 1/d$ megszorítás érvényes, ahol $d \geq 1$ egész szám,
- b) elemszámkorlátos ládapakolási feladatban (BPCC - Bin Packing with Cardinality Constraints) az egy ládába helyezett tárgyak méreteinek összegén (≤ 1) kívül a számuk is korlátozva van egy rögzített k pozitív egész számmal,
- c) kötegelt ládapakolási (BBP – Batched Bin Packing) feladatban az elhelyezendő tárgyak valamilyen rögzített $K \geq 1$ számú csomagban érkeznek,
- d) különböző újabb modellek vizsgálata (gráf-láda pakolás, ládapakolás és fedés elutasítással kombinált modellje, gépköltséges ütemezési feladat általánosítása, kötegelt ütemezési feladat különböző végrehajtási időkkel), melyekkel a dolgozat csak érintőlegesen foglalkozik.

Ezek az általánosan megfogalmazott feladatok széles körben merülnek fel a különböző gyakorlati problémák esetén, mivel pontosan ugyanezekre a matematikai modellekre vezethető vissza számos elhelyezési és ütemezési feladat méret-, súly-, idő- és kapacitáskorlát mellett. Ezek a kombinatorikus optimalizálási feladatok NP-nehezek, ezért a gyakorlati alkalmazásokban polinom idejű közelítő algoritmusokat alkalmaznak és az alapvető kérdés a felhasznált algoritmusok hatékonysága.

3. EREDMÉNYEK

A disszertáció 2. fejezete (Bevezetés) általános leírását adja a ládapakolási algoritmusok problémakörének. Röviden ismerteti az egyes algoritmusokat és a kitűzött feladatokat. A vizsgálatok célja általánosan: éles, illetve új becslések bizonyítása az algoritmusok abszolút, illetve aszimptotikus approximációs mérőszámaira.

Legyen L a pakolandó tárgyak listája, továbbá jelölje $A(L)$, illetve $OPT(L)$ tetszőleges A , illetve OPT optimális algoritmusok által a tárgyak elhelyezéséhez felhasznált ládák számát. Az algoritmusok hatékonyságát az

$$R_{\text{abs}}(A) = \sup_L \{A(L) / OPT(L)\}$$

abszolút, illetve az

$$R_{\text{as}}(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup_L \{A(L)/OPT(L) \mid OPT(L) \geq n\}$$

aszimptotikus approximációs mérőszámmal szokás jellemezni.

Az algoritmusok hatékonyságának vizsgálatát külön-külön az alsó és felső korlátra adott becslések jelentik. Az alsó korlát meghatározása általában a különböző esetekre kidolgozott speciális konstrukciókkal történik. A felső korlát vizsgálatánál meghatározó szerephez jut a súlyfüggvények módszerének az alkalmazása, azonban a különböző ládapakolási algoritmusoknak megfelelően az éles felső korlát elérése a korábban használt súlyfüggvények módosítását, új súlyfüggvények bevezetését és hatékony felhasználását, valamint a sokrétű feladatok megfelelő strukturálását tette szükségessé. Kiemelendő, hogy az éles eredmények bizonyítása során lényeges szerepet játszik a feladatok megfelelő részesetekre való bontása (azaz strukturálása), amely az optimum lehetséges értékei, illetve az egyes tárgyak méretei szerinti részosztályokba való sorolásokat jelent és a bizonyítások a részosztályokra történnek. Külön ki kell emelni azt a tényt, hogy az eltérő optimum értékek és a lista méretelemei szerinti osztályok mellett lényegesen eltérő nehézségi fokú részfeladatok adódhatnak.

A 3. fejezet az FFD ládapakolási algoritmus vizsgálatával foglalkozik. Már Johnson (Near-optimal Bin Packing Algorithms, MIT, 1973) bizonyította, hogy fennáll az $FFD(L) \leq [11/9 OPT(L) + 4]$ egyenlőtlenség és a későbbiek során több kutató által elért finomított becslések ellenére sem sikerült a pontos felső becslést megadni az additív konstansra. A fejezet eredményei: az FFD algoritmusra érvényes az $FFD(L) \leq [11/9 OPT(L) + 6/9]$ becslés (Dósa, 2007); tetszőleges pozitív egész m mellett létezik olyan L lista, amelyre $OPT(L) = m$ és az egyenlőtlenség helyett az egyenlőség teljesül

(Dósa, 2007 és Dósa, Li, Han, Tuza, 2013), vagyis a becslés éles. A 70 oldalas bizonyítás egyes részeit Appendix A, illetve B tartalmazza.

A disszertáció 4. fejezetében az FF és a BF algoritmusokra vonatkozó vizsgálatok szerepelnek. Ezekre az algoritmusokra az aszimptotikus approximációs mérőszámok (1.7) már ismertek voltak az 1970-es évek elejéről, azonban az algoritmusok abszolút approximációs arányaira – számos próbálkozás ellenére – 4 évtizeden át csak egyre finomodó becslések kerültek publikálásra. Dósa és Sgall (2013, 2014) bizonyították be, hogy mindkét algoritmus esetében az abszolút hányados is 1.7 és az eredményük pontos: $FF(L) \leq [1.7 \cdot OPT(L)]$, valamint tetszőleges OPT érték esetén van olyan L input, hogy egyenlőség áll fenn.

Az 5. fejezet az FF algoritmus paraméteres változatának abszolút approximációs arányával foglalkozik, ahol az egyes tárgyak méreteire fennáll a $0 < p_i < 1/d$, $i = 1, \dots, n$ egyenlőtlenség, valamilyen $d \geq 1$ egész szám mellett. A $(d + 1)/d$ aszimptotikus approximációs arány régóta ismert volt az FF algoritmus paraméteres változatára, az abszolút approximációs arányra Jelöltnek sikerült négy évtized után adott éles becslésével véglegesen megválaszolni a kérdést (Dósa, 2015). Az éles becslés attól függ, hogy az OPT optimum értéke d-vel osztva milyen maradékosztályba tartozik.

A 6. fejezet k elemszámkorlátos FF algoritmus aszimptotikus approximációs arányát tárgyalja. Az éles becslés kérdése az 1970-es évek közepe óta megoldatlan volt és csak egy speciális esetre volt ismert. Jelölt e fejezetben Epsteinnel (2016) közös eredményét ismerteti, mellyel éles becslést adnak a vizsgált hatékonysági mutatóra: $2.5-2/k$, $8/3-8/k$ és $2.7-3/k$ aszerint, hogy $k = 2, 3, 4$, $4 \leq k \leq 10$, illetve $k \geq 10$ teljesül.

A 7. fejezetben kötegelt ládapakolási (Batched Bin Packing - BBP) algoritmusok aszimptotikus approximációs arányának vizsgálatára kerül sor $K = 2$ csomagméret és az elhelyezésre vonatkozó kiegészítő megszorítás mellett. Az itt közölt eredmények Jelölt saját eredményeit (Dósa, 2015) foglalják össze. E fejezetben ezután Jelölt egy oldalba sűrítve kitér a gráf ládapakolási (GBP - Graph Bin Packing) algoritmusok vizsgálatára.

A szerző a disszertáció végén az Appendix E pontjában röviden tárgyalja a különböző új modellek (ladapakolás és fedés elutasítással kombinált modellje, gépköltséges ütemezési feladat általánosítása, kötegelt ütemezési feladat különböző végrehajtási időkkel) vizsgálatával összefüggő eredményeit.

4. ÖSSZEFOGLALÓ ÉRTÉKELÉS

Az értekezés egységes rendszerben, megfelelő formában és jól követhetően mutatja be Jelöltnek azon tudományos eredményeit – többek között több évtizede megoldatlan éles becslések elérését –, amelyek a ládapakolási és kapcsolódó algoritmusok hatékonyságával foglalkozó területen születtek. Az értekezésben felhasznált eszközökkel és módszerekkel tárgyalt kutatási problémák elméleti és gyakorlati szempontból is egyaránt fontosak. A disszertáció logikusan szerkesztett, a tézisekben megfogalmazott tudományos eredmények a szakterület rangos folyóirataiban is publikálásra kerültek (SIAM J. on Computing, Information and Computation, European Journal of Operational Research, Discrete Optimization, Journal of Combinatorial Optimization, Journal of Global Optimization, SIAM Journal on Discrete Mathematics, Naval Research Logistics) és elfogadom új tudományos eredményekként.

Összefoglalóan megállapítható, hogy Dósa György értekezése mind formai, mind tartalmi vonatkozásban kielégíti az MTA doktori szabályzatában előírt követelményeket. Jelölt a PhD fokozat megszerzése óta kiemelkedő új tudományos eredményekkel gyarapította a kutatási területét. Mindezek alapján javaslom a nyilvános vita kitűzését és Dósa György részére az MTA doktora cím odaítélését.

Budapest, 2017. november 15.

Dr.Szeidl László
a matematikai tudomány doktora