Borkovits Tamás

A fedési kettős és többes csillagrendszerek vizsgálatának járatlan útjain

Dr Süli Áron opponens kérdéseire adott válaszok

Szegedi Tudományegyetem Bajai Obszervatóriuma,
Baja, 2018

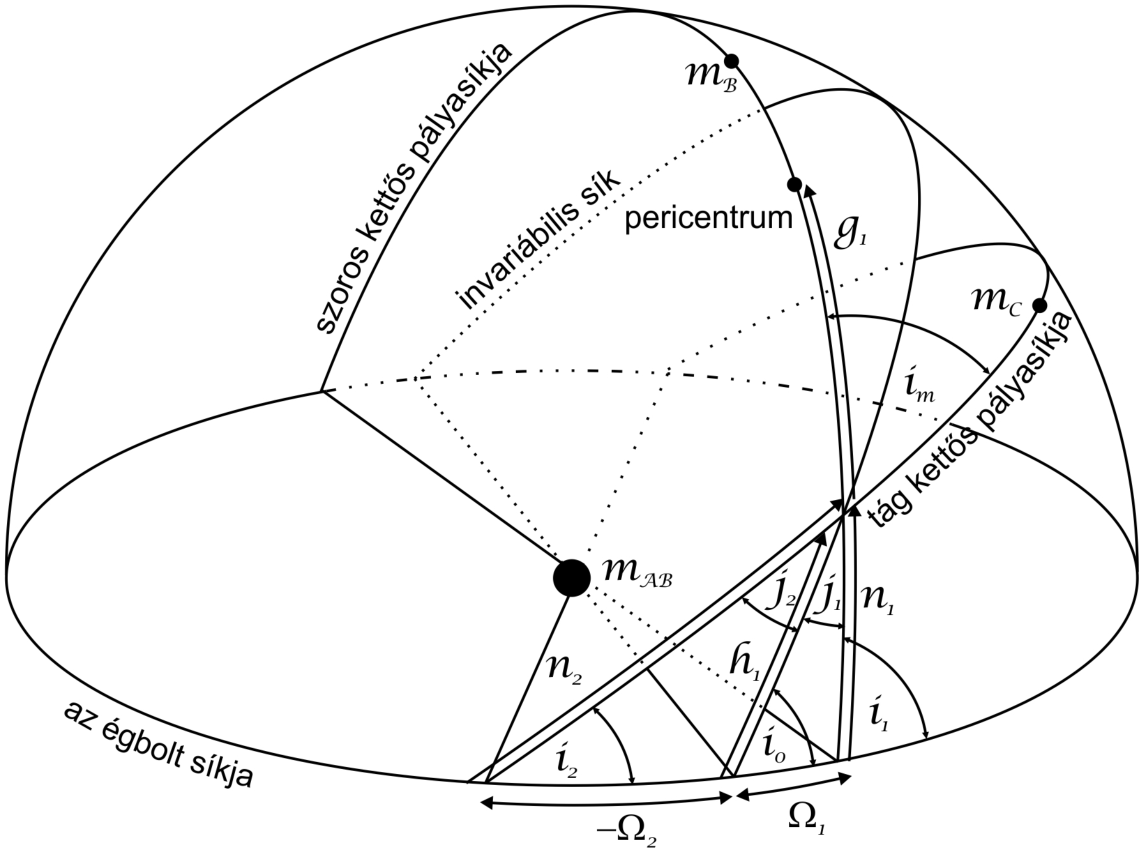
1. kérdés: A 38. oldal 2.1. ábráján az m_{A} tömegponton áthalad az m_{C} külső csillag pályasíkja. Ha a mozgás leírásához a Jacobi-féle koordinátákat használja, akkor az m_{C} tömegpont pályasíkja a belső szoros kettős tömegközéppontján megy át, ami nem esik egybe m_{A}-val. Kérem a jelöltet, hogy ezt magyarázza meg!

Válasz: A bíráló észrevétele teljesen jogos. Általános esetben a tág pálya pályasíkja valóban nem megy át az m_{A} ponton. Ugyanakkor, amennyiben $m_{\mathrm{A}} \gg m_{\mathrm{B}}$, ez egy jó közelítés. A kifogásolt ábra eredetileg abban a 2011-es tanulmányunkban szerepel (Borkovits és mktsai., 2011), amelyben a hosszú periódusú perturbációk korábbi, 2003-mas analitikus modelljét (Borkovits és mktsai., 2003) továbbfejlesztettem excentrikus belső pálya esetére is. Ez a tanulmány pedig a problémát abban a kontextusban vizsgálta, hogy egy forró- (vagy ez esetben inkább csak meleg-) Jupiter-típusú exobolygó tranzitidőpont-változásaiból milyen feltételek mellett lehet egy távolabbi kísérő jelenlétére következtetni. Így az ábra eredeti használata során valóban kielégült azt $m_{\mathrm{A}} \gg m_{\mathrm{B}}$ feltétel. Ugyanakkor kétségtelen, hogy az hiba volt a részemről, hogy ezt az ábrát automatikusan, mindenféle kritika, illetve változtatás nélkül átemeltem ide a nagydoktori dolgozatba. Szerencsésebb lett volna, ha a fent hivatkozott 2003-mas tanulmányban (és a PhD-dolgozatomban magyarítva is) megjelent ábrához hasonlóan a szoros kettős tömegközéppontját helyezem a koordináta-rendszer origójába. Az 1. ábrán az íly módon korrigált ábrát közlöm, mégpedig magyar feliratokkal, ugyanis, ahogy azt egy másik Opponens joggal észrevételezte, a doktori műben ebben az esetben sajnálatos módon elmaradt a feliratok magyarítása.

Noha ez az ábrázolásmód már teljesen korrekten mutatja meg a két pályához tartozó különféle szögpályaelemek, valamint a köztes inklináció geometriai jelentését, az az ellenvetés azonban még megtehető, hogy a hármas rendszer invariábilis síkja továbbra sem megy át az origón. Ebben az esetben viszont azt kell meggondolnunk, hogy a sztelláris háromtest-probléma esetében a szoros kettőscsillag mozgása (még a perturbálatlan esetben sem) síkmozgás a tömegközépponti rendszerben[1], hanem olyan térbeli mozgás, ahol a két tömegpont minden pillanatban egy-egy párhuzamos síkon helyezkedik el. Amikor tehát a tömegközépponti integrálokat magukban rejtő Jacobi-féle leírásmóddal összhangban a szoros kettős tömegközéppontját választjuk origónak, akkor ettől kezdve ábrázolásunkban az invariábilis sík lesz az, amely mozog. Ebből a gondolatmenetből látszik, hogy az ábrázolásunkban a két sík metszésvonalán áthaladó sík szigorúan véve nem az invariábilis sík. Az viszont könnyen belátható, hogy azzal párhuzamos sík, amelyet úgy kapunk, hogy a síkot a hármas rendszer tömegközéppontjából eltoljuk a szoros kettős tömegközéppontjába. Ez az eltolás az ábrán szereplő, és a számításokban használt szögeket és ívhosszakat egyáltalán nem változtatja meg, így (a javított) ábra szemléltetésre kiválóan használható.

(Ezzel geometriailag ekvivalens lehetőség lenne a szoros kettős pályasíkját formálisan eltolni a hármas rendszer tömegközéppontba, és ez utóbbit választani origónak. Ekkor az ábra „invariábilis" síkja a tényleges invariábilis sík lenne, és a szoros kettős tényleges pályasíkja helyett szerepelne annak eltolt képe.)

[1] Természetesen azokat az eseteket kivéve, amikor a két pályasík egymással bezárt szöge 0° vagy 180°.



1. ábra. A koordináta-rendszereket, illetve az egyes szögpályaelemeket szemléltető ábra magyarítva, és origójában a szoros kettős tömegközéppontjával.

2. kérdés: Mi a szemléletes fizikai magyarázata annak, hogy a (2.20) – (2.22) alatti perturbációs erőkomponensekben az $m_\mathrm{A}=m_\mathrm{B}$ esetben nem lépnek fel $(\rho_1/\rho_2)^2$-tel arányos tagok?

Válasz: A kérdésben említett (2.20 – 2.22) kifejezések a hierarchikus hármas csillagrendszer belső, szoros kettősére ható, a harmadik, távolabbi komponenssel való gravitációs kölcsönhatás miatt fellépő perturbáló erő radiális, transzverzális, illetve normális (azaz a szoros kettős pályasíkjára merőleges) komponenseit adják meg a tömegponti közelítés keretén belül, a (ρ_1/ρ_2) kis paraméter szerint másodrendig. E kifejezések a következők:

$$
\begin{aligned}
f_\mathrm{r} &= \frac{Gm_\mathrm{C}}{\rho_2^2}\left\{2\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)P_2(\lambda)+3\frac{m_\mathrm{A}-m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^2P_3(\lambda)\right\}, &(1)\\
f_\mathrm{t} &= \frac{Gm_\mathrm{C}}{\rho_2^2}\left\{3\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\lambda+3\frac{m_\mathrm{A}-m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^2\left[\frac{5}{2}\lambda^2-\frac{1}{2}\right]\right\}\mu, &(2)\\
f_\mathrm{n} &= \frac{Gm_\mathrm{C}}{\rho_2^2}\left\{3\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\lambda+3\frac{m_\mathrm{A}-m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^2\left[\frac{5}{2}\lambda^2-\frac{1}{2}\right]\right\}\nu, &(3)
\end{aligned}
$$

ahol ρ_1, illetve ρ_2 az első két Jacobi-vektor hossza, azaz a szoros, illetve tág kettősök komponenseinek pillanatnyi szeparációja, m_A és m_B a szoros kettős két komponensének, m_C pedig a távolabbi, harmadik komponensnek a tömege, G a gravitációs állandó, P_2, P_3 a másod-, illetve harmadrendű Legendre-polinom, továbbá a λ, μ, illetve ν iránykoszinuszok a szoros, illetve a tág pálya valódi pályamenti hosszúságaival (rendre w_1, illetve w_2), valamint a két pályasík egymással bezárt szögével, az úgynevezett köztes inklinációval i_m az alábbi módon fejezhetők ki:

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \cos w_1\cos w_2+\sin w_1\sin w_2\cos i_\mathrm{m}, &(4)\\
\mu &= -\sin w_1\cos w_2+\cos w_1\sin w_2\cos i_\mathrm{m}, &(5)\\
\nu &= \sin w_2\sin i_\mathrm{m}. &(6)
\end{aligned}
$$

A fenti kifejezésből látható, hogy ha a szoros kettős két tagjának tömege megegyezik, azaz $m_\mathrm{A}=m_\mathrm{B}$, akkor a jobb oldali második, $(\rho_1/\rho_2)^2$ nagyságrendű tagok eltűnnek. Valójában ennél több is mondható. Amint azt rögvest látni fogjuk, amennyiben $m_\mathrm{A}=m_\mathrm{B}$, akkor az összes páros rendű, azaz az összes $(\rho_1/\rho_2)^{2n}$ nagyságrendű komponens eltűnik, ahol n tetszőleges pozitív egész szám. A perturbáló erő ugyanis az alábbi alakban írható fel:

$$
\boldsymbol{f}=Gm_\mathrm{C}\left(\frac{\boldsymbol{r}_\mathrm{BC}}{r_\mathrm{BC}^3}-\frac{\boldsymbol{r}_\mathrm{AC}}{r_\mathrm{AC}^3}\right). \tag{7}
$$

Figyelembe véve, hogy

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{r}_\mathrm{AC} &= \boldsymbol{\rho}_2+\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{AB}}\boldsymbol{\rho}_1,\\
\boldsymbol{r}_\mathrm{BC} &= \boldsymbol{\rho}_2-\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{AB}}\boldsymbol{\rho}_1, &(8)
\end{aligned}
$$

a perturbáló erő az alábbi, a Legendre-polinomok szerint haladó sorba fejthető:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{f} &= \frac{Gm_\mathrm{C}}{\rho_2^3}\left\{\left[\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{AB}}\right)^n\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n P_n(\lambda)\right]^3\boldsymbol{r}_\mathrm{BC}-\left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{AB}}\right)^n\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n P_n(\lambda)\right]^3\boldsymbol{r}_\mathrm{AC}\right\}, \\
&= \frac{Gm_\mathrm{C}}{\rho_2^2}\left\{\left\{\left[\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{AB}}\right)^n\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n P_n(\lambda)\right]^3-\left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{AB}}\right)^n\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n P_n(\lambda)\right]^3\right\}\frac{\boldsymbol{\rho}_2}{\rho_2}\right. \\
&\quad -\frac{\rho_1}{\rho_2}\left\{\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{AB}}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{AB}}\right)^n\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n P_n(\lambda)\right]^3\right. \\
&\quad \left.\left.+\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{AB}}\left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{AB}}\right)^n\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n P_n(\lambda)\right]^3\right\}\frac{\boldsymbol{\rho}_1}{\rho_1}\right\}, \qquad (9)
\end{aligned}$$

ahol $\boldsymbol{\rho}_1$ és $\boldsymbol{\rho}_2$ az első két Jacobi-vektort, λ pedig az általuk bezárt szög koszinuszát jelöli, továbbá $m_\mathrm{AB} = m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B}$. (Ez a kifejezés első sora a dolgozat (2.19) képletével egyezik meg, leszámítva, hogy a dolgozatban az indexekben két sajnálatos elírás történt, amit ehelyütt javítottam.) A fenti kifejezésből látható, hogy a perturbáló erő felbontható egy-egy, az első két Jacobi-vektorral párhuzamos komponensre, továbbá az is kiolvasható, hogy mindkét komponens esetében az összes $(\rho_1/\rho_2)^j$ nagyságrendű részösszeg együtthatójában megjelenik az $m_\mathrm{A}^j-(-m_\mathrm{B})^j$ szorzótényező, amelyből egyenesen következik, hogy két azonos tömeg esetén a páros rendű járulékok eltűnnek.

A fenti eredmény nem tartalmaz újdonságot, sőt közismertnek tekinthető a stelláris háromtest-problémában.

Az eredmény szemléletes fizikai magyarázata könnyen megadhatóvá válik annak belátásával, hogy amennyiben a szoros kettős két tagja azonos tömegű, akkor (legalábbis a tömegponti közelítés keretén belül maradva), dinamikailag megkülönböztethetetlenné, vagy másképp felcserélétővé válnak. Más szavakkal, a rendszer konfigurációja, és így a hármas rendszerben ható perturbáló erők azonosak lesznek, ha a két belső komponensnek a belső pályán való helyzete 180^o-kal megváltozik. Matematikailag ebből az is következik, hogy emiatt az invariancia miatt a perturbáló erő sorfejtése azon tagjainak kell eltűnniük, amelyekben a az iránykoszinuszok páratlan hatványokon szerepelnek.

3. kérdés: A (2.33) és (2.34) közelítések milyen feltevések mellett alkalmazhatók?

Válasz: A (2.33), illetve a (2.34) kifejezések a perturbációs egyenletek jobb oldalán fellépő, lényegileg három különböző (rövid, hosszú, szekuláris) időskálán változó szögváltozók változási gyorsasága között állapít meg nagyságrendileg helyes közelítő összefüggést. Az első egyenlet:

$$v_2 \approx \frac{P_1}{P_2}u_1 \qquad (10)$$

a perturbációs egyenletekben általam speciális okokból független változónak választott, a belső pályára vonatkozó $u_1 = v_1 + \omega_1$ szélességi argumentum, valamint a perturbáló harmadik test v_2 valódi anomáliája között ír le közelítő összefüggést. A (csaknem) pontos összefüggést a 2.3.2 Rövid periódusú perturbációk alfejezetben, a (2.84) – (2.86) kifejezésekkel adom meg. Eszerint a tág pálya középmozgása a szoros pálya középmozgásával kifejezve:

$$l_2 \approx \frac{P_1}{P_2} l_1 + (l_2)_0, \tag{11}$$

amelyből a Kepler-egyenlet kétszeri, két különböző irányú alkalmazásával:

$$v_2 = l_2 + 2e_2 \left(1 - \frac{e_2^2}{8}\right) \sin l_2 + \frac{1}{2} e_2^2 \sin 2l_2 + \frac{3}{8} e_2^3 \sin 3l_2 + \mathcal{O}(e_2^4), \tag{12}$$

illetve

$$l_1 = v_1 - 2e_1 \sin v_1 + \frac{3}{4} e_1^2 \sin 2v_1 - \frac{1}{3} e_1^3 \sin 3v_1 + \mathcal{O}\left(e_1^4\right) \tag{13}$$

könnyen felírhatjuk a $v_2(v_1)$ függvényt, miszerint

$$v_2 = \frac{P_1}{P_2} \left[(1 + 2e_2)v_1 - 2e_1 \sin v_1\right] + \mathcal{O}[e_1^2, e_2^2, (P_1/P_2)^2] + (l_2)_0. \tag{14}$$

Ezen felül, figyelembe véve azt is, hogy ω_1 (egy kis amplitúdójú imbolygást leszámítva) csak a még sokkal hosszabb $U = P_2^2/P_1$ időskálán változik jelentősen, és ezért a v_2 változására jellemző P_2 időskálán gyakorlatilag állandónak tekinthető, ezért mint síma konstans, hozzáadható a jobb oldalhoz, (hisz az amúgy is tartalmaz egy állandót), így végülis azt kapjuk, hogy

$$v_2 = \frac{P_1}{P_2} \left[(1 + 2e_2)u_1 - 2e_1 \sin v_1\right] + \mathcal{O}[e_1^2, e_2^2, (P_1/P_2)^2] + (l_2)_0^*. \tag{15}$$

Ez a kifejezés ugyan arra utal, hogy az eredeti (2.33) kifejezés excentrikus tág pálya esetén elég hamar elégtelenné válik. Azonban itt azt kell figyelembe venni, hogy az említett (2.33) és (2.34) közelítéseket csupán abban a kontextusban vettem figyelembe, hogy a perturbációs egyenletek u_1 szélességi argumentum szerint történő integrálása esetén hogyan viselkednek. Mint megmutattam, az eredetileg alkalmazott, durva közelítés figyelembe vétele esetén az integrált egyenletek jobb oldalán a trigonometrikus tagok amplitúdója az alábbi alakot veszi fel:

$$\frac{1}{k + n\frac{P_1}{P_2} + l_i\frac{P_1}{U_i}} A(q_2, P_1, P_2)\mathcal{I}_j(e_1, e_2, I). \tag{16}$$

A fenti kifejezésből látható, hogy ha az eredeti közelítést a fentebbi (15) kifejezés jobb oldali első tagjával helyettesítjük, akkor a (16) amplitúdó egyszerűen az

$$\frac{1}{k + n(1 + 2e_2)\frac{P_1}{P_2} + l_i\frac{P_1}{U_i}} A(q_2, P_1, P_2)\mathcal{I}_j(e_1, e_2, I). \tag{17}$$

kifejezésre módosulna, amely érdemileg nem befolyásolja a fentebb követett hierarchikushármas- (azaz $P_1/P_2 \ll 1$) közelítés érvényességét.

A kérdésben szereplő második közelítő egyenlet

$$c_i \approx \frac{P_1}{U_i} u_1 \tag{18}$$

esetében tekintettel arra, hogy $P_1 \ll P_2 \ll U_i$, a fentebb elmondottak értelmében még szélesebb körben érvényes a használt eredeti közelítés.

4. kérdés: A 2.3. ábra alapján az $A_{\mathcal{M}}$ és $A_{\mathcal{S}}$ együtthatók jelentősen eltérnek a másod- és hatodrendű közelítésben. A további számítások melyik közelítésre épültek?

Válasz: Az $A_{\mathcal{M}}$, illetve $A_{\mathcal{S}}$ együtthatókat a dinamikai fedésiminimumidőpont-változások analitikus leírásának kvadrupól közelítése során vezettem be, mint az egyenletekben megjelenő

$$\mathcal{M} = v_2 - l_2 + e_2 \sin v_2, \tag{19}$$

$$\mathcal{S}(x) = \sin x + e_2 \left[\sin(x - v_2) + \frac{1}{3}\sin(x + v_2)\right] \tag{20}$$

trigonometrikus kifejezések amplitúdói. (A fentiekben v_2, illetve l_2 a harmadik komponens valódi, illetve középanomáliája, e_2 a tág pálya excentricitása, míg x tetszőleges szöget jelöl.) E kifejezések felhasználásával a dinamikai fedésiminimumidőpont-változás a kvadrupól közelítésben (a kicsi, precessziós tagok elhanyagolása után) fomálisan a

$$\Delta_1 = \frac{15}{16\pi}\frac{m_{\mathrm{C}}}{m_{\mathrm{ABC}}}\frac{P_1^2}{P_2}\left(1 - e_2^2\right)^{-3/2}\left[A_{\mathcal{M}}\mathcal{M} + A_{\mathcal{S}}\mathcal{S}(2v_2 + \phi)\right], \tag{21}$$

alakba írható, ahol P_1, illetve P_2 a szoros, illetve a tág pályák periódusa, m_{C} a harmadik komponens tömege, míg m_{ABC} a hármas rendszer össztömege. Az $A_{\mathcal{M}}$, illetve $A_{\mathcal{S}}$ együtthatók (továbbá a ϕ fázis) a két pálya egymáshoz viszonyított i_{m} együtthatóján felül a szoros kettős e_1 excentricitásának, valamint az észlelői, illetve dinamikai rendszerbeli pericentrum argumentumainak (ω_1, illetve g_1) a függvényei. E kifejezések alakját a dolgozatban az e_1 excentricitásban hatodrendű tagokig bezárólag adom meg.

A dolgozatban explicite tényleg nem közlöm, de a negyedik fejezetben ismertetett komplex $O-C$-analizáló kódban a dinamikai tagokat minden esetben az e_1 excentrictásban addig a rendig veszem figyelembe, amely rendig a 2. fejezetben levezetett analitikus formulákban kiszámoltam. Így tehát a kvadrupól közelítésből számolt járulékok esetén hatodrendig, az oktupól közelítés esetén másodrendig, illetve a szintén figyelembe vett kvadrupól, rövid periódusú perturbációk esetében ismét csak másodrendig.

5. kérdés: A 4.9. ábrán látható a tág pályák e_2 excentricitásának eloszlása a Kepler-mező 222 hierarchikus hármas rendszere esetében. Jól látható, hogy $e_2 \approx 0{,}3$ körül egy csúcs jelentkezik a megfigyelt eloszlásban. Szerző írja, hogy a magyarázatával adósak, de mégis milyen lehetőségek merülnek fel?

Válasz: E kérdés kapcsán sok újdonságot ahhoz képest, mint amit a doktori műben már leírtam, nem tudok elmondani. Mint ott is említem, az általunk kapott excentricitás-eloszlás, ideértve az $e \approx 0{,}3$ körüli csúcsot egybevág az elmúlt évtizedekben a tág kettőscsillagok nagy elemszámú mintáit feldolgozó munkák által nyert eloszlásokkal (ld. pl. Duchêne és Kraus, 2013). Az is nyilvánvaló, hogy ezek az eredmények sem a Jeans-féle ($f(e) \sim 2e$) „termális” eloszlást[2] (Jeans, 1919), sem az úgynevezett lapos (flat) eloszlást nem követik. Ugyanakkor vannak arra utaló jelek is, hogy az általunk érthető, észlelési szelekciós

[2] Itt érdemes megjegyezni, hogy amint azt egy kevéssé ismert, orosz nyelvű munkájában Ambartsumian (1937) megmutatta, ez az excentricitás-eloszlás sokkal általánosabb érvényű, mintsem, hogy csak nagy számú kettőscsillag hosszas dinamikai kölcsönhatások során termikus egyensúlyba jutó rendszerében valósulna meg.

okokból talált leghosszabb periódusú kettősöknél két-három nagyságrenddel hosszabb periódusú (azaz a jelenleg ismert legtágabb) kettőscsillagok esetében ez az eloszlás már nem is áll fenn. Így például egy friss munkában Tokovinin és Kiyaeva (2016) nagyságrendileg $10^5 - 10^6$ napos periódusú tág kettősöket vizsgálva $e = 0,59 \pm 0,02$ átlagos excentricitást kaptak. Azonban a szerzők azt is megjegyzik, hogy azokra a tág kettősökre szorítkozva, amely esetekben a kettős legalább egyik tagja egy szűkebb kettős (vagy többes) rendszer tagja is, az átlagos excentricitás szignifikánsan kisebbnek adódott ($e = 0,52 \pm 0,05$). Ennek hátterében az állhat, hogy egy rendkívül erősen excentrikus külső pálya egy belső alrendszert instabillá tehet azaz, fordítva, csak azon többes rendszerek esetében maradhatott fenn a belső, szűkebb alrendszer, ahol a tág pálya lapultsága egy kritikus határ alatt maradt (ld. pl. Mardling és Aarseth, 2001 a doktori műben is idézett stabilitási kritériumát).

Végül az is megjegyezhető, hogy Bate (2009) széleskörű hidrodinamikai szimulációi, amelynek során csillaghalmazok fragmentációja során keletkező kettős- és többesrendszerek kialakulását modellezte, figyelembe véve a csillagközi gázzal való kölcsönhatást is, a számunkra érdekes periódusok tartományában 0,5-nél kisebb átlagos excentricitást kapott, amely arra látszik utalni, hogy a megfigyelt eloszlásban, legalább részben, az általunk vizsgált hármas rendszerek keletkezési mechanizmusának (vagy mechanizmusainak) a nyomait kell látnunk.

6. kérdés: A különböző szélsötétedési törvények és az ezekhez alkalmazott együtthatók mennyiben befolyásolhatják az eredményket?

Válasz: A különböző szélsötétedési törvények, illetve elméleti úton előreszámolt táblázatos szélsötétedési együtthatók használatának a fénygörbemegoldások pontosságára gyakorolt hatását, elsősorban a bolygótranzitokból meghatározható exobolygó sugarak vonatkozásában legutóbb Csizmadia és mktsai. (2013) vizsgálták meg részletesen. Ők azt találták, hogy nem mindegyik csillaglégkör modell ad jó szélsötétedési együtthatókat, illetve arra a következtetésre jutottak, hogy a jelenleg elérhető, különféle szélsötétedési együtthatókat tartalmazó táblázatok használata akár 10-20%-os hibát is eredményezhet a tranzitfénygörbeillesztésekből meghatározott relatív bolygósugarak esetében. Ezzel szemben, ha előre rögzített, táblázatokból interpolált szélsötétedési együtthatók helyett a szélsötétedési együtthatót, vagy együtthatókat is illesztik a megoldás során, akár 1%-os pontosság is elérhető, legalábbis egy csak mérsékelten foltos csillagfelszín esetén. Ezért a szerzők arra a következtetésre jutnak, hogy előre rögzített szélsötétedési együttható(k) helyett e paraméter(eke)t és célszerű a megoldás keresése során illeszteni.

Ugyanakkor fedési kettőscsillagok esetében az eredmények kicsit árnyaltabbak. Southworth és mktsai. (2007) az egyik legfényesebb fedési kettőscsillag a β Aurigae fénygörbéjének modellezése során szintén arra a következtetésre jutottak, hogy a lineáris, illetve az első nemlineáris szélsötétedési együttható illesztése egy nagyságrenddel javítja az illesztésből meghatározott relatív csillagsugár pontosságát. Ugyanakkor ehhez képest kicsit ellentmondásos eredmény, hogy a KIC 10661783, δ Scuti-típusú pulzáló komponenst tartalmazó fedési kettős vizsgálata során részben ugyanez a szerzőgárda (Southworth és mktsai., 2011) a nemlineáris szélsötétedési együttható, illetve a bolometrikus albedó egyidejű illesztése során fizikailag egyértelműen lehetetlen eredményeket kapott. Ők ezt a nem kellően modellezett pulzációs effektusok hatásával magyarázták. (A szélsötétedési modellek, illetve a belőlük számolt együtthatók minden esetben statikus légkörmodelleken alapulnak. Egy pulzáló csillag dinamikusan mozgó, illetve lokálisan változó hőmérséklet-eloszlású légkörének a szélsötétedés jelenségére gyakorolt hatását egyelőre még, tudomásom szerint, nem vizsgálták.) Elsősorban éppen ebből kifolyólag döntöttem úgy, hogy mindkét itt bemutatott fedési rendszernél fixen tartottam a szélsötétedési együtthatókat.

Azért, hogy az Opponens kérdésére konkrét választ is adhassak, elvégeztem újra a dolgozatban vizsgált KIC 8560861 fénygörbéjének analízisét. Ezúttal, hiszen célom nem a rendszer teljeskörű újraanalizálása, hanem csupán a fénygörbemegoldásnak a szélsötétedési együtthatóktól való függésének vizsgálata volt, az eredeti munkával szemben nem a teljes, négy év hosszúsági adatsort analizáltam, hanem csupán az átlagolt, fázisba tekert fénygörbét. Ezzel jelentős számolási időt takarítottam meg. Ugyanakkor, hogy az eredmények mégis közvetlenül összevethetők legyenek a korábbi vizsgálati eredményekkel, e fázisba rendezett, átlagolt fénygörbének a vizsgálatát elvégeztem újfent rögzített, táblázatból vett, logaritmikus szélsötétedési együtthatók használata mellett is. Az alábbi táblázatban tehát megadom az illesztett paraméterekre kapott értékeket, illetve azok bizonytalanságát négy különböző modellfuttatás esetében. Ezek rendre: (i) logaritmikus szélsötétedési törvény táblázatból vett, rögzített együtthatókkal; (ii) logaritmikus szélsötétedési törvény illesztett együtthatókkal; (iii) négyzetgyökös szélsötétedési törvény táblázatból vett, rögzített együtthatókkal; (iv) négyzetgyökös szésötétedési törvény illesztett együtthatókkal.

1. táblázat. A KIC 8560861 illesztett paraméterei a logaritmikus (i-ii), illetve négyzetgyökös (iii-iv) szélsötétedési modell használata esetén, táblázatból vett és fixen tartott (i,iii), illetve illesztett (ii,iv) szélsötétedési együtthatók esetén.

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
r_1/a	0,0542(2)	0,0541(1)	0,0543(11)	0,0541(12)
r_2/a	0,0250(9)	0,0178(13)	0,0186(22)	0,0267(44)
T_2	6464(14)	6373(31)	6358(155)	6325(98)
x_1	0,612	0,549(2)	0,116	0,833(139)
y_1	0,235	0,136(3)	0,563	0,067(146)
x_2	0,619	0,627(4)	0,233	0,187(118)
y_2	0,180	0,132(2)	0,435	0,408(273)
e_1	0,048(1)	0,049(2)	0,048(13)	0,067(9)
ω_1	221(6)	222(9)	220(19)	237(5)
i_1	86,77(7)	87,33(12)	87,24(22)	86,85(32)
χ^2	3,843	3,441	5,594	3,616

Az 1. táblázatban összefoglalt eredményekből látható, az adott rendszerre vizsgálataim nem támasztják alá, hogy az illesztett szélsötétedési együtthatók nagyobb pontosságot eredményeznének a az egyes illesztési paraméterekben, különösképpen a relatív csillagsugarakban. Sőt, a mellékkomponens méretében meglepően nagy eltérések adódtak a négy modell között. Továbbá, a jelek szerint erre a kettősre az általam eredetileg használt logaritmikus szélsötétedési törvény jobb közelítést ad, mint a négyzetgyökös. Az illesztett négyzetgyökös együtthatók esetében az is kiemelendő, hogy az illesztett értékek a táblázatos értékekhez képest a két csillagnál egészen más irányban mozdultak el, ráadásul az eredmény bizonytalansága is extrém nagy. Úgy gondolom, az ez esetben tapasztaltak a vizsgált rendszerben megfigyelt csillagpulzációnak a számlájára írhatók, amely ismét csak aláhúzza a realitást jobban tükröző pulzációs modellek alkalmazását a fedési fénygörbék vizsgálata során.

Irodalomjegyzék

Ambartsumina, V. A., *On the Statistics of double stars*, Astron. Zh., 14, 207 (oroszul)

Bate, M. R., 2009, *Stellar, brown dwarf and multiple star properties from hydrodynamical simulations of star cluster formation*, MNRAS, 392, 590

Borkovits, T.; Érdi, B.; Forgács-Dajka, E.; Kovács, T., 2003, *On the detectability of long period perturbations in close hierarchical triple stellar systems*, A&A, 398, 1091

Borkovits, T.; Csizmadia, Sz.Ł Forgács-Dajka; E., Hegedüs, T., 2011, *Transit timing variations in eccentric hierarchical triple exoplanetary systems. I. Perturbations on the time scale of the orbital period of the perturber*, A&A, 528, A53

Csizmadia, Sz.; Pasternacki, Th.; Dreyer, C.; Cabrera, J.; Erikson, A.; Rauer, H., 2013, *The effect of stellar limb darkening values on the accuracy of the planet radii derived from photometric transit observations*, A&A, 549, A9

Duchêne, G.; Kraus, A., 2013, *Stellar Multiplicity*, ARA&A, 51, 269

Mardling, R. A.; Aarseth, S. J., 2001, *Tidal interactions in star cluster simulations*, MNRAS, 321, 398

Jeans, J. H., 1919, *Globular Clusters, Cepheid Variables, and Radiation* Nature, 103, 64

Tokovinin, A.; Kiyaeva, O., 2016, *Eccentricity distribution of wide binaries*, MNRAS, 456, 2070

Southworth, J.; Bruntt, H.; Buzasi, D. L., 2007, *Eclipsing binaries observed with the WIRE satellite. II. β Aurigae and non-linear limb darkening in light curves*, A&A, 467, 1215

Southworth, J.; Zima, W.; Aerts, C.; Bruntt, H.; Lehmann, H.; Kim, S.-L.; Kurtz, D. W.; Pavlovski, K.; Prša, A.; Smalley, B.; Gilliland, R. L.; Christensen-Dalsgaard, J.; Kawaler, S. D.; Kjeldsen, H.; Cote, M. T.; Tenenbaum, P.; Twicken, J. D., 2011, *Kepler photometry of KIC 10661783: a binary star with total eclipses and δ Scuti pulsations*, MNRAS, 414, 2413

Baja, 2018. február 14.

Borkovits Tamás