Dr. Benkő József Miklós

RR Lyrae változócsillagok vizsgálata fotometriai űrtávcsövekkel

Értekezés az MTA doktora címért

MTA CSFK Konkoly Thege Miklós
Csillagászati Intézet
Budapest, 2017

Tartalomjegyzék

Előszó

Eddigi tudományos pályám során több témakörrel is foglalkoztam, de a pulzáló változócsillagok és köztük az RR Lyrae csillagok vizsgálata végigkísérte az elmúlt 15-20 évemet. Ebben a dolgozatban az RR Lyrae csillagokkal kapcsolatban az utóbbi hat-hét évben elért legfontosabb eredményeimet tekintem át. Az időbeli határ meglehetősen természetesen adódott abból, hogy míg a korábbi évtizedekben (sőt évszázadokban) a változócsillagok kutatását a földfelszíni adatgyűjtés határozta meg, az elmúlt évtizedben ez a klasszikus kutatási terület is „belépett az űrkorszakba”, vele együtt pedig az én kutatásaimat is a *CoRoT* és a *Kepler* űrmissziók határozták meg. Bízvást állíthatom, hogy a fotometriai űrtávcsövek megjelenése a változócsillagászatban minőségi ugrást jelentett nemcsak az adatok mennyiségében és minőségében, hanem a belőlük levont tudományos következtetések jelentőségét tekintve is. Napjaink változócsillagászati kutatását már egyértelműen a nagy nemzetközi űrprogramok (*Kepler*/*K2* , *TESS*, *PLATO*) határozzák meg.

Jómagam foglalkoztam cefeidák (Szabó és társai, 2011a; Poretti és társai, 2015; Derekas és társai, 2017), δ Scuti csillagok (Poretti és társai, 2011; Paparó és társai, 2013, 2016a,b) sőt esetenként aktív csillagok (Paparó és társai, 2011), exobolygók (Szabó és társai, 2011b) vagy többes rendszerek (Derekas és társai, 2011) űrfotometriai vizsgálatával is. De kétségtelenül a legtöbb munkát az RR Lyrae csillagok kutatására fordítottam. Ennek fontosabb eredményeit mutatja be ez a dolgozat.

A dolgozat szerkezetileg fő vonalaiban igen, de részleteiben nem követi a tézispontok tematikus rendjét, hanem többé-kevésbé az egyes felfedezések időrendjében halad. Így sokkal jobban nyomon követhető az egyes kérdések fokozatos tisztázódása. Jobban látható, hogy mi az, ami időtállónak bizonyult, netán újabb meglátásokkal gazdagodott, esetleg idejétmúlttá vált. A jobb követhetőség miatt ezért a tézispontokban felsorolt legfontosabb megállapításokat tipográfiailag is kiemeltem a szövegből.

Néhány szó a követett konvenciókról. A dolgozatban A magyar helyesírás szabályainak 2015-ös 12. kiadását használtam. Ez szakmunkák esetén megengedi a tizedespont használatát is, ahogyan ez a dolgozatban is van. A mértékegységeknél sokszor az SI helyett a nemzetközi csillagászati szakirodalomban általánosan elfogadott egységeket (magnitúdó, $M_\odot$, d^{-1} stb.) használom. Az időegységekre (nap, perc, másodperc), ha azok mértékegységek, a szokásos nemzetközi rövidítésüket (d, m, s) vettem. A beazonosítatlan frekvenciákat vesszővel (f', f'', ...), vagy felső indexszel

($f^{(1)}$, $f^{(2)}$, ...), a beazonosítottakat alsó indexszel jelöltem: pl. a radiális módusok frekvenciái f_0, f_1, ..., a Blazskó-effektus frekvenciája (f_{B}, f_{S}), vagy műszeres effektusok frekvenciái (pl. f_{K}, f_{Q}). A számszerű értékek becsült hibáit legtöbbször kiírtam. Amennyiben mégsem, akkor a megadott numerikus érték utolsó előtti jegye a szignifikáns. A dolgozatban szereplő ábrák zöme saját, a máshonnan átvett ábrák forrását az ábraaláírásokban adom meg.

Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt köszönetet szeretnék mondani mindazoknak, akik eddigi pályám során támogattak, segítettek. Jelenlegi és korábbi munkatársaimnak az MTA CSFK KTM Csillagászati Kutatóintézetében, közülük is elsősorban azoknak, akiktől sokat kaptam szakmailag, emberileg és számos esetben anyagilag is. Különösképpen Barcza Szabolcsnak, Jurcsik Johannának, Kiss Lászlónak, Paparó Margitnak, Szabados Lászlónak, Szabó Róbertnek és néhai Szeidl Bélának.

Továbbá a dolgozatban szereplő eredményekben részes munkatársaimnak, társszerzőimnek itthon és a nagyvilágban. Ők név szerint: Merieme Chadid (Obs. Côte d'Azur, Nizza, Franciaország), Derekas Aliz (ELTE Gothard Asztrofizikai Obs., Szombathely), Elisabeth Guggenberger (MPI für Sonnensytemforschung, Göttingen, Németország és Stellar Astrophysics Centre, Århus, Dánia), Katrien Kolenberg (KU Leuven, Belgium és Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, USA), Kolláth Zoltán (NyME TTK Matematikai és Fizikai Intézet, Szombathely), Molnár László (MTA CSFK, CSI), Paweł Moskalik (Copernicus Center, Varsó, Lengyelország), James Nemec (Camosun College, Kanada), Plachy Emese (MTA CSFK, CSI), Ennio Poretti (INAF, Brera, Olaszország), Sódor Ádám (MTA CSFK, CSI).

A dolgozatban ismertetett eredmények túlnyomó többsége a CNES/ESA *CoRoT* űrtávcsövének, illetve a NASA *Kepler* űrtávcsövének adatain alapul. A két űrmissziót létrehozó sok száz tudós, mérnök, technikus és egyéb segítő nélkül sem születhetett volna meg ez a dolgozat, mint ahogy az intézet műszaki-informatikai személyzete nélkül sem tudtam volna tudományos kutatómunkámat a kellő színvonalon végezni. Munkámat anyagilag a következő hazai, ill. nemzetközi pályázatok támogatták: az Európai Űrügynökség PECS szerződései: No. 98022, 98114, 4000103541/11/NL/KML és 4000110889/14/NL/NDe, az MTA Lendület programja, az OTKA K-83790, NKFIH K-115709, NKTH KTIA (URKUT_10-1-2011-0019) pályázatai, a MAG Zrt. HUMAN MB08C 81013 Mobilitás pályázata, valamint az MTA CSFK főigazgatói kerete.

Végül, de nem utolsósorban hálával tartozom családomnak. Feleségemnek, aki a nyugodt hátteret biztosította mindenkori munkámhoz. Édesanyámnak, aki mindig is hitt bennem, és gyermekeimnek, akik pedig türelemmel viselték édesapjuk „hóbortjait” és gyakori hiányát.

1. fejezet

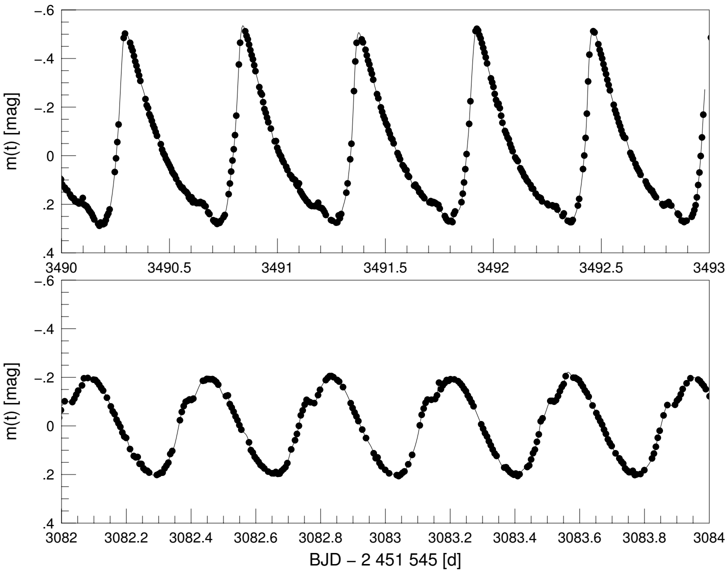
Bevezető

Ahhoz, hogy az RR Lyrae csillagokkel kapcsolatos új felfedezések jelentőségét lássuk, szükségünk van némi háttérismeretre. Az RR Lyrae csillagokról részletes áttekintés található Smith (1995), és Catelan és Smith (2015) könyveiben. Itt csak a dolgozat szempontjából fontosabb néhány tényre térek ki. Melyek ezek a csillagok, mi a jelentőségük, mit tudtunk róluk néhány évvel ezelőttig? A dolgozat fő részében pedig ezek fényében ismertetem a legújabb felfedezéseimet, amelyek részben megválaszoltak régi kérdéseket, és persze ahogy az lenni szokott, újabbakat is felvetettek.

1.1. Az RR Lyrae csillagok felfedezése

A legtöbb tudományos diszciplínánál elmondott kötelező „már a régi görögök is...” kezdés az RR Lyrae csillagok kutatásával kapcsolatban nem megfelelő. Már csak azért sem, mert a legfényesebb – a csoportnak nevet adó – RR Lyrae sem látható szabad szemmel. Bár már a 17. századtól ismeretesek voltak egyes fényességüket periodikusan változtató csillagok, ezek inkább csak különlegességeknek számítottak. A 19. század legvégétől, a csillagászati fotográfia általános elterjedésével kezdték tömegével felfedezni a változócsillagokat. Kezdetben a látszó fényesség–idő diagramjaik (azaz fénygörbéik) alakja, azok fenomenologikus leírása alapján sorolták őket különböző csoportokba. A fényességváltozások fizikai okai akkoriban még nem voltak ismertek. A gömbhalmazok fotografikus idősorait vizsgálva tűnt fel a változócsillagok egy jellegzetes csoportja, amelyet ennek megfelelően halmazváltozóknak neveztek el. 1890-ben aztán Kapteyn felfedezte a később U Lep-nak nevezett RR Lyrae változót (Kapteyn, 1890), amely az első halmazon kívül azonosított „halmazváltozó” volt.

Az RR Lyrae csillagok fényességváltozásának amplitúdója az optikai tartományban igen nagy (0,1-0,7 magnitúdó), a kékebb hullámhosszon az amplitúdó nagyobb, a vörös sávokban kisebb. A szélső értékek az RR Lyrae csillagok két alcsoportjához tartoznak. A hosszabb periódusú (0,35-0,8 nap) és nagyobb amplitúdójú (0,4-0,7 mag) ún. RRab, illetve a rövidebb periódusú (0,25-0,45 nap) és kisebb amplitúdójú (<0,3 mag) RRc típust még a Bailey különítette el 1902-ben fénygörbéik alapján (Bailey, 1902). Az RRab altípus fényességváltozása a fűrészfog-rezgéshez hasonlít,



1.1. ábra. *Az RR Lyrae változók két fő típusának fénygörbéje. Az RRab altípus (fent) fényességváltozása nagyon nemszinuszos, inkább a fűrészfog-rezgéshez hasonlít, míg az RRc típus (lent) sokkal szinuszosabb, bár általában itt is meredekebb a fényesedési (felszálló ág), mint a halványodási (leszálló ág) szakasz.*

míg az RRc típus sokkal szinuszosabb, bár általában itt is meredekebb a fényesedési (felszálló ág), mint a halványodási (leszálló ág) szakasz. A 1.1. ábrán egy-egy tipikus RRab (fent), illetve RRc (lent) csillag fénygörbéjének részlete látható (a *CoRoT* űrtávcső méréseiből). Eredetileg az RRa és RRb csoportok is különböztek, de miután felismerték fényességváltozásuk fizikai azonosságát, összevonták őket.

1.2. A csillagok pulzációja

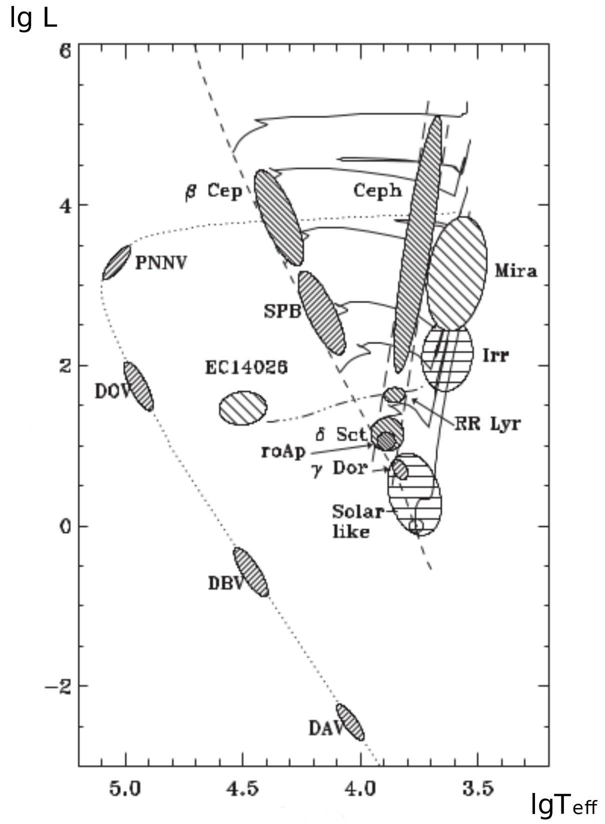
A 20. század elején komoly vita folyt a cefeidák (köztük egy speciális csoportjuknak tekintett RR Lyrae csillagok) fényváltozásának okáról (részletes történeti áttekintést l. Gautschy 2003). Először a kettősség merült fel mint lehetséges magyarázat, majd pedig a csillagban lezajló radiális pulzáció. A pulzációs magyarázat győzelme nem volt azonnali, de a megfigyelési és elméleti munkák egyre inkább ebbe az irányba mutattak. Az 1920-as 30-as évekre vált általánosan elfogadottá, hogy a cefeidák és az RR Lyrae csillagok fényességváltozásának fizikai oka a radiális pulzáció. Ezt megfigyelési oldalról leginkább spektroszkópiai idősorokkal lehet igazolni. A légkörükben található abszorpciós vonalak a Doppler-effektusnak megfelelően periodikus vörös-, ill. kékeltolódást mutatnak, továbbá a folytonos színképük is változik, ahogyan a légkörük felmelegszik, vagy lehűl. A fénygörbe felszálló ágában a légkör tőlünk távolodik (összehúzódik), míg a leszálló ágban közeledik (felfúvódik). Az RRab és RRc csillagok különbségét pedig az okozza, hogy első esetben a csillag radiális alapmódusban, míg a másodikban első felhangban pulzál (Schwarzschild, 1941). Az 1960-es évek óta ismeretesek olyan RR Lyrae csillagok is, amelyek egyszerre pulzálnak az alapmódusban és az első felhangban (RRd csillagok). Bár több nagy égboltfelmérés anyagában találni véltek második felhangban pulzáló RR Lyrae csillagoket is (RRe csillagok, Soszyński és társai 2009, 2010; Kim és társai 2014), ezek mindegyikéről csak fénygörbék állnak rendelkezésre, amelyek önmagukban nem elegendőek biztos klasszifikáláshoz, azaz eddig nem sikerült minden kétséget kizárólag bebizonyítani az RRe csillagok létét.

Induljunk el a kályhától! A csillagok első közelítésben forró plazmagömbök, amelyeket a gravitáció és a sugárnyomás tart egyensúlyban. Általában is igaz: ha egy gázban valamilyen zavar (perturbáció) keletkezik, az hullámok formájában tovaterjed. Azon hullámok amplitúdói, amelyeknek a frekvenciái megegyeznek a rendszer (esetünkben a csillag mint gázgömb) sajátrezgéseinek frekvenciáival – a rezonancia jelensége miatt – megnőnek, míg a többi hullám energiája gyorsan disszipálódik, és amplitúdóik nullára lecsökkennek. Ha tehát a perturbáció keletkezése után rövid idővel megnézzük a csillagunkat, azt különböző sajátrezgéseiben látjuk rezegni. Ezt a csillagok esetén pulzációnak nevezzük. Az elméleti asztrofizika egyik önálló ága a pulzációelmélet. A csillagok pulzációját a statikus csillagokat leíró szokásos hidrodinamikai egyenletek (l. pl. Böhm-Vitense 1992; Christensen-Dalsgaard 2014) – kontinuitási egyenlet, mozgásegyenlet(ek), valamint az energia-egyensúly egyenlete és a gravitációs potenciálra vonatkozó Poisson-egyenlet – kis perturbációival írjuk le. Adiabatikus pulzáció esetén (amikor a pulzációs periódus sokkal rövidebb, mint a termális időskála) az egyenletrendszer matematikailag egy hermitikus operátor sajátérték-problémájára egyszerűsödik. Mivel pl. a nemrelativisztikus kvantummechanika Schrödinger-egyenlete is ilyen, a megoldások a jól ismert sajátfüggvény-kifejtésekkel kereshetők itt is, pl.

$$\varrho - \varrho_0 = \varrho'(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{-\mathrm{i}\nu t},$$

ahol $\varrho - \varrho_0$ a sűrűségperturbáció, $Y_l^m(\theta, \phi)$ az l és m értékekhez tartozó gömbfüggvények, r, θ, ϕ pedig a gömbi polárkoordináták. Az összes többi fizikai állapotjelzőre is hasonló alakú egyenletek állnak fent. Az l, m egész számokat az analógia miatt itt is kvantumszámoknak hívják. Az $l = 0$ esetben a csillag anyaga csak sugárirányban mozdulhat el. Ez a radiális pulzáció. Egy adott l érték mellett a differenciálegyenlet-rendszernek csak diszkrét $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_k$ frekvenciák mellett vannak megoldásai. Egy adott ν_k sajátfrekvenciával és l, m kvantumszámokkal jellemzett sajátfüggvény egy **pulzációs módus**t ír le.

Nyilvánvaló, hogy ezek a rezgések véges élettartamúak, hiszen a viszkozitás miatt a mozgó gáz folyamatosan elveszíti kinetikus energiáját. Ugyanakkor az észlelések szerint a pulzáló változócsillagok képesek évszázadokig stabilan pulzálni. A pulzáció fenntartásához tehát pótlólagos energiabetáplálásra van szükség. Ezt nevezzük a pulzáció **gerjesztési mechanizmusának**. Több ilyen is ismeretes. Itt most csak egyre térünk ki, amely a klasszikus pulzáló változók (amilyenek a dolgozat tárgyát



1.2. ábra. *Pulzáló változók az elméleti Hertzsprung–Russell-diagramon. A klasszikus instabilitási sáv (hosszú szaggatott vonalakkal határolt) csoportjai a cefeidák (Ceph), az RR Lyrae csillagok és a δ Scutik. A rövid szaggatott vonal a fősorozatot, a pontozott pedig a fehér törpék hűlési sorozatát jelöli. (Forrás: Christensen-Dalsgaard 2014.)*

képező RR Lyrae csillagok is) szempontjából fontos.

A csillagok hőmérséklete első közelítésben a magtól a felszín felé csökken. Ennek megfelelően egy hidrosztatikus egyensúlyban levő csillag légkörében a növekvő nyomás növekvő hőmérsékletet és sűrűséget jelent, amely egyúttal csökkenti az opacitást. A kisebb opacitás miatt a légkör gyorsabban tudja leadni a hőenergiáját, amely így az egyensúly fenntartását eredményezi. Ha viszont a csillag légkörében van egy olyan réteg, ahol az opacitás nő a hőmérséklettel, a helyzet megváltozik. Egy ilyen réteg, miközben befelé mozog, egyre sűrűbb és nagyobb opacitású (optikailag átlátszatlanabb) lesz, amivel egyre nagyobb hőenergiát gyűjt össze. Ha a folyamat valami miatt megszakad, a felgyülemlett hőenergia mechanikaivá válik, ami az adott réteget kifelé löki. A jelenséget az opacitás kulcsfontossága miatt annak jeléről **κ-mechanizmusnak** hívják (Cox, 1960, 1963; Zhevakin, 1963). A csillagok egy részének légkörében olyanok a fizikai feltétek (nyomás, sűrűség, hőmérséklet), hogy a felszín alatt nem sokkal egy egyszeresen ionizált héliumréteg (He^+) található. Ha ez a réteg a sűrűbb, melegebb csillagbelső felé mozdul, a benne található hélium elkezd teljesen ionizálódni (He^{2+}), ami az opacitást (és ezzel a hőmérsékletet) növeli, így egyre több és több He ionizálódik. Ha már az összes He ionizálódott az opacitás növekedése megáll. A réteg kifelé mozdul, ami rekombinációt, opacitáscsökkenést és ezzel lehűlést eredményez. Ez a jelenség csak meghatározott hőmérséklet és luminozitás mellett működőképes. A Hertzsprung–Russell-diagramon (HRD, 1.2. ábra) az ennek megfelelő tartományt nevezik klasszikus instabilitási sávnak. Ezen belül helyezkednek el a klasszikus pulzáló változócsillagok (pl. cefeidák, RR Lyrae csillagok, δ Scutik). Az ábrán látjuk, hogy másutt is vannak pulzáló változók. Ezeknél a csoportoknál más kémiai elemek (pl. H, Fe) ionizációja és rekombinációja hajtja a κ-mechanizmust, vagy még csak nem is a κ-mechanizmus tartja fenn a pulzációt. Néhány típus esetében napjainkban is élénk szakmai vita folyik a pulzáció gerjesztési mechanizmusáról. Ezekre most itt nem térek ki.

A pulzáció modellezése a kezdeti próbálkozásoktól napjainkig hosszú utat járt be. Az elmélet részletes kifejtése Cox (1980), illetve a nemradiális esetre Unno és társai (1989) klasszikus könyveiben található meg. A κ-effektust és más nemadiabatikus hatásokat is figyelembe vevő egyenleteket csak numerikusan lehet megoldani. Általános pulzációt modellező kód nem létezik, és kérdéses, hogy lesz-e valaha is. A viszonylag egyszerűbb radiális pulzációnál kihasználják a szferikus szimmetriát és a problémát egy dimenzióban (csak a sugár mentén történhet mozgás) oldják meg. A jelenleg leginkább használt két egydimenziós nemlineáris hidrodinamikai modellezőprogram, az azonos alapokon álló Florida–Budapest-kód (Kolláth és Buchler, 2001; Kolláth és társai, 2002) és a Varsó-kód (Smolec és Moskalik, 2008). A hidrodinamikai kódokban a csillagokat homogén gömbhéjakra bontják (esetenként több százra), és minden egyes héjra megoldják az egyenleteket a megfelelően illesztett határfeltételekkel. A megoldásokat több száz, több ezer pulzációs cikluson keresztül követik a stabil határciklus eléréséig.

Ezek a számítások megmutatták, hogy a radiális pulzáció sem olyan egyszerűen zajlik le, mint ahogyan azt elsőre gondolnánk. A pulzáció bizonyos fázisaiban előfordul olyan helyzet, hogy a csillag egyes külső rétegei már összehúzódnak, míg más (belső részek) még tágulnak. Ilyenkor az összeütköző anyagban lökéshullám keletkezik (Fokin és Gillet, 1997; Fokin és társai, 1999). Ezek a lökéshullámok a fénygörbéken felfényléseket a színképekben pedig jellegzetes vonalkettőződést, -kiszélesedést, sőt emissziót okoznak (Preston és társai, 1965; Chadid és Gillet, 1996; Chadid és társai, 2008; Preston, 2009). A hidrokódok ezen észlelési tények magyarázatán túl pl. helyesen adják meg a pulzáló változók HRD-n elfoglalt helyét, és az észleltekhez hasonló fénygörbéket is képesek előállítani (pl. Feuchtinger 1999; Marconi és társai 2015). Egyedi fénygörbék modellezésére viszont nem alkalmasak (l. 5.4.1. fejezet), mert a csillag külső rétegét, a fotoszférát (amiből a csillag észlelt fénye származik) nem modellezik. Ha egyedi észlelt fénygörbét szeretnénk elméleti fénygörbével illeszteni, akkor a pulzációs modellünket kombinálnunk kell egy légkörmodellel, nem is akármilyennel. Ha pontosak akarunk lenni, akkor dinamikus légkörmodellre lenne szükségünk, csakhogy jelenleg ilyenek nincsenek[1]. Az RR Lyrae csillagok esetében a Varsó-kód és statikus légkörmodellek (Kurucz-modellek) egyesítésére az első próbálkozást 2014-ben a toulouse-i *CoRoT–Kepler* konferencián mutatták be (Smolec, 2015). Még egy nagy hiányossága van az RR Lyrae csillagokre ma működő hidrokódok mindegyikének: egydimenziósak. Ez persze egyszerűsíti a számolást, de tudjuk, hogy a csillagok a valóságban háromdimenziós objektumok. Korábban minden próbálkozás, ami arra irányult, hogy a meglévő egydimenziós kódokat kiterjesszék akár csak két dimenzióba is, csúfos kudarcot vallott: a modellcsillagok, a kódok numerikus problémái miatt, néhány pulzáció után leálltak, vagy éppen „felrobbantak". Csak a közelmúltban jelentek meg új, az egydimenziós kódoktól függetlenül kifejlesztett, többdimenziós kódok (Mundprecht és társai, 2013; Geroux és Deupree, 2015), amelyek már (a könnyebben modellezhető cefeidák paramétertartományában) stabilan pulzálnak, és a korábbi egydimenziós kódokhoz hasonló eredményeket adnak.

1.3. A csillagok fejlődése

Az már a HRD-n elfoglalt helyükből is látszik (1.2. ábra), hogy az RR Lyrae csillagok nagyon különböznek a fősorozaton elhelyezkedő Napunktól: kisebb tömegük ellenére (átlagos tömegük 0,6 $M_{\odot}$), jóval fényesebbek a Napnál (kb. 40-50 $L_{\odot}$). Hogyan lehetséges ez? A választ a csillagfejlődési elméletek adják meg. (Ennek áttekintését a pulzáló változók szempontjából l. pl. Catelan és Smith 2015 könyvében.) A kis tömegű csillagok magjában a H fúziója zajlik évmilliárdokon keresztül. Ez idő alatt a csillag a HRD-n közelítőleg egy pontban tartózkodik. Amikor azonban a magban a H koncentrációja olyan alacsony lesz, hogy az már nem elegendő a fúzió fenntartásához, a csillag szerkezetében drasztikus változások kezdődnek, ami a csillag HRD-n való elmozdulását okozza. A fősorozati állapot utáni következő, viszonylag hosszú ideig stabil fejlődési állapot a vörös óriás fázis. Ekkor a csillag légköre felfúvódik és egyúttal lehűl (a csökkenő felszíni hőmérséklet okozza a vörös színt). A magban ilyenkor nukleáris energiatermelés szinte nem zajlik, a mag körül viszont egy héjban folytatódik a H fúziója. A csillag a vörösóriás-ágon (red giant brach, RGB) mozog felfelé a nagyobb luminozitások irányában. A mag hőmérséklete és nyomása folyamatosan nő. Egy idő után eléri a He fúziójához szükséges értékeket. A beinduló He-fúzió új stabil állapotot jelent: a csillag megérkezik a horizontális ágra (horizontal branch, HB). Ekkor tehát a magban a He fúziója, míg a körülötte lévő gömbhéjban a H fúziója zajlik. A csillag nagy méretű, forró és kék.

Az RR Lyrae csillagok is ilyen horizontális ági csillagok. Mivel a horizontális ágra fejlődéshez „ki kell fogynia" a hidrogénnek a magból, igen öreg csillagokról van szó. Ezt több megfigyelési tény is alátámasztja: pl. eloszlásuk a Tejútrendszeren belül közel gömbszimmetrikus (Dékány és társai, 2013; Pietrukowicz és társai, 2015), nem tömörülnek a fősík mentén, mint a fiatalabb (I. populációs) csillagok. Ezzel függ

[1]Pontosabban, léteznek dinamikus légkörmodellek egyes, nagyon híg légkörű, pl. Mira változókra (l. pl. Wittkowski és társai 2016 és referenciái), de ezek nem alkalmazhatók a sokkal sűrűbb légkörű RR Lyrae csillagokre.

össze, hogy nagyon sok RR Lyrae található gömbhalmazokban, amelyek a Tejútrendszer nagyon régi, tipikus II. populációs képződményei. Az RR Lyrae csillagok felszínén a héliumnál nehezebb elemekből 1-2 nagyságrenddel kevesebb van, mint a Nap felszínén. Ennek is az az oka, hogy akkor keletkeztek (mintegy 10 milliárd évvel ezelőtt), amikor a nehezebb elemekből még jóval kevesebb volt.

1.4. Amit a földi az észlelésekből megtudtunk

Az 1980-as évekig az RR Lyrae csillagok vizsgálatában a legjellemzőbb módszer a fotografikus, majd pedig a fotoelektromos fotometria voltak. Az optikai csillagászat másik fő vizsgálati módszere, a spektroszkópia kissé háttérbe szorult. Ennek elsősorban gyakorlati okai voltak. A viszonylag rövid pulzációs periódus és a csillag légkörében rövid idő alatt lezajló heves folyamatok (lökéshullámok) miatt a spektrumok rögzítésére jellemzően néhány perc áll rendelkezésre. Ilyen rövid idő alatt megfelelő minőségű színképeket csak meglehetősen nagy távcsövekkel lehet rögzíteni még a legfényesebb RR Lyrae csillagok esetében is. A nagy távcsövekhez való hozzáférés pedig mindig erősen korlátozott.

1.4.1. Az RR Lyrae csillagok mint a kozmikus távolságlétra elemei

A klasszikus cefeidákra vonatkozó periódus-fényesség reláció korszakalkotó felfedezése (Leavitt és Pickering, 1912) új utat nyitott a csillagászati távolságmérésben. A relációnak döntő szerepe volt abban, hogy a Tejútrendszeren kívüli galaxisok léte bebizonyosodott, és ma is a kozmikus távolságlétra egyik nagyon fontos eleme. Az RR Lyrae csillagok fényessége (ellentétben a cefeidákéval) az optikai tartományban közelítőleg független a periódusuktól. Bár távolságbecslésre már önmagában ez a tény is alkalmas, a pontosabb méréshez periódus-szín-fényesség összefüggésük kalibrálása vezetett. Ugyanakkor ha a közeli infravörösben (jellemzően K-sávban) vesszük fel a fénygörbéinket, hasonló periódus-fényesség összefüggést tapasztalunk, mint a klasszikus cefeidákra az optikai tartományban (l. Lub 2016 összefoglaló cikkét). Bár az RR Lyrae csillagok fényessége kisebb, mint a klasszikus cefeidáké, cserében sokkal több van belőlük, és olyan helyeken (gömbhalmazok, galaxisok halója) is előfordulnak, ahol a cefeidák nem, így a csillagászati távolságmérésben legalább akkora szerepük van, mint a cefeidáknak.

A távolságmérésben betöltött kitüntetett szerepük miatt váltak fontossá az RR Lyrae csillagok alapvető paraméterei, mint pl. abszolút fényességük, hiszen ez adja a rájuk alapozott távolságskála nullpontját. Az abszolút fényesség kiszámítására több módszer is létezik (pl. Baade–Wesselink-eljárás, fejlődési, vagy pulzációs modell). Ezek áttekintése megtalálható Smith (1995) klasszikus könyvében. Elvben a legjobb, mindenféle modelltől független módszer a távolság megmérésére a trigonometrikus parallaxis meghatározása. Csakhogy még a legfényesebb RR Lyrae csillagok is meglehetősen messze vannak, ezért csak néhány közeli RR Lyrae-re parallaxisát határozták meg eddig a *Hubble*-űrtávcső egyedi méréseiből (Benedict és társai, 2011).

A helyzetben lényegi áttörést a jelenleg folyó Gaia asztrometriai űrmisszió fog hozni.

Ha bármilyen közvetett módszert használunk a fizikai alapparaméterek meghatározására, nagyon fontossá válik az egyedi csillagok vizsgálata, hiszen ezek alapján tudjuk pl. a távolságmérésre használt mintánkat homogénné tenni, és ezáltal csökkenteni a kalibrációnk lehetséges hibáját. Jól mutatja ennek fontosságát az a meglepő eredmény is, amely szerint az elsőként felfedezett fedési RR Lyrae-ről kiderült, hogy valójában nem is RR Lyrae, hanem egy 0.26 $M_{\odot}$ tömegű pulzáló csillag, amilyenek kettőscsillagok fejlődése során néha kialakulhatnak (Pietrzyński és társai, 2012). A fénygörbe viszont megtévesztésig hasonló az RR Lyrae csillagokra. Vajon hány ilyen „RR Lyrae imposztor" lehet még az adatbázisainkban?

Szintén gondot okozhatnak a Blazskó-effektust mutató RR Lyrae csillagok (későbbiekben Blazskó RR Lyrae csillagok, vagy Blazskó-csillagok) is. Az RR Lyrae csillagok tudományos vizsgálata során már igen korán felfigyeltek egy érdekes jelenségre. Szergej Blazskó orosz csillagász 1907-ben egy rövid közleményben publikálta azt a megfigyelését (Blazhko, 1907), hogy a később RW Dra nevet kapott RR Lyrae változó maximális fényességének időpontja egy állandó periódusú jelhez képest hol siet, hol pedig késik. Harlow Shapley 1916-ban pedig kimutatta (Shapley, 1916), hogy magának a névadó RR Lyrae-nek a mintegy fél napos pulzációs perióduson túl van egy 40 nap körüli második periódusa is, amellyel a fénygörbe amplitúdója (és ezzel az alakja) változik. Mivel sok esetben a két effektus egy csillagnál egyszerre van jelen nyilvánvalónak tűnt kapcsolatuk, így a későbbiekben mindkét jelenséget Blazskó-effektusnak nevezték. Az RR Lyrae csillagok mintegy fele mutatja az effektust, és egyelőre nem tudni van-e különbség ezek és a monoperiodikus csillagok fizikai paraméterei között.

A Blazskó-effektus tipikus periódusa néhány hét, de akár néhány napos, vagy több éves is lehet. A jelenség hosszú időskálája igen megnehezíti a spektroszkópiai vizsgálatokat. Teljes Blazskó-ciklus spektroszkópiai végigkövetésére néhány példa akadt csak az elmúlt száz évben (Struve és Blaauw, 1949; Preston és társai, 1965; Chadid és Chapellier, 2006; Kolenberg és társai, 2010b), így az effektus vizsgálata elsődlegesen a fotometria terepe volt és maradt mindmáig.

1.4.2. Az RR Lyrae csillagok mint a csillagfejlődés nyomjelzői

A fotometriai idősorok készítésének elsődleges célja hosszú időn keresztül a periódusváltozások kimutatása volt. A csillagfejlődési modellek ugyanis meglehetősen gyors fejlődést jósolnak az instabilitási sávon belül (Dorman, 1992; Demarque és társai, 2000; Girardi és társai, 2000). Ha hiszünk a modelleknek, akkor a HRD-n elmozduló pulzáló változócsillag periódusa is változik, mégpedig olyan mértékben, hogy ez akár néhány évtized alatt is kimutathatóvá válik. Az ilyen mérések tehát alkalmasak lennének a csillagfejlődési (és részben a pulzációs) modellek közvetlen ellenőrzésére. Ehhez mindössze arra van szükség, hogy a fénygörbe valamely jól meghatározott fázisának (pl. maximum, felszálló ág közepe) időpontját mérjük meg időről időre, és a mért időpontot vessük össze az állandó periódussal kiszámolt időponttal. A zseniálisan egyszerű módszer a mért és számolt különbsége (angolul observed minus calculated), azaz O-C-módszer néven ismeretes (l. pl. Sterken 2005). A módszer kumulatív jellege miatt még az egyedi időmérés pontossága sem számít túl sokat, hiszen például tucatnyi, egy éven belül eloszló 1 másodperces pontosságú mérésből kimutatható egy 1 ms/éves periódusváltozás[2].

Mindezek után már érthető, hogy az RR Lyrae csillagok észlelése nem folyamatos mérésekkel, még csak nem is teljes (az összes fázist lefedő) fénygörbék felvételével történt, hanem jobbára fényességmaximumok észlelésével. A több évtizedes kitartó munka azonban meglehetősen felemás eredményt hozott. Az RR Lyrae csillagoknak csak egy része mutatott csillagfejlődéssel magyarázható periódusváltozásokat (Szeidl, 1965; Oláh és Szeidl, 1978; Szeidl és társai, 1986). Sokuknak nagyságrendekkel gyorsabb, ráadásul sokszor szabálytalan periódusváltozása van. A Blazskó RR Lyrae csillagok is általában ebbe a gyors, szabálytalan periódusváltozású csoportba tartoztak.

1.4.3. Az RR Lyrae csillagok kutatása a fotometriai űrtávcsövekig

A számítástechnika csillagászati megjelenése és ezzel a különböző idősor-analizáló programok (pl. diszkrét Fourier-analízis, fázisdiagram-módszer, füzérhossz-módszer) elterjedése új lendületet adott a változócsillagászatnak. Előtérbe került egyes kiválasztott, egyedi csillagok minél részletesebb vizsgálata. Ekkor vált nyilvánvalóvá, hogy a korábbi észlelési stratégia helyett az egyes csillagok pulzációs fázisait időben minél jobban lefedő mérésekre kell törekedni. A részletes idősor-analízishez az addig felhalmozott észlelési anyag kevés és nem megfelelő minőségű. Jellemző például, hogy az első Blazskó RR Lyrae-ről készült részletes Fourier-analízist csak 1995-ben publikálták (Kovács, 1995). Az 1990-es évek végén a szilárdtest-detektorok (CCD-kamerák) elterjedésével több nagy égterületet monitorozó program is indult. Bár ezek a nagy látószögű kamerákkal felszerelt kis automata távcsöveket használó tudományos kísérletek, mint pl. a ROTSE (Kehoe és társai, 2001), a MACHO (Alcock és társai, 1997), vagy az OGLE (Udalski és társai, 1992, 1997; Udalski, 2003) eredetileg nem változócsillagászati célúak voltak, de idősor-adatbázisaik a változócsillagokra, köztük az RR Lyrae csillagokra is óriási mennyiségű adattal szolgáltak. Ráadásul ezek az adatsorok hosszú (több éves) homogén adatsorok, így pl. Fourier-analízisre kiválóan alkalmasak. Vannak azonban komoly hiányosságaik is. A használt kis távcsövek miatt a fotometriai pontosságuk korlátozott, jellemzően színszűrő nélkül, vagy legfeljebb egy széles sávú szűrővel készültek az észlelések, valamint az észlelési pontok időbeli eloszlása (1-2 pont éjszakánként) sem a legszerencsésebb. Mindezen hátrányok együttes kiküszöbölésére indult 2003-ban intézetünkben Jurcsik Johanna vezetésével a Konkoly Blazhko Survey (Jurcsik, 2005; Jurcsik és társai, 2009c), illetve hasonló megfontolások vezették Katrien Kolenberget (KU Leuven) nemzetközi koordinált észlelési kampányok megszervezésére (Kolenberg és társai, 2006).

Az említett felmérések néhány fontosabb eredménye röviden. Az RR Lyrae csil-

[2]Megjegyzendő, hogy ugyanezt a módszert használta Taylor és Hulse Nobel-díjas felfedezésükben – a PSR B1913+16 kettős pulzár keringési periódusa változásának kimutatására.

lagok Fourier-spektrumát a fő pulzációs frekvencia és ezek felharmonikusai (egész számú többszörösei) uralják. A felharmonikusok megjelenésének egyszerű matematikai oka az, hogy a fénygörbék nagyon nemszinuszosak. Az ezekkel a frekvenciákkal (és a hozzájuk tartozó amplitúdókkal és fázisokkal) jellemzett szinuszfüggvényeket levonva a fénygörbékből és a különbséggörbék Fourier-transzformáltját megvizsgálva a Blazskó-effektust nem mutató RRab és RRc csillagokban nem találtak további szignifikáns frekvenciákat. A két módusban pulzáló (RRd) csillagokban a két pulzációs frekvencián és azok harmonikusain kívül a két frekvencia különböző lineáris kombinációi (pl. $\nu_1 + \nu_2$, $\nu_2 - \nu_1$, $2\nu_1 + \nu_2$, stb.) is megjelennek, ami a módusok nemlineáris csatolódását jelzi.

A Blazskó-csillagok spektrumában a fő frekvencia és annak harmonikusai triplettekre hasadnak. A jelenség jól ismert a rádiótechnikából: ilyen az amplitúdómodulált jelek Fourier-spektruma. A moduláció oka maga a Blazskó-effektus. A megfelelően pontos adatsorokból a Blazskó-frekvencia is mindig kimutatható volt. Az amplitúdó- és frekvenciamoduláció egymáshoz való viszonya továbbra is ellentmondásosnak tűnt. Az egyedileg vizsgált csillagokban ugyan mindkét modulációt mindig meg lehetett találni, a nagy égbolt-felmérések adataiból viszont úgy tűnt, mintha lennének csak amplitúdó-, ill. csak frekvenciamodulált csillagok is. Utóbbi adatokban azonosítottak olyan csillagokat is, amelyek Fourier-spektrumában a szokásos triplett-szerkezet helyett dublettek, másoknál pedig nem ekvidisztáns triplettek jelentek meg (Moskalik és Poretti, 2003; Alcock és társai, 2000, 2003). Az egyedi csillagokat vizsgáló Konkoly Blazhko Survey egyre kisebb amplitúdójú modulációkat mutatott ki, így komolyan felvetődött, hogy kellően nagy pontosságnál minden RR Lyrae csillag blazskós (Jurcsik és társai, 2009c).

1.5. A Blazskó-effektus magyarázatai

Már az egyedi RR Lyrae csillagok vizsgálatainál is elsősorban a pulzációelmélet egyik utolsó(?) nagy talányával, a Blazskó-effektussal foglalkoztak a legtöbbet, és ez az én dolgozatomban is központi helyet kapott, így külön is szólnom kell róla néhány szót. Noha az elmúlt száz évben fél tucatnyi különböző fizikai magyarázattal és ezek változataival próbálták a Blazskó-effektust értelmezni, ezek sorra-rendre „elvéreztek” az észlelési tényekkel vívott csatákban. A három legtöbbet hivatkozottra térjünk itt is ki néhány szóban.

(i) A ferde rotátor modell (Cousens, 1983; Shibahashi, 2000) azt feltételezi, hogy a csillagnak mágneses dipóltere van. Az egyszerűsített számítások azt adták, hogy globális mágneses tér hatására a radiális módusok $l = 2$-höz tartozó nemradiális módusokká torzulnak. Ekkor a forgó csillagra való különböző rálátás magyarázná az amplitúdómodulációt. Az egyik komoly gond ezzel a magyarázattal, hogy a működéséhez szükséges 1 kG nagyságrendű mágneses teret nem sikerült kimutatni még egyetlen RR Lyrae csillagok színképében sem. Ráadásul – mivel a magyarázat tisztán geometriai – nem tud számot adni arról, ha a Blazskó-ciklusok nem tökéletesen egyformák, már pedig ilyen esetek már a földi észlelésekből is sejthetők voltak.

(ii) A radiális és nemradiális módusok rezonanciamodelljei (Van Hoolst és társai, 1998; Nowakowski és Dziembowski, 2001; Dziembowski és Mizerski, 2004) azt feltételezik, hogy a radiális módussal együtt gerjesztődik egy nemradiális módus is. Ez úgy fordulhat elő, ha a nemradiális módusok sűrű spektrumában van olyan frekvenciájú módus, amely a radiális módus frekvenciájával rezonanciában van, pl. 1:1 rezonancia esetén a két frekvencia majdnem egybeesik. Itt a nemradiális módusok az $l = 1$-hez tartoznak. A modell a modulációra a megfigyeltnél jóval kisebb (0.02 mag) amplitúdót ad, ráadásul a ciklusról ciklusra való változás magyarázata itt is hiányzik.

(iii) Talán ezért is vált hamar népszerűvé az észlelő csillagászok körében Stothers ötlete (Stothers, 2006), amelyben a moduláció okát a turbulens konvekció és pulzáció kölcsönhatásában kereste. Napunk példájából ugyanis jól tudjuk, hogy a mágneses dinamó egyáltalán nem szigorúan periodikus. Amikor azonban elkezdték a modellt mélyebben is kidolgozni, kiderült, hogy csak a nagyon hosszú periódusú és kis amplitúdójú modulációkat képes leírni (Smolec és társai, 2011; Molnár és társai, 2012b). Nagyjából itt tartottunk a 2000-es évek közepe táján, amikor először a *CoRoT*, majd pedig a *Kepler*-űrtávcső elindult felfedező útjára.

1.6. Űrfotometriai eredmények az RR Lyrae csillagokról

Amikor 2008-ban a *CoRoT* űrtávcső RR Lyrae csillagokról készült idősorait elkezdtük elemezni, kiderült, hogy ezek meglepően sokfélék. A rendelkezésre álló kis minta – 1-3 csillag észlelési területenként – megnehezítette, hogy szétválasszuk az egyedi különlegességeket az általános jellemzőktől. Az minden esetre kitűnt, hogy a Blazskó-effektust mutató csillagok Fourier-spektruma meglehetősen gazdag. Több száz szignifikáns frekvenciát sikerült azonosítani bennük. A földi mérések Fourier-spektrumát uraló triplettek helyett ekvidisztáns multiplettek tűntek fel, sokszor egészen magas rendig (l. Chadid és társai 2010, ill. 4.1. fejezet). Ez még tisztán matematikai úton megmagyarázható (Szeidl és Jurcsik 2009; Benkő és társai 2011, ill. 8. fejezet), hiszen a frekvenciamodulált jelek Fourier-spektruma ilyen (elvben végtelen rendű) multipletteket tartalmaz. Az egyszerre amplitúdó- és frekvenciamodulációt mutató jelek matematikai vizsgálatával természetes magyarázatot kaptam arra a korábban sokat vitatott jelenségre is, hogy az oldalcsúcsok amplitúdói miért nem azonosak, és ezen keresztül sikerült megmagyaráznom pl. a dubletteket (mint nagyon aszimmetrikus tripletteket, ahol az egyik oldalcsúcs a zajszint alatt van), vagy a nem ekvidisztáns tripletteket (két moduláció aszimmetrikus triplett szerkezete). (Ezekkel az eredményeimmel részletesen foglalkozom a 8. fejezetben.) Csakhogy a multipletteken túl, a harmonikusok között is rengeteg szignifikáns frekvenciát találtunk. Bár ezek formálisan néhány független frekvencia lineáris kombinációiból „kikeverhetők” voltak, a fizikai magyarázatuk meglehetősen bizonytalan volt. A CoRoT 101128793 jelű csillagnál (Poretti és társai, 2010) pl. a legerősebb ilyen extra frekvencia a második radiális felhang frekvenciájának tűnt. Mint fentebb írtam, korábban egyetlen olyan csillag sem volt ismert, amelyik bizonyosan második felhangjában pulzál, itt pedig egyből egy kétmódusú (alapmódusban és második felhangban egyszerre pulzáló) esetbe botlottunk. Egy másik csillag – a CoRoT 105288363 (Guggenberger és társai, 2011) – pedig egészen elképesztő erősen modulált volt, ráadásul oly módon, hogy minden egyes Blazskó-ciklusa egymástól teljesen különbözött. A földi észlelésekből már sejtett irregularitás mindenesetre itt feketén-fehéren be is bizonyosodott.

A *Kepler*-űrtávcső 41 RRab csillaga már eléggé nagy mintának bizonyult, hogy bizonyos általános következtetéseket levonhassunk (Benkő és társai, 2010, 2014; Nemec és társai, 2011, 2013). Ezek fényében a *CoRoT* csillagok viselkedése is sok szempontból értelmet nyert. Először is, a *Kepler*-mérések pontosságával a Blazskó-csillagok aránya 50% körülinek adódott, ami megegyezik a legmagasabb aránnyal, amelyet földi mérések alapján becsültek. Ugyanakkor az RR Lyrae csillagok másik 50%-a semmilyen modulációt nem mutat (l. Benkő és társai 2010 és 6. fejezet), vagyis nem igazolódott az a várakozás, hogy egyre nagyobb pontossággal egyre nagyobb lesz a Blazskó-csillagok aránya. Bebizonyosodott az is, hogy az amplitúdó- és frekvenciamoduláció mindig együtt jár. Nem találtunk egyetlen olyan csillagot sem, ahol csak az egyik látszik. A kétfajta moduláció frekvenciája minden esetben azonos volt, tehát jogos volt az a korábbi feltevés, hogy az amplitúdó- és a frekvenciamoduláció ugyanannak a jelenségnek a két különböző észlelhető megnyilvánulása. A teljes négyéves anyagot elemezve kitűnt (Benkő és társai 2014; Benkő és Szabó 2015a, ill. 7. fejezet), hogy a többszörös modulációk nagyon gyakoriak (kb. 80%), holott a földi mérések alapján a többszörösen modulált csillagokat különlegességnek gondolhattuk. Még a legnagyobb publikált arányuk (12%, Skarka 2013) is sokkal kisebb, mint a *Kepler*-mintáé. Meglepő megfigyelési eredmény, hogy a talált többszörös modulációk frekvenciaarányai nagyon sokszor közel vannak két kis egész szám hányadosához, azaz rezonanciában vannak. Az ok egyelőre teljesen ismeretlen. Szintén a teljes anyag áttekintése mutatta meg azt is, hogy a Blazskó-moduláció ciklusról ciklusra történő változása egyáltalán nem ritka, sőt több-kevesebb irregularitás szinte mindig kimutatható.

Szintén a *Kepler* méréseiben tűnt fel először a Blazskó RRab csillagok egy részének érdekes viselkedése: az egymás követő pulzációs ciklusok amplitúdói váltakozva kisebbek, ill. nagyobbak (Kolenberg és társai, 2010a; Szabó és társai, 2010). Egy nagy amplitúdójú ciklust követ egy kisebb, majd újra egy nagyobb és így tovább. Ez a jelenség a perióduskettőződés (PD). A jelenség a fő pulzációs frekvencia (f_0) Fourier-harmonikusai között „félúton” ($1/2f_0$, $3/2f_0$, ...) megjelenő csúcsokat okoz. Bár a perióduskettőződés jól ismert a kaotikussá fejlődő dinamikai rendszerekben, a gyengén nemadiabatikus RR Lyrae-csillagok esetében senki nem várt kaotikus viselkedést. Az RR Lyrae csillagok PD-effektusát részletesen tárgyalja Szabó Róbert MTA doktori értekezése (Szabó, 2016). A PD-jelenség erőssége (a PD frekvenciák amplitúdója) erősen és meglehetősen szabálytalanul változik az időben. Ennek első kimutatása is jelen a dolgozat szerzőjének munkája (Benkő és társai 2010, ill. 6. fejezet). A frekvenciák időbeli viselkedését részletesen megint csak Szabó Róbert vizsgálta (Szabó és társai, 2014) a *CoRoT*-mintán.

Már az első vizsgált Blazskó RRab csillagok Fourier-spektrumaiban feltűntek a fenti feles frekvenciáktól különböző kis amplitúdójú frekvenciák is (Chadid és társai, 2010; Poretti és társai, 2010; Guggenberger és társai, 2011), amelyeket eleinte nem sikerült azonosítani. Jellemzően valamilyen nemradiális módus frekvenciájának gondolták ezeket. Mára az RRab csillagokban a Fourier-harmonikusok között mutatkozó extra frekvencia-szerkezetek három fő típusát tudtuk elkülöníteni. Ezek (i) a már említett perióduskettőződéshez kapcsolódó frekvenciák; (ii) a radiális első és-vagy második felhang f_1 és f_2 frekvenciáinál és ezeknek az alapmódus frekvenciájával és harmonikusaival alkotott lineáris kombinációinál feltűnő frekvenciák; (iii) valamint olyan frekvenciaszerkezetek, amelyekben a legerősebb frekvencia aránya az f_0-hoz 0.7 körül van. Az első olyan munka, amely egyértelműen azonosította a második felhang frekvenciáját egy Blazskó RRab csillag spektrumában, Poretti és társai (2010) cikke volt (l. 4. fejezet). A jelenség leírását nagyobb mintán és további, mindkét felhang megjelenésére példákat mutató munka Benkő és társai (2010) cikkem volt (l. részlesen 6. fejezetet). Ez tekinthető a később az elméleti modellekben hármas rezonanciákkal magyarázott pulzációs állapotok tényleges felfedezésének. A 0.7-es frekvenciaarányú frekvenciákat általában továbbra is függetlenül gerjesztődött nemradiális módusokkal azonosítják, bár én megmutattam, hogy majdnem mindegyikük felírható $2(f_2 - f_0)$ alakban is (Benkő és Szabó, 2014; Benkő és társai, 2014). Utóbbi frekvenciák egyébként számos csillagon kimutathatók, de csak kevés esetben dominánsak.

Az RRc és RRd csillagokkal kapcsolatos legérdekesebb új megfigyelés, hogy minden ilyen felhangban (is) pulzáló változó Fourier-spektruma tartalmaz egy frekvenciát, amely a domináns felhangú pulzáció frekvenciájával 0,61-os arányban áll (Moskalik és társai, 2015). Mivel Szabó Róbert MTA doktori dolgozatának egy fejezete (Szabó, 2016) részletesen tárgyalja az RRc és RRd csillagok extra frekvenciát, azok felfedezését és főbb jellemzőit, itt csak nagyon röviden említem meg ezeket. A *CoRoT* és *Kepler*-minták felhangban pulzáló RR Lyrae csillagaira mindig igaz, hogy az extra frekvencia és a radiális felhang periódusaránya 0.61-0.62 körüli érték. Ilyen csillagokat később elegendően pontos földi mérésekkel is sikerült találni (Jurcsik és társai, 2015), sőt újabban az OGLE égboltfelmérés adataiban egy olyan felhangban pulzáló csoportot is azonosítottak, amelyre ez az arány inkább 0.68 körüli (Netzel és társai, 2014). Az érdekes az, hogy ilyen frekvenciákat eddig még egyetlen (sem modulált, sem monoperiodikus) RRab csillagnál sem találtak. Nem világos, hogy ez a nemradiális módus miért nem gerjesztődik egyetlen alapmódusban pulzáló változóban sem, miért csak felhangú pulzálókban.

1.7. Az űrfotometria hatása az RR Lyrae csillagok elméletére

Az új felfedezések közül elsőnek a perióduskettőződést sikerült elméletileg is modellezni a Florida–Budapest hidrokód segítségével (Kolláth és társai, 2011). A számítások kimutatták, hogy az RR Lyrae csillagok külső rétegeiben magas rendű ($k \gg 1$) radiális felhangok, ún. „strange módusok” is képesek gerjesztődni, ha az adott felhang az alapmódussal rezonanciában van. A perióduskettőződést létrehozó kilencedik felhang 9:2-es periódusarányban áll az alapmódussal. Az ilyen magas rendű rezonanciákról korábban azt gondolták, hogy túlságosan gyengék ahhoz, hogy bármi mérhető effektus létrehozzanak, és ezért nem is vizsgálták őket. Most a vizsgálatok azt sejtetik, hogy további még magasabb rendű rezonanciák (14:19, 20:27) is szerephez juthatnak.

Sikerült olyan hidrodinamikai modelleket is találni, amelyekben egyszerre van jelen az alapmódus, a perióduskettőződésért felelős „strange módus" és az első felhang is (Molnár és társai, 2012a). Az észlelésekben pl. magánál az RR Lyrae-nél látunk ilyen helyzetet. A három módus frekvenciája egymással kis egész számokkal kifejezhető arányban áll, ezért ezeket hármas rezonanciáknak nevezik. A radiális hidrokódokból kapott eredmény megmutatta azt is, hogy itt ténylegesen radiális módusokról lehet szó, és nem a radiális módusok frekvenciáival azonos helyen gerjesztődött nemradiális módusokról. Az észlelésekben leggyakrabban megjelenő második felhangot tartalmazó elméleti megoldásokat egyelőre még nem sikerült megtalálni.

Az észlelések alapján úgy tűnik a Blazskó- és a PD-jelenség között szoros kapcsolat van. Csak Blazskó-csillagokban van PD (ill. más extra módusok), és a Blazskó-csillagok majdnem mindegyikében vannak is ilyenek. Ezek után különösen elgondolkodtató az a 2011-ben publikált elméleti vizsgálat (Buchler és Kolláth, 2011), amelyben a szerzők megmutatták, hogy a 9:2-es radiális rezonancia a fizikai paraméterek elég tág körében természetes módon modulációt okoz. A moduláció lehet egyszeresen vagy többszörösen periodikus, vagy kaotikus is. Ez a felvetés a Blazskó-effektus korábban tárgyalt észlelt tulajdonságait (többszörös modulációk, ciklusról ciklusra változások) is megmagyarázza, nemcsak magát a modulációt. Az egyetlen ok, amely miatt még nem mondjuk azt hogy megtaláltuk a Blazskó-rejtély megoldását, az az, hogy a hivatkozott munka egy egyszerűsített számoláson alapul, és a hidrokódokkal még nem sikerült igazolni. Biztató ugyanakkor, hogy a közeli „rokon" BL Her típusú csillagok esetén ez már sikerült (Smolec és Moskalik, 2012).

Az RRc és RRd csillagok extra frekvenciáiról feltételezett nemradiális természet igazolása vagy cáfolata ma még nem lehetséges, mert ahhoz olyan nemlineáris nemradiális pulzációs kód kellene, amely jelenleg nem létezik. Ugyanakkor Dziembowski (2016) egyszerűsített számolásai az RRc-ken l=8 és 9 módusok jelenlétére utalnak, és az általa kapott periódusarányok közel vannak az észleltekhez.

I. rész

A műszerek és adataik

2. fejezet

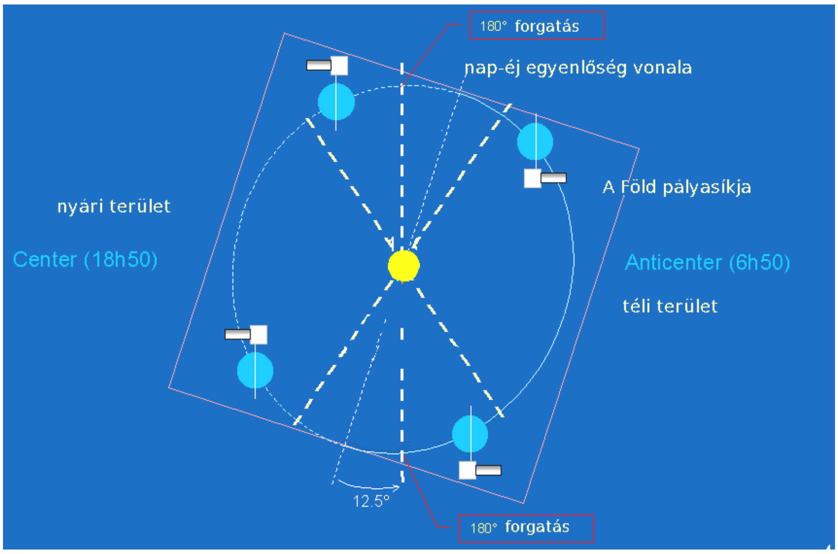
A *CoRoT* űrtávcső

2.1. A *CoRoT* misszió

A dolgozatban ismertetett eredményeim java észlelési eredmény, amelyek a közelmúlt két legnagyobb idősoros űrfotometriai missziójának a *CoRoT*-nak és a *Kepler*nek köszönhető. Amikor kezünkbe veszünk egy észlelési adatsort, annak értelmezéséhez mindenképpen szükséges, hogy tudjunk valamit az eszközről, amelyről származik. Álljon itt hát néhány fontos technikai adat a *CoRoT* űrtávcsőről. A *CoRoT* misszióról több helyen jelent meg magyar nyelven is ismertetésem (Benkő, 2010; Benkő és Szabó, 2011), ezek egyes részeit felhasználtam az alábbi összefoglaló elkészítésekor. A leírásban szereplő külön nem hivatkozott technikai adatokat Auvergne és társai (2009) cikkéből, ill. a közelmúltban megjelent *CoRoT Legacy Book* (2016) idevágó fejezeteiből (Baglin és társai, 2016a; Ollivier és társai, 2016) vettem.

A *CoRoT* misszió részletes története megtalálható Fridlund és társai (2006); Baglin és társai (2016b) cikkeiben. Az első elképzelések arról, hogy Franciaország egy űrfotometriai távcsövet szeretne építeni 1994-ben kerültek nyilvánosságra. A *CoRoT* űrmisszió neve[1] eredetileg csak a **Co**nvection, **Rot**ation szavakat takarta, ami utólag változott **Co**nvection, **Ro**tation and Planetary **T**ransit-ra, azaz konvekció, rotáció és bolygóátvonulássá. A névváltozás mögött a műhold komoly áttervezése állt. Az eredetileg csak asztroszeizmológiai célú eszköz részben kényszerből többcélúvá vált. Mivel az asztroszeizmológia elég nehezen „adható el” önmagában, a projekt többször volt olyan helyzetben, hogy pénz hiányában végül mégsem valósul meg. A kilencvenes évek közepétől azonban sorra fedezték fel az újabb és újabb bolygókat más csillagok körül. Ilyen exobolygók úgy is felfedezhetők, hogy az exobolygó keringése során időről időre elhalad központi csillagának korongja előtt, és ezzel a csillagon kis fényességcsökkenést okoz, amelyet aztán ki tudunk mérni. (Természetesen ehhez az kell, hogy a bolygó pályasíkja nagyjából a látóirányunkba essen.) Az ilyen bolygóvadászat nagyon hasonló eszközöket és módszereket igényel, mint a változócsillagászat. Hosszú, egyenletesen mintavételezett és lehetőleg minél ponto-

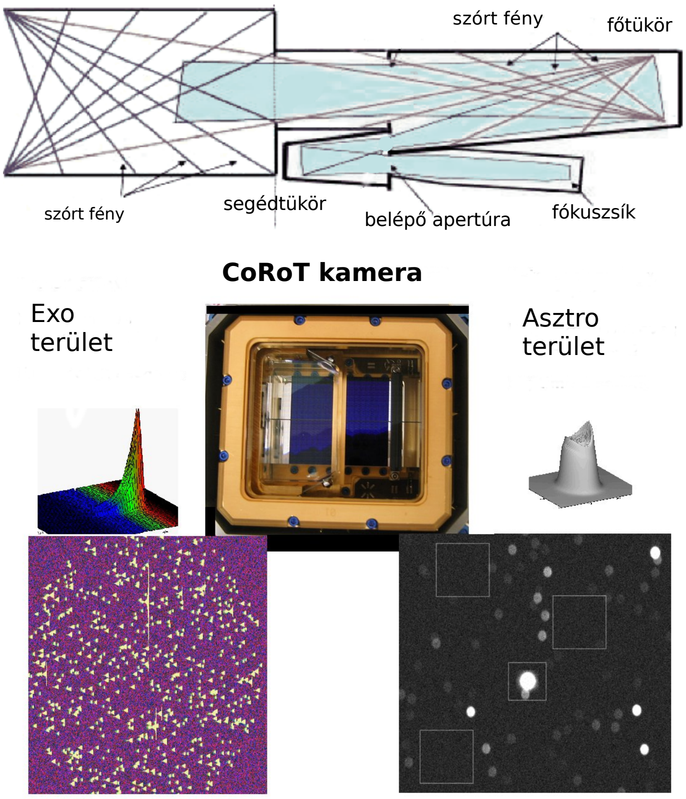
[1] Érdemes megjegyezni, hogy a betűszó megegyezik a Magyarországon kevésbé ismert, de nemzetközi hírű francia tájképfestő Jean-Baptiste-Camille *CoRoT* (1796–1875) nevével.



2.1. ábra. *A CoRoT pályája az év során. (A CNES ábrája alapján,* `https://corot.cnes.fr/en/COROT/detail_mission.htm`*)*

sabb idősorokat kell rögzíteni annak reményében, hátha találunk egy pici, ismétlődő fényességcsökkenést, amelyet esetleg egy exobolygó okoz. Magától értetődő volt tehát a két cél egyesítése egy eszközön. A távoli bolygók pedig a nagyközönséget is felcsigázzák, a pénzcsapok is megnyíltak, szabad volt hát az út az űrtávcső előtt. A francia űrügynökség a CNES (Centre National d'Études Spatiales) 2000-ben határozott a *CoRoT* megépítéséről, ami mintegy öt évet vett igénybe. Időközben a *CoRoT* misszió fokozatosan egyre inkább nemzetközivé vált. A műhold egyes részegységeit belga, spanyol, német cégek készítették el. Ausztria és Brazília pedig a műholddal való földi kapcsolattartásban vállalt szerepet. 2001-ben az Európai Űrügynökség (ESA) is bekapcsolódott a munkálatokba, amelyek főleg azután váltak fontossá számára, miután saját exobolygó-kereső tervét, az Eddington-űrtávcsövet anyagi okokból törölték. Mi magyar kutatók is az ESA-n keresztül csatlakoztunk 2005-ben a *CoRoT* projekthez egy ESA PECS pályázat keretében Paparó Margit (MTA CSFK CSI) vezetésével. Így aztán mi is izgatottan figyeltük 2006. december 27-én az indítás pillanatát, amikor egy Szojuz-rakéta csúcsán a magasba emelkedett a *CoRoT* űrtávcső.

Szerencsére minden rendben zajlott, és a műhold a terveknek megfelelő poláris pályára állt. Ez a pálya lehetővé teszi, hogy majdnem fél évig egy kiválasztott égi területet mérjen a távcső. A pálya megtervezésénél cél volt, hogy a lehető leghosszabb ideig lehessen egy területet megfigyelni. Föld körüli pályáról nagyjából ez a fél év a maximális időtartam, amit el lehet érni, mivel a Föld éves mozgása a Nap körül oda vezet, hogy egy idő után a megfigyelt terület a Nap irányába esik, amit természetesen el akarunk kerülni. A *CoRoT* esetében a problémát úgy oldották meg, hogy évente kétszer 180 fokkal elforgatták a távcsövet, így a Nap mindig „hátulról" sütött, és így



2.2. ábra. *A CoRoT űrtávcső sematikus optikai elrendezése (felső ábra), optikai leképező egysége: a négy elemű mozaik CCD-kamera (középen), és az egyes CCD-ken keletkező képek (lent), valamint azok pontforrás-függvényei (PSF). (Auvergne és társai 2009 és Richmond 2008 alapján.)*

folyamatosan érte a napelem-táblákat is (l. 2.1. ábra). A két terület, ahová fél éven keresztül nézett a távcső a $\alpha_{2000} = 18^{\mathrm{h}}\ 50^{\mathrm{m}}$, $\delta_{2000} = 0°\ 00'$ koordinátájú pozícióban, a Galaxis centrumának irányában a Sas csillagképekben, ill. $\alpha_{2000} = 6^{\mathrm{h}}\ 50^{\mathrm{m}}$, $\delta_{2000} = 0°\ 00'$-nál az anticentrum irányában az Egyszarvú csillagképben találhatók. A távcsövet technikailag egy 10 fok sugarú körön belül lehetett állítani ezen pozíciók körül, ezek az ún. *CoRoT*-„szemek" (*CoRoT* eyes). Az egy adott irányba történt észlelésre a *CoRoT* kutatói közösség a „futás" (run) szakkifejezést használja.

A *CoRoT* űrtávcső főtükre egy kb. 27 cm átmérőjű tükör fénygyűjtő képességének felel meg. A körülményes megfogalmazás azért van, mert a tükröző felület alakja leginkább trapézra hasonlít, és nem a szokásos kör alakú. Az optikai elrendezés sajátossága, hogy a segédtükör oldalirányban el van tolva a bejövő nyalábtól (ún. off-set elrendezés, l. 2.2 ábra felső része). Ezzel a megoldással a segédtükör nem takar ki semennyit, és így optimális a távcső fénygyűjtő képessége. A földi távcsöveken ezt az elrendezést nem igazán használják, mivel mechanikailag nehezen oldható meg a távcső stabilitása. Az űrben ilyen gond nincs. A távcső hosszú tubusában egy fekete fényelnyelő festékkel bevont gyűrűrendszer helyezkedik el, ami a szórt fényt (itt elsősorban a Föld fényére kell gondolni) hivatott elnyelni.

A távcső fókuszában négy, egyenként 2048×2048 pixelt tartalmazó CCD chip foglal helyet (2.2. ábra középen). A pixelek 13.5 μm-esek és az 1.2 m-es fókusztávolság mellett 2.32 ívmásodperc/pixeles felbontást eredményeznek. Ezek a paraméterek amúgy teljeseken átlagosak lennének egy földi optikai távcső CCD-kamerája esetében is. Innen kezdődnek a különlegességek: a négy chipből kettő-kettő szolgálja a exobolygó-átvonulások megfigyelését („exo terület”), ill. az asztroszeizmológiát („asztro terület”). Az *asztro terület*hez tartozó CCD-k szándékosan nem a fókuszsíkban vannak. Az ezeken rögzített defókuszált felvételekkel (2.2. ábra jobbra lent) elérhető, hogy a fényes célpontcsillagokról is a beégés veszélye nélkül kapjunk nagy jel/zaj viszonyú méréseket. CCD-nként öt-öt csillagot mért a távcső 32 s-os expozíciós idővel, ill. kérésre lehetőség volt 1 s-os mintavételezésre is. Az *exo terület* CCD-chipje fölött pedig egy kettős prizma helyezkedik el, ami minden egyes csillagról egy kisfelbontású színképet készített. Ilyenkor a csillag képe (point spread function, PSF) átlagosan egy 15×10 pixeles területen ($35'' \times 25''$) oszlik el (2.2. ábra balra lent).

A *CoRoT* sikeres pályára állítása és a tesztelések után, 2007. január 18-án elkészült az első CCD-kép, és január 31-től elindult az első tudományos mérési ciklus. Május elején pedig már napvilágot láttak az első fénygörbék, köztük az első felfedezett bolygó, a *CoRoT*-Exo-1b fénygörbéje. Az űrtávcső egészen 2009. március 8-ig komolyabb hiba nélkül üzemelt, amikor is az 1-es számú adatcsatornával (az A1 jelű szeizmológiai és az E1 jelű exobolygó-kereső CCD-vel) megszűnt a kapcsolat. A hibát nem sikerült kijavítani, így attól fogva a *CoRoT* „fél szemére vak” volt. Így működött egészen 2012. november 2-ig, amikor is a 2-es számú adatcsatornával is megszakadt a kapcsolat. Az utolsó kapcsolatfelvételi kísérlet az űreszközzel 2013. június 17-én történt. Ez után a *CoRoT* missziót hivatalosan is befejezettnek nyilvánították.

A 10° sugarú *CoRoT*-szemeken belül a tényleges észlelési irányok kijelölése a nominális 2.5 éves tervezett élettartamra előre megtörtént, de a mérések megkezdése előtt egyedi finomhangolás is volt (Baglin és társai, 2016a). (Az első négy futás égi pozíciója látszik a 2.3. ábrán.) A későbbi futásoknál az elsődleges cél az volt, hogy a még nem észlelt területeket is mérje a távcső. A 2.1. táblázat áttekintő képet ad a *CoRoT* futások főbb adatairól. Jól látszik, hogy az első csatorna meghibásodása után a szezononkénti egy (150 napos) hosszú észlelést felváltotta a szezononkénti két (egyenként kb. 80 napos) hosszú észlelés. Ezzel a stratégiaváltással is a nagyobb égterület lefedése volt a cél.

2.2. A *CoRoT* fotometriai adatai

A misszió előkészítése során készült el az Exo-DAT katalógus (Deleuil és társai, 2009), amely a *CoRoT*-szemekben található csillagokról tartalmaz fényesség, szín és színképi információkat. A katalógus adatai részben dedikált távcsövekkel történő mérésekből, részben korábbi katalógusokból származnak. Az Exo-DAT fényességada-

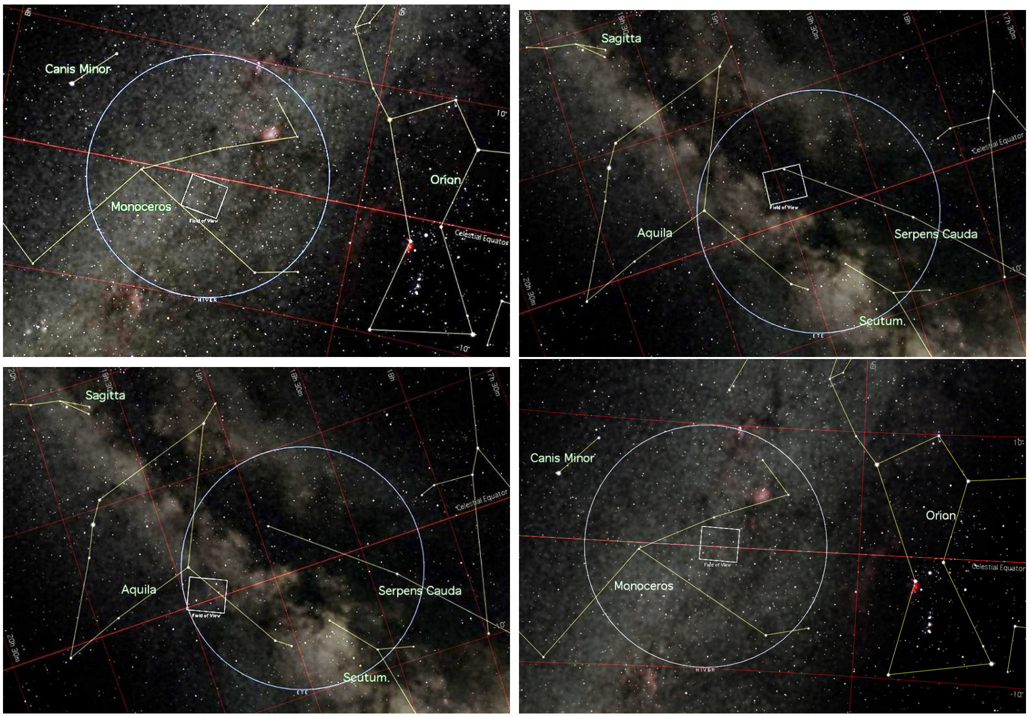
2.1. táblázat. *A CoRoT űrtávcső 26 észlelési ciklusának (futásának) főbb adatai.*

név	t_0	Δt [d]	α_{2000} [°]	δ_{2000} [°]	$\beta_{\rm rot}$ [°]	$N_{\rm exo}$
IRa01	2007.01.31.	59	102.60	−1.70	9.60	9879
SRc01	2007.04.11.	27	284.59	3.08	5.48	6975
LRc01	2007.05.11.	143	290.89	0.43	24.24	11408
LRa01	2007.10.18	133	101.66	−0.20	1.92	11408
SRa01	2008.03.05.	25	101.04	9.02	2.32	8150
LRc02	2008.04.11.	146	279.66	6.40	16.72	11408
SRc02	2008.09.09.	22	284.10	−2.86	−14.64	11408
SRa02	2008.10.08.	33	97.55	5.66	−25.36	10265
LRa02*	2008.11.13.	113	103.52	−4.38	6.00	11408
LRc03	2009.04.01.	90	277.47	−7.25	16.24	5661
LRc04	2009.07.04.	84	277.72	8.02	6.56	5716
LRa03	2009.10.01.	149	93.75	5.50	−3.84	5289
SRa03	2010.03.02.	24	98.40	0.99	2.16	8322
LRc05	2010.04.06.	87	279.00	3.66	6.77	11408
LRc06	2010.07.07.	79	278.95	4.35	16.85	11408
LRa04	2010.09.28.	78	92.57	6.94	5.87	8510
LRa05	2010.12.17.	91	91.93	7.95	−23.49	9284
LRc07	2011.04.06.	81	277.60	6.29	23.97	11408
SRc03	2011.07.01.	5	279.86	5.57	2.37	1304
LRc08	2011.07.06.	84	277.14	5.60	−16.03	11408
SRa04	2011.10.04.	53	96.17	−3.84	1.79	11176
SRa05	2011.11.29.	9	101.12	10.07	−18.60	8392
LRa06	2012.01.10.	78	101.55	0.22	16.03	11408
LRc09	2012.04.10.	84	288.22	−3.18	−1.15	11408
LRc10	2012.07.06.	84	277.74	7.28	−9.63	10572
LRa07	2012.10.02.	30	96.87	5.19	15.23	9688

Az egyes futások nevei, hivatalos kezdőidőpontjuk (t_0), az idősorok hossza napra kerekítve (Δt), a látómező középpontjának koordinátái fokokban (α_{2000}, δ_{2000}), a középpont körüli elforgatás szöge fokban ($\beta_{\rm rot}$), ill. az exo területen mért csillagok becsült száma ($N_{\rm exo}$).

*2009. 03. 16-tól csak az A2 és E2 CCD-k mértek.

tai, amelyek jellemzően egy epochához tartozó pillanatnyi fényességadatok, alapján osztották ki a CCD-képeken az egyes csillagokhoz tartozó pixelmaszkokat a 256 előre definiált maszk közül, úgy, hogy a jel/zaj viszony a lehető legjobb legyen (Barge és társai, 2006). A fényesebb csillagok esetén a spektrumokból három színt (r, g, b) képeztek, míg a halványabb (m_V>15 mag) csillagokra a teljes fluxust összegezték, és „fehér fényben" mért fluxust számoltak ki. Az exponálási idő az exo területen 32 s, de



2.3. ábra. *Az első négy futásban észlelt terület elhelyezkedése az égen. Balról jobbra és fentről lefelé: IRa01, SRc01, LRc01, LRa01. A négyszögek a CCD-detektorok aktuális pozícióit jelzik. Az ún. CoRoT-szemeket körök szimbolizálják. Ezeken belül volt állítható a távcső. (Forrás:* `https://`*CoRoT*`.cnes.fr/fr/`*CoRoT*`/Fr/lien1_scie.htm`*)*

a mért képekből a legtöbb csillag esetén 16-ot még az űreszközön összeadtak, és így 512 s (mintegy 8 perc) volt a tényleges integrációs idő. Egy-egy exo területen a mért fényességtartományban (11.5 és 16 magnitúdó között) átlagosan mintegy 12 000 csillag volt (2.1. táblázat). A korlátozott telemetriai kapacitás (1.5 Gb/nap) miatt csak 500 kiválasztott csillag esetében volt lehetőség az eredeti 32 s-mal mintavételezett (az ún. oversampled) adatsor földre sugárzására és ezáltal vizsgálatára.

A hagyományos földi idősoros fotometriához képest az űradatoknak óriási előnyei vannak. Hosszú, folytonos, egyenletesen mintavételezett és alacsony zajú idősorokat kaphatunk, ha a légkör fölé emeljük távcsövünket. Nem várunk a földi adatokban elkerülhetetlenül jelentkező és gyakran igen bosszantó ún. aliáns effektusokat sem. Így vizsgálhatóvá válnak millimagnitúdós amplitúdójú és/vagy hosszabb (akár száz napos) periódusú jelenségek is. Sajnos, mint mindennek, az űrbéli idősoros fotometriának is ára van. Az adatsorokban megjelennek olyan zavaró tényezők, amelyek a földi adatokban egyáltalán nincsenek, vagy eddig elhanyagoltuk őket, mivel beleolvadtak a zajba.

A továbbiakban az exo területről származó adatokról lesz szó, mivel ebben a dolgozatban csak ezeket használtam. A nyers adatpontokat a feldolgozás során ellátták egy számmal, amely szám a pont „jóságát” jelzi (Chaintreuil és társai, 2016). Mi okozhatja, hogy egy adott észlelési pont hibásnak, vagy nem megbízhatónak minősül? Egy sor zajforrás okozhat ilyesmit. Tekintsük át ezeket röviden! A kevésbé jelentősektől az egyre erősebb effektusok felé haladva említsük meg az állatövi fény hatását. Az általa okozott, időben változó háttérfényesség maximális hatása 12 e^{-}/pixel/s körül van. A kiolvasó-elektronika dobozának hőmérséklete sem állandó, mivel a Nap különbözőképpen melegíti fel azt, amint a Föld (és vele az űrtávcső) megteszi éves utazását a Nap körül, továbbá a műhold minden keringése is periodikus hőmérséklet-változást okoz – hasonló okból. A változás amplitúdója azonban igen kicsi, legfeljebb 0.2 fokos. Legkedvezőtlenebb esetben a Föld szórt fénye mintegy 100 e^{-}/pixel/s-ot is elérhet. Ennek a beszűrődésnek is van éves és az űrtávcső pályaciklusának megfelelő (1 óra 43 perces) periódusa. Az eddig említett hatások bár folytonosan változnak, de megfelelő flatfield és bias korrekcióval könnyen kezelhetők. A legkomolyabb gondot a dél-atlanti mágneses anomálián való áthaladás okozza. Mint ismeretes, a Föld sugárzási övei nem teljesen szimmetrikusak: az Atlanti-óceán déli része és Brazília fölött a sugárzási övek közelebb (mintegy 200 km-re) vannak a Föld felszínéhez, mint egyéb helyeken. A 900 km magas pályán mozgó műhold napjában nyolcszor haladt itt át, és ilyenkor másodpercenként mintegy 3 000 töltött részecske (elsősorban proton) találta el négyzetcentiméterenként. Az átmenetek idején a csillagászati mérés lehetetlenné vált. Az ezekben az időpontokban keletkezett adatokat ki kellett hagyni az idősorokból, s ezzel a teljesen egyenletes mintavételezés is megszűnt. Mivel az áthaladás nagyjából 8 percet vett igénybe, ez a normál módon mintavételezett adatsorokból 1-2 pont elhagyását jelentette. Nagy energiájú töltött részecskék nemcsak a dél-atlanti anomálián való áthaladás során ütközhetnek a detektorba. A csillagászati szlengben csak „cosmics”-nak nevezett töltött részecske által okozott felfénylések a világűrben sokkal gyakoribbak, mint a földi észlelésekben. Azok a pixelek, amelyeket eltalált egy-egy ilyen részecske, percekig „emlékezhetnek” az eseményre, jellegzetes, exponenciálisan lecsengő fénygörbét produkálnak, miközben a CCD-detektor természetes öregedését is gyorsítják. Az adatsorok a teljesen egyenletes mintavételtől eltérnek, és nemcsak a dél-atlanti anomália periodikus és a kozmikus beütések véletlen hatásai miatt, hanem ezen túl még egy sor egyéb technikai okból is. A napelemtáblákat pl. 14 naponta utána kellett állítani. Ez mintegy 250 s-ot vett igénybe, és ilyenkor egyúttal flatfield képeket is készítettek, ami további 5 percig tartott. A távcső irányát is korrigálták minden keringés alatt egyszer 20 s kiesést okozva a mérésben stb.

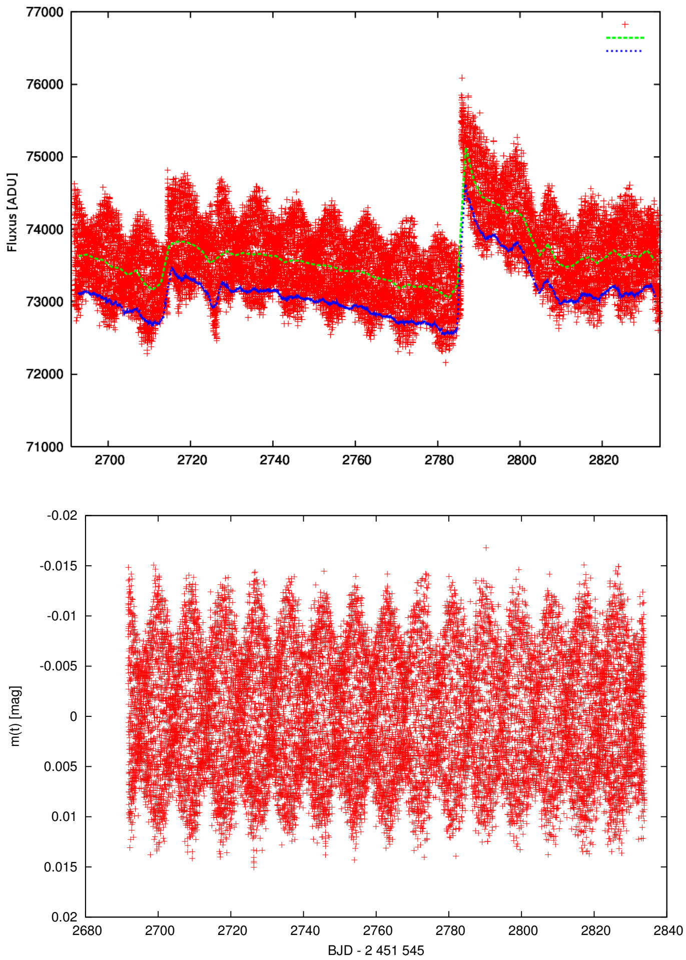
Az eddig említett zavaró tényezőkre, zajokra számítottak a mérnökök és a kutatók, és amennyire lehetett, kidolgozták a kezelésükre vonatkozó eljárásokat (Ollivier és társai, 2016; Guterman és társai, 2016). A nyers észlelési adatokat N0-nak nevezik. Az alapvető (bias, dark, flatfield) korrekciókat végezték el az N1-es adatokkal. Miután az összes számba vett effektusra korrigáltak (ezek az ún. N2, vagy tudományos célokra felhasználható (ún. „ready to use”) adatok Chaintreuil és társai 2016), átengedték az adatokat a kutatóközösségnek. És ekkor jöttek a meglepetések! Az exo területen mért változócsillagok fénygörbéjén hosszú távú trendek, nagy, hirtelen ugrások látszanak (l. pl. 2.4. ábra fent). A trendek erőssége, iránya, az ugrások száma, nagysága csillagról csillagra változik. A trendeket valószínűleg az okozza, hogy a távcső irányzása nem volt tökéletes, és a korábban említett maszkba időnként a célpont mellett egy (vagy több) szomszédos csillag képe is bekerült, vagy éppen a célpontcsillag egy része csúszott ki belőle.

Amint csoportunk (a *CoRoT* RR Lyrae csoport) megkapta az első futások idősorait, nyilvánvalóvá vált, hogy mielőtt az érdemi analízist elkezdjük, ezeket a műszeres effektusokat ki kell szűrnünk. Ennek megfelelően készítettem egy számítógépes programot, amely elég jó hatásfokkal eltünteti a trendeket és az ugrásokat. A program leírással együtt letölthető.[2]

A programban két trendszűrő algoritmus és egy ugrásmentesítő van. (1) Az egyik választható trendszűrés esetén a program az adatsort megadott hosszúságú időintervallumokra osztja. A kapott intervallumokon belül a fluxust összeátlagolja, majd az így kapott idő–átlagfluxus függvényt az eredeti észlelési pontokra lineárisan interpolálja, majd levonja az eredeti fluxusokból. (2) A másik trendmentesítés esetén egy adott szélességű lépcsősfüggvényt tol végig az adatsoron megadott (kis) lépésközzel és az így előálló csúszóátlagot interpolálja (szükség esetén) az eredeti észlelési pontokra és vonja le a mért fluxusokból. A program mindkét esetben gondoskodik az azonos hosszúságú intervallumokról, illetve lépésközökről, a bemenő paraméterek megfelelő illesztésével. Az ugrásokat a program úgy keresi, hogy kiszámítja a fénygörbe egymás utáni pontjainak különbségeit, és ha ez az érték meghaladja az adatsorban a különbségek szórásának i-szeresét (ahol az i szabadon megadható paraméter), akkor annál a pontnál ugrást jelez. Az ugrásoknak megfelelően az adatsort szegmensekre osztja, és az egyes szegmenseken külön-külön hajtja végre a fenti egyik trendszűrést. Ezt a trendszűrő programot használtam a *CoRoT* RR Lyrae csillagokat tárgyaló számos cikkünkhöz (Chadid és társai, 2010, 2011; Poretti és társai, 2010; Szabó és társai, 2014; Benkő és társai, 2016), illetve több más *CoRoT* adatsorra is alkalmaztam, pl. δ Scuti csillagra (Poretti és társai, 2011; Paparó és társai, 2013), foltos (aktív) csillagra (Paparó és társai, 2011). Sőt a későbbiekben kisebb módosításokkal a *Kepler* RR Lyr csillagok adataira is alkalmaztam. A dolgozat 4.1-7. fejezeteiben tárgyalt idősorok mindegyikére ezt alkalmaztam.

A 2.4. ábrán a program futási eredményét mutatom be egy mintafénygörbén. A felső panelen a CoRoT 100503890 jelű csillag „fehér fényben” mért fluxusa látható az idő függvényében (piros keresztek). A fénygörbe menetéből nyilvánvalóan kilógó hibás pontokat itt már eltávolítottam. A görbén több ugrás és trend is jól látszik. A zöld szaggatott vonal mutatja az (1) módszerrel meghatározott és levonandó trendgörbét, míg a kék pontozott a (2) módszerrel meghatározott trendgörbe (a jobb láthatóság miatt) eltolt képe. Az alsó panel mutatja a trend- és ugrásmentesítés együttes hatását. Ezt a fénygörbét a fluxusok nulla átlagú magnitúdóskálára transzformálásával kaptam. A függőleges tengelyről leolvasható, hogy a csillag tel-

[2] http://www.konkoly.hu/HAG/research.html

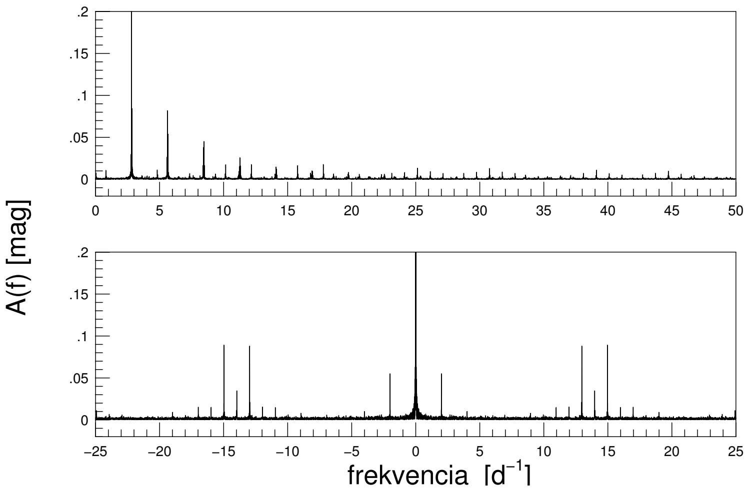


2.4. ábra. *Példa CoRoT fénygörbe trend- és ugrásmentesítésére. A felső panel mutatja az eredeti fluxusokat (ADU-ban, piros keresztek) az idő függvényében*[4]*, a zöld szaggatott vonal – a levonandó trend a binneléses módszerrel számolva, a kék pontozott vonal – a levonandó trend a csúszóátlagolásos trendszűrés alapján (a jobb láthatóság érdekében 500-zal eltolva). Az alsó panel a (2) módszerrel korrigált és magnitúdóskálára transzformált fénygörbe.*

jes fényességváltozása nem több, mint 0.03 mag! A fénygörbe menete pedig ezen a skálán belül rajzolódik ki szépen, holott a fluxusok alapján tudjuk, hogy a csillag 15 mag-nál halványabb.

Fontos itt kitérni arra, hogy a trendmentesítést mindig a fluxusokon kell végrehajtani. A fluxus-magnitudó transzformáció nemlineáris (logaritmikus), emiatt az állandó amplitúdójú, de trendekkel terhelt fluxusgörbe magnitúdóskálán változó amp-

[4]A *CoRoT* olyan baricentrikus Julián-dátumokat használt, ahol a kezdőepocha BJD_0=2 451 545.0 (azaz 2000. január 1. 12:00:00) volt.



2.5. ábra. *Egy CoRoT RR Lyrae (a CoRoT 101370131) trendmentesített fénygörbéjének Fourier-transzformáltja (fent) és a hozzá tartozó ablakfüggvény (lent).*

litúdójú lesz. Így ha rossz sorrendet választunk, és a trendszűrést magnitúdóskálán végezzük, a kapott amplitúdók is hibásak lesznek. Bár mindez nyilvánvaló, sokan mégis elfelejtkeznek róla. Több olyan cikk is megjelent komoly nemzetközi folyóiratokban, ahol a hibás sorrendet használták (pl. Nemec és társai 2011; Li és Qian 2014; Moskalik és társai 2015).

Az idősorok elemzésének egyik, ha nem a legfontosabb eszköze a Fourier-analízis. Nézzük meg, hogyan jelentkeznek a fentiekben tárgyalt problémák a Fourier-spektrumokban! A hosszú időskálájú trendeknek a spektrum kisfrekvenciás részében látszó csúcsok felelnek meg, hiszen a Fourier-felbontás minden jelet harmonikus függvények összegeként fejez ki, és formálisan a trendeket hosszú periódusú függvényekkel írja le. Az ilyen kisfrekvenciás csúcserdő a földi észleléseknél általában azt jelzi, hogy a nullpontokat nem megfelelően kezeltük: pl. különböző távcsövekről és éjszakákról származó adatsorok rossz összeillesztése, vagy fotométerünk nullpontjának nem megfelelő stabilitása (az ún. drift) okozhat ilyen effektust. A *CoRoT*-adatokban lévő trendeket a trendszűrő algoritmusommal el tudtam tüntetni (l. pl. 2.5. felső ábra) úgy, hogy ugyanakkor a csillagról származó jel nem torzult.

Említettem néhány okot, amely miatt a mintavételezés csak kvázi egyenletes. Mit okoznak a hiányzó adatpontok a Fourier-spektrumban? A legtisztábban ezt az adatsor ablakfüggvényének megszerkesztésével vizsgálhatjuk (l. 2.5. ábra lent). Az ablakfüggvényben egyértelmű csúcsok láthatók a pályafrekvenciánál ($f_{\rm o} = 13.97$ d^{-1}), a sziderikus nap kétszeresének megfelelő frekvenciánál ($f_{\rm s}$ = 2.00547582 d^{-1}) és ezek lineáris kombinációinál. Ha megvizsgáljuk kisebb skálákon is a trendszűrés után kapott adatsorok spektrumait azt tapasztaljuk, hogy csillagról csillagra különböző mértékben ugyan, de ezek az aliáns csúcsok megtalálhatók bennük.

Azt gondolnánk, hogy egy majdnem egyenletesen mintavételezett adatsorból ezek egyszerű „fehérítéssel” könnyedén eltüntethetők. Sajnos, a csillagok egy részénél ez nem így van: többszöri, ismételt fehérítés után is találunk technikai csúcsokat a Fourier-spektrumban. Ennek okát akkor értjük meg, ha egy idő-frekvencia reprezentációt (pl. wavelet-transzformáltat) készítünk adatainkból. Ezekből azt látjuk, hogy a pályaperiódus amplitúdója nem állandó a mérés során, ráadásul az egyes csillagokra más és más az amplitúdóváltozás jellege és erőssége is. Ezek után persze természetes, hogy a statikus (állandó frekvenciákat, amplitúdókat és fázisokat feltételező) Fourier-analízis nem képes megfelelően kezelni az effektust. Szerencsére, a változócsillagok túlnyomó többségénél (ilyenek a dolgozatban tárgyalt RR Lyrae csillagok is) ezek a technikai csúcsok jól elkülöníthetők a ténylegesen csillaghoz tartozóktól.

3. fejezet

A *Kepler*-űrtávcső

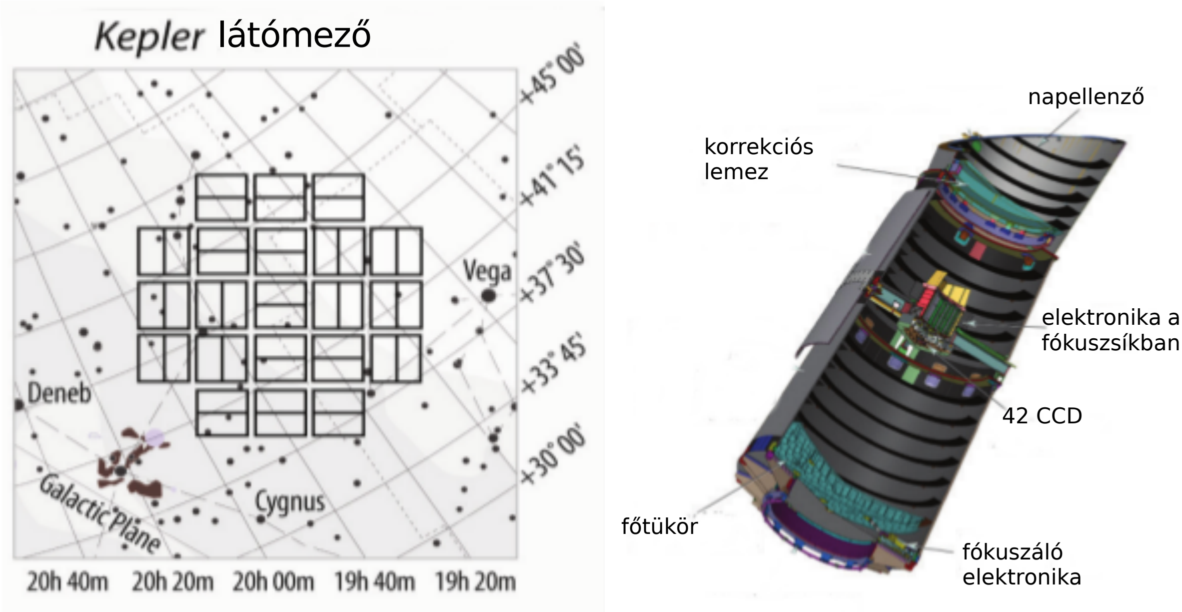
3.1. A *Kepler* misszió

A *Kepler* az eddigi a legnagyobb szabású űrfotometriai projekt. Mivel a *Kepler* munkálataiba sokkal többen és korábban bekacsolódtak a magyar kutatók közül, mint az a *CoRoT* esetében történt, az űrmisszióról sokkal több helyen jelent meg ismertetés magyarul is (pl. Szabó 2009; Benkő és Szabó 2011). A *Kepler* adataival pedig (tudtommal) eddig három MTA doktori dolgozatban is találkozhattunk (Szatmáry, 2013; Szabó Gy., 2013; Szabó, 2016).

Bár a *Kepler* az amerikai válasznak tűnik a francia *CoRoT* sikerére, valójában független projektekről van szó. A *Kepler* – a *CoRoT* megvalósulásához hasonló, ha nem még több elutasításban és kanyarban bővelkedő – története 1971-ben kezdődött, és csak 2001-ben ért révbe, amikor a NASA rábólintott a megvalósítására. A folyamatról első kézből kaphatunk információkat ebből az áttekintő cikkből: Borucki (2016a). Az eszköz és az űrmisszió részletes leírása megtalálható Borucki és társai (2010); Koch és társai (2010); Jenkins és társai (2010a,b); Borucki (2016a) cikkeiben. A technikai részletek leírása pedig a következő kézikönyvekben található meg: Van Cleve et al. (2009); Fanelli és társai (2011); Jenkins és társai (2013). Itt csak a munkám szempontjából fontos alapvető tudnivalókat tekintem át.

A *Kepler* elsődleges célja exobolygók és kiemelten a Földhöz hasonló exobolygók keresése és felfedezése volt az exobolygó-átvonulások megfigyelésével. Egy ilyen terv akkor lehet sikeres, ha kellően sok csillagot kellően hosszú ideig figyelünk meg. A *CoRoT* űrtávcsőnél láttuk, hogy Föld körüli pályán fél év a lehetséges maximális időtartam, ameddig egy kiválasztott égi területet megfigyelhetünk. Azért, hogy ezt a korlátot kiiktassák, a *Kepler*t Nap körüli pályára juttatták. A pálya a Föld pályáján kívül húzódik, keringési ideje: 372.5 nap. Így az évek során fokozatosan lemaradt a Földtől.

Ellentétben a *CoRoT* bonyolult optikai rendszerével a *Kepler* a klasszikus Schmidt elrendezést használja, és mindössze két optikai eleme van: az 1.4 m-es szferikus tükör és az annak leképezési hibáit kiküszöbölő 95 cm átmérőjű korrekciós lemez (3.1. ábra, jobbra). A távcső belsejében a görbült fókuszfelületen egy



3.1. ábra. *Balra: a Kepler látómező a Hattyú és a Lant csillagkép irányában. Jobbra: az űrtávcső vázlatos felépítése. (Forrás: Borucki 2016b.)*

42 CCD-ből álló, összesen 95 megapixeles mozaikkamera helyezkedik el. Az egyes CCD-k 2048 × 2200 27 μm-es pixelből állnak, a pixelek felbontása $3.8'' \times 3.8''$. Ez a viszonylag gyenge felbontás az ára az óriási látómezőnek. A leképezett terület 105 négyzetfok szemben az ép *CoRoT* 4 négyzetfokos látómezejével (3.1. ábra, balra). A Nap körüli pálya és a nagylátószögű távcső együttese megoldotta a kitűzött feladatot: sok csillag hosszú idejű folytonos észlelését. A *Kepler* eredeti missziójában a Hattyú (Cygnus) és a Lant (Lyra) csillagkép irányába tekintett (a látómező közepe $\alpha_{2000} = 19^{\mathrm{h}}\ 24^{\mathrm{m}}\ 11.8^{\mathrm{s}}$, $\delta_{2000} = 44^\circ\ 35'\ 49''$), és egyidejűleg 170 000 csillagot mért, tervezett időtartama 3.5 év volt.

A teljes 95 megapixeles képet (full frame image, FFI) átlagosan havonta egyszer volt lehetőség letölteni. Egyébként a csillagok észlelése a *CoRoT*-nál megismerthez hasonló módon, előre definiált pixelmaszkokon történt, amiket viszont – ellentétben a CoRoT-Val – minden esetben le is töltöttek. A *Kepler* kamera expozíciós ideje 6.02 s, a kiolvasási idő 0.52 s. A célpontok túlnyomó többségéről már az űreszköz fedélzeten 270 expozíciót összeadnak, és az így előálló 1766 s (∼30 perc) teljes integrációs idejű mérés a ritka mintavételezésű (long cadence, LC) adat. A célpontok egy kisebb részére lehetőség van (hasonlóan a *CoRoT* oversampled üzemmódjához) sűrűbb mintavételezésű adatsorok előállítására. Ekkor csak 9 képet ad össze a *Kepler*, és így 58.85 s integrációs idejű a sűrűn mintavételezett (short cadence, SC) adatsor.

Az űrtávcső 2009. március 9-én startolt Cape Canaveralről egy Delta–2 hordozórakétával. A sikeres pályára állítás után 2009. március 6-tól május 11-ig tartott a tesztüzem (commissioning phase). Az első kép április 8-án készült, a tudományos mérések pedig május 12-én kezdődtek. Az adatgyűjtést befolyásoló fontos technikai jellemző, hogy a távcső oldalán elhelyezkedő napelemtáblák optimális megvilágítása miatt a távcsövet negyedévente elforgatták a tengelye körül 90°-kal. Ez azt eredményezte, hogy bár a távcső ugyanabba az irányba nézett, az egyes csillagok képe negyedévente más-más CCD-detektorra esett. Tehát minden csillagról négy különböző detektorral történt az adatgyűjtés. Az egyes negyedek bizonyos értelemben a *CoRoT* futásainak megfelelői, bár itt a mért pozíció változatlan. Az egyes negyedeket Q0-tól (tesztüzem) számozza a *Kepler* szaknyelv. Az utolsó (nem teljes) negyed a Q17-es volt. A *CoRoT*-hoz hasonlóan az egyenletes mintavételezés a *Kepler* esetében is csak közelítőlegesen valósult meg. A negyedéves forgatások, a havonta 2 napot igénybe vevő adatsugárzások és a nem tervezett biztonsági leállások (safe mode) is megszakították a mérési sorozatot. 2010. január 12-én a 21 CCD-modul közül a 3. számú meghibásodott. Az ehhez tartozó két CCD ezek után nem vett részt az adatgyűjtésben. Az erre a területre eső csillagok adatsoraiban évente egy negyedévnyi lyuk keletkezett. A forgatások miatt ez a kiesés négy CCD-modul csillagait érinti.

A *Kepler* pontos iránytartását három giroszkóppal kombinált lendkerék végezte. Mivel itt mozgó alkatrészekről van szó, és működésük kritikus a misszió szempontjából, négy ilyen eszköz van a távcsőben. 2012. július 14-én egy ezek közül meghibásodott, így a *Kepler* már csak a minimálisan szükséges három lendkerékkel működött tovább 2013. augusztus 15-ig, amikor is még egy lendkerék elromlott. Ekkor az elsődleges küldetés lezárult, de 2014-ben új koncepcióval és új célpontokkal (az ekliptika síkjába fordított távcsővel) *K2* néven folytatódtak a mérések (Borucki, 2016a).

A *Kepler*-távcső telemetriai kapacitása is erősen korlátozott. Az adatkommunikáció idején a tudományos mérések állnak, ezt az időt viszont minimalizálni akarták, így havonta 1-2 nap a tervezett adatkommunikáció ideje, az elérhető letöltési sávszélesség ugyanakkor 550 kB s^{-1}. Egy-egy alkalommal 12 Gb adat töltődik le. Ezért aztán a *CoRoT*-hoz hasonlóan a *Kepler* is csak az előre kiválasztott csillagok egyenként néhány tucat pixeles képecskéit tölti le (a teljes kép mintegy 5%-át). Nagy jelentősége volt tehát a misszió előkészítésekor annak, hogy Szabó Róbert kollégámmal a katalógusokat bújtuk a *Kepler*-mezőben ismert klasszikus pulzáló változókat (cefeidákat, RR Lyrae csillagoket) keresve, majd a talált jelöltek észlelését javasoltuk hivatalos formában[1]. Ha ezt nem tesszük (vagy az észlelési pályázatainkat nem fogadják el), akkor most nem lehetne szó arról, hogy a klasszikus pulzáló változócsillagok – és kiemelten az RR Lyrae csillagok – vizsgálatában milyen átütő eredményeket hozott az űrfotometriai forradalom. Az, hogy egyáltalán érdemes ilyen csillagokat űrfotometriával vizsgálni, nem volt magától értetődő. Voltak, akik egyenesen megkérdőjelezték az ilyen vizsgálatok létjogosultságát, mondván ezektől semmi új eredmény nem várható. Nos, nem a szkeptikusoknak lett igazuk.

[1] A proposal cefeidákra vonatkozó részét Szabó Róbert, az RR Lyrae-s részt én készítettem el. Később csatlakozott hozzánk Katrien Kolenberg, aki eredetileg csak a néhány ismert RR Lyrae csillagra szeretett volna pályázatot benyújtani.

3.2. A *Kepler* fotometriai adatai

A *Kepler* adatai két formában érhetők el a MAST honlapján[2]. Egyrészt fénygörbékként, amelyek fluxus-idő függvények és az előre kiválasztott és optimálisnak gondolt pixelmaszkokon készült fotometria eredményei. Másrészt kép-idősorokként, vagyis – ellentétben a CoRoT-Val – minden mérési időponthoz elérhetők az adott csillag pixelmaszkjai, a fotometria alapjául szolgáló CCD-képdarabok is.

Míg kezdetben a *Kepler* csoport kész fénygörbéit használtam (6. fejezet), a hosszú időskálájú és kis amplitúdójú változások vizsgálatához a pixelmaszkok újrafotometrálására volt szükség, ami bár technikai jellegű lépés, de olyan mértékben része az eredményeimnek, hogy részleteit a 7. fejezetben tárgyalom.

[2] `http://archive.stsci.edu/kepler/`

II. rész

A *CoRoT*

4. fejezet

Új jelenségek a *CoRoT* Blazskó-minta nagy pontosságú idősoraiban

4.1. A V1127 Aql – az első fecske

A *CoRoT* misszió előkészületei során számos nemzetközi kutatócsoport alakult az egyes változócsillag-típusok célzott vizsgálatára. Ezek egyike, amelynek én is tagja voltam, az RR Lyrae csillagok vizsgálatára vállalkozott. A csoport vezetője Merieme Chadid (Observatoire de la Côte d'Azur, Université Nice Sophia-Antipolis) lett. A távcsőről érkező adatokat folyamatosan átnéztük RR Lyrae csillagoket keresve. Az első sikert az LRc01 futás hozta, amelyben mindjárt hat RR Lyrae-t is sikerült azonosítanunk. Közülük három mutatta a Blazskó-effektust (a CoRoT 100689962, a CoRoT 101128793 és a CoRoT 101503544), egy csillag (CoRoT 101370131) monoperiodikus volt, míg a CoRoT 101368812 alapmódusban és első felhangban egyszerre pulzáló RRd csillagnak mutatkozott (Chadid és társai, 2009). Ez az a minta, amivel az RR Lyrae csillagok kutatása belépett az űrkorszakba. Az AQ Leo RRd csillag MOST észleléseit leszámítva (Gruberbauer és társai, 2007) ezek voltak az első hozzáférhető nagy pontosságú idősoros észlelések RR Lyrae csillagokról. RRab csillagokról, vagy Blazskó-effektust mutató csillagokról meg ténylegesen ezek voltak az első ténylegesen használható űrfotometriai fénygörbék[1].

Ebben a fejezetben az első publikált csillag, a V1127 Aql analízisének eredményeit ismertetem. Az analízis túlnyomó része saját munkám, ahol mások eredményét említem, ott ezt külön igyekszem jelezni. Az eredményeket összefoglaló cikk első szerzője

[1] Léteztek ugyan az űrből végzett fotometriai megfigyelések RR Lyrae csillagokre is, pl. a *Hipparcos* asztrometrai hold mérései (Perryman és társai, 1997; Høg és társai, 1997), vagy a *Hubble*-űrtávcső mérései jellemzően távoli extragalaktikus változókra (Freedman és Madore, 2010), de ezek a mérések csak néhány (tucat) adatpontot jelentenek csillagonként, és elsődleges céljuk nem a csillagok vizsgálata – arra nem is igen alkalmasak – hanem az adott változócsillagot tartalmazó objektumok (galaxisok, halmazok) jellemzése, a távolság, fémtartalom meghatározása stb.

ugyan a csoport vezetője volt (Chadid és társai, 2010), de ennek elsősorban protokolláris oka volt. Az első megjelenő RR Lyrae eredményeket a francia űrtávcsőről a francia csoportvezető neve alatt „illett” megjelentetni...

A szóban forgó csillag tehát a CoRoT 100689962, amely változócsillag-nevet is kapott: V1127 Aql. Égi pozíciója: $\alpha_{2000} = 19^{\mathrm{h}}\ 24^{\mathrm{m}}\ 00^{\mathrm{s}}.11$, $\delta_{2000} = +01^\circ\ 41'\ 48''.9$. A csillag fényességváltozását Hoffmeister (1966) fedezte fel a Sonnebergi Obszervatóriumban készített felvételein. Azután – leszámítva Gessner (1973) néhány fotografikus maximumészlelését – senki sem foglalkozott a csillaggal, mígnem a *CoRoT* űrtávcső 2007. május 16-tól október 6-ig szinte folytonosan észlelte.

4.1.1. Az észlelések és feldolgozásuk

Az itt használt adatok normál 32 s-mal mintavételezett N2 kalibrált adatok voltak (l. 2.2. fejezet). Az LRc01 adatsor 143 nap hosszú, és ezzel a harmadik leghosszabb a mért futások közül. A csillagról monokromatikus adatsor áll rendelkezésre. Ebből eltávolítottam azokat a mérési pontokat, amelyekre valamilyen problémára utalva nullától különböző volt a mérés minőségét jelző szám (ún. quality flag). Így csak a *CoRoT* adatfeldolgozói által kifogástalannak minősített észlelések maradtak. Az észlelési pontok mintegy 2% volt kifogásolhatónak jelezve, túlnyomó többségük a műhold dél-atlanti anomália fölötti átrepülései miatt. Ahogyan azt a 2.2 fejezetben tárgyaltam a *CoRoT* N2 adatsorok még műszeres trendekkel és ugrásokkal terheltek lehetnek. A helyzet a V1127 Aql esetében sokkal jobb volt, mindössze egy nagyon enyhe trend látszott az adatsorban. Ezt a 2.2 fejezetben leírt programommal eltávolítottam. Az így kapott magnitúdóskálára transzformált fénygörbét mutatja a 4.1. ábra.

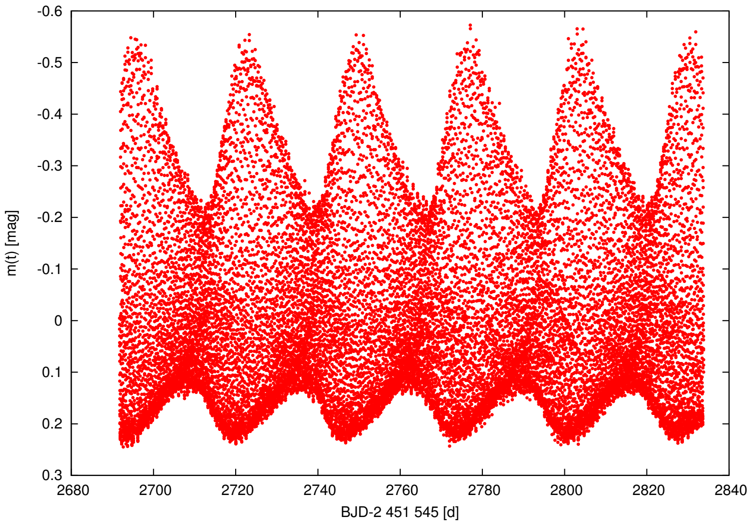
4.1.2. A frekvenciaanalízis

Régóta ismert, hogy a Blazskó-effektust mutató RR Lyrae csillagok Fourier-spektrumát egyenközű triplettek uralják, ahol a triplettek frekvenciakülönbsége a modulációs frekvenciával egyezik meg (Kovács, 1995; Nagy, 1998; Smith és társai, 1999). Az első egyenközű kvintuplett szerkezetet Hurta és társai (2008) találták az RV UMa spektrumában, majd Jurcsik és társai (2008) már a 4. rendet ($kf_0 \pm 4f_{\mathrm{B}}$) is sikerült kimutatniuk az MW Lyr esetében.

Magának az f_{B} Blazskó-frekvenciának a megjelenése a Fourier-spektrumban hosszú időn át vitatott volt. Ugyanakkor a kellően hosszú fotometriai adatsorokból mindig kimutatható volt (Kovács, 1995; Nagy, 1998; Jurcsik és társai, 2005b, 2006, 2008, 2009b). Sőt az MW Lyr esetében a modulációs frekvencia mellett annak első harmonikusát is megtalálták (Jurcsik és társai, 2008).

A frekvenciák detektálása

A V1127 Aql *CoRoT*-adatai 400 egymást követő pulzációs és öt Blazskó-ciklust fednek le homogén módon. A változó fényességmaximumok és -minimumok már



4.1. ábra. *A V1127 Aql teljes tisztított CoRoT-fénygörbéje. A Blazskó-effektus okozta amplitúdóváltozás uralja ezt a globális nézetet, a pulzációs fényességváltozás a rövid periódusa miatt itt nem követhető.*

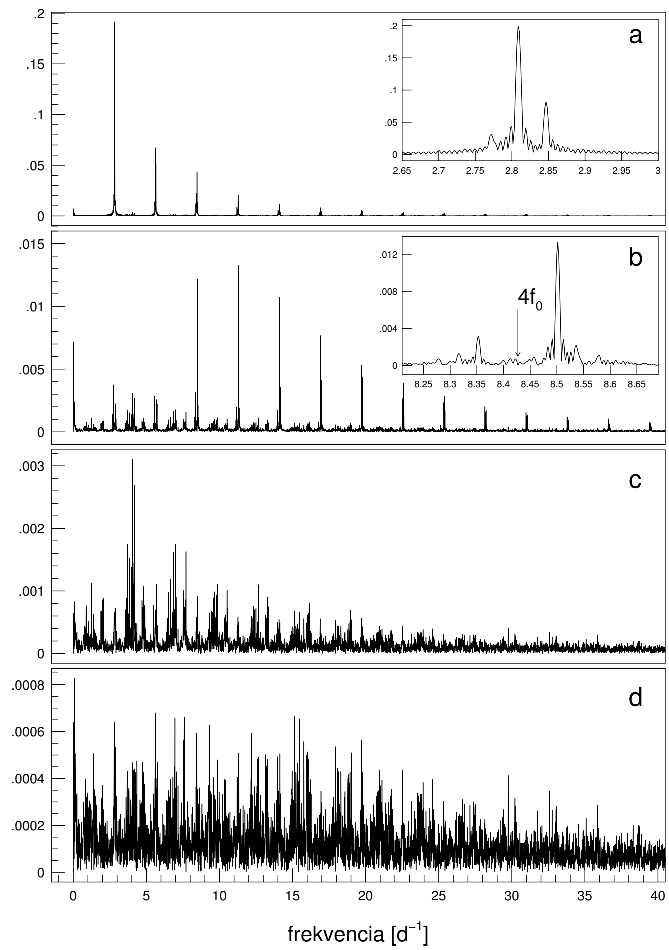
önmagukban mutatják a mintegy 27 napos Blazskó-ciklust (4.1. ábra).

Mivel ez volt csoportunk első vizsgált csillaga, teszteltük a korábban használatos frekvenciakereső eljárásokat, hogy vajon mennyire alkalmasak az űradatok kezelésére. A frekvenciaanalízist többen egymástól függetlenül, különböző szoftvereket, ill. módszereket használva végeztük el. Ezek a Period04 (Lenz és Breger, 2005), a MuFrAn (Kolláth, 1990), a Roberts és társai (1987) által bevezetett CLEAN algoritmus, valamint a PDM eljárás (Stellingwerf, 1978) voltak. A frekvenciaanalízis az egyes eljárások megengedett hibahatárain belül azonos eredményre vezetett. A eredményeket közlő cikkben és itt a dolgozatban is az általam a MuFrAnnal kapott eredmények szerepelnek. A fénygörbe leírása – a Fourier-paraméterek meghatározása – úgy történt, hogy az alábbi Fourier-összeget illesztettem a mért $m(t)$ fénygörbéhez:

$$m(t) = A_0 + \sum_{i=1,N} A_i \sin[2\pi F_i(t - T_0) + \Phi_i], \tag{4.1}$$

ahol t az idő (*CoRoT* Julián-dátumban), F_i az azonosított frekvencia, A_i, Φ_i a Fourier-amplitúdók és fázisok, T_0 a kezdőepocha ($T_0 = 2691.0$), $i = 1, 2, \ldots, N$ egész számok.

A spektrumot az $F_1 = f_0 = 2.809017\ \mathrm{d}^{-1}$ fő pulzációs frekvencia, ennek harmonikusai a 20. rendig, valamint a modulációs triplett-szerkezet frekvenciái ($nf_0 \pm f_\mathrm{B}$) uralják (4.2a. ábra). Ha a spektrumot (pontosabban az adatsort) kifehérítjük ezekkel a frekvenciákkal, a maradék idősor spektrumában a magasabb rendű multiplett frekvenciák $nf_0 \pm kf_\mathrm{B}$, $k \neq 1$ és az $f_\mathrm{B} = 0.0372\ \mathrm{d}^{-1}$ modulációs frekvencia látszanak (4.2b. ábra). A b panel inzertje illusztrálja a magasabb rendű oldalcsúcsok szerke-



4.2. ábra. *A V1127 Aql Fourier-spektrumának fehérítési lépései. (a) Az adatsor amplitúdóspektruma. (b) A fő pulzációs frekvenciával, annak harmonikusaival és a modulációs triplettel (l. az a panel inzertjét) fehérített spektrum. (c) A modulációs frekvenciával, annak harmonikusaival és az összes magasabb rendű oldalcsúccsal (l. pl. a b panel inzertjét) fehérített spektrum. (d) Az összes szignifikáns frekvenciával fehérített spektrum.*

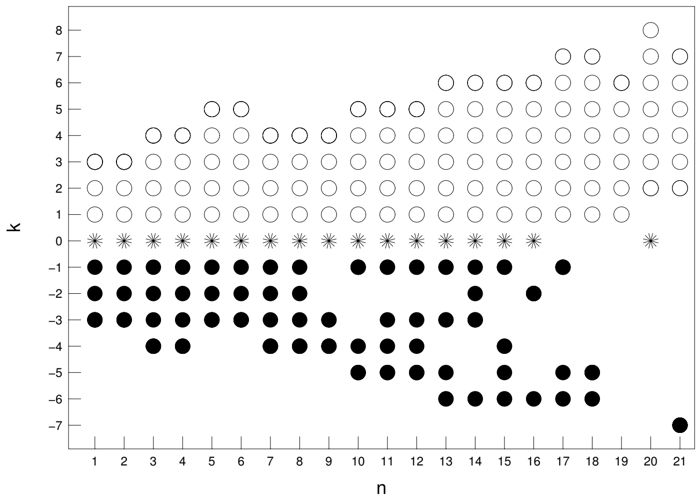
zetét. Az amplitúdókról később lesz szó. A 4.3. ábra térképszerűen mutatja a talált nagyszámú harmonikust és a hozzájuk tartozó oldalcsúcsok eloszlását. (A frekvenciák numerikus értékei azonosításukkal együtt megtalálhatók Chadid és társai 2010 cikkének elektronikus táblázataiban.) Az ábrán az n harmonikus rend függvényében ábrázoltam a k-ad rendű oldalcsúcsot az $nf_0 + kf_{\mathrm{B}}$ képletnek megfelelően. Az itt detektált oldalcsúcsok száma minden korábbi észlelést messze túlhaladt. A harmonikusok és az oldalcsúcsok együttes száma 161. A cikk írásakor, 2009-ben, nem volt világos, hogy ez a nagy szám csak a *CoRoT* pontosságának és kvázi folytonos mintavételezésének köszönhető-e, vagy a csillag sajátossága. Utóbb kiderült, hogy mindkettő közrejátszott. Meglepő volt az is, hogy az alacsonyabb rendű harmonikusok körül szignifikánsan kevesebb oldalcsúcs látszik, mint a magasabb rendűek körül. Sőt egyes magas rendű harmonikusokhoz tartozó olyan multipletteket is sikerült azonosítani, ahol maga a harmonikus nem detektálható. Ennek oka akkor lett nyilvánvaló, amikor a moduláció matematikáját vizsgáltam (Benkő és társai 2011, és 8. fejezet), és kiderült, hogy frekvenciamoduláció esetén pontosan ilyen viselkedést várunk, míg fázismoduláció esetén állandó lenne a detektálható oldalcsúcsok száma.

A 4.2b. ábra mutatja a Blazskó-moduláció frekvenciáját is. A kisfrekvenciás részt kinagyítva (4.4. ábra) jól látható nemcsak maga az f_{B} modulációs frekvencia, hanem az első és második felharmonikusa is: $2f_{\mathrm{B}} = 0.0744$, ill. $3f_{\mathrm{B}} = 0.1116$ d^{-1}. A 4.2c. ábra mutatja a spektrumot a modulációs frekvenciával, annak harmonikusaival és a magasabb rendű multiplettekkel történt fehérítés után. A maradvány legnagyobb amplitúdójú frekvenciája az $f' = 4.0326$ d^{-1} nem illeszkedik sem az RR Lyrae csillagok szokásos harmonikusai, sem pedig a modulációs oldalcsúcsok közé.

A 4.2d. ábra a reziduálspektrumot mutatja, miután fehérítettem az összes azonosított frekvenciával. A frekvenciamegoldást ellenőrzendő lefuttattam a SigSpec programot az adatokon. Ez minden egyes frekvenciához meghatározza az ún. spektrális szignifikanciát (a definíciót l. a programot ismertető cikkben: Reegen 2007). Jól ismert (és egzaktul nem megoldott) kérdés, hogy hol álljunk meg egy frekvenciaanalízis során végzett egymás utáni fehérítésekkel. Általában valamilyen jel-zaj viszonyt határoznak meg az egyes frekvenciákra. A V1127 Aql esetére a $\sigma = 5.2$ spektrális szignifikanciát választottam általános kritériumnak egy frekvencia valós (szignifikáns) voltára, de egyes frekvenciákat, amelyek a reguláris harmonikus vagy oldalcsúcs-szerkezetbe egyértelműen illeszkedtek, némileg kisebb amplitúdóval is elfogadtam. Ilyen frekvenciák jellemzően a nagyfrekvenciás tartományban voltak, ahol a spektrum zajszintje eleve alacsonyabb. A 4.5. ábrán mutatok egy példát. A 17. harmonikus körül bejelölt frekvenciák közül csak az öt legnagyobb amplitúdójú haladja meg a megadott spektrális szignifikanciaszintet, de a Blazskó-moduláció reguláris oldalcsúcsai könnyen követhetők a kisebb amplitúdójú frekvenciákig. Ezeket a frekvenciákat bevettem a fénygörbe-leírásba. A végső frekvenciatartamot, ami 468 frekvenciát tartalmaz (l. Chadid és társai 2010 1. elektronikus táblázata), összevetve a SigSpec eredményeivel azt kaptam, hogy akkor ez a bővített frekvenciatartalom a $\sigma \approx 5$ beállításnak felel meg.

A Blazskó-multiplettek

A 4.3. ábrán látható bonyolult oldalcsúcs-rendszer szoros kapcsolatban van az egyes frekvenciák amplitúdójával. A harmonikusok amplitúdója az alacsonyabb rendekben exponenciálisan csökken, ahogy az korábban elfogadott volt, ugyanakkor ha az amplitúdókat logaritmikus skálán ábrázoljuk (4.6. ábra), a 6. és 8. harmonikus között egy platót látunk az amplitúdólefutásban. Más szavakkal, ezen harmonikusok amplitúdója nagyjából azonos egymással, míg az ezeknél alacsonyabb, illetve magasabb rendű

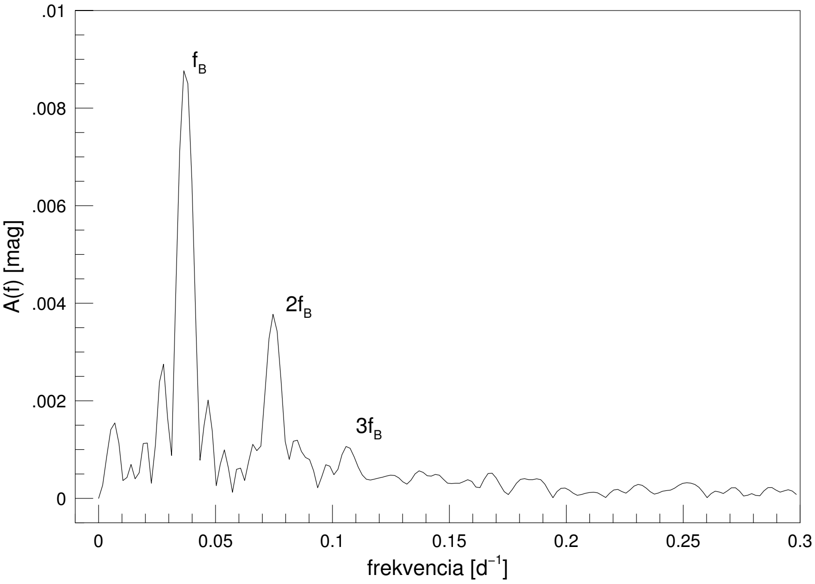


4.3. ábra. *A V1127 Aql harmonikusainak és modulációs oldalcsúcsainak eloszlástérképe. Az oldalcsúcsok rendje (k) a harmonikus rend (n) függvényében, a $nf_0 + kf_\mathrm{B}$ képletnek megfelelően. Az üres körök a $k > 0$, a teli korongok a $k < 0$ esetet, míg a csillagok a $k = 0$ esetet jelölik.*

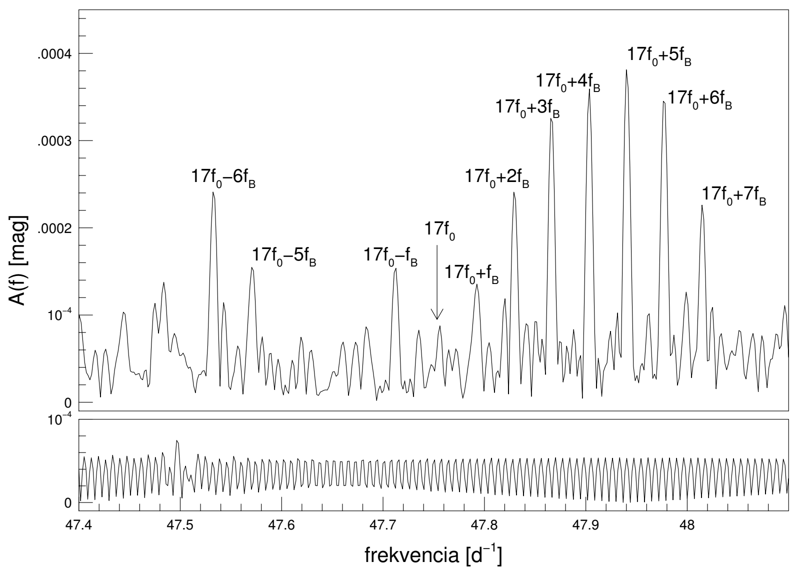
harmonikusok egyaránt exponenciális lefutásúak, de exponensük különböző. Hasonló jelenséget addig csak egy nem blazskós *CoRoT* RR Lyrae, a CoRoT 101370131 (Paparó és társai, 2009) esetében mutattak ki. Ott plató helyett határozott visszaesés volt látható a lefutásban. A nem szignifikáns oldalcsúcsok lyukakat okoznak a 4.3. térképábrán. A 4.1. táblázatban is összefoglaltam a multiplett- és oldalcsúcsszerkezet főbb jellemzőit. A triplett ($k = 1$) és kvintuplett ($k = 2$) szerkezetekben valóban sok frekvencia van, és itt találhatók a legnagyobb amplitúdójú frekvenciák is. Ezeket lehetne a kisebb jel-zaj viszonyú földi észlelésekben is megtalálni. Itt azonban egészen a 8. rendig sikerült szignifikáns oldalcsúcsot találnom. Természetesen a magasabb multiplettekhez tartozó frekvenciák amplitúdója egyre kisebb. Az is jól látszik, hogy több szignifikáns oldalcsúcs mutatható ki a harmonikusoktól pozitív irányban ($k>$ 0, jobbra) mint a negatív irányban (balra). Ezt az aszimmetriát az okozza, hogy az azonos rendű jobb oldali csúcsok amplitúdója szinte mindig nagyobb, mint a velük azonos rendű bal oldali csúcsoké.

Egy konkrét példát mutat erre a 4.5. ábra, amely a 17. harmonikus körüli tartományt mutatja (minden fehérítés nélkül). Bár a 17. harmonikus maga nem szignifikáns, modulációs multiplettje követhető egészen a 7. rendig. A pozitív és negatív oldal közötti aszimmetria jól látszik. A legnagyobb amplitúdója az 5. rendű oldalfrekvenciának van. Hasonló szerkezetek azonosíthatók a fő pulzációs frekvencia összes harmonikusa körül.

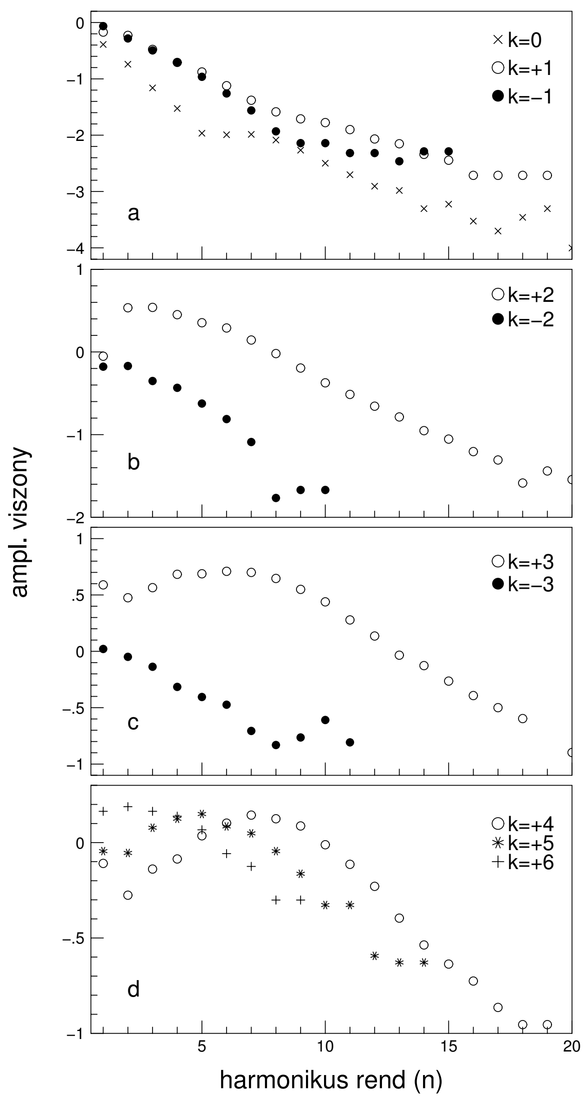
Az oldalcsúcsok amplitúdóinak általános lefutását a növekvő harmonikus renddel a 4.6. ábra mutatja. A $k = 1$ triplett csúcsok jobb és bal oldali frekvenciáinak



4.4. ábra. *A Blazskó-moduláció $f_{\mathrm{B}} = 0.037232$ d^{-1} frekvenciája és harmonikusai ($2f_{\mathrm{B}}$, $3f_{\mathrm{B}}$) jól azonosíthatók a V1127 Aql spektrumában.*



4.5. ábra. *Fent: A V1127 Aql fehérítetlen Fourier-spektruma a 17. felharmonikus $17f_0$ körül. Lent: az ablakfüggvény a spektrummal azonos skálán.*



4.6. ábra. *a) A harmonikusok amplitúdóarányai ($R_{n1} = A(nf_0)/A(f_0)$) és a triplett frekvenciák amplitúdóarányának ($A(nf_0 + f_B)/A(f_0 + f_B)$, $A(nf_0 - f_B)/A(f_0 - f_B)$) lefutása az n harmonikus rend szerint logaritmikus skálán. b) A kvintuplett frekvenciák amplitúdóarányai: $A(nf_0+2f_B)/A(f_0+2f_B)$ és $A(nf_0-2f_B)/A(f_0-2f_B)$. c) A harmadrendű modulációs komponensek amplitúdóarányai: $A(nf_0+3f_B)/A(f_0+3f_B)$, $A(nf_0-3f_B)/A(f_0-3f_B)$. d) Néhány magasabb rendű komponens amplitúdóaránya: $A(nf_0+4f_B)/A(f_0+4f_B)$, $A(nf_0+5f_B)/A(f_0+5f_B)$, ill. $A(nf_0+6f_B)/A(f_0+6f_B)$.*

amplitúdói közel párhuzamos egyeneseken helyezkednek el, kis különbség a 9. és 14. harmonikusok között látszik (a panel). Igen jelentős azonban a különbség a jobb és bal oldali kvintuplett-szerkezetek ($k = 2$) amplitúdóiban. A jobb oldali frekvenciák

4.1. táblázat. *A V1127 Aql komplex multiplett-szerkezete.*

k	N_f	δf [d^{-1}]	$Q-\bar{Q}$
1	34	0.000093	0.43
2	31	−0.000115	−0.1
3	34	0.003519	−0.21
4	28	0.001067	0.21
5	21	0.0026	0.18
6	15	0.0045	−0.77
7	5	0.008276	0.35
8	1		

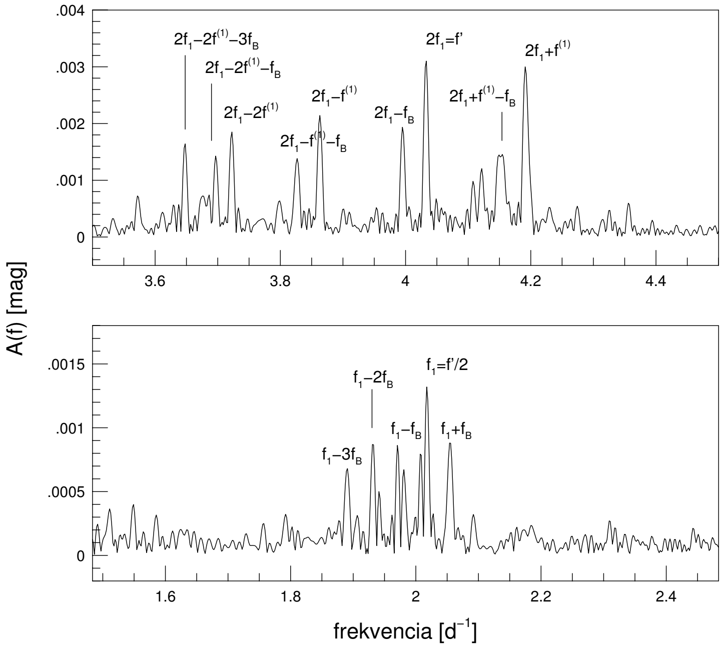
A szerkezet rendje k, a talált frekvenciák száma N_f, a deviáció δf és az aszimmetria foka $Q-\bar{Q}$.

amplitúdói (üres körök) sokkal nagyobbak, mint a bal oldaliak, bár a lefutás meredeksége hasonló. A jobb oldali mellékcsúcs egyedül a fő pulzációs frekvenciánál és az első harmonikusnál olyan kis amplitúdójú, mint a bal oldali. Az összes magasabb harmonikusnál sokkal nagyobb amplitúdójú (b panel). Hasonlóan nagy jobb-bal aszimmetriát látunk a szeptuplett-szerkezetnél is, de itt már a lefutás közelítőleg sem mondható párhuzamosnak (c panel). Az amplitúdóarány–harmonikus rend függvény hasonló alakú a magasabb rendű oldalcsúcsokra, mint az alacsonyabbakra (d panel).

Az oldalcsúcsok aszimmetriájának kvantitatív jellemzésére az Alcock és társai (2003) által bevezetett Q paramétert használtam a $Q=(A_+-A_-)/(A_++A_-)$ képletnek megfelelően, ahol A_+, ill. A_- jelenti a jobb ill. bal oldali oldalfrekvencia amplitúdóját. A 4.1. táblázat mutatja ezeknek a Q értékeknek az átlagos aszimmetriától ($\bar{Q}$) való eltérését. Ezek az értékek azt mutatják, hogy az 1., 4., 5. és 7. rendű oldalcsúcsok az átlagosnál is aszimmetrikusabbak, míg a 2., 3. és 6. rendűek kevésbé (l. 4.6. ábra is). Kiszámoltam a multiplettek mért átlagos eltérését az ekvidisztáns frekvenciaeloszláshoz képest. Ezt a paramétert neveztem δf deviációnak, számított hibája $\pm 0.0069\ \mathrm{d}^{-1}$. Értékei szintén szerepelnek a 4.1. táblázatban, amelyekből az látszik, hogy (a 7. rendet kivéve) hibán belül ekvidisztánsnak tekinthetők a multiplettek. Ezzel kimutattuk a Blazskó-csillagokra korábban is ismert egyenközű triplett és kvintuplett-szerkezetek létét a V1127 Aql esetében is, valamint első ízben kimutattunk hasonló magasabb rendű, egészen a 8. rendig követhető, egyenközű multiplett-szerkezeteket is.

Extra frekvenciák

A frekvenciaanalízis során egy erős csúcsot találtam az $f'=4.0326\ \mathrm{d}^{-1}$ frekvenciánál, és összetett szerkezetet az $f''=2.0163\ \mathrm{d}^{-1}$ frekvencia körül (4.7. ábra). Az extra frekvenciák listája megtalálható Chadid és társai (2010) 1.B.1-1.B.5 elektroni-



4.7. ábra. *Frekvenciaszerkezet az extra frekvenciák körül:* $f' = 2f'' = 4.032777\ \mathrm{d}^{-1}$ *(fent) és* $f'' = f'/2 = 2.016388\ \mathrm{d}^{-1}$ *(lent). A két panel vízszintes skálája azonos nagyságú frekvenciaintervallumot ábrázol. (A kettős csúcsokat a mintavételezés okozza.)*

kus táblázataiban.

A frekvenciák értékeiből világos, hogy ez a két frekvencia numerikusan nem független egymástól, hiszen $f' = 2f''$ vagy $f'' = f'/2$ attól függően, hogy melyik frekvenciát tekintjük elsődlegesnek. Az f_0-val alkotott lineáris kombinációs tagok egészen $6f_0$-ig követhetők mind az f' mind f'' esetében. Az f'-t, vagy f''-t és f_0-t tartalmazó lineáris kombinációs frekvenciák megjelenése kizárja, hogy az f' és f'' egy háttércsillaghoz tartoznának, amit a *CoRoT* összemért a V1127 Aql-vel. Sok, az f_B Blazskó-frekvenciával alkotott triplett, kvintuplett, szeptuplett komponens is azonosítható volt. Továbbá multiplett-szerkezetek az extra frekvenciák olyan lineáris kombinációi körül, amelyeket az extra frekvenciák és a fő pulzációs frekvencia, vagy annak harmonikusa alkotnak.

A frekvenciaanalízisből következtethetünk még egy $f^{(1)} = 0.159\ \mathrm{d}^{-1}$ modulációs jellegű frekvenciára is, amely 6.289 d-os periódusnak felel meg. Maga a frekvencia nem jelenik meg a Fourier-spektrumban, de feltevésével sok frekvencia azonosítható multiplett-szerkezetként az f' extra frekvencia és $f' \pm f_0$ és $f' + kf_0$ ($1 < k < 5$) lineáris kombinációi körül. A triplett mindig azonosítható, és a a jobb oldali csúcs mindig nagyobb amplitúdójú, mint a bal oldali. Kvintuplett-szerkezet csak az f', $f' + f_0$ és $f' + 2f_0$ frekvenciáknál bal oldali csúcsokként mutatkozik. Második modulációt korábban két csillag esetében mutattak ki egyértelműen: az UZ UMa-nál (Sódor és társai, 2006) és a CZ Lac esetében (Sódor, 2009), de mindkét esetben ez a fő pulzációs frekvencia körüli oldalcsúcsok formájában jelentkezett, és nem egy kis amplitúdójú frekvencia körüli szerkezetben, mint itt, a V1127 Aql esetében.

Nagy kihívás volt a $f' = 4.0326$ d^{-1} extra frekvenciának, f'' szubharmonikusának és $f^{(1)}$ modulációs frekvenciájának magyarázata. Mivel ez volt az első eset, hogy ilyesmi látszott egy RR Lyre csillag Fourier-spektrumában, összeszedem a lehetséges magyarázatokat, amelyek akkor felmerültek bennünk:

(1) Lehetséges, hogy a V1127 Aql forgásával kapcsolatosak ezek a frekvenciák? Az $1/f' = P' = 0.248$ d forgási periódus túlságosan gyorsnak tűnik egy RR Lyrae csillaghoz képest. Peterson és társai (1996) 27 galaktikus mezőbeli RR Lyrae csillag vonalszélességét mérte ki, amiből a forgási sebességek vetületeire felső korlátokat határoztak meg. Az ezekből becsült forgási periódusok 10-100 d közé adódtak.

(2) Talán egy kettős rendszerbeli árapály-jelenség az ok? Ha a V1127 Aql-nek kísérője lenne, akkor a $P' = 0.248$ d lehetne az keringési periódus, csakhogy ez megint túlságosan rövidnek tűnik, ráadásul az f' körüli oldalcsúcsokat is nehezen lehetne magyarázni egy ilyen elképzelésben.

(3) Esetleg a V1127 Aql kétmódusú RR Lyrae változó? Korábban hasonló kis amplitúdójú extra frekvenciákat találtak az AQ Leo „klasszikus" kétmódusú (RRd) csillag *MOST* műholddal mért fotometriai idősorában (Gruberbauer és társai, 2007). A szerzők a magasabb rendű radiális vagy nemradiális módusokkal való rezonanciát vetették fel mint egy lehetséges magyarázatot az általuk talált két 2:1 arányú extra frekvenciára. A V1127 Aql esetében a radiális alapmódus $f_0 = 2.809017$ d^{-1} (P_0=0.355996 d) mellett az első vagy más, magasabb rendű radiális felhanghoz tartozó $f' = 4.0326$ d^{-1} (0.247978 d) frekvencia lenne. Amint az AQ Leo-nál is, a csatolási tagok itt is kimutathatók. Továbbá mindkét módus periodikusan modulált az $f_{\rm B} = 0.0372$ d^{-1} frekvenciával. Ugyanakkor azonban az $f_0/f' = 0.6965$ arány és az f_0 frekvencia nem illeszkednek a Tejútrendszerben ismert RRd csillagokra fennálló összefüggésbe.

Ezt alátámasztandó konvektív, lineáris RR Lyrae modelleket számoltunk[2] extrém nagy paramétertartományra: L = 40, 50, 60, 70 L$_\odot$, M = 0.50–0.80 M$_\odot$, ΔM = 0.05 M$_\odot$ lépésközzel, $T_{\rm eff}$ = 5000–8000 K, $\Delta T_{\rm eff}$=100 K lépésközzel, Z = 0.001, 0.003, 0.01, 0.02 és 0.04 fémességekkel. A többi paraméter értéke megegyezett a standard RR Lyrae modelleknél használtakkal (l. Szabó és társai 2004). A különböző fémességekkel kiszámolt modellekből Petersen-diagramot készítettünk, azaz ábrázoltuk a $P'/P_0 = f_0/f'$ periódusarányt az alapperiódus P_0 függvényében (l. Chadid és társai 2010 8. ábra). Megjegyzendő, hogy a nemlinearitás figyelembevétele a periódusokban csak elhanyagolható mértékű eltérést okoz. A V1127 Aql értékei messze esnek az összes számított modelléitől, ami alapján kijelenthető, hogy a radiális felhang magyarázat az f' frekvenciára kizárható. Sem első, sem magasabb felhangú módus frekvenciája nem lehet.

(4) Netán a V1127 Aql multiperiodikus RR Lyrae? Ebben az esetben f' = 4.0326 d^{-1} egy nemradiális módus frekvenciája $f'' = f'/2 = 2.0163$ d^{-1} a szub-

[2]Ezeket a számításokat Szabó Róbert végezte.

harmonikusa, 6.289 d pedig a modulációs periódusa lenne. Ha ez a feltevés igaz, akkor az f' extra frekvencia egy nemradiális p-módus frekvenciája lenne, f'' pedig nemradiális g-módusé, mivel frekvenciája kisebb mint a radiális alapmódusé. Mindenesetre érdekes lenne, ha egy p- és egy g-módus ily módon 2:1 rezonanciában kapcsolódna össze. Ennek ellenőrzésére akkor sem állt, de ma sem áll rendelkezésre megfelelő (nemlineáris és nemradiális) elméleti RR Lyrae modell.

(5) Felvetődött a fenti (4) magyarázatnak egy olyan változata is, amely nem tekinti független frekvenciának a második modulációs frekvenciát. Ugyanis az $f^{(1)}$ értéke kissé eltérő a különböző lineáris kombinációk alapján számolva: 4.0326 és 4.1916 d^{-1} különbsége 0.1590 d^{-1}, de 4.0326 és 3.8632 d^{-1} különbsége 0.1694 d^{-1}. Így az is elképzelhetőnek tűnt, hogy 3.8632, 4.0326 és 4.1916 d^{-1} független gerjesztett módusok frekvenciái. Ebben az elképzelésben a V1127 Aql olyan több módusú pulzáló lenne, amelyben kilenc független módus van gerjesztve egy viszonylag szűk, 3.64 és 4.82 d^{-1} közti frekvenciaintervallumban (a frekvenciák azonosítását l. 1.C. elektronikus táblázat Chadid és társai 2010 cikkben).

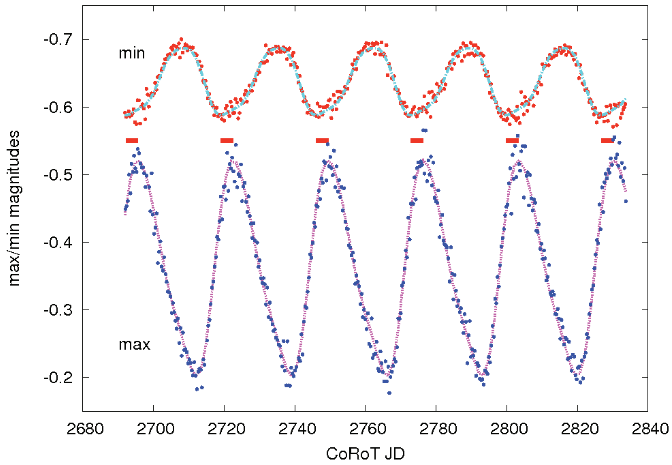
Mivel ezeknek a frekvenciáknak megfelelő periódusok rövidebbek a radiális alapmódus periódusánál, a szóban forgó frekvenciák lehetnek radiális felhanghoz vagy nemradiális módushoz tartozók. Így pl. az $f_4 = 3.722$ d^{-1} és az $f_8 = 3.749$ d^{-1} közül az egyik lehet az első radiális felhang frekvenciája, mivel megfelelő a periódusarányuk az f_0-val. Hasonló okból lehet az $f_6 = 4.825$ d^{-1} második radiális felhang. Természetesen a frekvenciák nagy száma miatt a többséget nemradiális módusokkal kell azonosítani. Figyelemre méltó volt, hogy majdnem reguláris frekvenciaközöket (spacing) láthatunk pl. a 3.647, 3.674, 3.697, 3.722, és 3.749 d^{-1} frekvenciák között, amely tipikus jelenség a nemradiális módusok esetén, és a nagy szeparáció, ill. a rotációs felhasadás okozza.

4.2. A V1127 Aql Blazskó-effektusa

A V1127 Aql *CoRoT*-fénygörbéjének legszembetűnőbb jellemzője a nagy amplitúdó- és fázismoduláció, amely öt egymást követő cikluson keresztül folyamatosan le van fedve észlelésekkel. Hangsúlyoznom kell, hogy ez volt az első ilyen jellegű adatsor, amelyet valaha vizsgáltak. Ebben a fejezetben a V1127 Aql Blazskó-effektusának néhány fontosabb vonását vizsgálom meg.

Az amplitúdómoduláció

Ahogyan az már a 4.1. ábrán is jól látszik, a V1127 Aql $P_\mathrm{m} = 26.88$ d periódusú modulációja nagyon nemlineáris, a fénygörbe alsó és felső burkolói erősen eltérnek a szinuszfüggvénytől. Ennek számszerű jellemzésére illesztettem a két burkolófüggvényre egy-egy f_B modulációs frekvenciát tartalmazó Fourier-összeget (4.8. ábra). A nemlinearitás miatt a kielégítő illeszkedéshez minimum három tagú összegekre volt szükség. Az illesztések segítségével meghatároztuk a teljes fényességváltozást: Blazskó-maximumban a pulzációs amplitúdó 0.744 mag, míg minimumban 0.352



4.8. ábra. *A V1127 Aql pulzációs maximumai (kék pontok) és minimumai (piros pontok, −0.9-del eltolva) CoRoT-magnitúdóban. Mindkét görbe harmadrendű Fourier-összeggel illesztve (folytonos vonalak). A maximumok és minimumok között jól látható fáziskülönbség van (piros vonalakkal jelölve). (Forrás: Chadid és társai 2010.)*

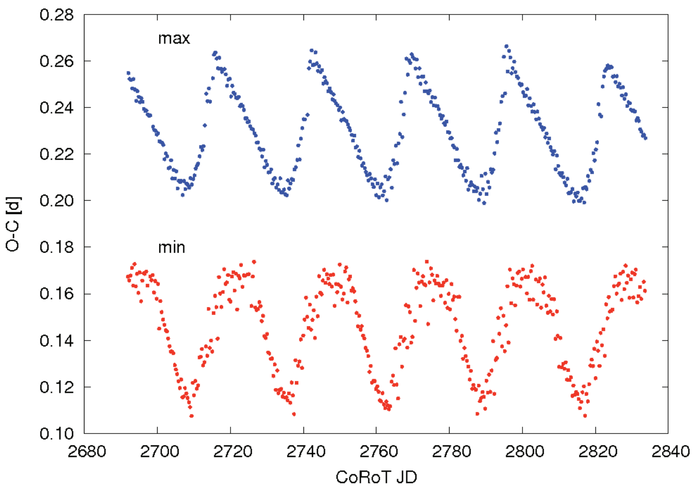
mag, azaz a moduláció teljes hatása (szokás ezt teljes amplitúdónak is nevezni) 0.392 mag a *CoRoT* instrumentális rendszerében. A fénygörbék burkolói alapján jól látható, hogy a Blazskó-maximumok és minimumok időben nem esnek egybe. A pontos fáziskülönbséget az illesztett Fourier-összegek alapján számíthatjuk ki. A 4.8. ábrán kis vonalakkal szimbolizált érték $\psi = 0.1276$ Blazskó-fázis, vagy másképpen 3.4344 d.

A fázismoduláció

Mint ahogy a bevezetőben említettem, a hosszú időskálájú (éves-évtizedes) periódusváltozások vizsgálatának egy hagyományos eszköze az O−C-diagram. Egy Blazskó-csillag esetében ez egyúttal a fázismoduláció vizsgálatára is alkalmas lehet, hiszen a moduláció ciklikus periódusváltozást okoz, amit az O−C-diagram mutat. Az alkalmazhatóság feltétele viszont az, hogy több Blazskó-ciklus is nagyjából folytonosan le legyen fedve. Ilyen mérés a V1127 Aql adatai előtt nem létezett, így a fázismoduláció O−C-diagrammal történő vizsgálatára is esetében került sor első ízben.

Mind a pulzációs maximumok alapján, mind pedig a minimumok alapján megkonstruáltuk a V1127 Aql *CoRoT*-idősorának O−C diagramját (4.9. ábra). A minimumokból kapott diagram nagyobb szórását az adja, hogy a felszálló ág előtti „bump” (Gillet és Crowe, 1988) miatt a minimum sokszor kettős jellegű, és az O−C értékét meghatározó programnak[3] ez nehézséget okoz. A kielégítő eredmény érdekében a maximumokat és minimumokat is 9. rendű polinomok illesztésével határoztuk

[3]Ez Szabó Róbert MAXV programja.



4.9. ábra. *A V1127 Aql CoRoT adatainak O−C diagramja a pulzációs maximumokból (fent) és minimumokból (lent). (Forrás: Chadid és társai 2010.)*

meg. Az O−C változása mind a maximumok, mind a minimumok esetében hasonló jellegű, és mintegy 0.06 d, azaz a fázisváltozás eléri a pulzációs periódus 14%-át (≈77 min). Ezzel a V1127 Aql egyike a legerősebb fázismodulációt mutató Blazskó-csillagoknak.

A kétféle moduláció közötti kapcsolatra utal az átlagos fáziskülönbség értéke a maximális amplitúdó és a maximális periódus között. A V1127 Aql-re ez az érték 10.48±0.16 d, vagyis 0.390±0.006 Blazskó-fázis. Ezt az értéket többféle módon meghatározhatjuk. Itt a 4.8. ábra maximális amplitúdóihoz illesztett függvényből, ill. a 4.9. ábra maximumokból meghatározott O−C-re illesztett függvény – egy ötödrendű Fourier-összeg – deriváltjának összevetéséből kaptam. Az illesztett függvények Fourier-paramétereit a 4.2. táblázat tartalmazza. Szabó és társai (2009) az analitikus függvény módszert (Kolláth és társai, 2002) használva meghatározták három másik *CoRoT* RR Lyr csillagra is ezt az értéket. A CoRoT 10112873-ra, a CoRoT 100881648-ra, ill. a CoRoT 101503544-re rendre 0.534±0.053, 0.469±0.012 és 0.507±0.035 adódott. Két másik csillagra ismeretes még ez az érték: az MW Lyr esetében 0.38, míg a DM Cyg-re 0.5 (Jurcsik és társai, 2008, 2009b). Úgy tűnik ez a fáziskülönbség nem lehet tetszőleges, egy viszonylag szűk intervallumba [0.39, 0.53] esik minden csillagra. Ez a mennyiség fontos lehet, hiszen közvetlenül jellemzi a fizikai jelenséget, amely az amplitúdó- és a fázismodulációt okozza. Továbbá matematikailag ez határozza meg az előálló Fourier-multiplettek aszimmetriáját (Benkő és társai, 2009, 2011; Szeidl és Jurcsik, 2009).

4.2. táblázat. *A maximális fényességhez, ill. a maximális fázishoz illesztett Fourier-összegek együtthatói.*

frekvencia	max. fényesség A^{AM}	φ^{AM}	max. fázis A^{FM}	φ^{FM}
f_{B}	0.154098	4.540907	0.069000	2.513789
$2f_{\mathrm{B}}$	0.033806	5.638383	0.020582	4.976442
$3f_{\mathrm{B}}$	0.006400	1.123083	0.009215	0.602859
$4f_{\mathrm{B}}$	-	-	0.004378	2.563744
$5f_{\mathrm{B}}$	-	-	0.002645	4.367358

A maximális fényesség és a maximális fázis

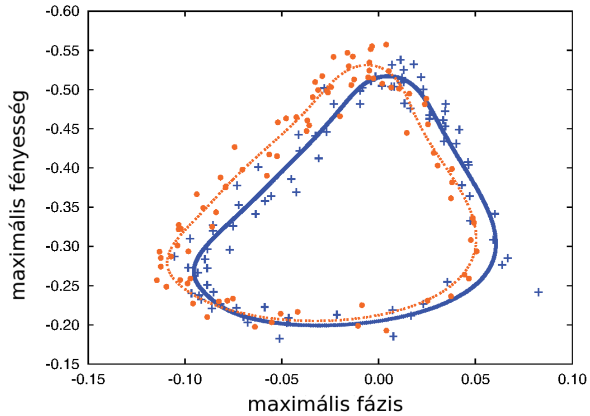
Az a tény, hogy a maximális fázis ötödrendű harmonikus illesztéssel volt leírható a harmadrendű fényességváltozással szemben (4.2. táblázat), azt mutatja, hogy a V1127 Aql esetében a frekvenciamoduláció erősebben nemlineáris, mint az amplitúdómoduláció. A két illesztés legkisebb négyzetes hibája rms=0.0175 mag és 0.0090 d. Mindkettő viszonylag nagy érték, ha azt vesszük, hogy az egyedi mérési fotometriai pontossága ±0.005 mag, ill. az időmérés hibája ±0.0018 d. A nagy hibák arra utalnak, hogy az 5 ciklusra illesztett átlagos görbék nem írják le tökéletesen a csillag viselkedését.

Az egymást követő Blazskó-ciklusok stabilitását megvizsgálva bizonyítékot is találunk az eddig figyelembe nem vett változásra. A 4.10. ábra mutatja a maximális fényesség – maximális fázis diagramot (néha szokták tojás-diagramnak is nevezni). Az első és a megfigyelt utolsó ciklus szisztematikus eltérése jól látható. Az egyedi Blazskó-ciklusokat ötödrendű Fourier-összegekkel illesztve és az illesztett görbéket ábrázolva azt tapasztaljuk, hogy a maximális fázis lassan, folytonosan csökken. A teljes csökkenés értéke az 5 ciklus alatt mintegy 0.011 pulzációs fázis (5.6 min). A maximális fényességben is látható némi változás, de az inkább véletlenszerűnek tűnik, határozott irány nélkül. Az adatsor hossza nem tette lehetővé, hogy eldöntsük, itt többszörös modulációról, esetleg szekuláris periódusváltozásról van-e szó.

4.3. A CoRoT 101128793 – a különc kétmódusú

Ebben a részben a szintén az LRc01 futásban észlelt CoRoT 101128793 RR Lyrae csillag analíziséről számolok be. Mivel a *CoRoT* adatait elemző cikket (Poretti és társai, 2010) külföldi társszerzőm jegyzi, ezért itt csak egy olyan eredményt ismertetek, amely az én nevemhez köthető.

A CoRoT 101128793 (α_{2000}=19$^{\mathrm{h}}$ 26$^{\mathrm{m}}$ 37$^{\mathrm{s}}$.33, δ_{2000}=+01° 13′ 35″.05) egy 16 magnitúdós csillag az Aql (Sas) csillagképben és változóként nem volt korábban ismert. A *CoRoT* 23 922 adatpontot gyűjtött róla 142 napos megfigyelése során. Frekvenciaanalízisünkkel 79 szignifikáns frekvenciát találtunk az adatsor Fourier-spektrumában.



4.10. ábra. *A V1127 Aql maximális fényesség–maximális fázis diagramja. Az áttekinthetőség kedvééért csak az első (kék plusz jelek) és az 5. (narancs pontok) Blazskó-ciklus van feltüntetve. A folytonos vonalak a mért pontokra legjobban illeszkedő ötödrendű harmonikus függvények.*

Ezek egyrészt az f_0=2.119 d^{-1} fő pulzációs frekvencia, ennek harmonikusai, az $f_{\rm B}$=0.056 d^{-1} Blazskó-frekvencia, a Blazskó-effektus okozta oldalcsúcsok rendszere, továbbá két független frekvencia: az $f^{(1)}$=3.630 d^{-1} és az $f^{(2)}$=3.159 d^{-1}, valamint az ezekkel alkotott lineáris kombinációk. Az első frekvencia akkoriban igazi meglepetés volt. Az $f_0/f^{(1)}$ arányra ugyanis 0.584 adódott, ami azt sugallta, hogy ez a frekvencia a második radiális felhang frekvenciája. Korábban említettem, hogy a második felhangú RR Lyrae csillagok léte meglehetősen vitatott volt. Itt pedig mindjárt egy kétmódusú, az alapmódus mellett a második felhangban is pulzáló csillagot találtunk.

Annak, hogy végül az $f^{(1)}$=f_2 megoldást az eleinte szkeptikus társszerzőim is elfogadták, nagy szerepe volt (az elméleti modellszámítások mellett) annak, hogy ekkor már a gőzerővel dolgoztam a *Kepler* Blazskó-minta első feldolgozásán (l. 6. fejezet) és abban sorra-rendre ilyen, felhangban is pulzáló Blazskó-csillagokat találtam. Egy további érv amellett, hogy az ilyen Blazskó RRab csillagok egyáltalán nem ritkák, az volt, hogy az MW Lyr földi észleléseiben detektált és $nf_0 \pm 12.5 f_{\rm B}$ alakban értelmezett (Jurcsik és társai, 2008) frekvenciákat is egyszerűen fel lehetett írni egy f_2 frekvencia feltételezésével.

Ahogyan az $f^{(1)}$ frekvencia azonosításában nagy segítség volt a *Kepler*-minta, igaz ez a $f^{(2)}$ frekvenciára is. Az $f^{(2)}/f_0 = 1.4908$ arányból mai tudásunkkal rávágnánk, hogy itt a perióduskettőződés jelenségét látjuk. A cikk írásakor ez még közel sem volt annyira világos, mint napjainkban, jól jöttek hát a *Kepler*-csillagok, amelyek megerősítették a sejtést, hogy az ilyen, egyszerre perióduskettőződést és felhangú pulzációt is mutató csillagok egyáltalán nem különlegesek a Blazskó RRab csillagok között. A CoRoT 101128793 jelű csillag volt tehát az első olyan Blazskó-effektust mutató RRab csillag, ahol az alapmódus, egy alacsony és egy magas rendű radiális felhang együttes jelenlétével jellemezhető pulzációs állapotot, az ún. hármas rezonanciát egyértelműen felismertük.

4.4. Összegzés

Ebben a fejezetben a *CoRoT* űrtávcsővel készült első RR Lyrae fénygörbék analízisét és annak eredményeit mutattam be. A V1127 Aql volt az első RRab csillag, amelynek folytonos, űrben készült idősoráról ilyen vizsgálat történt. Egyúttal az volt az első Blazskó-effektust mutató csillag is, amiről űrfotometriai idősor napvilágot látott.

– A fénygörbe vizsgálatának eredménye, hogy az amplitúdóváltozás nem szimmetrikus egy átlagszinthez képest, valamint a maximumok és minimumok szélső értékei között jól mérhető fáziselcsúszás (3.4344 nap, azaz 0.1276 Blazskó-fázis) van.

– A fő pulzációs frekvencia 18 harmonikusa körül összetett szerkezetek találtam, amelyeket a Blazskó-effektus oldalcsúcsai okoznak. **Ezek a multiplettek a korábban ismert alacsonyabb rendű szerkezeteken túl egészen a 8. rendig voltak követhetők a csillag Fourier-spektrumában. Fontos kiemelni, hogy a magasabb rendű oldalcsúcs-rendszer a magasabb rendű harmonikusok körül jelenik meg. (1.a. tézispont)**.

– **A Blazskó-moduláció f_{B}=0.0372 d^{-1} frekvenciáján túl ennek első és második felharmonikusát is kimutattam. Ez egyértelműen azt jelenti, hogy az amplitúdómoduláció nemlineáris. A frekvenciamodulációra hasonlót sikerült kimutatnom, sőt abban az esetben a nemlinearitás még erősebb, mint az amplitúdómoduláció esetében (1.b. tézispont).**

– **Találtam egy olyan frekvenciát is (f'=4.0326 d^{-1}), amelyik nem illeszkedik sem a szokásos harmonikus, sem a Blazskó-oldalfrekvenciák rendszerébe (5.b. tézispont).** Továbbá egy ezzel 2:1 arányban álló frekvenciát ($f'' = 2.0163$ d^{-1}) is azonosítottam. Ezen frekvenciák körül az f_{B} Blazskó-moduláció oldalcsúcsai is megjelentek, és egészen a a 2. rendig kimutathatók voltak. Megvizsgáltunk többféle lehetőséget arra, hogy mi okozhatja ezeket a frekvenciákat. A legvalószínűbb magyarázatnak az tűnt, hogy ezek nemradiális p módusokhoz tartozó frekvenciák.

– Vizsgáltam a harmonikusok és a Blazskó-szerkezet frekvenciáinak amplitúdóit is. Megmutattam, hogy V1127 Aql harmonikus amplitúdóinak lefutása sem exponenciális, hanem a korábban vizsgált nemblazskós *CoRoT* csillagéihoz hasonló. Az egy-egy harmonikushoz tartozó Blazskó-oldalcsúcsok azonos rendjei erősen aszimmetrikusak. Ezen frekvenciák amplitúdólefutása pedig jellemzően nem monoton.

– A V1127 Aql amplitúdó- és fázismodulációjáról kimutattam, hogy mindkettő nemlineáris, továbbá meghatároztam a kétféle moduláció fáziskülönbségét, ami 10.48 napnak (0.390 Blazskó-fázis) adódott. Ez az érték beleesik a más Blazskó-csillagok alapján kapott viszonylag szűk [0.38, 0.53] intervallumba.

– A maximális fényesség–maximális fázis diagramon ábrázolt öt egymást követő Blazskó-ciklusban szisztematikus eltolódás látszik. Az adatsor hossza azonban nem tette lehetővé, hogy eldöntsem, itt második modulációról, vagy egy irányú szekuláris változásról van-e szó.

A CoRoT 101128793 jelű csillag volt az első olyan, Blazskó-effektust mutató RRab csillag, amelyen egyértelműen sikerült beazonosítani, hogy az alapmódus és perióduskettőződést okozó magasrendű radiális módus mellett egy alacsony rendű (történetesen a második) felhang is megjelenik (5.a tézispont).

4.5. Utóélet

A V1127 Aql-re vonatkozó eredményeket ismertető cikk 2010-ben az Astronomy and Astrophysics c. folyóirat februári számának címlapján kiemelt (highlight) cikke volt. A cikkre eddig 67 idézet érkezett. A főbb eredmények utóéletét végignézve azt látjuk, hogy pl. a bonyolult multiplett-szerkezet tényleges megjelenése egy csillagon ösztönzést adott a Blazskó-effektust mutató csillagok fénygörbéjének és Fourier-spektrumának a korábbiaknál módszeresebb, pontosabb matematikai leírásához (Benkő és társai, 2011). A 8. fejezetben részletesen ismertetett munkámban az itt említett jelenségek közül tisztán matematikai úton sikerült megmagyaráznom pl. az amplitúdómoduláció burkolójának aszimmetriáját, a magas rendű multiplettek megjelenését és aszimmetrikus voltát, vagy a multiplett-frekvenciák amplitúdólefutását.

Az idő előrehaladtával, egyre több csillagot megismerve, a V1127 Aql egyéb furcsaságai is beleilleszkedtek egy többé-kevésbé egységes képbe, ill. kiderült mely jellemzői különlegesek a többi vizsgált Blazskó RR Lyrae között. Az f' extra frekvencia itteni első megjelenését pl. sorra követték hasonló frekvenciák megtalálásai más csillagoknál mind a *CoRoT*-, mind a *Kepler*-mintában (Poretti és társai, 2010; Kolenberg és társai, 2010a; Szabó és társai, 2010; Benkő és társai, 2010), majd pedig földi észlelésekben is (Jurcsik és társai, 2015). Amint azt az 1.6. fejezetben már említettem RRab csillagokban a Fourier-harmonikusok között mutatkozó extra frekvenciaszerkezetek három fő típusával találkoztunk eddig: perióduskettőződéshez kapcsolódó, a radiális első és-vagy második felhang frekvenciáihoz kapcsolódó, valamint olyan frekvenciaszerkezetekkel, amelyek legnagyobb amplitúdójú frekvenciájára $f_0/f' \sim 0.7$ arány áll fenn. Utóbbi frekvenciákat általában függetlenül gerjesztődött nemradiális módusokkal azonosítják, de én megmutattam, hogy majdnem mindegyikük felírható $2(f_2 - f_0)$ alakban is (Benkő és Szabó, 2014; Benkő és társai, 2014). Az f'-höz hasonló frekvenciák számos csillagon kimutathatók, de csak kevés esetben dominánsak. Ilyen a V1127 Aql.

A nagyon erős nemlineáris amplitúdó- és frekvenciamoduláció a csillag sajátossága, ebből következik a V1127 Aql sok kimutatott oldalcsúcsa is. Az amplitúdó- és fázismoduláció fáziskülönbségének nagyobb mintán való eloszlását szisztematikusan azóta sem vizsgálta senki. A többszörös Blazskó-ciklusokról a *Kepler* nagyobb mintáján később én magam mutattam ki, hogy nagyon gyakoriak (l. Benkő és társai 2014, ill. 7 fejezet). Így valószínűleg a V1127 Aql maximális fényesség–maximális fázis görbéjének eltolódását is egy ilyen hosszú másodlagos periódus okozhatja.

5. fejezet

A *CoRoT* RR Lyrae minta általános vizsgálata

Az ebben a részben ismertetett eredményeim 2016 végén jelentek meg (Benkő és társai, 2016) a *CoRoT* RR Lyrae vizsgálatok egyfajta lezárásaként. Miután a *CoRoT* befejezte működését, és nagyszámú cikk ismertette az eredményeit, benne a korábbi fejezetekben érintett RR Lyrae csillagokkal kapcsolatosakat is, a közérdeklődés elfordult a *CoRoT*-adatoktól. A legteljesebb 13 csillagot tartalmazó *CoRoT* RR Lyrae mintát elemző cikk (Szabó és társai, 2014) is befejezte vizsgálatait az LRc04 futás (l. 2.1. táblázat) csillagaival. Nagyjából 3 évnyi adat (a misszió élettartamának fele) nem volt átvizsgálva RR Lyrae csillagok szempontjából. Ezek után hogy ezt a hiányt kiküszöböljem, kezdtem el egy szisztematikus keresést a *CoRoT*-archívumban. Eredményként kilenc olyan RR Lyrae adatsort találtam, amelyet még senki nem vizsgált meg. Ezek közül 7 változócsillag teljesen új felfedezés, három csillag Blazskó-effektust is mutat. Az összes nemblazskós *CoRoT* RR Lyrae csillag harmonikus amplitúdójának lefutását megvizsgálva az összes csillagra hasonló, de erősen periódusfüggő függvényt kaptam. Első ízben sikerült kimutatnom egy RR Lyrae csillag pulzációjáról, hogy az nem szigorúan periodikus, hanem véletlenszerű fluktuációt mutat. Ehhez a vizsgálathoz a CM Ori 32 s-os mintavételezésű adatsora adta a lehetőséget. Sikerült továbbá a *CoRoT* instrumentális rendszerében meghatározott Fourier-paramétereket Johnson V színben meghatározottakra transzformálnom, és ezek segítségével becslést adnom a teljes *CoRoT* RR Lyrae minta olyan alapvető fizikai paramétereire, mint a tömeg, luminozitás, fémtartalom.

5.1. A minta kiválasztása

A *CoRoT*-archívum exo-területeken keletkezett méréseinek N2 szintű adatait használtam (l. 2.2. fejezet). Az egyszerűség kedvéért az egész adatbázisban egyszerre kerestem RR Lyrae csillagokat, és nem csak a korábban nem vizsgált futásokat néztem. Ennek előnye, hogy a keresés hatékonyságát is tesztelni tudom, hiszen az általam talált RR Lyrae-jelölteket össze tudom vetni a korábban talált, ismert csillagokkal.

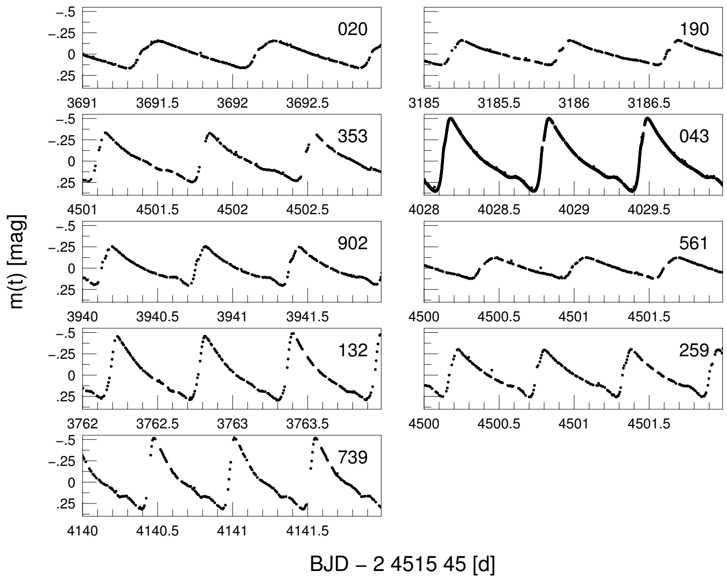
5.1. táblázat. *A CoRoT-archívumban talált RR Lyrae csillagok néhány fontosabb paramétere.*

CoRoT ID	név	m_{EXO} [mag]	α_{2000} hh:mm:ss.ss	δ_{2000} d:mm:ss.s	P_0 [d]	$A(f_0)$ [mag]	P_{B} [d]	futás
102326**020**		14.654	06:10:59.87	4:40:32.5	0.77029	0.1296	79.5	LRa03
104948**132**		15.217	18:37:43.63	4:01:44.2	0.58642	0.2420	28.1	LRc05
205924**190**		13.600	18:57:17.45	−4:16:39.4	0.72049	0.1053		SRc02
605307**902**		15.170	06:08:42.38	6:22:15.1	0.62418	0.1559		LRa04
617282**043**	CM Ori	12.889	06:03:54.87	8:14:32.4	0.65593	0.2859		LRa05
651349**561**		14.708	19:14:03.69	−2:27:54.8	0.61179	0.1013	21.9	LRc09
655183**353**		14.911	19:14:41.21	−2:06:09.1	0.69426	0.1921		LRc09
657944**259**		14.954	19:18:08.54	−2:34:43.9	0.57787	0.1876		LRc09
659723**739**	V2042 Oph	15.186	18:32:46.97	7:58:05.7	0.53849	0.2761		LRc07+LRc10

Az egyes oszlopokban: a *CoRoT* azonosító, a változónév (ha van ilyen), fényesség az Exo-Dat katalógus (Deleuil és társai, 2009) alapján, égi pozíció (RA, DEC), pulzációs periódus P_0, a fő pulzációs frekvencia amplitúdója $A(f_0)$, a Blazskó-periódus P_{B}, *CoRoT* futás neve. A *CoRoT* számok utolsó három jegyét kövérrel szedtem, ezeket a csillagokat a teljes *CoRoT* számuk helyett ezzel a háromjegyű számmal hivatkozom a továbbiakban.

Az adatbázis által kínált automatikus *CoRoT* változócsillag klasszifikáló algoritmust (*CoRoT* Variable Classifier CVC; Debosscher és társai 2009) használtam első lépésként úgy, hogy minden altípusra külön-külön kerestem a teljes adatbázison. A CVC algoritmus hatékonysága sokat javult első megjelenése óta. Jól illusztrálta ezt az én munkám is: ha csökkenő valószínűséggel >50%, majd >10%, végül >0%, keresünk RRab csillagokat, akkor rendre 15, 16, ill. 18 jelöltet kapunk. A jelöltek fénygörbéit egyesével megnézve azt kapjuk, hogy mindössze egyetlen, a legkisebb valószínűségű csoportba tartozó jelölt nem RR Lyrae. Az összes többi (17) fénygörbe egyértelműen RR Lyrae-é. Nyolc csillagot korábbi munkák tárgyaltak (Szabó és társai 2014, és l. további hivatkozások ott). Két további ismert RRab csillag volt az eddigi *CoRoT*-mintában: a CoRoT 101315488 és a CoRoT 100881648, amelyeket nem találtunk meg a CVC segítségével. Ezek azonban olyan csillagok, amelyeket a *CoRoT* összemért egy látóirányban közeli csillaggal, így nagyon erősen erősen torzult a fénygörbéjük, és amplitúdójuk is nagyon kicsi. Kilenc RRab csillag *CoRoT*-méréseit sehol nem vizsgálták korábban, a főbb jellemzőiket az 5.1. táblázatban adom meg. Az 5.1. ábra kis jellemző darabokat mutat mindegyik csillag fénygörbéjéből. A CM Ori (CoRoT 617282043) és a V2042 Oph (CoRoT 659723739) korábban is ismert RR Lyrae csillag volt, míg a további hét csillag teljesen új felfedezés.

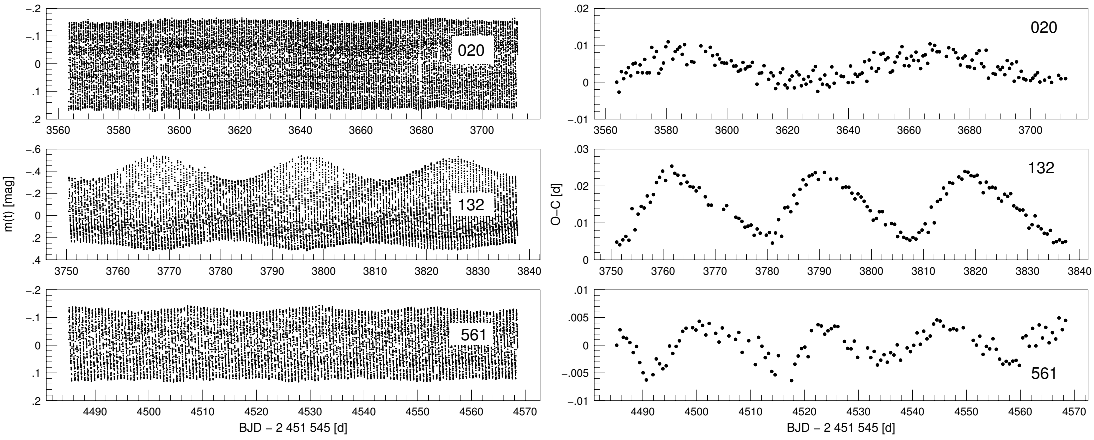
Azonos eljárás szerint (CVC csökkenő valószínűség mellett, majd a kapott jelöltek egyenkénti, kézi fénygörbevizsgálata) kerestem RRc csillagokat is. Ekkor 25, 34, ill. 137 jelöltet kaptam az >50%, >10%, ill. >0%-os valószínűségek mellett. A két ismert RRc csillagot (CoRoT 105036241, CoRoT 105735652) már a legnagyobb



5.1. ábra. *Jellemző fénygörberészletek a CoRoT-archívumban talált RRab csillagokról. Az idő- és a fényességhatárok azonos nagyságúak az ábrákon. A paneleket balról jobbra, ill. fentről lefelé a csökkenő periódus szerint rendeztem.*

valószínűségű csoport is tartalmazta. A csökkenő valószínűségekkel növekvő számú jelölt nem eredményezett újabb RRc csillagot. A jelöltek zöme kettős volt, továbbá néhány foltos, ill. nagy amplitúdójú δ Scuti, vagy SX Phe csillagot is azonosítottam.

A kettős módusú (RRd) csillagok esetén a CVC más jellegű eredményt adott. Az >50%-os és a >10%-os valószínűségekre csak egyetlen jelöltet kaptam, a CoRoT 101368812-t, amely ismert tényleges RRd csillag (Chadid, 2012), ugyanakkor ha a valószínűséget tovább csökkentem a >0% szintre, a talált jelöltek száma hirtelen 7650-re ugrik. A korábbi kézi módszerrel már nem vezet eredményre, így egy szemiautomatikus eljárást alkalmaztam, ami a nagyszámú fénygörbét is képes kezelni. Egy szkript kiszámítja az összes jelölt Fourier-spektrumát a (1, 10) d^{-1} frekvenciaintervallumban, majd kiválogatja azokat a frekvenciákat, amelyek amplitúdója a 4 σ-t meghaladja. A spektrum σ zajszintjének kiszámítása egy 3 d^{-1}-os mozgóátlaggal történt. A klasszikus RRd csillagokra jól ismert, hogy az alapmódus és első felhang periódusaránya P_1/P_0 ~0.72-0.755 d^{-1}, amely arány a Petersen-diagramot definiálja (l. Petersen 1973, ill. egy nagy RR Lyrae mintára Soszyński és társai 2014). Kiválogattuk azokat az objektumokat amelyeknek a legnagyobb amplitúdójú f_{max} frekvenciái a $1-5$ d^{-1} intervallumba esnek, és van még legalább egy szignifikáns frekvenciájuk vagy a $(0.72 f_{\mathrm{max}}, 0.755 f_{\mathrm{max}})$, vagy az $(f_{\mathrm{max}}/0.755, f_{\mathrm{max}}/0.72)$ intervallumban. Ez a feltétel ekvivalens azzal, hogy a csillagnak vannak $0.72-0.755$ közötti frekvenciaarányú szignifikáns frekvenciái. A fent leírt eljárás 113 objektumra szűkítette a lehetséges RRd csillagok számát. Ezek után már a szokásos kézi (vizuális) szelekció következett. Az egyetlen ismert RRd-n kívül nem találtam újabb RRd csil-



5.2. ábra. *Az újonnan felfedezett Blazskó RR Lyrae csillagok teljes CoRoT-észlelése (balra) és az O−C diagramjaik (jobbra).*

lagot. Megjegyzem, hogy 61 csillag γ Dor jelöltként, míg további 42 csillag fedési kettősként volt azonosítható.

A továbbiakban a fejezetben tárgyalt csillagokat a *CoRoT* számuk utolsó három számjegyével (az 5.1 .táblázatban félkövérrel) fogom hivatkozni.

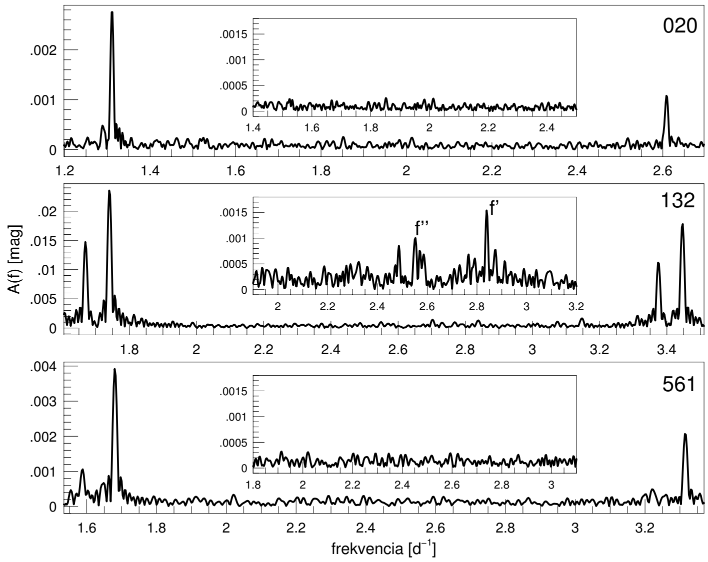
5.2. Idősor-analízis

A letöltött és kibontott adatfile-okra alkalmaztam a 2.2. fejezetben leírt trend- és ugrásszűrő programomat[1]. A CM Ori és a #190 csillag ugyan elég fényes volt a *CoRoT* színmérésekhez, de az egységes kezelés miatt ezeknek is csak az integrált (fehér fényű) fluxusait használtam. A névleges mintavételi idő a szokásos 512 s volt az összes csillagra, kivéve a CM Ori-t, melynek fénygörbéjét 32 s-os (oversampled) mintavételezéssel rögzítették. Ezzel a CM Ori adatsora kétszer sűrűbben mintavételezett, mint a *Kepler*/*K2* sűrű mintavételezésű (SC) adatsorai.

A frekvenciaanalízis fő eszköze itt is a MuFrAn (Kolláth, 1990) programcsomag volt. A program szinuszos Fourier-felbontást állít elő, így végig ezt használom. A normál mintavételezési adatok Nyquist-frekvenciája 84.375 d^{-1}, míg az oversampled adatoké 1350 d^{-1}. A periódus stabilitását O−C diagramokkal vizsgáltam, amelyeket a pulzációs maximumok meghatározásából szerkesztettem. A maximumokat 7-10. rendű polinomok illesztésével határoztam meg.

Az elemzett kilenc csillag Fourier-spektrumát a fő pulzációs frekvenciák és azok felharmonikusai uralják. Az ezekkel történő nemlineáris illesztés adja az 5.1. táblázatban megadott P_0 pulzációs periódust és az $A(f_0)$ amplitúdót.

[1] A feldolgozott és magnitúdóskálára transzformált adatok letölthetők a http://www.konkoly.hu/KIK/data_en.html weboldalról.



5.3. ábra. *A Blazskó-csillagok Fourier-spektruma a* $(f_0 - 0.1, 2f_0 + 0.1)$ *intervallumban, miután fehérítettem az* f_0 *fő pulzációs frekvenciával és összes szignifikáns felharmonikusával. Az inzertek a* $(f_0 + 0.1, 2f_0 - 0.1)$ *szűkebb intervallumot mutatják egy további fehérítési lépés után, amelyben eltávolítottam az összes szignifikáns modulációs oldalfrekvenciát is.*

5.3. Csillagok Blazskó-effektussal

#020: A fénygörbén kismérvű, de egyértelmű amplitúdóváltozás látszik (bal felső panel az 5.2. ábrán). Amennyiben kifehérítjük az adatokat a fő pulzációs periódussal és szignifikáns felharmonikusaival, a maradványspektrumban határozott csúcsokat látunk a fehérített frekvenciák helye körül. Ezek a csúcsok egyértelműen azonosíthatók, mint Blazskó-modulációs oldalfrekvenciák, azaz $if_0 \pm f_\mathrm{B}$, (i pozitív egész). Az 5.1. táblázatban megadott P_B Blazskó-periódust a fő frekvencia oldalcsúcsainak átlagából számoltam. Az oldalcsúcsok erősen aszimmetrikusak, a jobb oldali csúcs sokkal nagyobb amplitúdójú mint a bal oldali (l. felső panelt az 5.3. ábrán). Ez az aszimmetria csökken a növekvő harmonikus renddel: míg pl. $f_0 - f_\mathrm{B}$ és $f_0 - 2f_\mathrm{B}$ a kimutatási határ közelében van, $f_0 - 3f_\mathrm{B}$ és még inkább az $f_0 - 4f_\mathrm{B}$ sokkal kevésbé aszimmetrikus. Erre a viselkedésre természetes magyarázatot a szimultán amplitúdó- és frekvenciamoduláció matematikája (l. Benkő és társai 2011, és 8. fejezet). A csillag O$-$C-diagramja (5.2. ábrán jobbra fent) ténylegesen periodikus 80.7 d^{-1} periódussal és $\sim$5 min amplitúdóval, amit a Blazskó-effektus frekvenciamodulációs részeként azonosíthatunk.

A #020 csillag pulzációs periódusa egyike a valaha is talált leghosszabbnak ($P_0 = 0.77029$ d) a Blazskó-effektust mutató RR Lyrae csillagok között. Mint ilyen, alkalmasnak tűnt, hogy teszteljem a Jurcsik és társai (2005a) talált összefüggést a pulzációs periódus és a Blazskó-periódus között. Ők ugyanis azt találták, hogy a Blazskó-frekvenciának egy adott pulzációs frekvencia mellett van egy maximális értéke. Ezek a maximális frekvenciaértékek egy lineáris felső burkolót határoznak meg a pulzációs frekvencia–Blazskó-frekvencia diagramon (l. Jurcsik és társai 2005a cikk 6. ábráját, ill. a részletes leírást Jurcsik Johanna MTA doktori dolgozatában). Mivel a #020 is ezen felső burkoló alatt foglal helyet, amivel a talált összefüggést támogatja. A Blazskó-effektus két észlelt ciklusa különbözik egymástól, ami igaz az amplitúdó-, és frekvenciamodulációs része is (5.2. ábra felső paneljei). Ez felveti a multiperiodikus (esetleg kaotikus) moduláció lehetőségét, de az észlelés hossza nem teszi lehetővé ilyen hipotéziseknek sem a megerősítését, sem a cáfolatát.

#132: A 5.2. ábra bal oldali középső paneljén látható fénygörbén egyértelműen követhető három, fokozatosan csökkenő amplitúdójú Blazskó-ciklus. A Fourier-spektrum is egyértelmű triplett-szerkezeteket tartalmaz a fő pulzációs frekvencia és harmonikusai körül. A kisfrekvenciás részen három szignifikáns frekvencia található: $f^{(1)} = 0.0355$ d^{-1}, $f^{(2)} = 0.0143$ d^{-1} és $f^{(3)} = 0.0475$ d$^{-1} \approx f^{(1)} + f^{(2)}$. Az $f^{(1)}$ frekvencia magával a Blazskó-moduláció $f_{\rm B}$ frekvenciájával azonosítható, az $f^{(2)}$ nagy valószínűséggel az adatsor hosszához tartozik, míg az $f^{(3)}$ ezen két frekvencia lineáris kombinációja. Az első három fehérítési lépés után, amelyek során eltávolítottam a fő pulzációs frekvenciát, annak harmonikusait és az összes szignifikáns Blazskó-oldalcsúcsot, a maradvány spektrumában a harmonikusok között két csoportban láthatók frekvenciák (5.3. ábra középső panele). Ezek a csúcsok a legerősebbek a fő pulzációs frekvencia és az első felharmonikus között. A legnagyobb amplitúdójú az $f' = 2.8394$ d^{-1}, a második pedig az $f'' = 2.5519$ d^{-1}. Utóbbi frekvenciát beazonosíthatjuk mint $f'' \approx 3/2 f_0$, azaz a jól ismert perióduskettőződéshez (PD) tartozik. Mi a helyzet az f'-vel? Számos tanulmány (Benkő és társai, 2010, 2014; Poretti és társai, 2010; Szabó és társai, 2014; Molnár és társai, 2015) talált hasonló pozícióban, azaz a PD-frekvenciák és az első felharmonikus között kis amplitúdójú frekvenciákat. Ezeket az f_2 frekvenciákat a második radiális felhang frekvenciájával, illetve azzal közel azonos frekvencián megjelenő nemradiális módus frekvenciájával azonosítják. #132-as csillagnak erre a két frekvenciára vonatkozó periódusaránya $P_2/P_0 = 0.601$, a valaha talált legnagyobb.

Az $f' = f_2$ azonosítás ellenőrzésére a korábban a 4.1.2. fejezetben említett elméleti modelleket hívtam segítségül[2] (l. Benkő és társai 2016 cikkem 4. ábrája). Megállapítottuk, hogy a #132 a korábban talált csillagokéihoz képest nagy periódusaránya még bőven az elméleti modellek által a második felhangra megengedett tartományba esik. Így tehát a #132 Fourier-spektruma egyszerre tartalmazza a második radiális felhang és a PD-effektus frekvenciáit, ahogyan azt számos más *CoRoT*- vagy *Kepler*-csillag (pl. CoRoT 101128793, Poretti és társai 2010; V355 Lyr, KIC 7257008, és KIC 9973633 Benkő és társai 2014) esetében is látjuk.

Az 5.2. ábrán jobb oldalt középen látható O−C-diagramból egyértelmű a frekvenciamoduláció megléte. Az O−C-diagram Fourier-spektruma a Blazskó-moduláció $f_{\rm B}$ frekvenciáján túl tartalmazza a $2f_{\rm B}$ harmonikust is, jelezve a moduláció nemli-

[2]Ezeket a modelleket Szabó Róbert számolta.

neáris természetét. Az egymást követő Blazskó-ciklusok O−C-görbéi különböznek egymástól, de nem csökkenő az amplitúdójuk, mint a fénygörbe ciklusaié. Így aztán mind a fénygörbe, mind pedig az O−C-görbe alapján a tisztán monoperiodikus Blazskó-effektus itt is, akárcsak a #020 csillag esetében, kizárható.

#561: Mind a fény-, mind az O−C-görbe (5.2. ábra lent) mutatja a Blazskó-effektust. Ezek alapján az amplitúdómoduláció regulárisabbnak tűnik, mint a frekvenciamoduláció. A fénygörbe Fourier-spektrumában a modulációs oldalcsúcsok aszimmetrikusak: a bal oldali csúcsok kisebb amplitúdójúak, mint a jobb oldaliak. Ha az összes szignifikáns oldalcsúcsot fehérítéssel eltávolítjuk, a maradványspektrumban nem látunk egyetlen további szignifikáns frekvenciát sem.

Érdekes, hogy míg az RRab csillagok közül eddig csak Blazskó-effektust mutatókban találtak extra frekvenciákat (Benkő és Szabó, 2015a), ugyanakkor nem minden blazskós RRab csillagban vannak ilyen frekvenciák. Jó néhány olyan a *CoRoT* (Szabó és társai, 2014) és a *Kepler*/*K2* mérése alapján ismert (Benkő és társai, 2014; Molnár és társai, 2015) Blazskó-csillag van, ahol a keresés ellenére sem sikerült ilyen frekvenciákat azonosítani. Amint azt ebben a fejezetben láttuk, az #561 és a #020 csillag is ehhez a csoporthoz tartozik. Eltöprenghetünk, hogy ez a negatív eredmény csak valamilyen kiválasztási hiba következménye-e, vagy tényleges effektus. Kiválasztási hibát az okozhatna, ha az extra frekvenciák időfüggése olyan lenne, hogy az amplitúdójuk viszonylag hosszú időn keresztül a kimutathatóság alatt van, és csak rövid időkre erősödnek a kimutathatósági határ fölé. Ennek az elképzelésnek a megerősítésére vagy cáfolatára az elméleti modellek adhatnak esetleg választ.

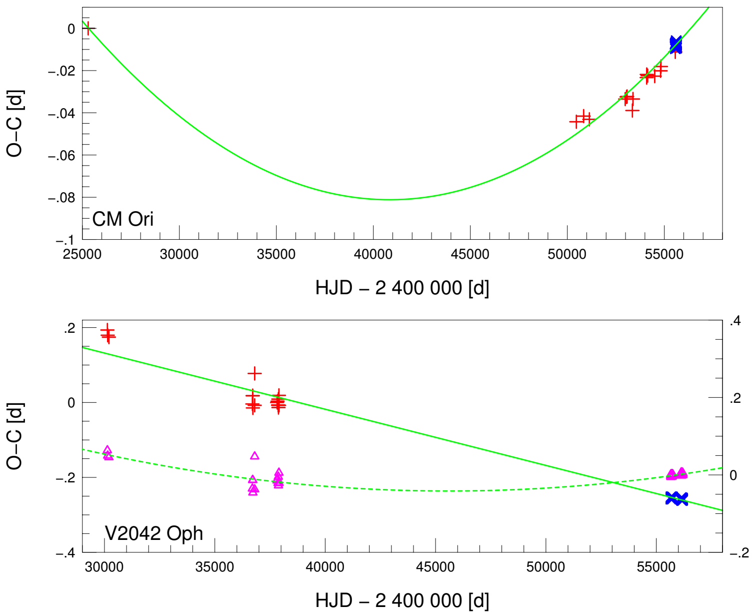
5.4. RRab csillagok Blazskó-effektus nélkül

5.4.1. A pulzációs periódusok stabilitásvizsgálata

Amint azt korábban említettem, két csillagunk (a CM Ori és a V2042 Oph) volt ismert RR Lyrae változó. A CM Ori-t Ross (1925) találta korai fotografikus felvételeken, míg a V2042 Oph-t a sonnebergi lemezeken Hoffmeister (1949) fedezte fel. A két csillag időről időre maximumészlelések célpontja volt. A GEOS RR Lyrae adatbázis[3] (Le Borgne és társai, 2007) 13 és 17 maximumészlelést tartalmaz a CM Ori-ra, ill. a V2042 Oph-ra. Ezeket az adatokat kiegészítettem három további maximumészleléssel, amit a TAROT Survey (Le Borgne és társai, 2012) eredményezett, valamint a szóban forgó *CoRoT*-adatokkal. Hoffmeister (1930) maximumészleléseit nem használtam, mivel azok időadatai nagyon pontatlanok (±7 min). Megkonstruáltam a hosszú időskálájú O−C-diagramot, amely az 5.4. ábra felső panelén látható. Az O−C pontok egy parabola mentén oszlanak el, folytonos periódusnövekedést jelezve. A következő egyszerű kvadratikus függvényt illesztettem az adatokra:

$$\mathrm{O} - \mathrm{C} = at^2 + bt + c,$$

[3] http://rr-lyr.irap.omp.eu/



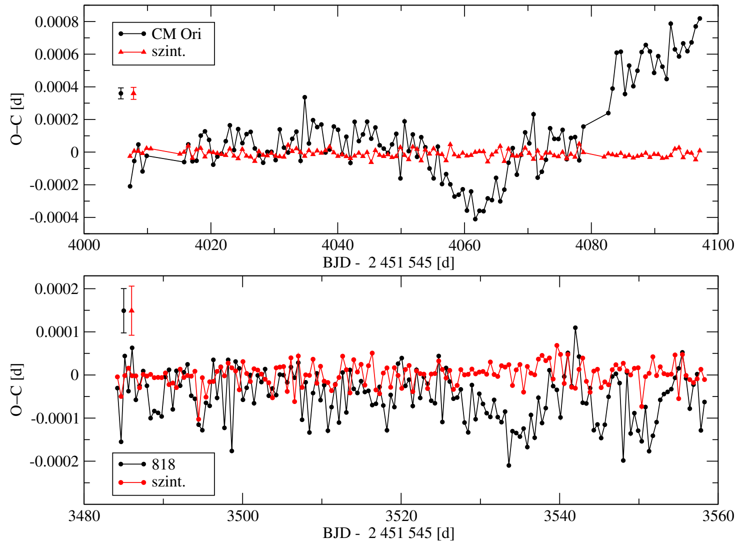
5.4. ábra. *A CM Ori (fent) és a V2042 Oph (lent) hosszú időskálájú O−C-diagramja. A piros +-ok a historikus adatokat jelölik, a kék x-ek mutatják a CoRoT méréseit. A felső panelen lévő zöld folytonos vonal mutatja a parabolikus illesztés eredményét. Az alsó ábra lila háromszögei azokat az O−C adatokat mutatják, amiket a lineáris trend (zöld folytonos vonal) levonása után kaptam. Az alsó panel jobb oldali függőleges skálája ehhez a reziduálhoz tartozik. A zöld szaggatott vonal pedig a reziduálra illesztett parabolát mutatja.*

ahol a, b, c konstansok, $a = \beta$ pedig a szokásos lineáris periódusváltozási ráta, t az idő[4]. A periódusnövekedés üteme $\beta = 3.37 \cdot 10^{-10} \pm 6 \cdot 10^{-12}$ dd^{-1}, vagy másképpen, 0.092 ± 0.002 dMy^{-1}.

A V2042 Oph O−C-diagramja (5.4. ábra alsó panelje) a GEOS adatbázis adatait és a két *CoRoT*-futás pontjait tartalmazza. Az 512 s-os *CoRoT* időpontokat Weingrill (2015)-nek megfelelően 224 s-mal eltoltam. Az O−C-diagram arra utal, hogy a GEOS-ben található P_0=0.5385 d periódus túlságosan hosszú. Az adatokra illesztett egyenes meredekségéből $1.5 \cdot 10^{-5}$ d korrekciót kaptam, ami jó egyezésben van újonnan meghatározott *CoRoT*-periódussal ($P_0 = 0.53849$). A korrekciót alkalmazva (vagyis levonva az adatokból az illesztett egyenest) megint csak periódusnövekedést jelző parabolikus O−C-diagramot kaptam. Az illesztett parabola (zöld szaggatott vonal) alapján a periódusnövekedés üteme $\beta = 3.9 \cdot 10^{-10} \pm 2 \cdot 10^{-11}$ dd^{-1}, avagy 0.11 ± 0.005 dMy^{-1}.

Ezek a periódusváltozási ütemek jó egyezésben vannak az elfogadott csillagfej-

[4]Meg kell jegyeznem, hogy a GEOS adatbázis heliocentrikus Julián-dátumokat ad meg, míg a *CoRoT* baricentrikus Julián-dátumokat használ. A különbség a kétféle időadat között azonban olyan kicsi, hogy ebben a vizsgálatban elhanyagolható volt.



5.5. ábra. *A CM Ori (fent) és a #818 (lent) O−C-diagramja mintafénygörbék fáziseltolódásaiból számolva. A fekete pontok a mérési adatokhoz, a piros háromszögek a szintetikus adatokhoz tartoznak (részleteket l. a szövegben). A jobb láthatóság kedvéért a hibahatárokat külön ábrázoltam, ill. összekötöttem az egymás után következő pontokat. (A függőleges skálák különbözők!).*

lődési modellek (Dorman, 1992; Demarque és társai, 2000; Girardi és társai, 2000) jóslataival. Ezek a HRD-n „vörös irányába" történő fejlődésre $\alpha = 1$ és $10{\cdot}10^{-10}$ dd^{-1} közötti arányokat adnak, ahol $\alpha = \beta/P_0$. A esetünkben a CM Ori-ra és a V2042 Oph-ra $\alpha = 5.12$, illetve $7.2{\cdot}10^{-10}$ dd^{-1}. Az általam meghatározott értékek úgyszintén jól illeszkednek a közelmúltban az M3 gömbhalmaz csillagaira empirikusan meghatározott értékekhez (Jurcsik és társai, 2012).

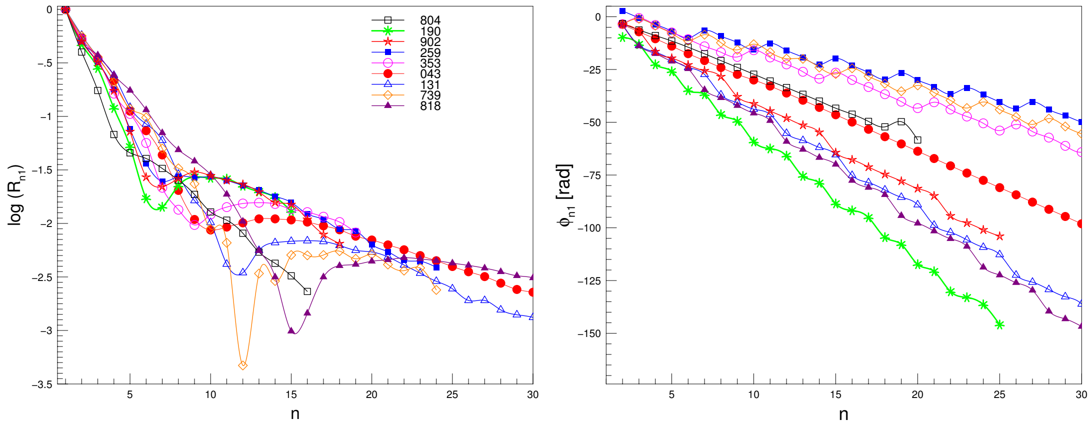
A hosszabb időskálájú periódusváltozások vizsgálata után nézzük meg, mennyire stabil a nemblazskós csillagok pulzációs periódusa az egymást követő ciklusokban. Nemec és társai (2011) már végeztek ilyen stabilitásvizsgálatot a *Kepler*-mintán. Ők az egyes Fourier-paraméterek – mint pl. $\varphi_1(t)$, $\varphi_{31}(t)$, $A_1(t)$, $R_{21}(t)$ – időfüggését számították ki, és az összes függvényt konstansnak találták némi véletlenszerű szórással.

Derekas és társai (2012) más megközelítést használtak amikor véletlenszerű periódusváltozást sikerült kimutatniuk a *Kepler* mező egyetlen cefeidáján a V1154 Cyg-n. Az O−C-diagramot vizsgálták, amelyből az egyes ciklusok hosszkülönbségére 0.015-0.02 d-ot (≈20-30 min) kaptak, ami ≈ 0.3%-a a pulzációs periódusnak. Egy hasonló nagyságrendű ciklushossz-változás 1-2 percet jelentene egy tipikus RR Lyrae csillagnál. Egy ilyen kis effektus kimutatására csak a sűrű mintavételezésű adatokból lehet esélyünk. Mindössze két *CoRoT* RRab csillag volt oversampled módban mérve, ezek a CM Ori és a CoRoT 103800**818** (Szabó és társai, 2014). A továbbiakban ezt a két adatsort vizsgálom részletesebben is.

Először megszerkesztettem a szokásos O−C-diagramokat a fénygörbék maximumaiból. Mindkét diagram konstansnak tűnik, az egyes konstans egyenesekhez tartozó standard szórások pedig a CM Ori-ra σ = 0.00061 d, ill. a #818-ra 0.00132 d. A CM Ori esetében ez a szórás 0.88 percet jelent, vagy másképpen kifejezve a periódus 0.09%-a, míg a #818-ra ezek az értékek 1.9 perc és 0.3%. A módszer pontosságát tesztelendő szintetikus fénygörbéket készítettem a tényleges csillagok Fourier-paramétereiből (frekvencia-, amplitúdó- és fázisértékekből), fehér zaj hozzáadásával. A fehér zaj szórását úgy állítottam be, hogy a kapott szintetikus fénygörbékre illesztett Fourier-összegek legkisebb négyzetes illesztési hibája azonos legyen a mért fénygörbékre kapott értékekkel, azaz 0.0037 mag a CM Ori estében és 0.0068 mag a #818-ra. Ezekre az állandó periódusú szintetikus adatokra az O−C-diagramok szórása σ =0.00058 d (CM Ori) és σ =0.00121 d (#818) volt. Ezzel tehát beláttuk, hogy az esetleges periódusváltozások csak a módszer hibáján belül lehetnek.

Ezek után egy érzékenyebb módszert vetettem be, amelyben az egyedi pulzációs ciklusok fáziseltolódásaiból határoztam meg az O−C-diagramot. Mivel ez a módszer a teljes fénygörbét használja, a szokásos maximumok körüli tartomány helyett, potenciálisan érzékenyebb a hagyományos eljárásnál. Ez a számítási mód egyébként megegyezik azzal, ahogyan Derekas és társai (2012) sikeresen kimutatták a V1154 Cyg *Kepler* cefeida periódushosszának véletlenszerű fluktuációját. A pulzációs fázis szerint összetekert fénygörbét, a fázisdiagramot, illesztettük egy 36. rendű Fourier-polinommal. Azután ezt az illesztett mintagörbét toltuk el (vízszintesen és függőlegesen), és illesztettük ciklusról ciklusra a fénygörbéhez. A vízszintes eltolás értékei határozták meg az O−C értékeket, amelyek az 5.5. ábrán láthatók fekete pontokkal. Azonos eljárást követtem a szintetikus adatokkal is. Annak az eredményét a piros háromszögek mutatják ugyancsak az 5.5. ábrán. Jól látszik, hogy a fekete és piros szimbólumok által meghatározott görbék mindkét csillagra különbözőek. A különbség a CM Ori esetén egyértelműen szignifikáns, de értéke még így is csak 0.0008 d (1.2 min). Mi okozhatja ezt a különbséget? Blazskó-effektusból adódó frekvenciamoduláció valószínűtlen, hiszen a Fourier-spektrumokban nincsenek kimutatható oldalcsúcsok a harmonikusok körül. Az O−C-görbe szabálytalan alakja kizárja, hogy kettősség legyen az ok. Ezek után a legegyszerűbb magyarázatnak a tényleges, véletlenszerű periódusfluktuáció tűnik. Vagyis az RR Lyrae csillagok sem tekinthetők pontos óráknak. Az O−C-diagram kumulatív természete miatt az itt látható, látszólag egy irányú változás a jól ismert bolyongási jelenség (random walk) megnyilvánulása. A jelenség ilyen megjelenését az O−C-diagramokon részletesen tárgyalják Koen (2005, 2006) munkái.

Számos szerző vetett fel különböző elméleti megfontolásokat, amelyek a cefeidák és RR Lyrae csillagok periódusának véletlenszerű „lötyögését” okozhatják (Sweigart és Renzini, 1979; Deasy és Wayman, 1985; Cox, 1998). Ugyanakkor az RR Lyrae csillagok esetében korábban egyetlen esetben sem sikerült mérésekkel kimutatni ilyesmit. Ha az általam a CM Ori-ra talált periódusváltozás nagysága tipikus, ez nem is csoda. Az a mindössze 1.2 perc kumulatív periódusváltozás, amit itt látunk, 1-2 s különbséget jelent az egymást követő pulzációs ciklusok hossza között. Egy ennyire



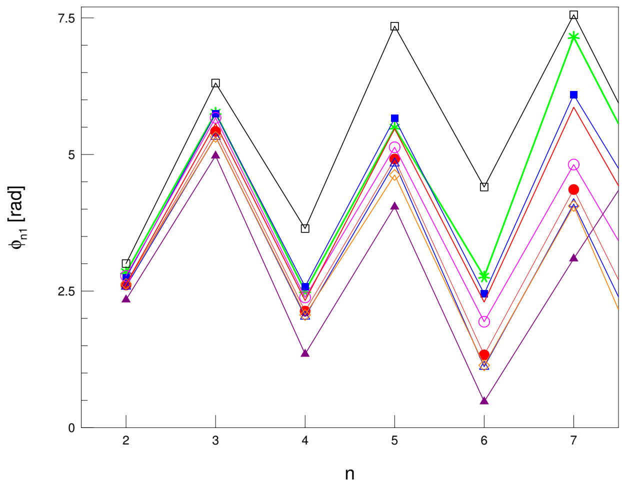
5.6. ábra. *A nemblazskós CoRoT RRab csillagok R_{n1} amplitúdóaránya az n harmonikus rend függvényében (balra). Minden egyes pont egy csillag adott amplitúdóarányát jelenti. Az egyes csillagok más-más szimbólummal vannak ábrázolva (l. az ábra jelmagyarázatát). A jobb követhetőség kedvéért az egymást követő amplitúdóarányokat folytonos vonallal kötöttem össze. Az epochától független φ_{n1} fáziskülönbségek az n harmonikus rend függvényében (jobbra). A szokásoktól eltérően a fáziskülönbségeket nem transzformáltam egy adott véges (pl. $0 < \varphi_{n1} < 2\pi$) intervallumra, így a görbék jobban követhetők.*

kis különbség eséllyel csak sűrűn mintavételezett folytonos adatsorokból mutatható ki.

A harmonikusok amplitúdói és fázisai

Az RR Lyrae csillagok Fourier-spektrumában található harmonikus frekvenciák amplitúdói a növekvő harmonikus renddel csökkennek. Régebben ezt a csökkenést többnyire exponenciálisnak gondolták, de (legalábbis a nemblazskós csillagok esetére) részletesen senki nem vizsgálta. Az űrfotometriai észlelések nagyszámú harmonikus frekvencia megtalálását teszik lehetővé, és ezek alapján úgy tűnt, a lefutás nem feltétlen írható le egy exponenciális függvénnyel. Igazából két csillagot vizsgáltak eddig ilyen szempontból (a CoRoT 101370131-et Paparó és társai 2009; Benkő és társai 2012a, és a CoRoT 103800818-at Szabó és társai 2014) és mindkettőre hasonló lefutást kaptak: az amplitúdók exponenciálisan csökkennek, majd a csökkenésben egy visszafordulás látszik, amely után megint csak exponenciális csökkenés következik, de kisebb exponenssel, mint az alacsony rendekre. Ebben a részben azt vizsgálom meg, mennyire általános ez a viselkedés.

Meg kell jegyezzem, hogy a Blazskó-effektust mutató RRab csillagok amplitúdólefutását jó néhány cikk vizsgálta (pl. Smith és társai 1999; Jurcsik és társai 2005b, 2006, 2009b). Ezek a munkák azonban elsősorban a harmonikusok és a Blazskó-oldalcsúcsok amplitúdóinak lefutásában levő különbségekre helyezték a hangsúlyt. A közelmúltban Zalian és társai (2016) az S Ara esetében azt találták, hogy hiperbo-



5.7. ábra. *Az alacsony rendű fáziskülönbségek a szokásos skálán. A jelölések megegyeznek az 5.6. ábráéval.*

likus függvénnyel kisebb hibával illeszthető a harmonikusok lefutása, mint az exponenciálissal. A Blazskó-csillagok esetében azonban a harmonikusok amplitúdóit erősen befolyásolja a jelenség frekvenciamodulációs része (Benkő és társai, 2011). Más szavakkal, az amplitúdólefutást a pulzáció alapvető fizikája mellett a nem tisztázott eredetű moduláció hatásainak keveredése szabja meg. Ahhoz, hogy ezt a bonyodalmat elkerüljem, ezeknél a vizsgálatoknál a Blazskó-effektust nem mutató csillagokra szorítkoztam.

Mintámat, amely eredetileg a hat újonnan felfedezett monoperiodikus *CoRoT* RRab csillagból állt, kiegészítettem három további, korábban publikált *CoRoT*-csillaggal is (ezek a CoRoT 101370**131**, a CoRoT 103800**818** és a CoRoT 104315**804**, Szabó és társai 2014). Így az összes nem összemért *CoRoT* RRab-csillagot megvizsgáltam. A továbbiakban használt A_i és φ_i Fourier-paraméterek a Benkő és társai (2016) cikkem elektronikus mellékletében találhatók meg.

Ha ezekre a csillagokra felrajzolom az $R_{n1} = (A_n/A_1)$ Fourier-amplitúdóarányokat az n harmonikus rend függvényében, az 5.6. ábrát kapom. Ezen a logaritmikus skálájú ábrán az látszik, hogy az amplitúdóarányok monoton, exponenciális csökkenése az 5-15. rendig tart. A rend pontos értéke csillagról csillagra más. A lefutási függvények egy sorozatot alkotnak a #804-es csillagtól, amelynél csak egy kisebbfajta törés látható az 5. harmonikusnál, a #818-as csillagig, ahol viszont a 15. rend környékén egy mély minimum van. Az is látható, hogy a minimumok mélysége nő a növekvő harmonikus renddel, ahol megjelennek. Ezt a trendet egyedül a #739-as csillag látszik megtörni, de az annál látható mély minimumot mindössze egyetlen, nagy hibával meghatározott 12. harmonikus amplitúdója határozza meg. Lehetséges, hogy ez a pontatlanság okozza a szokatlanul mély minimumot. A csillagok sorrendje az 5.6. ábrán majdnem egybeesik a pulzációs periódus szerinti sorrenddel, ahol a mélyebb minimum a rövidebb periódushoz tartozik. A minta leghosszabb periódusú csillaga a #804 ($P_0 = 0.7218221$ d), míg a legrövidebb a #818 ($P_0 = 0.4659348$ d). Hét csillag követi ezt a szabályszerűséget, két kivétellel: ezek a #902 és a #259, amelyek hosszabb periódusú pozícióban vannak, mint a tényleges mért pulzációs periódusuk.

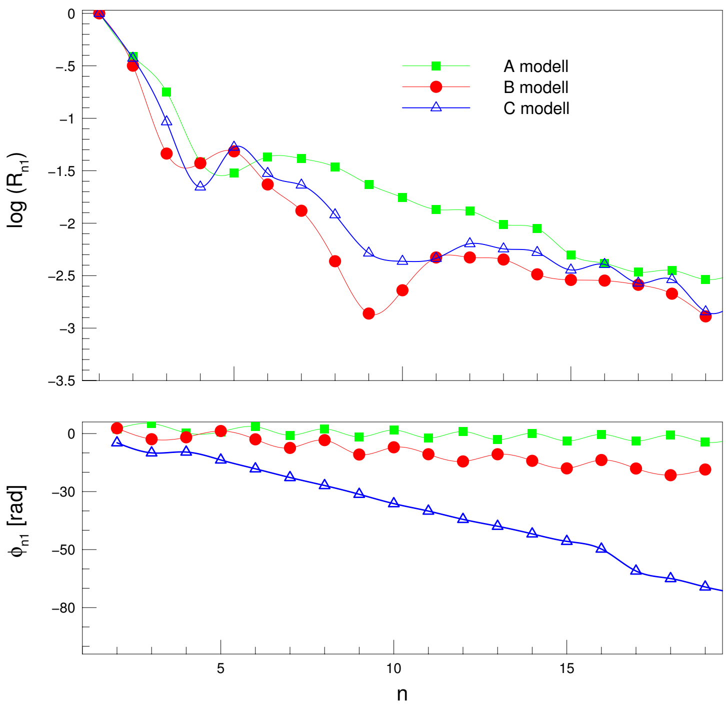
Egy idősort egyértelműen csak a Fourier-amplitúdók és fázisok együttese írja le. S bár ez elvileg jól ismert, mégis sokszor kevés figyelmet fordítanak a fázisspektrumokra. Az 5.6. ábra jobb oldalán a φ_{n1} epochafüggetlen fáziskülönbségeket ábrázoltam Simon és Lee (1981) definíciójának megfelelően: $\varphi_{n1} = \varphi_n - n\varphi_1$ (n egész), és az értékeket nem transzformáltam egy véges intervallumra, ahogyan ezt általában szokták. Ennek oka egyszerű. Illusztrálására szolgál az 5.7. ábra, amin az első hét φ_{n1} fáziskülönbséget tüntettem fel a $(0, 5/2\pi)$ intervallumban. Az egyes csillagok lefutásai ebben az ábrázolásmódban eléggé nehezen választhatók szét.

Az 5.6. ábra jobb oldalát megnézve azt látjuk, hogy az egyes csillagok $\varphi_{n1}(n)$ függvényei egymástól széttartóak, mégpedig a távolságuk a növekvő harmonikus renddel egyre nő. Ez aztán egy legyezőszerű formát alakít ki a $\varphi_{n1}(n) - n$ síkon. Ez a széttartó viselkedés azt sugallja, hogy a fénygörbék finomszerkezete (amelyet a magasabb harmonikusok írnak le) sokkal jobban különbözik egymástól, mint azt a fő jellegzetességeket megragadó alacsonyabb rendű harmonikusok alapján gondolnánk. Az egyedi csillagok $\varphi_{n1}(n)$ függvényei a legyező alak közepén egyenesek (#043), míg annak szélein erősen cikk-cakkos görbék (l. pl. #259, #190).

A fénygörbék olyan finomszerkezetét, mint amilyen a magasabb harmonikusok amplitúdólefutása, még soha nem vizsgálták elméleti úton. Stellingwerf és Donohoe (1987) egy egyszerű nemadiabatikus egyzóna-modellt használó pulzációs modell-lel adott becslést az R_{n1} és φ_{n1} paraméterekre $n \leq 10$ esetére. Az amplitúdóarányok és fáziskülönbségek harmonikus rendtől való függését ők nem vizsgálták, de a 6-7. ábráik alapján monoton amplitúdólecsengést kaptak a növekvő n mellett, néhány modell-fénygörbe kivételével, ahol is az általuk bevezetett „élesség” (acuteness) paraméter kicsi volt. Ezekben az esetekben a magasabb rendű harmonikusok ($n \geq 7$) amplitúdói lehettek nagyobbak is az alacsonyabb rendűekénél. A fázisokat tartalmazó 8-9. ábráik monoton növekedést jósolnak (a $0 \leq \varphi_{n1} \leq 3\pi$ intervallumban) legalábbis az $n \leq 6$ rendekig, amely egyértelműen ellentmond az észleléseknek (l. 5.7. ábra). Dorfi és Feuchtinger (1999) elméleti fénygörbék amplitúdóarányait és fáziskülönbségeit számította ki egy sokkal fejlettebb nemlineáris, konvektív, egydimenziós pulzációs kód segítségével, de ezek a számítások csak az 5. harmonikus rendig mentek. Ennek ellenére a sokkal valószerűbb fizika sokkal realisztikusabb eredményt adott a fáziskülönbségekre is (l. a cikkük 8. ábráját)[5]. A különböző panelekről leolvasható fáziskülönbség-értékeket összevetve felismerhetjük, hogy a modellek is hasonlóan cikk-cakkos lefutást adnak, mint amilyet a mért fénygörbék (5.7. ábra).

Végül összehasonlítottam az amplitúdó- és fázislefutásokat egy mai, korszerű elméleti modell jóslataival is. A Fourier-amplitúdókat és fázisokat a modellek által

[5] Az ábrán látható fázisok koszinuszos felbontásból származnak, vagyis a munkámmal való összehasonlításhoz megfelelő módon el kell őket tolni (pl. $\varphi_{21} = \Phi_{21} - \pi/2$, $\varphi_{31} = \Phi_{31} + \pi$).



5.8. ábra. *Néhány elméleti fénygörbe $R_{n1}(n)$ amplitúdóarányának (fent), és epochafüggetlen fáziskülönbségének φ_{n1} (lent) lefutása az n harmonikus rend függvényében.*

megadott $T(t)$ fotoszferikus hőmérséklet, ill. a $\lg g(t)$ felszíni gravitációs gyorsulás időfüggvényeiből határoztam meg. A modellfüggvények a Florida–Budapest hidrokódból (Kolláth és Buchler, 2001; Kolláth és társai, 2002) származnak[6]. Mivel a modellek egzakt feketetest-közelítést használnak ezeket a fotoszferikus mennyiségeket használhatjuk az effektív értékek helyett. Három modellfénygörbét vizsgáltam. Jelöljük ezeket A-val, B-vel, ill. C-vel. Az A modell bemenő paraméterei a következők: $M = 0.65$ M$_\odot$ (a csillag tömege), $L = 40$ L$_\odot$ (a luminozitás), $T_{\rm eff} = 6477$ K (a bemenő statikus modell effektív hőmérséklete), Z=0.0001 (fémtartalom). A B modellre ezek a paraméterek: $M = 0.77$ M$_\odot$, $L = 50$ L$_\odot$, $T_{\rm eff} = 6300$ K, Z=0.004; míg a C-re: $M = 0.71$ M$_\odot$, $L = 40$ L$_\odot$, $T_{\rm eff} = 6300$ K, Z=0.004.

A közvetlen összehasonlításhoz elő kell állítani a szintetikus *CoRoT*-fénygörbéket a modellek $T_{\rm eff}(t)$, $\lg g(t)$ kimeneteiből. A szintetikus fotometria alapképletét (Bessell, 2005) alkalmazva meghatároztam a fotonszámokban kifejezett detektálható $N_{\rm p}$ fluxust:

$$N_{\rm p} = \frac{1}{hc}\int F(\lambda)\lambda R(\lambda)S(\lambda)d\lambda, \tag{5.1}$$

ahol $F(\lambda)$ a csillag spektrális energiaeloszlása energiaegységekben, $R(\lambda)$ a mérőrendszer válaszfüggvénye, $S(\lambda)$ a szűrőfüggvény, λ a hullámhossz, h a Planck-állandó és c

[6] A futtatásokat Szabó Róbert végezte.

a fénysebesség. A fluxust kiszámításánál a *CoRoT* távcső és az arra szerelt detektor $R(\lambda)$ spektrális válaszfüggvényét vettem figyelembe, ahogyan azt Auvergne és társai (2009) megadta. Szűrő nem lévén, a szűrőfüggvényt 1-nek vettem ($S(\lambda) = 1$).

Jelöljük ennek a számításnak az eredményét $N_{\mathrm{p}}^{\mathrm{C}}$-vel, akkor a szintetikus *CoRoT* magnitúdó $m_{CoRoT} = -2.5\lg(N_{\mathrm{p}}^{\mathrm{C}}) + c_1$, ahol c_1 tetszőleges konstans. Elméleti $F(\lambda)$ spektrumokként javított Kurucz-légkörmodelleket (Castelli et al., 1997) használtam, amelyeket a Spanyol Virtuális Obszervatóriumból[7] töltöttem le. Kiválasztottam egy olyan (360 szintetikus spektrumból álló) mintát, amelynek alapvető fizikai paraméterei (T_{eff}, $\lg g$) lefedik az RR Lyrae csillagok pulzációs fázisaiban előforduló értékeket és a *CoRoT*-minta fémességtartalmát (l. később), nevezetesen T_{eff} 5750 és 8000 K között, $\lg g$ 2.5 és 5.0 között, míg [Fe/H] 0 és -2.5 dex között változik. Bár ezek a statikus légkörmodellek nem optimálisak az RR Lyrae pulzáció minden fázisában (l. pl. Barcza 2010; Barcza és Benkő 2014), megfelelő dinamikus légkörmodellek híján, első közelítésnek elfogadhatjuk ezeket. A pulzációs modell $T_{\mathrm{eff}}(t)$ és $\lg g(t)$ függvényeit használva minden egyes pulzációs fázishoz hozzárendeltem egy interpolált m_{CoRoT} értéket. A *CoRoT*-fénygörbék ilyen legyártása egyenértékű a fázisfüggő bolometrikus korrekcióval, amit Kovács és Kanbur (1998) alkalmaztak V-szín esetén.

A szintetikus fénygörbék Fourier-felbontását mutatom be az 5.8. ábrán hasonló formában, ahogyan azt az észlelttel tettem az 5.6. ábrán. A felső panelen az A modell amplitúdólefutása hasonló az észlelt fénygörbékéhez, de a nagyobb fémességű B és C modellekén kettős minimum látható. Valós csillag esetében ilyennel eddig nem találkoztunk. Ilyenkor az sem világos, hogy vajon melyik minimum felelhet meg az észlelt lefutások egyértelmű minimumainak. A fáziskülönbségek lefutásai az 5.8. ábra alsó panelén fenomenologikusan megint csak hasonlóak az észlelt görbékhez (5.6. ábra bal oldala), de az A modell számszerű φ_{n1} értékei szokatlanul nagyok. Összegzésül azt mondhatjuk, hogy a jelenleg használatos 1D hidrodinamikai modellek nem képesek reprodukálni az RR Lyrae csillagok észlelt fénygörbéinek finomszerkezetét még az egyszerűbb, nem modulált esetekben sem. Talán a jelenleg fejlesztés alatt álló többdimenziós kódok (2D/3D Mundprecht és társai 2013; Geroux és Deupree 2015) képesek lesznek a közeljövőben jobb szintetikus fénygörbéket előállítani. Valószínű azonban, hogy a modellek és az észlelés teljes egyezéséhez meg kell várnunk a részletes dinamikus légkörmodellek kifejlesztését is. Minden esetre felhívom az olvasók figyelmét az 5.6. ábra diagramjaira. Ezek a diagramok érzékeny eszközei lehetnek az RR Lyrae fénygörbék finomszerkezetének vizsgálatának, az elméleti modellek és az észlelés „összecsiszolásában”.

5.5. Becslés a fizikai paraméterekre

Ismeretes, hogy az RR Lyrae csillagok standard Johnson V fénygörbéire léteznek empirikus képletek (e.g. Jurcsik és Kovács 1996; Jurcsik 1998; Kovács és Walker 2001), amelyekkel becslés adható olyan alapvető fizikai paraméterek értékeire, mint a

[7]http://svo.cab.inta-csic.es/theory/db2vo4/index.php?model=Kurucz

fémtartalom, az effektív hőmérséklet, felszíni gravitációs gyorsulás, tömeg stb. Csakhogy a *CoRoT*-fénygörbék (sem a monokromatikus sem a színi észlelések) nincsenek semmilyen standard fotometria rendszerbe bekötve. Elvben ilyen transzformációk létezhetnek, de még senki nem publikált ilyesmit. Az ilyen transzformációk alapelvét és főbb nehézségeit Weingrill (2015) cikke tárgyalja. Egy hasonló, *Kepler* RR Lyrae csillagok K_p fénygörbéire vonatkozó, problémát sikeresen megoldottak Nemec és társai (2011). Három nem modulált *Kepler* RR Lyrae fénygörbéjét összevetették azok földi V fénygörbéivel és az empirikus formulákhoz szükséges Fourier-paraméterekre numerikus eltolásokat határoztak meg. Azután a megfelelően eltolt paramétereket behelyettesítették a V-szűrős képletekbe. A kapott fizikai paraméterek meglepően jók lettek, amint azt későbbi nagyfelbontású spektroszkópiájuk (Nemec és társai, 2013) is megerősítette. Egy más megközelítést alkalmazott az OGLE csoport. Mivel az OGLE-III méréseinek (Soszyński és társai, 2009) nagy része Cousins I színben történt, az RR Lyrae csillagok fizikai paramétereinek becslésére empirikus képleteket vezettek le az I-színben mért fénygörbékből. Az OGLE csoport tehát független empirikus kalibrációt hajtott végre (Smolec, 2005; Pietrukowicz és társai, 2012) a V-színre való transzformálás helyett.

5.5.1. A *CoRoT* adatok színi transzformációja

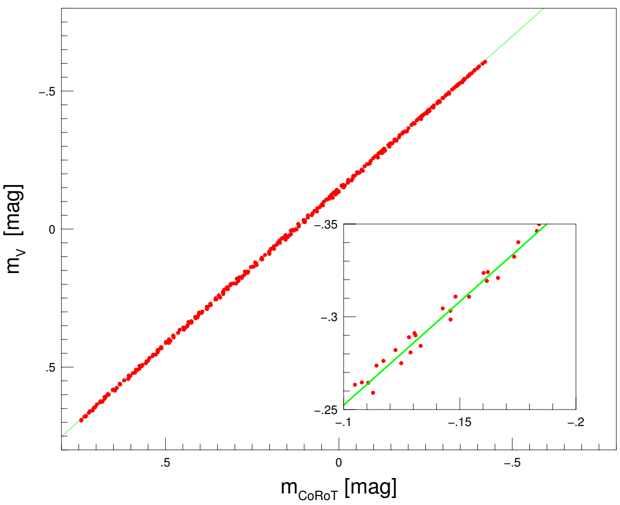
A *CoRoT*-színek és monokromatikus adatok teljes körű kalibrációja nem volt célom. Ehelyett két alternatív megoldást próbáltam ki. Elsődleges célom az volt, hogy a mintám fizikai paramétereit megbecsülve kiválasszam a valamilyen szempontból különleges, nem átlagos csillagokat, persze feltéve, ha vannak egyáltalán ilyenek benne. Egy ilyen célra egy hozzávetőleges paraméterbecslés is elegendő, nem szükséges a lehető legegzaktabb transzformáció.

(1) A *CoRoT* fehér fényben mért adatai közvetlen analógiába állíthatók a *Kepler* színszűrő nélküli K_p magnitúdóival, amelyeket Nemec és társai (2011) használt. Sajnos esetünkben még annyi V észlelés sincs, mint a *Kepler*-mintára. Mindössze egy majdnem teljesen lefedett, mellesleg általam mért, fénygörbéje van a CoRoT 101370131-nek (Szabó és társai, 2014). Továbbá a CM Ori Fourier-paraméterei ismeretesek még, amiket Skarka (2015) határozott meg SuperWASP adataiból. Ebből a két csillagból az empirikus formulákban használt két Fourier-paraméterre azt kaptam, hogy

$$A_1^V = A_1^{CoRoT} + (0.10 \pm 0.04),$$
$$\varphi_{31}^V = \varphi_{31}^{CoRoT} - (0.05 \pm 0.04),$$

ahol A_1 jelöli a fő pulzációs periódus Fourier-amplitúdóját, φ_{31} pedig az epochafüggetlen fáziskülönbség a szokásos módon definiálva: $\varphi_{31} = \varphi_3 - 3\varphi_1$, φ_1 és φ_3 a fő pulzációs frekvencia, ill. második harmonikusának fázisa. A felső indexek a használt színeket jelzik.

(2) Az előző transzformáció nyilvánvaló gyengeségei miatt alternatívaként ismét a szintetikus fotometriához (pl. Straižys 1996; Bessell 2005) nyúltam. Ez lehetővé teszi, hogy a monokromatikus *CoRoT* RR Lyrae észleléseket standard Johnson



5.9. ábra. *A szintetikus monokromatikus CoRoT (m_{CoRoT}) és a szintetikus Johnson V (m_V) magnitúdók közötti korreláció. Az inzert az ábra egy részletét nagyítja ki, ami a másodlagos paraméterektől (fémesség,* lg*g) való gyenge függést illusztrálja.*

V fénygörbékké transzformáljam, amelyekre aztán az empirikus képletek közvetlenül alkalmazhatók. A szintetikus fotometria 5.1 alapképlete szerint meghatározom a csillag N_p észlelt fluxusát fotonszámokban. Ebben az esetben a fluxust kétszer számítottam ki, egyszer a *CoRoT* műszer $R(\lambda)$ spektrális válaszfüggvényét használva (Auvergne és társai, 2009) szűrő nélkül. Ennek a számolásnak az eredményét N_p^C-vel jelöltem. Másodjára pedig ezt az $R(\lambda)$ függvényt összeszoroztam a Bessell-féle V-szűrő elméleti $S(\lambda)$ szűrőfüggvényével (Bessell, 1990), és akkor a N_p^V-t kaptam. A modellspektrumok (360 elemű) mintája azonos volt a korábban az 5.4.1. fejezetben használttal.

Korreláltattam a $m_{CoRoT} = -2.5\,\mathrm{lg}N_\mathrm{p}^\mathrm{C} + c_1$ szintetikus *CoRoT* magnitúdókat a szintetikus V magnitúdókkal, azaz: $m_V = -2.5\,\mathrm{lg}N_\mathrm{p}^V + c_2$-vel. A magnitúdóskálára transzformált fénygörbék átlagát nullára állítottam be, amivel egyfajta relatív magnitúdót képeztem. Ha ilyen fénygörbéket használok, kikerülhetem a szintetikus fotometria abszolút zéropontjának meghatározását, ami általában igen nehéz probléma. Az itt lévő tetszőleges c_1 és c_2 konstansokat úgy állítottam be, hogy a korrelációra illesztett egyenes nullpontja az origóban legyen. A (lineáris) korreláció a szintetikus *CoRoT* és V magnitúdók között az 5.9. ábrán látható. A legjobban illeszkedő egyenes egyenlete pedig:

$$m_V = 1.1157(\pm 0.0008)m_{CoRoT}. \tag{5.2}$$

Az inzert az 5.9. ábrában az olyan fizikai paraméterektől való függést mutatja, mint a fémesség, vagy a lg$g$. Vagyis az ott látható szórás egyáltalán nem szórás, hanem a tényleges fizikai paraméterektől való függés. Szórásnak csak matematikai értelemben tekinthetők, amennyiben ezektől a fizikai paraméterektől való függés-

5.2. táblázat. *A CoRoT RRab csillagok becsült fizikai paraméterei.*

CoRoT ID	[Fe/H]$^{(1),(2)}$	$M_V^{(1),(2)}$ [mag]	$(B-V)_0^{(1),(2)}$ [mag]	lg$g$	$T_{\rm eff}^{(1),(2)}$ [K]	lg$L^{(1),(2)}$	$M^{(1),(2)}$ [M$_\odot$]	mj.
100689**962**	−0.75,−0.65	0.867,0.900	0.314,0.324	3.023	6730,6694	1.519,1.524	0.71,0.75	Bl, $D_{\rm m}>3$
101128**793**	−0.75,−0.64	0.737,0.767	0.326,0.335	2.872	6632,6600	1.546,1.534	0.52,0.52	Bl, $D_{\rm m}>3$
101370**131**	−1.32,−1.22	0.539,0.568	0.347,0.355	2.728	6436,6407	1.674,1.663	0.57,0.57	$D_{\rm m}>3$
102326**020**	−0.66,−0.56	0.501,0.538	0.395,0.407	2.612	6248,6207	1.687,1.667	0.52,0.51	Bl, $D_{\rm m}>3$
103800**818**	−0.97,−0.86	0.675,0.699	0.305,0.312	2.879	6714,6694	1.578,1.564	0.54,0.53	
103922**434**	−1.22,−1.11	0.612,0.641	0.330,0.338	2.799	6547,6520	1.627,1.612	0.56,0.55	Bl
104315**804**	−0.55,−0.45	0.557,0.594	0.387,0.399	2.646	6304,6263	1.661,1.641	0.51,0.50	$D_{\rm m}>3$
104948**132**	−0.97,−0.87	0.605,0.635	0.344,0.353	2.757	6492,6461	1.635,1.619	0.54,0.53	Bl
105288**363**	−1.13,−1.02	0.643,0.677	0.354,0.364	2.775	6435,6398	1.613,1.595	0.55,0.54	Bl
205924**190**	−1.28,−1.18	0.514,0.552	0.392,0.403	2.648	6210,6167	1.682,1.667	0.56,0.56	
605307**902**	−1.03,−0.92	0.605,0.640	0.367,0.377	2.724	6372,6333	1.636,1.623	0.54,0.54	
617282**043**	−1.39,−1.28	0.484,0.512	0.348,0.355	2.697	6418,6393	1.700,1.685	0.57,0.56	
651349**561**	−0.26,−0.15	0.702,0.740	0.375,0.387	2.735	6415,6371	1.588,1.567	0.49,0.48	Bl, $D_{\rm m}>3$
655183**353**	−1.26,−1.16	0.500,0.534	0.371,0.381	2.667	6312,6278	1.691,1.663	0.56,0.53	
657944**259**	−0.54,−0.43	0.673,0.706	0.353,0.363	2.765	6497,6461	1.601,1.582	0.51,0.50	
659723**739**	−0.89,−0.78	0.642,0.670	0.330,0.338	2.803	6581,6553	1.608,1.598	0.53,0.53	2011, $D_{\rm m}>3$
659723**739**	−0.94,−0.84	0.656,0.687	0.337,0.346	2.803	6540,6508	1.604,1.588	0.54,0.53	2012, $D_{\rm m}>3$

Az egyes oszlopok a *CoRoT* azonosítót, valamint az empirikus képletekből származó fizikai paramétereket tartalmazzák. Ezek a [Fe/H] fémesség, M_V vizuális abszolút fényesség, a $(B-V)_0$ vörösödésmentes színindex, a lg$g$ felszíni gravitációs gyorsulás (logaritmusa), a $T_{\rm eff}$ effektív hőmérséklet és az M tömeg. Az utolsó megjegyzésoszlop jelzi a Blazskó-effektust, vagy (a #793 csillag esetén) az alternatív észlelési futásokat. A mennyiségek (1) és (2) felső indexei a használt színi transzformációra utalnak (részleteket l. a szövegben). A vesszővel elválasztott mennyiségek pedig a két transzformáció eredményét mutatják.

től eltekintünk. Az 5.2. összefüggést felhasználva legyártottam a transzformált V fénygörbéket, amelyekből azután meghatároztam az empirikus képletekben használt Fourier-paramétereket.

5.5.2. A *CoRoT* RRab minta fizikai paraméterei

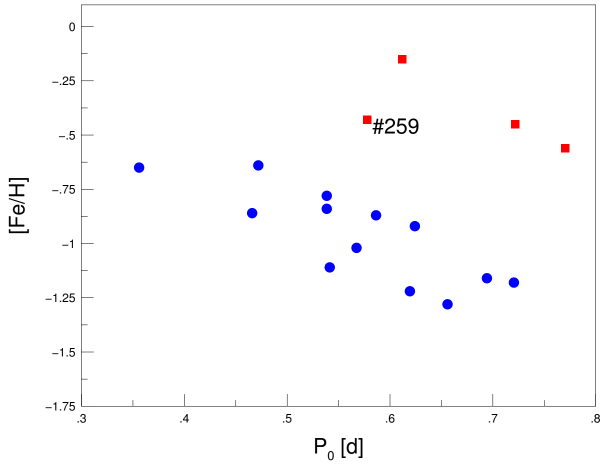
Mivel korábban egyetlen *CoRoT* RR Lyrae csillagra sem határoztak meg fizikai paramétereket az összes RRab csillagra elvégeztem a becslést. Mindössze a három összemért csillagot (CoRoT 101315488, 100881648, 101503544) hagytam el, mivel a kis amplitúdójú, torzult fénygörbéjük (l. Szabó és társai 2014) alkalmatlan volt ilyen célra. Bár az empirikus képleteket eredetileg Blazskó-effektust nem mutató csillagokon kalibrálták azóta számos munka megmutatta (Kovács, 2005; Smolec, 2005; Jurcsik és társai, 2009c, 2012; Nemec és társai, 2013; Skarka, 2015), hogy a megfelelően lefedett blazskós csillagokra is alkalmazhatók.

A számításokat függetlenül elvégeztem a fenti (1)-ben és (2)-ben leírt módon transzformált adatokkal is. A fémtartalom meghatározására Jurcsik és Kovács (1996) képletét használtam, amely a Carretta és Gratton (1997)-féle fémességskálát használja. Ahogyan azt Sandage (2004) megmutatta, az így kapott fémességek áttranszformálhatók a Zinn és West (1984) skálára. Vannak arra mutató jelek, hogy Jurcsik és Kovács (1996) képlete a nagyon kis fémtartalmak esetén szignifikánsan magasabb fémességeket ad a ténylegesnél (l. pl. Jurcsik és Kovács 1996; Nemec 2004; Nemec és társai 2013), ugyanakkor például Skarka (2015) nem talált ilyen összefüggést. Mint később látni fogjuk, a minta nem tartalmaz [Fe/H] $\lesssim -1.3$ dexnél kisebb fémességű csillagot így én a Carretta–Gratton-féle fémességskálát használtam, mint olyant, amely ebben a tartományban a nagyfelbontású spektroszkópiához legjobban illeszkedik. A $(B-V)_0$ extinkciótól mentes színindexet és a lg$g$ felszíni gravitációs gyorsulás logaritmusát Jurcsik (1998) képleteivel számoltam, míg az M_V abszolút magnitúdó meghatározásánál Nemec és társai (2013), Lee és társai (2014), és Skarka (2015) munkáit követtem, amikor egy 0.2-es nullponti eltolást alkalmaztam Jurcsik (1998) képletére. A $T_{\rm eff}$ effektív hőmérsékletet Kovács és Walker (2001) formulájából kaptam.

Az empirikus képletek két alapvető fizikai paraméterre, a csillag tömegére és luminozitására szisztematikusan különböző eredményeket adnak attól függően, hogy a kalibrációs referenciájuk pulzációs (Jurcsik, 1998) vagy evolúciós modellből (Sandage, 2006; Bono és társai, 2007) származik-e. Ezeket a különbségeket a *Kepler* RRab minta esetén részletesen tárgyalták Nemec és társai (2011). A közelmúltban azonban Marconi és társai (2015) olyan pulzációs modelleket publikáltak, amelyekben a pulzációs és fejlődési modellek nincsenek ellentmondásban: a horizontális ági fejlődési modellek eredményeit használták pulzációs modelljük bemeneteként és stabil pulzációs megoldásokat kaptak. Ezeket az új eredményeket felhasználva kiszámítottam a tömegeket és a luminozitásokat Jurcsik (1998) képleteivel, majd az egyik paraméterét rögzítve újra meghatároztam a másikat Marconi és társai (2015) van Albada–Baker-féle képletével (1. képlet a cikkben). Ennek az ellenőrző számolásnak a jellemző eredménye az volt, hogy ahhoz a pulzációs tömeghez, amelyet Jurcsik (1998) képlete ad nagyobb luminozitás kellene, mint amekkorát a luminozitásra vonatkozó Jurcsik (1998) képletből kapok. És viszont, Marconi és társai (2015) összefüggése kisebb tömeget ad, ha Jurcsik (1998) képletéből számolt luminozitást fogadom el. Csakhogy utóbbi esetben a kapott kis tömegek kívül esnek azon a tartományon, ahol a pulzáció egyáltalán lehetséges. Így aztán megtartottam a pulzációs tömegeket és a luminozitásokat Marconi és társai (2015) képletével határoztam meg. Megjegyzendő, hogy két csillagra (#793 és #363) a kétfajta számolás azonos eredményt ad mind a tömegre, mind pedig a luminozitásra, illetve hogy a #962 csillag (a V1127 Aql) 0.52 $M_\odot$ pulzációs tömege olyan alacsony luminozitást (lg$L$=1.416 dex) eredményezne, amekkorával az adott fémesség mellett a csillag jóval a horizontális ág alatt lenne. Ezért a V1127 Aql esetén az evolúciós tömeget és pulzációs luminozitást fogadtam el.

Az eredményeket az 5.2. táblázatban összegeztem. Bár mindkét színi transzformáció meglehetősen ad hoc jellegű, a kapott paraméterek meglepően hasonlóak. A vesszővel elválasztott értékek (amelyeket a két transzformációból kaptam) különbsége egyúttal a pontosságra is utal. Ellenőriztem a fénygörbealakokat is, hogy mennyire térnek el az empirikus képletek elsődleges kalibrációs mintájában szereplő fénygörbékétől. Ehhez a Jurcsik és Kovács (1996) által definiált D_{m} deviációs paramétert használtam. Néhány Blazskó-csillagra is azt kaptam, hogy D_{m}<3 ami azt sugallja, hogy az ezekre a csillagokra kapott fizikai paraméterek legalább annyira megbízhatók, mint a nemblazskós csillagokéi. Volt egy meglepő eredménye is ennek a tesztnek: három monoperiodikus csillagra (#131, #804, #739) D_{m}>3 volt, ami valamilyen fénygörbetorzulást valószínűsít. Ha összehasonlítom a csillagok egyedi Fourier-paramétereit azokkal, amiket a kalibrációs mintára vonatkozó interrelációkból (Jurcsik és Kovács, 1996) kapok, az látható, hogy az észlelt csillagok amplitúdói (pl. az A_1) mindig kisebbek, mint az interrelációk szerint lenniük kellene. Ez valamilyen fluxusvesztésre utal, ami nem példa nélküli, hiszen a *Kepler* RR Lyrae csillagainál jelentkező hasonló problémát én magam is találtam (Benkő és társai, 2014) és a 7. fejezetben részletesen is tárgyalom. A magyarázat egyszerű: a csillagok fluxusait előre definiált pixelmaszkokon integrálja a *CoRoT* is, csakúgy, mint a *Kepler*. A missziók előkészítő szakaszában fotometriai katalógusok készültek (Exo-DAT, KIC), és az ezekben szereplő fényességek alapján osztották ki aztán az adott csillagra a maszkot. Mivel mindkét űrmisszió elsődleges célja kis fényváltozások (exobolygó-átvonulások, Nap típusú oszcillációk) kimutatása volt, a maszkkiosztási stratégia jól is működött a kis fényváltozást mutató forrásokra. Az RR Lyrae csillagok nagy amplitúdójú és nemlineáris fénygörbéire ez már nincs így. Az RR Lyrae csillagok idejük nagyobb részét a halványabb fázisaikban töltik, ha egy ilyen fázishoz illesztjük a pixelmaszkot, könnyen lehet, hogy azok a maximumok környékén túl kicsinek bizonyulnak, és ezzel fluxusvesztést eredményeznek. Ezt a feltevést erősíti az is, hogy mindhárom fenti csillag egyúttal az Exo-DAT katalógus leghalványabb RRab csillagai: #131, #804 és #739 rendre 15.6, 15.94, és 15.186 mag fényességűek. További érv a fluxusvesztés mellett, hogy a #739 csillag két *CoRoT*-futásban (LRc07, LRc10) különböző maszkkal mért fénygörbéje és így azok amplitúdói és egyéb Fourier-paraméterei is különbözők. Ha a maszkok tartalmaznák a teljes fluxust, ilyen különbséget nem szabadna látnunk.

Az eredeti célom a paraméterbecsléssel az volt, hogy megtaláljam a minta különleges csillagait. A kapott fizikai paraméterek azt mutatják, hogy ilyenek a mintában nincsenek. A fizikai paraméterek az RR Lyrae csillagokra elfogadott egyensúlyi értéket tartalmazó határokon belül találhatók. A fémesség pl.: $-0.15 > [\mathrm{Fe/H}] > -1.39$, a vizuális abszolút fényesség: $0.9 > M_V > 0.484$ mag, a vörösödéstől mentes színindex: $0.305 > (B-V)_0 > 0.407$, az effektív hőmérséklet: $6210 > T_{\mathrm{eff}} > 6730$ K, a felszíni gravitációs gyorsulás: $3.023 > \lg g > 2.612$, a luminozitás: $1.700 > \lg L > 1.519$, és a tömeg: $0.75 > M > 0.48$ $\mathrm{M}_{\odot}$. Néhány klasszikus az RR Lyrae csillagokat diagnosztizáló diagramot elkészítve, mint pl. periódus-amplitúdó, vagy a $(B-V)_0$–M_V, azt találtam, hogy a *CoRoT* RRab minta két csoportot alkot. A két csoport a legjobban a periódus–fémesség-diagramon (5.10. ábra) különböztethető meg. A kék szimbólumokkal jelzett csillagok egy gyengén fémszegény csoportot alkotnak,



5.10. ábra. *A CoRoT RR Lyrae minta P_0 pulzációs periódusának és [Fe/H]$^{(2)}$ fémességének (l. 5.2. táblázat) összefüggése. A kék pontokkal jelzett csillagok egy mérsékelt fémességű (<[Fe/H]>=*−0.96 dex*) csoportot alkotnak. A piros négyszögekkel jelzettek csoportjának az átlagfémessége <[Fe/H]>=*−0.39 dex*. A két csoport között látható #259 csillagé pedig <[Fe/H]>=*−0.43 dex*.

amelynek átlagos fémessége <[Fe/H]>=−0.96 dex, míg a piros négyszögekkel jelölt csillagok (#020, #804, #561, <[Fe/H]>=−0.39 dex) a minta legfémgazdagabb csillagai, illetve a két csoport közt található a #259 csillag. A fémgazdag csoportnak szignifikánsan nagyobb az átlagos periódusa $<P_0>=0.7013$ d, mint a több elemű fémszegényebb csoporté ($<P_0>=0.5677$ d). Utóbbi csillagok az elméleti HRD-n ($\lg T_{\rm eff}$–$\lg L$-diagram) az instabilitási sáv vörös szélén helyezkednek el, ami nem meglepő hiszen az instabilitási sáv a növekvő fémességgel vörös irányba mozdul el.

5.6. Összegzés és utóélet

A fentiekben a *CoRoT*-archívumban történt teljes körű RR Lyrae-keresésem eredményeit ismertettem. Kilenc eddig nem vizsgált RRab adatsort találtam, amelyek közül hét csillag új felfedezés.

Három csillag mutatja a Blazskó-effektust. A Blazskó-ciklusok ciklusról ciklusra különböznek minden csillagra. A ciklusok változása egyszer az amplitúdómodulációban, másszor a frekvenciamodulációban erősebb, ill. könnyebben kimutatható. A jelenség oka lehet rejtett többszörös moduláció, de sztochasztikus vagy kaotikus moduláció is. Az adatsorok hossza nem teszi lehetővé a kérdés eldöntését.

A #132-es csillag Fourier-spektruma kis amplitúdójú extra frekvenciákat is tartalmaz, amiket a periódusketteződés jelenségével, ill. a radiális második felhang gerjesztettségével magyaráztam meg. Utóbbi módusazonosítást az észlelt szokatlanul nagy periódusarány ($P_2/P_0 = 0.601$) ellenére az elméleti modell legalábbis nem zárja ki. A másik két blazskós csillagban nincsenek kimutatható extra frekvenciák.

A monoperiodikus csillagok fénygörbéjének stabilitását is megvizsgáltam. **Első ízben sikerült kimutatnom egy RR Lyrae csillag (a CM Ori) esetében a pulzációs ciklus hosszának szignifikáns, véletlenszerű fluktuációját. A fluktuáció nagyon kicsi: legfeljebb 1-2 másodperc pulzációs ciklusonként (2.a. tézispont).**

A periódus hosszabb időskálájú változását is megvizsgáltam a két korábban is ismert RR Lyrae a CM Ori és a V2042 Oph esetében. A csillagok O−C-diagramjai 80, ill. 70 évet fednek le. Ezen időszak alatt mindkét csillag olyan kis mértékű periódusnövekedést mutatott, amely jó egyezésben van a csillagfejlődési modellek előrejelzéseivel.

Első ízben tanulmányoztam a nemblazskós csillagok egy nagyobb mintáján a Fourier-amplitúdók és fázisok harmonikus rendek szerinti lefutását. Azt találtam, hogy az amplitúdólefutások fenomenologikusan hasonlók egymáshoz, ugyanakkor egyfajta periódustól függő sorozatot alkotnak. Az egyes csillagok fázisainak lefutása egymástól széttartó. Az észlelt lefutásokat összevetettem a rendelkezésre álló elméleti munkákkal. Fő következtetésem az, hogy a jelenlegi modellek csak a fénygörbék globális leírására alkalmasak, a finomszerkezetek megragadására nem. A használt amplitúdó és fázislefutási diagramok, mivel igen érzékenyek a fénygörbék egyedi finomszerkezetére, alkalmas eszközök lehetnek a jövőben arra, hogy a modelleket az észlelésekkel összhangba hozzuk (2.b. tézispont).

Sikerült a színszűrő nélküli *CoRoT* RR Lyrae fénygörbéket, illetve ezek Fourier-paramétereit a Johnson *V* fénygörbékéihez transzformálnom. Melléktermékként néhány csillag esetén lehetséges fluxusvesztésre mutattam rá. Hasonló jelenséget a *Kepler* távcső nagy amplitúdójú csillagaira már kimutattak, de a *CoRoT* méréseiből még nem.

Empirikus képletek felhasználásával becslést tettem a teljes *CoRoT* RRab minta alapvető fizikai paramétereire. A kapott eredmények szerint a minta két csoportot alkot. Egy rövidebb átlagperiódusú és kisebb fémességű és egy hosszabb periódusú és nagyobb fémtartalmú csoportot. Amúgy mindkét csoport összes fizikai jellemzője az RR Lyrae csillagokra elfogadott paramétertartományban van (2.c. tézispont).

Mivel a fejezetben bemutatott munka 2016 legvégén jelent meg, utóélete még alig van. Az azonban mindenképpen figyelemre méltó, hogy a TASC (a *TESS* űrtávcső asztroszeizmológiával foglalkozó tudományos konzorciuma.) RR Lyrae munkacsoportja pályázatának tudományos indoklásában – ahol a 2 perces sűrűbb mintavételezésű RR Lyrae észlelések szükségességét indokolják – a négy pontból kettő az itteni fő eredményeimet (a fénygörbék finomszerkezetének leírása és a pulzációs ciklusok hosszának ingadozása) hivatkozzák. Magam a *Kepler* SC adatok vizsgálatát tervezem, hogy kiderítsem vajon a CM Ori ciklusingadozásai tipikusak-e vagy sem.

III. rész

A *Kepler*

6. fejezet

A *Kepler*-űrtávcső első eredményei a Blazskó RR Lyrae csillagokról

Az a *Kepler* misszió tervezése óta világos volt, hogy nagyszámú csillag folytonos nagy pontosságú idősora nemcsak exobolygókat fog eredményezni, hanem ezek az adatok magukról a csillagokról is sok mindent elárulnak. Az ezzel kapcsolatos munkára alakult meg a több mint 600 kutatót tömörítő nemzetközi együttműködés a KASC[1] (Kepler Asteroseimic Science Consortium) Jørgen Christensen-Daalsgard (Univ. Århus) vezetésével, amelynek munkájához megalakulásakor csatlakozott e sorok írója is. A KASC WG13-as munkacsoportja Katrien Kolenberg (Harvard CfA, KU Leuven) vezetésével az RR Lyrae csillagok vizsgálatát tűzte ki célul.

2010-ben elindult a Kepler adatfolyam, amiben 29 RR Lyrae fénygörbéje is elérhetővé vált. Világos volt, hogy a *CoRoT* egyedi csillagaihoz képest egy homogén nagyobb minta több kérdést is más megvilágításba helyezhet. Így aztán a munkacsoport elkezdte az adatok feldolgozását. Az első adatok gyors átnézését (Kolenberg és társai, 2010a) követően két cikk koncepciója született meg. Az egyikben az újonnan felfedezett perióduskettőződés részletes vizsgálata szerepelt. A cikk vezető szerzője Szabó Róbert volt (Szabó és társai, 2010). Az ottani eredményei pedig fontos részét képezik MTA doktori dolgozatának. A másik cikk elkészítését én vállaltam (Benkő és társai, 2010). A fő cél a teljes mintán az RR Lyrae csillagok ilyen nagy pontosságú adatsorainak első áttekintése, a Blazskó-effektusok hasonlóságai és különbségei voltak, illetve estlegesen új jelenségek felfedezése, leírása. A következőkben ezt a munkámat fogom ismertetni.

A minta csillagaira akkor jellemzően két negyedév (Q1 és Q2) adata, mintegy 138 napnyi észlelési adatsor állt rendelkezésemre. Először is meghatároztam az összes csillag pontos pulzációs periódusát, hiszen ez kilenc csillagra vagy egyáltalán nem volt korábban ismeretes, vagy a publikált adat hibásnak bizonyult. 14 csillagra si-

[1] http://kasoc.phys.au.dk/

került a Blazskó-effektus egyidejű amplitúdó- és fázismodulációját kimutatnom. A meghatározott Blazskó-periódusok 27.7 és több mint 200 d közé estek. A V445 Lyr-re egy hosszú másodlagos periódust is sikerült kimutatnom az 53.2 napos elsődleges Blazskó-periódus mellett. A *Kepler* mérési pontosságának köszönhetően a valaha mért legkisebb amplitúdójú modulációt sikerült kimutatnom. Továbbá számos kis amplitúdójú extra frekvenciát találtam az ismert harmonikusokon és modulációs oldalfrekvenciákon túl. Ezek egy része (legalább három csillagon) a perióduskettőződés jelenségéhez kapcsolódik. Négy csillagon ezek a frekvenciák a radiális első vagy második felhang frekvenciájánál jelentek meg. Megmutattam azt is, hogy ezeknek az extra frekvenciáknak az amplitúdója az időben változik. A V350 Lyr esetében pedig azt találtam, hogy a csillag ugyan nem mutat Blazskó-effektust, de Fourier-spektrumában extra frekvenciák jelennek meg a második radiális felhangnál.

6.1. Az adatokról

A Kepler misszió leírását itt nem ismétlem meg, ezekről a 3.1. fejezetben írtam. A munkámhoz a 28 csillag 29.4 perces integrációs idejű ún. „long cadence" (LC) adatait használtam, amelyeket a KASC bocsátott a rendelkezésemre. Egy további csillag (a V355 Lyr) adatait Kolenberg és társai (2010a) publikációjából vettem. Ez a csillag a Q2 negyedtől a *Kepler* vendégészlelői programja[2] keretében mint igazgatói kiválasztású célpont (Director's discretionary target) volt észlelve.

A 2009. május 2-a és 11-e közötti (9.7 napos) éles tesztüzem (commissioning phase, Q0) során hat RR Lyrae csillagról történt észlelés. Az első normál mérési ciklus (Q1) 2009. május 13-án kezdődött, és június 15-ig (33.5 napig) tartott. Az első teljes negyed (a Q2) 2009. június 19. és szeptember 16. között 89 napig folyt. Az ezekből kapott és itt elemzett adatpontok száma 4096 és 6175 között volt. Azt, hogy az egyedi csillagoknak mely mérési ciklusokból vannak adatai, a 6.1. táblázat 8. oszlopa mutatja[3].

Mivel a távcsövet évente csak négyszer forgatják el 90 fokkal (l. 3.1. fejezet), az első két (Q0, Q1) mérési sor még azonos távcsőbeállításokkal történt. A Q2 negyedben már az egyes csillagok más CCD-n, más maszkokkal lettek észlelve, ami az egyes negyedek közötti észlelésekben amplitúdókülönbséget és nullponti eltolódást okozott. Ebben a munkában a problémát a fluxusok egy skálafaktorral történő szorzásával oldottam meg egy lépésben. A hosszabb időskálájú trendek korrigálása a *CoRoT* RR Lyrae csillagokra kidolgozott és a 2.2. fejezetben ismertetett trendszűrő programom kissé módosított verziójával történt. A mért fluxusok $3.1\times10^{10} > F > 1.3\times10^{6}$ ADU közé estek, amelyekből az egyedi mérési pontok pontosságára 6×10^{-6}–9×10^{-4} mag adódik.

[2] http://keplergo.arc.nasa.gov/GOprogramDDT.shtml
[3] A publikus *Kepler*-adatok innen tölthetők le: `http://archive.stsci.edu/kepler/data_search/search.php`

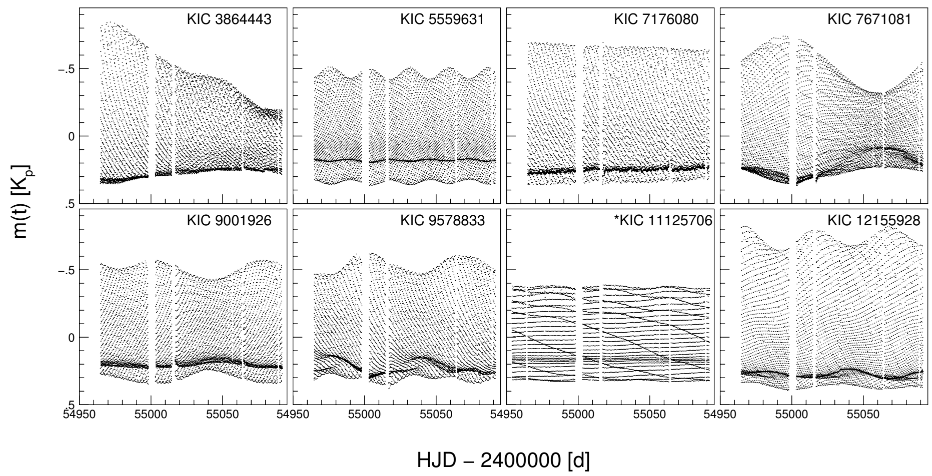
6.1. táblázat. *Az első két negyedévben (Q0-Q2) észlelt 29 RR Lyrae csillag néhány alapvető paramétere.*

KIC	α_{2000} [h:m:s]	$\delta_2$000 [deg:m:s]	K_p [mag]	P_0 [d]	$\sigma(P_0)$ [10^{-5} d]	A_1 [mag]	$\sigma(A_1)$ [mmag]	név	negyed	mj.
3733346	19 08 27.23	+38 48 46.19	12.684	0.68204	1.68	0.266	2.2	NR Lyr	Q1,Q2	
3864443	19 40 06.96	+38 58 20.35	15.593	0.48680	0.73	0.331	2.4	V2178 Cyg	Q1,Q2	Bl,n
3866709	19 42 08.00	+38 54 42.30	16.265	0.47071	0.85	0.340	3.0	V715 Cyg	Q1,Q2	
4484128	19 45 39.02	+39 30 53.42	15.363	0.54787	1.24	0.299	2.9	V808 Cyg	Q1,Q2	Bl
5299596	19 51 17.00	+40 26 45.20	15.392	0.52364	0.91	0.195	1.5	V782 Cyg	Q1,Q2	
5559631	19 52 52.74	+40 47 35.45	14.643	0.62072	1.48	0.273	2.4	V783 Cyg	Q1,Q2	Bl
6070714	19 56 22.91	+41 20 23.53	15.370	0.53410	0.93	0.229	1.7	V784 Cyg	Q1,Q2	
6100702	18 50 37.73	+41 25 25.72	13.458	0.48815	0.71	0.206	1.5		Q0,Q1,Q2	
6183128	18 52 50.36	+41 33 49.46	16.260	0.56168	1.07	0.245	1.9	V354 Lyr	Q1,Q2	Bl,n
6186029	18 58 25.69	+41 35 49.45	17.401	0.51293	1.13	0.204	2.0	V445 Lyr	Q1,Q2	Bl,n
6763132	19 07 48.37	+42 17 54.67	13.075	0.58779	1.13	0.280	2.3	NQ Lyr	Q0,Q1,Q2	
7030715	19 23 24.53	+42 31 42.35	13.452	0.68362	1.43	0.231	1.8		Q0,Q1,Q2	
7176080	18 49 24.43	+42 44 45.56	17.433	0.50708	0.94	0.357	3.0	V349 Lyr	Q1,Q2	Bl,n
7198959	19 25 27.91	+42 47 03.73	7.862	0.56688	1.26	0.239	2.2	RR Lyr	Q1,Q2	Bl
7505345	18 53 25.90	+43 09 16.45	14.080	0.47370	1.29	0.374	3.4	V355 Lyr	Q2	Bl
7671081	19 09 36.63	+43 21 49.97	16.653	0.50457	0.86	0.313	2.5	V450 Lyr	Q1,Q2	Bl
7742534	19 10 53.40	+43 24 54.94	16.002	0.45649	0.77	0.407	3.5	V368 Lyr	Q1,Q2	n
7988343	19 59 50.67	+43 42 15.52	14.494	0.58115	1.28	0.341	3.0	V1510 Cyg	Q1,Q2	
8344381	18 46 08.64	+44 23 13.99	16.421	0.57683	1.26	0.322	2.9	V346 Lyr	Q1,Q2	
9001926	18 52 01.80	+45 18 31.61	16.914	0.55682	1.13	0.287	2.5	V353 Lyr	Q1,Q2	Bl,n
9508655	18 49 08.37	+46 11 54.96	15.696	0.59424	1.33	0.339	3.0	V350 Lyr	Q1,Q2	
9578833	19 09 40.64	+46 17 18.17	16.537	0.52702	0.99	0.304	2.5	V366 Lyr	Q1,Q2	Bl,n
9591503	19 33 00.91	+46 14 22.85	13.293	0.57139	1.09	0.384	3.2	V894 Cyg	Q0,Q1,Q2	
9697825	19 01 58.63	+46 26 45.74	16.265	0.55759	1.06	0.261	2.1	V360 Lyr	Q1,Q2	Bl,n
9947026	19 19 57.96	+46 53 21.41	13.300	0.54859	0.88	0.219	1.6	V2470 Cyg	Q0,Q1,Q2	
10136240	19 19 45.28	+47 06 04.43	15.648	0.56579	1.23	0.270	2.4	V1107 Cyg	Q1,Q2	n
10789273	19 14 03.90	+48 11 58.60	13.770	0.48029	0.86	0.390	3.4	V838 Cyg	Q1,Q2	
11125706	19 00 58.77	+48 44 42.29	11.367	0.61323	0.98	0.179	1.2		Q0,Q1,Q2	Bl
12155928	19 18 00.49	+50 45 17.93	15.033	0.43639	0.71	0.394	3.4	V1104 Cyg	Q1,Q2	Bl

Az oszlopok rendre: KIC katalógusszám; pozíció; fényesség a KIC-katalógus szerint; pulzációs periódus és hibája; a fő pulzációs frekvencia Fourier-amplitúdója és hibája; változónév; az analizált mérési negyedek; megjegyzések: Bl jelenti a Blazskó-effektust, n pedig a korábban ismeretlen vagy hibásan ismert periódust, ill. amplitúdót jelöli.

6.2. Az idősorok analízise és eredményei

Első lépésként Fourier-analízist végeztem az adatsorokon. Ebből a célból a három különböző programcsomagot is használtam a MuFrAnt (Kolláth, 1990), a Period04-et (Lenz és Breger, 2005) és a SigSpec-et (Reegen, 2007). Mindhárom hasonló spektrumokat eredményezett hasonló nagyságú hibákkal. A csillagok észlelt alapparamétereit a 6.1 táblázatban összegeztem. Az első oszlopok a *Kepler* azonosítót,



6.1. ábra. *A Kepler Blazskó-csillagainak galériája. Az ábrán nyolc csillag Q0-Q2 időszak közötti teljes LC fénygörbéje látható. További csillagok fénygörbéi találhatók a 6.2. és a 7.19. ábrákon, ill. a korábban említett cikkekben (Szabó és társai, 2010; Kolenberg és társai, 2011). A fénygörbékben látható moaré-mintákat a pulzációs és a mintavételi frekvencia lebegése okozza. A Fourier-analízisben ez nem okozott problémát. A jobb láthatóság kedvéért a KIC 11125706 függőleges skáláját 1.5-szeresére széthúztam.*

az égi pozíciót és a látszó magnitúdót tartalmazzák (a *Kepler* K_p magnitúdóban). Az adatokat a *Kepler* Input Katalógusból (Kepler Input Catalog, KIC-10)[4] vettem. A táblázat következő két oszlopa a frissen meghatározott pulzációs periódust és a fő frekvencia Fourier-amplitúdóját tartalmazza azok hibáival együtt. Ezeket az adatokat a SigSpec programmal számoltam ki. A P_0 és A_1 alapvető paraméterek kilenc csillag esetében korábban vagy teljesen ismeretlenek voltak, vagy hibás értékeket tartalmaztak róluk a katalógusok (ezeket a csillagokat egy n betű jelöli az utolsó oszlopban).

Már ez a tény önmagában jelzi, mennyire nem voltak ezek a csillagok korábban vizsgálva. Továbbá az is, hogy az RR Lyrae-n kívül egyetlen más ismert Blazskó-csillag sem volt a *Kepler*-mezőben. A csillagokat jellemzően a változóként történő azonosításukkor említi meg a szakirodalom és esetleg még pozíciójuk és efemeriszük megadásakor. Az NR Lyr és a V894 Cyg radiálissebesség-méréseit a Galaxis kinematikai vizsgálatainál használták (Layden, 1994; Beers és társai, 2000; Jeffery és társai, 2007). A Northern Sky Variablity Survey (NSVS, Woźniak és társai 2004) tartalmazta az NR Lyr-t, a V355 Lyr-t és a V2470 Cyg-t. Az NSVS fénygörbék – további több mint 1100-zal együtt – Kinemuchi és társai (2006) statisztikai munkájának alapja. A még leginkább egyedi vizsgálat a V783 Cyg-ről történt Loser (1979) és Cross (1991) munkáiban, akik 1933 és 1990 között a következő efemerisznek megfelelő periódus-

[4]http://archive.stsci.edu/kepler/kic10/search.php

6.2. táblázat. *A Blazskó-csillagok periódusai, amplitúdó- és frekvenciamodulációja.*

KIC	GCVS	P_B [d]	$\sigma(P_B)$ [d]	ΔA_1 [mag]	$\Delta\phi_1$	Q	Addition. freq.[(b)]
3864443	V2178 Cyg	> 200		> 0.488	> 0.0014	0.153	F2, (PD)
4484128	V808 Cyg	≈ 90		0.304	0.012142	-0.045	PD
5559631	V783 Cyg	27.7	0.4	0.071	0.001591	0.156	
6183128	V354 Lyr	$\gg 127$		> 0.245	> 0.00245	-0.139	F2, (F1, PD, F')
6186029	V445 Lyr	53.2[(a)]	2.8	0.968	0.022442	0.540	PD, F1, F2
7176080	V349 Lyr	$\gg 127$		> 0.060	> 0.00175	-0.251	
7198959	RR Lyr	39.6	1.8	0.461	0.013836	0.676	PD
7505345	V355 Lyr	31.4	0.1	0.107	0.003518	0.136	PD
7671081	V450 Lyr	≈ 125		0.391	0.004882	0.235	
9001926	V353 Lyr	60.0	7.1	0.157	0.004026	0.033	
9578833	V366 Lyr	65.6	2.6	0.171	0.003205	-0.162	
9697825	V360 Lyr	51.4	4.3	0.356	0.008228	0.279	F1, (PD)
11125706		39.4	2.0	0.030	0.001420	0.540	
12155928	V1104 Cyg	53.1	0.3	0.105	0.002451	-0.063	

Az oszlopok tartalma: KIC katalógusszám, változónév, Blazskó-periódus és hibája, az amplitúdó-, ill. a fázisváltozást jellemző mennyiség (definícióját l. szövegben), aszimmetria paraméter, megjegyzések.

[(a)] A csillag egy a Blazskó-ciklusánál hosszabb időskálájú változást is mutat.

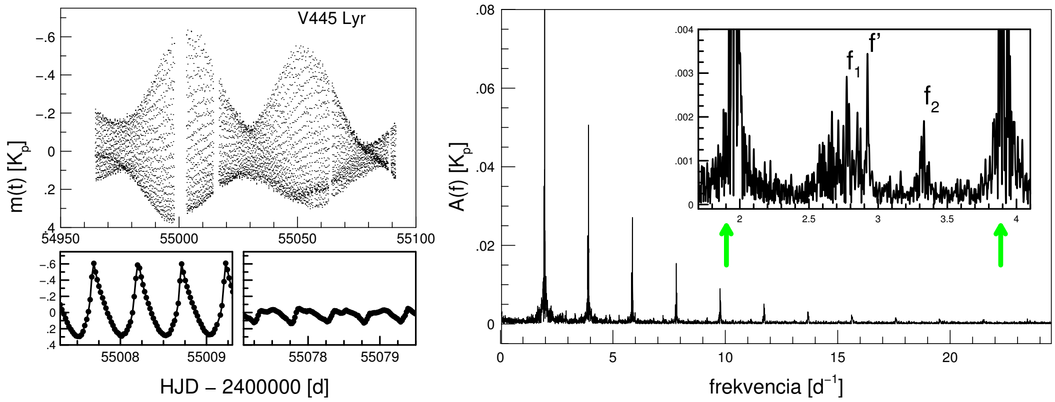
[(b)] A megjelenő extra frekvenciák jellege: perióduskettőződés (PD); F1 radiális első felhang és lineáris kombinációi az alapmódussal; F2 radiális második felhang és lineáris kombinációi; F′ nem azonosított kis amplitúdójú frekvenciák. A zárójel az adott frekvenciák nagyon kis amplitúdóját jelzi.

növekedést találták: $\mathrm{JD_{max}} = 2436394.332 + 0.62069669E + 7.5 \cdot 10^{-11}E^2$. A 6.1. táblázat szerint a periódus még mindig növekszik a Cross-féle 0.088 ± 0.023 d My^{-1} rátával jó egyezésben.

A fő periódus és amplitúdójának hibája (a táblázat 6. és 8. oszlopában) a nemlineáris legkisebb négyzetes illesztés hibája. A 6.1. táblázat utolsó három oszlopa az alternatív neveket, az analizált *Kepler*-negyedeket és a Blazskó-effektus jelenlétét tartalmazza. Mivel mind a 29 csillag periódusa, amplitúdója és fénygörbealakja az alapmódusban pulzáló RR Lyrae csillagokra (RRab) jellemző, ezért ezt az altípust külön sehol nem jelöltem.

6.2.1. Amplitúdómoduláció *Kepler* RR Lyrae csillagokon

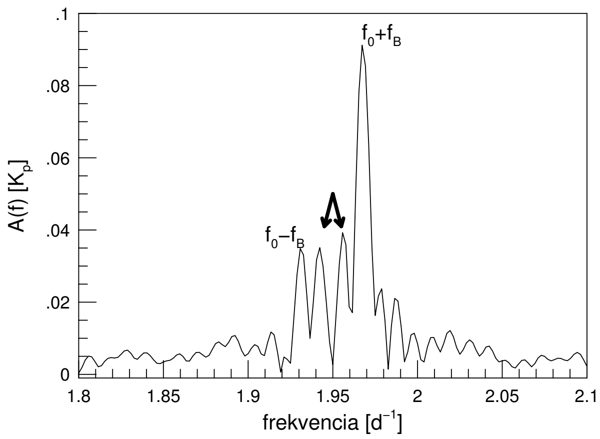
Általában egyszerű volt megkülönböztetni a minta amplitúdómodulált és a modulálatlan fénygörbéit. A 6.1. ábrán látható a modulált fénygörbék egy jó része. Az első ránézésre is látszik, hogy a modulációs ciklusok jobbára hosszúak és az amplitúdóváltozás könnyen felismerhető. A nemszinuszos burkolójú fénygörbék (pl. V2178 Cyg; KIC 3864443) jól mutatják a nemlineáris modulációt. Az egyik legérdekesebb fénygörbéje a V445 Lyr-nek (KIC 6186029) van, ezt külön a 6.2.ábrán mutatom be. A két Blazskó-ciklus meglepően különböző, a nagy amplitúdójú moduláció pedig



6.2. ábra. *A V445 Lyr (KIC 6186029) fénygörbéje (balra fent). A fénygörbe részletei a Blazskó-maximum és minimum környékén (balra lent). A Fourier-spektrum, miután az adatokat fehérítettem a fő pulzációs frekvenciával és harmonikusaival (jobbra). Az inzert az f_0 fő pulzációs frekvencia és $2f_0$ első harmonikusa (a két frekvencia helye zöld nyilakkal jelölve) közötti részt mutatja nagyítva, miután a 20 legnagyobb amplitúdójú frekvenciát már eltávolítottam a spektrumból. Jól látható az extra frekvenciák bonyolult szerkezete.*

különlegesen erősen torzítja a fénygörbe alakját, amit a 6.2. ábra alsó kis panelje mutat. A bonyolult változások nyomot hagytak a Fourier-spektrumban is. A fő pulzációs frekvenciával és harmonikusaival fehérített fénygörbe spektrumában minden harmonikus körül négy-négy csúcs látható. A 6.3. ábra a fő frekvencia körüli helyzetet mutatja. A két külső csúcs a Blazskó-triplettel ($f_0 \pm f_{\mathrm{B}}$) azonosítható. A másik két, harmonikushoz közelebbi, csúcs a Blazskó-effektus észlelési hosszt meghaladó időskálájú változásához tartozhat, ami lehet periodikus változás (másodlagos Blazskó-ciklus) vagy szekuláris trend, esetleg véletlenszerű változás is. Számos cikk foglalkozott már többszörösen periodikus és-vagy nem stabil Blazskó-effektusú csillagokkal (pl. LaCluyzé és társai 2004; Collinge és társai 2006; Kolenberg és társai 2006; Nagy és Kovács 2006; Sódor és társai 2006; Szczygieł és Fabrycky 2007; Wils és társai 2008; Jurcsik és társai 2009c). Ennek a munkának a megírásakor még nem lehetett eldönteni a kérdést, de a később elérhetővé vált hosszabb *Kepler* adatsorok egyértelműen megmutatták, hogy itt is többszörös modulációról van szó (Guggenberger és társai, 2012; Benkő és társai, 2014).

Módszeresen kerestem kis amplitúdójú Blazskó-effektust mutató csillagokat. Mivel a nem megfelelően eltávolított műszeres trendek magnitúdóskálán látszólagos amplitúdóváltozást okozhatnak (l. 2.2. fejezetben tett megjegyzésem), minden esetben az eredeti fluxusgörbéket is ellenőriztem. Az adatsorokat kis (jellemzően 2–3 napos hosszúságú) darabokra osztottam, majd kiszámítottam a fő frekvencia Fourier-amplitúdóinak $\delta A_1(t)$ különbségét és a teljes észlelt időszakra vett nemlineáris illesztésből a ΔA_1 átlagos értékét. Az így meghatározott $\delta A_1(t)$ függvény jól követi a pulzációs amplitúdó fénygörbén látható időfüggését. Ezzel a módszerrel sikerült a



6.3. ábra. *A V445 Lyr (KIC 6186029) Fourier-spektruma az f_0 fő pulzációs frekvencia környékén miután az adatokat kifehérítettem az f_0 frekvenciával. Az $f_0 \pm f_\mathrm{B}$ Blazskó-tripletten túl két további csúcs is felismerhető (nyilakkal jelölve).*

KIC 11125706 kis amplitúdójú modulációját kimutatni. Ez akkor minden idők legkisebb amplitúdójú amplitúdómodulációja volt, amit RR Lyrae csillagon valaha találtak. A moduláció teljes amplitúdója a minimumtól maximumig $A(K_\mathrm{p})_\mathrm{T} = 0.015$ mag, a legnagyobb oldalcsúcs amplitúdója pedig $A_{K_p}(f_0 + f_\mathrm{B}) = 0.0022$ mag. A korábban publikált legkisebb amplitúdójú Blazskó-effektust a DM Cyg-nél sikerült kimérni (Jurcsik és társai, 2009b), ahol $A(V)_\mathrm{T} = 0.07$ mag, $A_V(f_0 + f_\mathrm{B}) = 0.0096$ mag és $A_I(f_0 + f_\mathrm{B}) = 0.0061$ mag. Bár a két mérés szigorúan véve nem összevethető, hiszen a *Kepler* színszűrő nélkül mért, ugyanakkor a mérőrendszer spektrális válaszfüggvényének (l. Koch és társai 2010) maximális érzékenysége 6000 Å körül, valahol a Johnson–Cousins V és R sáv között van.

A mintában talált Blazskó-csillagokat a 6.2.táblázat sorolja fel. A Blazskó-periódusokat a harmadik oszlopban adtam meg. A rövidebb periódusokat a fő frekvencia körüli oldalcsúcsok ($f_0 + f_\mathrm{B}$ és $f_0 - f_\mathrm{B}$) frekvenciakülönbségeinek átlagából számoltam, egyébként csak egy alsó becslést tudtam adni a lehetséges periódusra. A negyedik oszlopban a korábban definiált ΔA_1 paraméter található.

Ki kell emelnem, hogy az összes Blazskó-csillag spektrumában megjelent a triplettszerkezet, vagyis sehol nem találkoztam dublettekkel, mint amilyenekről korábban írtak (Moskalik és Poretti, 2003; Alcock és társai, 2000, 2003). Kilenc esetben a jobb oldali (nagyobb frekvenciájú) oldalcsúcs amplitúdója volt nagyobb, a maradék öt csillag esetében pedig fordított volt a helyzet. Az Alcock és társai (2003) által definiált Q aszimmetria paraméter (l. még 4.1. fejezet) értéke -0.251 és 0.676 között változott (6.2.táblázat 6. oszlopa), bár a hosszú Blazskó-ciklusok miatt ezek az értékek eléggé bizonytalanok voltak.

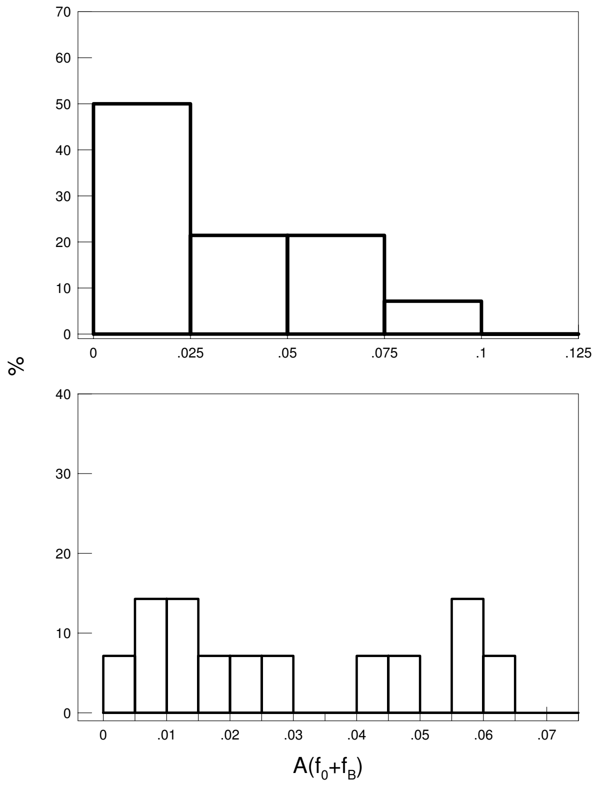
Az egyre növekvő számú, nagy pontosságú földi és űrmérésnek köszönhetően a Blazskó-effektus előfordulási gyakorisága az RR Lyrae csillagok körében pár év alatt a korábban becsült 15–30%-ról 50%-ra nőtt (Jurcsik és társai, 2009c; Chadid és társai, 2009; Kolenberg és társai, 2010a). Az is elképzelhetőnek tűnt, hogy egyre kisebb amplitúdójú változásokat felfedezve végül az összes RR Lyrae csillagon sikerül a Blazskó-effektust is kimutatni (Jurcsik és társai, 2009c). A *Kepler*-mérések ideálisnak tűntek arra, hogy ezt a hipotézist teszteljem. A 6.2. táblázatban feltüntetett ΔA_1 értékekből viszont az látszik, hogy mindössze két csillagnak a modulációs amplitúdója kisebb mint 0.1 mag.

Az amplitúdómodulációra vonatkozó kimutathatósági határ tesztelésére mesterséges fénygörbéket készítettem. Kétféle rácson készültek ilyen fénygörbék: egyszer a V368 Lyr-nek (KIC 7742534) és egyszer a KIC 7030715-nek megfelelően. Ez a két csillag a minta legrövidebb, ill. leghosszabb pulzációs periódusú (0.45649 d, ill. 0.68204 d) eleme. Mindkét esetben a fő pulzációs frekvencia és szignifikáns harmonikusainak Fourier-paramétereit használtam a mesterséges fénygörbék legyártásánál. A fénygörbéket egy egyszerű szinuszfüggvénnyel moduláltam a Benkő és társai (2009) 2. képletnek megfelelően, úgy hogy a moduláció amplitúdója 0.1 és 0.001 mag között, periódusa pedig 25 és 150 d között változott 25 napos lépésközzel. A nem modulált RR Lyrae csillagok mért átlagos fluxusa $1.8 \times 10^8 > F > 2.7 \times 10^6$ ADU, amire a Poisson-szórás 8×10^{-5} and 6×10^{-4} mag zajt eredményez. Ezt figyelembe véve a mesterséges fénygörbékhez $\sigma = 10^{-4}$, vagy 5×10^{-4} standard szórású fehér zajt adtam. A fénygörbéket az eredeti észlelt időpontokban számítottam ki.

A teszt során akkor tekintettem az amplitúdómodulációt kimutatottnak, ha a legmagasabb Fourier-oldalcsúcs amplitúdójának spektrális szignifikanciájára $\sigma_\mathrm{s} \geq 5$ (a σ_s definíciója Reegen 2007 munkájában található). A gyakrabban használt S/N jelper-zaj viszonnyal (Breger és társai, 1993) a σ_s mennyiség $\sigma_\mathrm{s} = 5 \approx S/N = 3.83$ kapcsolatban van. A kapott detektálási határ a fényességtől függően $A(f_0 + f_\mathrm{B}) > 0.001$–$0.002$ mag (vagy másképpen $\Delta A_1 > 0.005$–0.01 mag). Ugyanakkor az eredmény nagymértékben függetlennek adódott a P_0 és P_B periódusoktól. (A teszttel a 150 napnál hosszabb Blazskó-ciklusokat eleve nem vizsgáltam.). A detektálási határt a sűrűbb mintavételezéssel (v.ö. *Kepler* SC adatok) sem lehet javítani, hiszen azzal csak a Nyquist-frekvenciát növelnénk, ami az LC adatokra is sokkal nagyobb (24.49 d^{-1}), mint a tipikus Blazskó-frekvenciák (0.1–0.01 d^{-1}).

Ezek után kijelenthettem, hogy minden erőfeszítésem ellenére a minta 15 csillagánál nem sikerült semmilyen modulációt találnom, ami persze nem jelenti azt, hogy néhány hosszú periódusú és kis amplitúdójú csillag ne maradhatott volna észrevétlenül.

Hasonló nagyságú (14 elemű) Blazskó-mintán Jurcsik és társai (2009c) exponenciális jellegű eloszlást kapott az amplitúdómoduláció erősségére. A jelenleg tárgyalt mintám hasonló eloszlást ad (6.4. ábra fent), ha 0.025 mag szélességű intervallumokra osztom fel. Ez a szélesség megegyezik Jurcsik és társai (2009c) által használt intervallumérettel. Az eloszlás sokkal egyenletesebbé válik, ha kisebb intervallumokra osztjuk a mintát (6.4. ábra lent). A kis elemszám miatt ennek az eloszlásnak a egyenletessége további vizsgálatot igényel. Egymintás Kolmogorov–Szmirnov-teszteket hajtottam végre a felosztás nélkül adataimra a $(0, \Delta A_1^{\max})$ és a $(0, A(f_0 + f_\mathrm{B})^{\max})$ in-



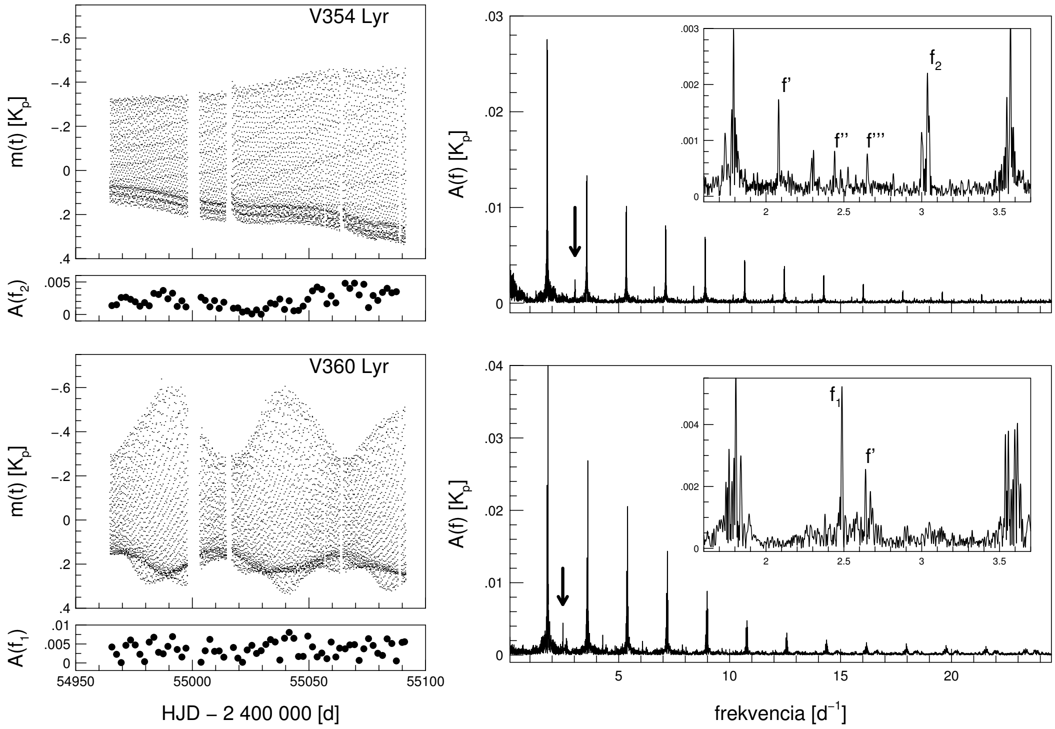
6.4. ábra. *A vizsgált Kepler-minta Blazskó-változóinak modulációsamplitúdó-eloszlása* 0.025 mag-*os szélességű felosztás (fent) és* 0.005 mag *szélességű felosztást (lent) használva. A modulációs amplitúdókat, Jurcsik és társai (2009c)-t követve, a fő frekvencia jobb oldali modulációs oldalcsúcsának* $A(f_0 + f_\mathrm{B})$ *amplitúdójával jellemeztem.*

tervallumokon. (Az extrém módon modulált V445 Lyr-t kihagytam a vizsgálatból.) A teszt mindkét intervallumra 99%-os valószínűséggel megerősítette az egyenletes eloszlás hipotézisét.

6.2.2. Fázismoduláció a *Kepler* RR Lyrae mintán

Amennyiben egy moduláció tényleges természetéről nincs előzetes tudásunk, a frekvenciamoduláció (a Blazskó-periódus változása) és a fázismoduláció nehezen megkülönböztethető meg. A mért fázisváltozás periódusváltozást jelent és viszont. A későbbiekben megmutatom, hogy a Blazskó-effektus esetében nagy valószínűséggel frekvenciamodulációról van szó (Benkő és társai 2011, ill. 8.2.3. fejezet), de ebben a fejezetben a fázisváltozást keresem, ezért itt mindenütt erről fogok írni.

A fázismodulációt hasonló módon kerestem, mint az előző fejezetben az amplitúdómodulációt. Kiszámoltam a $\Delta\varphi_1$ értéket a $\delta\varphi_1(t)$ fázisváltozás függvényhez. A



6.5. ábra. *A V354 Lyr (KIC 6183128) és a V360 Lyr (KIC 9697825) Kepler RR Lyrae csillag fénygörbéje (balra) és Fourier-spektruma a fő pulzációs frekvenciával és harmonikusaival való fehérítés után (jobbra). A nyilak a legnagyobb amplitúdójú extra frekvenciákra mutatnak. A jobb oldali inzertekben ezeknek az extra frekvenciáknak a szűkebb környezete látható. A bal oldali fénygörbék alatti panelekben pedig az adott csillag legnagyobb extra frekvenciájának amplitúdó–idő függvénye látható. Utóbbi ábrákon a jellemző hiba* 0.001 mag *– kisebb mint az ábrázolt pontok mérete.*

fázisváltozás nagyságát kifejezhetjük a teljes ciklus arányában, azaz $\Delta\phi_1 = \Delta\varphi_1/2\pi$ $(= \delta P_0/P_0)$. Az egyes csillagokra meghatározott ilyen értékek a 6.2. táblázat 5. oszlopában találhatók.

Az összes tanulmányozott Blazskó RR Lyrae csillagra sikerült egyértelműen kimutatnom a fázismodulációt. A legnehezebb eset a V2178 Cyg volt, amelynek a Blazskó-periódusa hosszabb, mint az észlelt adatsor és az ezen belül mért teljes fázisváltozás 0.0014 (≈1 perc) volt. A kis fázisváltozást létét egy független módszerrel (Kolláth és társai, 2002) ellenőriztük, és sikerült megerősíteni. Három csillagnál találtam 1.5 percnél kisebb amplitúdójú periódusváltozást: ezek a V783 Cyg (KIC 5559631), a V349 Cyg (KIC 7176080), és a KIC 1125706. A másik végletet a V445 Lyr és maga az RR Lyr jelentette a 0.0224 (= 16.6 perces) és 0.0138 (= 11.3 perces) értékekkel. Úgy tűnt, nincs összefüggés az egy csillagon mutatkozó kétféle moduláció erőssége között.

Amint azt Szeidl és Jurcsik (2009) és jómagam Benkő és társai (2009, 2011) kimutattuk, a fázismoduláció a Fourier-spektrumban a tripletteket meghaladó magasabb rendű multipletteket eredményez a fő pulzációs frekvencia és harmonikusai körül. Ezek a multiplettek a legtisztábban a V808 Cyg, az RR Lyr és a V360 Lyr esetében detektálhatók, összhangban azzal, hogy ezek a minta legerősebben fázismodulált csillagai.

A *Kepler* pontos és közel folytonos észlelései rámutattak, hogy az összes (14) Blazskó-effektust mutató RR Lyrae csillagon egyszerre van jelen azonos frekvenciájú amplitúdó- és a fázismoduláció.

6.2.3. Extra frekvenciák

A harmonikusok körül multipletteket alkotó modulációs komponenseken túl más kis amplitúdójú frekvenciákat is sikerült azonosítanom. A V808 Cyg, a V355 Lyr és az RR Lyr esetében ezek a frekvenciák a $f_0/2, 3f_0/2, 5f_0/2, \ldots$ helyeken jelentek meg, ahol f_0 a fő pulzációs frekvenciát jelenti. A frekvenciák a korábban már többször említett perióduskettőződés jelenségéhez tartoznak. Észlelési oldalról pedig Szabó és társai (2010, 2014) kimutatták, hogy a feles frekvenciák amplitúdója erősen időfüggő.

A V354 Lyr, a V2178 Cyg, a V360 Lyr és a V445 Lyr esetében azonban a PD-jelenség frekvenciáin túli, azoktól különböző kis amplitúdójú frekvenciák is azonosíthatók. Ezeknek a frekvenciáknak hasonló módón időfüggő az amplitúdójuk, mint a feles frekvenciáknak. A V354 Lyr és a V360 Lyr fénygörbéjét a 6.5. ábra bal oldali paneljei mutatják. A 6.2. táblázat utolsó oszlopa pedig a talált extra frekvenciák lehetséges azonosítását adja meg.

A **V354 Lyr** (KIC 6183128) Fourier-spektrumában a legszignifikánsabb ($\sigma_{\mathrm{s}} =$ 34.4) extra frekvencia $f_2 = 3.0369 \pm 0.0002$ d^{-1}-nál található (l. 6.5. ábra inzertjét). Ennek az aránya az f_0 (=1.78037±0.00004 d^{-1}) fő pulzációs frekvenciához 0.586, amely a második radiális felhangra vonatkozó arány elméleti értékével vág egybe. A spektrumban a frekvencia számos $kf_0 \pm f_2$, $k = 0, 1, 2, \ldots$ alakú lineáris kombinációja is megtalálható. Mivel a perióduskettőződéshez kapcsolódó frekvenciák amplitúdói erős időfüggést mutatnak, megnéztem, hogy mi a helyzet az itt talált f_2 felhanghoz kapcsolódó frekvenciával, vajon ez is időlegesen gerjesztődik-e vagy sem? Két független módszerrel történt a tesztelés: egyrészt az ún. analitikus függvény módszerrel (Kolláth és társai, 2002), másrészt a Period04 programcsomag amplitúdóváltozását vizsgáló rutinjával. Az eredmények nagyon hasonlók, és azt adták, hogy az f_2 amplitúdója is időben egyértelműen változik (l. a 6.5.ábrán a fénygörbe alatti panelt). Ez azt jelenti, hogy bár a V354 Lyr tekinthető ugyan kétmódusú pulzálónak, de semmi esetre sem a hagyományos értelemben.

Amennyiben a globális fizikai paraméterek változnak a Blazskó-ciklus során, amint azt Jurcsik és társai (2009a,b) munkái sugallják, akkor az egyes módusok (legyenek azok radiálisak vagy nemradiáliasak) gerjesztésének feltételei is változnak, és ez természetes magyarázatul szolgálna az időben változó amplitúdókra. A probléma csak az, hogy az egyes frekvenciák időbeli változása nem tűnik korreláltnak a Blazskó-effektussal.

Az észlelt f_0 és f_2 frekvenciákat pulzációs modellek felhasználásával azonosíthatjuk be mint a radiális alapmódus és a második felhang frekvenciáit (6.6. ábra). Ebben a munkában a Florida–Budapest hidrokódot (Yecko és társai, 1998; Kolláth és társai, 2002) használtuk[5]. A modellfrekvenciák négy paramétertől függnek: a csillag tömege, luminozitása, effektív hőmérséklete és kémiai összetétele. Két frekvencia rögzítésével az ismeretlen paraméterek száma kettőre csökken. Egy adott kémiai összetétel és effektív hőmérséklet mellett a tömeg és a luminozitás már számítható. A kapott tömeg-luminozitás párok láthatók a 6.6.ábrán. Az ábra a második felhang lineáris instabilitási tartományát is megadja. Meg kell azonban jegyezni, hogy ennek a tartománynak a szélessége erősen függ kevésbé jól meghatározott turbulens, ill. konvektív paraméterektől, továbbá a lineáris instabilitás önmagában még nem elégséges feltétele a kettős módusú pulzációnak. Az alapmódus és a második felhang együttes megjelenése a nemlineáris pulzációban új felfedezés, ami még további elméleti vizsgálatokat igényel.

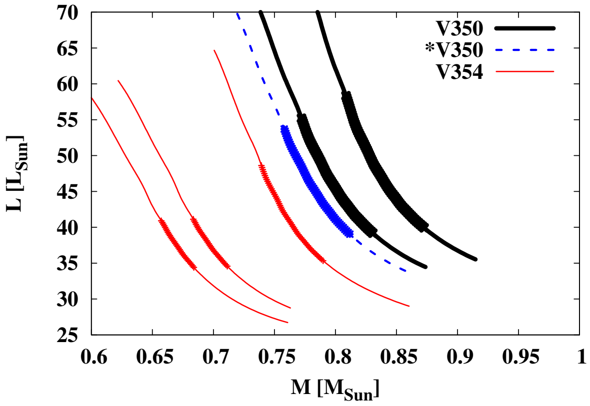
Az f' ($= 2.0810 \pm 0.0002$ d^{-1}; $\sigma_\mathrm{s} = 28.1$), f'' ($= 2.4407 \pm 0.0003$ d^{-1}; $\sigma_\mathrm{s} = 11.6$) és f''' ($= 2.6513 \pm 0.0003$ d^{-1}; $\sigma_\mathrm{s} = 10.8$) frekvenciákat (l. a 6.5. ábra inzertjén) sokkal nehezebb beazonosítani. Ezeknek az f_0-lal és annak harmonikusaival alkotott lineáris kombinációi is megjelennek a spektrumban. A frekvenciaarányok pedig: $f_0/f' = 0.855$, $f_0/f'' = 0.729$ és $f_0/f''' = 0.672$. A két utóbbi arány alapján esetleg f'' lehet f_1 az első felhang frekvenciája és f''' pedig egy periódusfelezéshez tartozó frekvencia ($f''' \approx 3f_0/2$). A f' viszont sehogy sem illik a képbe. Talán egy független nemradiális módus frekvenciája lenne?

A **V2178 Cyg** (KIC 3864443) csillag Fourier-spektruma hasonló a V354 Lyréhez, bár némiképp egyszerűbb annál, és kevesebb szignifikáns extra frekvenciát tartalmaz. A legnagyobb csúcs itt is a második felhang frekvenciatartományába esik f_2 (3.5089 ± 0.0002 d^{-1}; $\sigma_\mathrm{s} = 15.8$). Egy további csúcs az $f' = 3.0585 \pm 0.0003$ d^{-1} ($\sigma_\mathrm{s} = 9.8$) van frekvenciánál, ami egy kismértékű perióduskettőződésre utalhat ($f' \approx 3f_0/2$).

A következő csillag, ahol szignifikáns extra frekvenciát sikerült kimutatnom, a **V360 Lyr** (KIC 9697825). Ebben az esetben a legerősebb ilyen csúcs az $f_1 = 2.4875 \pm 0.0001$ d^{-1}, $\sigma_\mathrm{s} = 51.9$ (6.5. ábra jobbra lent). A frekvencia aránya az alapmódus frekvenciájához ($f_0 = 1.79344 \pm 0.00003$ d^{-1}) viszonyítva 0.721. Ez kisebb ugyan, mint az alapmódus és az első felhang frekvenciája közötti arányra általánosan elfogadott ($f_1/f_0 = 0.745$) érték, de néhány nagyobb fémtartalmú csillagra vonatkozó modellszámítás (l. pl. 8. ábra Chadid és társai 2010 cikkében) szerint ilyen arány mellett is lehetséges a kétmódusú pulzáció. Egy további kis amplitúdójú de szignifikáns ($\sigma_\mathrm{s} = 18.9$) csúcsot találtam az $f' = 2.6395 \pm 0.0002$ d^{-1} frekvenciánál. Ennek a frekvenciaaránya $f_0/f' = 0.679$ majdnem azonos a V1127 Aql-nál talált legerősebb extra frekvenciájáéval. Korábban azt a frekvenciát nemradiális módussal magyaráztam, így itt is feltehető ez a magyarázat.

A **V445 Lyr**-nek (KIC 6186029) egészen sok kis amplitúdójú frekvenciája van (l. 6.2. ábra jobb oldala). Itt három különböző szerkezetnek – a perióduskettőződésnek,

[5] A modellek futtatását itt is Szabó Róbert végezte.



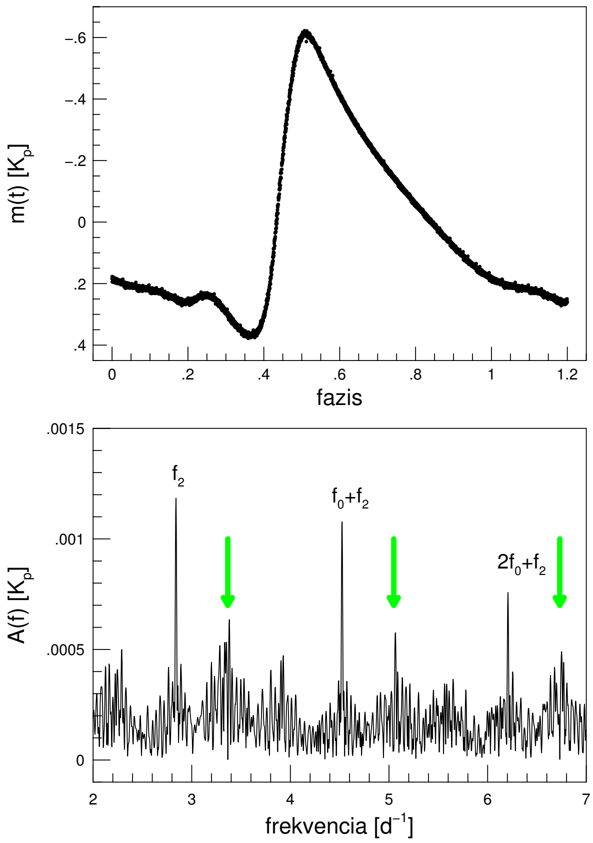
6.6. ábra. *A V350 Lyr és a V354 Lyr lineáris pulzációs modelljei. Az észlelt frekvenciák jól illeszkednek az elméleti radiális alapmódus és a második felhang frekvenciáihoz. A vonalak azokat a tömeg-luminozitás értékeket mutatják, amelyek pontosan illeszkednek az észlelésekhez. A vékony piros vonalak a V354 Lyr periódusára, balról jobbra növekvő fémességgel (*$Z = 0.0001, 0.0003, 0.001$*); a vastag fekete vonalak a V350 Lyr periódusára és két fémességre *$Z = 0.0001$* (balra), *0.0003* (jobbra). A kék szaggatott vonal is a V350 Lyr periódusával és *$Z = 0.0001$* fémességgel készült modellt mutatja, de a periódusarányt *0.001*-vel csökkentettük, mutatva a nemlinearitásból adódó lehetséges perióduseltolódás hatását. A vastagabb részek azt a tartományt mutatják, ahol a második felhang lineárisan instabil.*

az első és a második felhangnak – is közel azonos szignifikanciájú csúcsai azonosíthatók A csökkenő amplitúdó sorrendjében: $3f_0/2 = 2.9231 \pm 0.0002$ d^{-1} ($\sigma_\mathrm{s} = 24.5$), $f_1 = 2.7725 \pm 0.0002$ d^{-1} ($\sigma_\mathrm{s} = 21.1$) és $f_2 = 3.331549 \pm 0.0002$ d^{-1} ($\sigma_\mathrm{s} = 13.5$).

A Blazskó-jelenséget nem mutató csillagok Fourier-spektrumát is megvizsgáltam extra frekvenciák után kutatva. Ennek eredményeképpen találtam a **V350 Lyr** (KIC 9508655) kétmódusú pulzációját. A csillag Fourier-spektrumában (6.7. ábra) van egy szignifikáns ($\sigma_\mathrm{s} = 11.5$) csúcs az $f_2 = 2.8402 \pm 0.0003$ d^{-1} frekvenciánál. Az amplitúdó $A(f_2) = 0.001$ mag. A frekvenciaarány az alapmódus ($f_0 = 1.682814 \pm 0.00003$ d^{-1}) frekvenciájához képest 0.592. Vagyis a V350 Lyr tűnik az első olyan csillagnak, amelyik nem blazskós mégis kimutatható benne kis amplitúdójú felhangú pulzáció. A különösen nagy $A(f_0)/A(f_2) = 316$ amplitúdóarány lehet a magyarázata, miért nem fedeztünk fel hasonló csillagokat a földfelszíni észlelésekből. A 6.7. ábrán a fő pulzációs frekvencia és harmonikusai körül látható maradvány ugyanakkor felveti azt a lehetőséget is, hogy mégiscsak egy (jelenlegi detektálási határunk alatti) Blazskó-effektust mutató csillaggal van dolgunk[6].

A V350 Lyr esetében az észlelések és az elméleti modellek összhangba hozása nehezebb feladat, mint a V354 Lyr esetében. Az empirikus adatokhoz illeszkedő

[6]A 7.2.2. fejezetben a *Kepler* teljes észlelési anyagát felhasználva megmutatom, hogy valóban ez a helyzet.



6.7. ábra. *(fent) A V350 Lyr (KIC 9508655) fázisdiagramja. A Kepler-fénygörbe az alapmódus* $P_0 = 0.59424$ d *periódusával van feltekerve. (lent) A V350 Lyr Fourier-spektruma a legnagyobb amplitúdójú extra csúcsok környékén, miután az* f_0 *fő frekvenciával és harmonikusaival fehérítettem. Az eltávolított harmonikusok környékén maradt csúcsokat jelzik a zöld nyilak.*

modellekhez nagy tömeg és luminozitás szükséges még nagyon alacsony fémtartalom mellett is (6.6. ábra). Egy kis eltolás a periódusarányon sokkal elfogadhatóbb tömeg- és luminozitásértékeket ad. A 0.001-es eltérés az észlelt és a lineáris modell periódusaránya között betudható a pulzációban jelen levő és a modellben figyelembe nem vett nemlineáris effektusoknak.

6.3. Összegzés

Ebben a fejezetben azokat az eredményeimet ismertettem, amelyeket a *Kepler*-űrtávcső első 138 napos észlelése alapján kaptam az RR Lyrae csillagokról.

- Meghatároztam a minta összes csillagának pulzációs periódusát és amplitúdóját. Kilenc csillag esetében ezek az alapparaméterek is ismeretlenek (vagy hibásak) voltak korábban.

- A vizsgált 29 csillag közül 14-en mutattam ki egyértelműen a Blazskó-effektust, ami korábban egyedül az RR Lyr esetében volt ismeretes. Így **a *K*epler-minta 48%-a bizonyult moduláltnak, míg 15 csillag esetében (a minta 52%-a) ilyesminek semmilyen jelét sem sikerült kimutatnom. Azt találtam, hogy a moduláció amplitúdóeloszlása erősen függ a felosztási intervallumok szélességétől. A minta alapján a csillagok száma a Blazskó-amplitúdó függvényében állandó, vagyis nem sikerült a csökkenő amplitúdóval növekvő számú Blazskó-csillagot találnom (3.a. tézispont).**
- A többszörös moduláció ismert jelenség az RR Lyrae esetében, aminek egy 4 év körüli másodlagos ciklusa van (Szeidl, 1976). Más csillagok másodlagos ciklusairól is tud a szakirodalom. Ebben a munkában a V445 Lyr esetében találtam ilyen hosszú másodlagos periódust. A későbbi teljesebb *Kepler* adatsor lehetőséget adott a jelenség a részletesebb vizsgálatára is (7. fejezet).
- A *Kepler* adatai lehetővé tették, hogy a valaha talált legkisebb amplitúdójú ($\sim$ 0.03 mag) Blazskó-modulációt sikerült kimutatnom a KIC 1125706 esetében. Hasonló igaz a fázismodulációra is: kicsi, de egyértelmű effektust találtam a V2178 Cyg, a V783 Cyg, a V349 Cyg, a KIC 1125706 csillagokon. Ezekben az esetekben a moduláció miatti periódusváltozások ($\delta P_0 < 1.5$ min) megint csak a legkisebb ilyen ismert értékek.
- Az amplitúdó- és fázisváltozásra való érzékenység lehetővé tette, hogy minden Blazskó-csillag estében kimutassam az amplitúdó- és fázismoduláció együttes jelenlétét. Bár a minta kicsi, elgondolkodtató, hogy **egyetlen olyan csillag sem akadt, amely csak az egyik vagy másik modulációt mutatta volna. A kétféle moduláció relatív erőssége csillagról csillagra változik, de a periódusa mindig azonos. Vagyis egy a Blazskó-effektust magyarázó elmélet csak akkor lehet sikeres, ha mindkét modulációt egyszerre képes magyarázni. Egyúttal pontosítottam a Blazskó-effektus definícióját: csak az egyszerre amplitúdó- és frekvenciamodulált csillag tekinthető annak (3.b. tézispont).**
- **A fő pulzációs frekvencián, annak harmonikusain és a modulációs komponenseken túl további extra frekvenciákat azonosítottam 7 Blazskó-csillag Fourier-spektrumában.** Ezek egy része ($f_0/2, 3f_0/2, \dots$) a perióduskettőződéshez tartozik, de **a V354 Lyr, a V2178 Cyg és a V360 Lyr estében ezek a kis amplitúdójú frekvenciák a radiális első vagy második radiális felhang (illetve ezen frekvenciák lineáris kombinációi az alapmódus frekvenciáival) pozíciójában jelentek meg (5.a. tézispont)**. A V445 Lyr spektruma pedig az összes említett fajta extra frekvenciát egyszerre tartalmazza.

- A V350 Lyr-ről úgy tűnt, ez az első és egyetlen olyan nemblazskós csillag, amely extra frekvencián, nevezetesen a második radiális felhangban is pulzál.

6.4. Utóélet

Ebben a fejezetben az egyik első, Kepler-adatokon alapuló RR Lyrae kutatást ismertettem. A 2010-ben megjelent cikkemre eddig összesen 96 idézetet kaptam. Az eddig eltelt idő megfelelő távlatot adott az eredmények értékelésére. Ma már kicsit másképpen fogalmaznám meg a legfontosabb eredményeket is.

Először is ez a cikk volt az, amely felfedezte a *Kepler* RR Lyrae minta Blazskó-csillagait, és ezzel további munkáknak nyitott utat. Nyomatékosította, hogy a Blazskó-effektus korábbi definíciója, amely megelégedett az egyik fajta moduláció meglétével, nem tartható. A Blazskó-effektus mindig szimultán amplitúdó- és fázismodulációval jár. Így a legtöbb kutató mára már elfogadta, hogy csak azt hívjuk Blazskó-effektusnak, ahol ez a két moduláció azonos periódussal, egyszerre jelen van.

A ténylegesen nem modulált RRab csillagok létét több tanulmány (pl. Nemec és társai 2011), is megerősítette. A korábbi sejtés, hogy a növekvő érzékenységgel egyre több csillag lesz blazskós, nem bizonyult helyesnek.

Az egyik legfontosabb eredmény az volt, hogy tudatosította: nemcsak periódus-kettőződés miatt lehetnek extra frekvenciák a Blazskó RRab csillagokon. A periódus-kettőződést okozó f_0 és f_9 radiális módusok mellett gerjesztődhet az f_1 vagy f_2 első vagy második radiális felhang is. Ezt nevezték később az elméleti munkák a hármas rezonancia jelenségének. Észlelési oldalról ezek a *Kepler*-eredmények adták az alapot az elméleti vizsgálatokhoz, noha az első publikált eset, ahol egy RRab csillagban azonosítottunk második felhangú pulzációt, a CoRoT 101128793 volt (Poretti és társai, 2010). Ugyanakkor az a felismerés sem születhetett volna meg ennek a mintának a vizsgálata nélkül. Az f_0, f_1, f_9 hármas rezonanciát sikerült modellekkel is előállítani, illetve több csillagnál, pl. magánál az RR Lyr-nél kimutatni (Molnár és társai, 2012a). Az f_0, f_2, f_9 hármas rezonanciát, ami pedig az észlelések szerint gyakoribb az f_1-et tartalmazónál, mind ez idáig nem sikerült modellezni.

Ez a munka fedezte fel a V445 Lyr különlegesen erős modulációját és páratlanul bonyolult extra frekvenciaszerkezetét. A csillag részletes vizsgálatáról később külön cikk jelent meg (Guggenberger és társai, 2012). Az ennél a csillagnál talált többszörös moduláció sokkal gyakoribb, mint azt korábban gondoltuk. Erről is született egy átfogó munka (Benkő és társai, 2014), amit a következő (7.) fejezetben ismertetek részletesen.

A V350 Lyr (és az időközben Nemec és társai 2011 által talált KIC 7021124) csillagokról beigazolódott (Benkő és Szabó, 2015a), hogy valójában kis amplitúdójú Blazskó-effektust mutató csillagok, vagyis továbbra sem ismerünk alapmódusban és második felhangban pulzáló kétmódusú RR Lyr csillagot.

7. fejezet

A *Kepler* Blazskó-minta átfogó vizsgálata

Az előző fejezetben a *Kepler* első két észlelési negyede alapján elért eredményeimet mutattam be. Az eredeti *Kepler* misszió 4 éves futamideje után – 16 negyedév adatait elemezve – további új eredményekre jutottam. Ebben a fejezetben a Benkő és társai (2014) és Benkő és Szabó (2015a) cikkeimben leírt, Blazskó RRab csillagokra vonatkozó eredményeimet tekintem át.

Azért hogy a *Kepler* pontosságát a maga teljességében ki tudjam használni, és lehetőség szerint elkerüljem a fluxusveszteség miatti esetleges fénygörbetorzulásokat, ebben a munkában nem a kész fotometriai idősorokat használtam, mint az előző fejezetben, hanem az eredeti pixelmaszkokból magam fotometráltam ki a fénygörbéket. Az optimális fluxusösszegzés érdekében külön-külön minden negyedre a 15 Blazskó RR Lyrae mindegyikére egyedi apertúrát definiáltam. Sajnos néhány esetben még az sem volt elegendő, ha az összes rendelkezésere álló pixel fluxusát felösszegeztem, akkor is volt valamennyi fluxusveszteség. Ez a tény is rávilágít az olyan módszerek fontosságára, amelyek a fénygörbe egészét vizsgálják, ill. függetlenek az amplitúdóktól (pl. O−C-diagram).

A részletes Fourier-analízis és az O−C-diagramok vizsgálata azt adta, hogy 12 csillag (a minta 80%-a) többszörösen modulált. Ez az arány sokkal nagyobb bármely korábbi vizsgálat eredményénél. A Blazskó-effektus radiális rezonancia magyarázata (Buchler és Kolláth, 2011) alapján a moduláció lehet monoperiodikus, multiperiodikus, de akár kaotikus is. A többszörösen modulált csillagok között három olyat találtam (V355 Lyr, V366 Lyr, V450 Lyr), ahol az egyik modulációs periódus az uralkodó az amplitúdómodulációban, de a frekvenciamodulációban a másik az erősebb. A két modulációs periódus legtöbbször kis egész számokkal leírható arányban áll egymással. Ez valamilyen rezonanciajelenségre utalhat, de annak a természetéről egyelőre semmit sem tudunk.

Adatsoraim a valaha Blazskó RR Lyrae csillagokról készült leghosszabb egybefüggő és egyben legpontosabb idősorok. Mivel a közeljövő űrmisszióit (*TESS*, *PLATO*) is rövidebb észlelési ciklusokkal tervezik, ez a helyzet még jó ideig így is marad.

7.1. Az adatokról

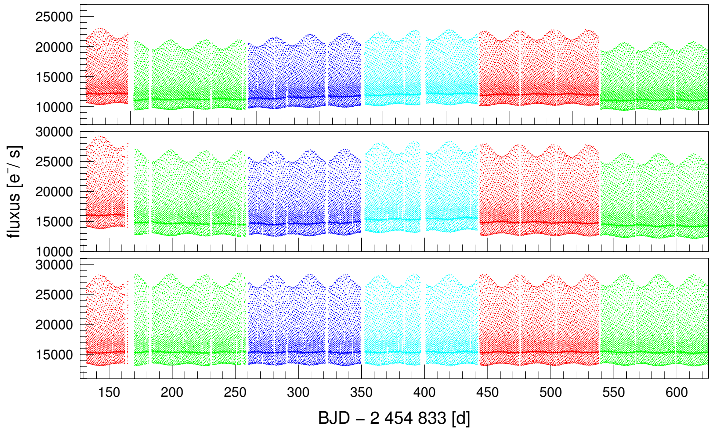
Mivel a távcső jellemzőit a 3.1. fejezetben már ismertettem, itt csak a fejezet szempontjából fontos két tényezőre térek ki.

Az űrtávcsővet Nap körüli keringése során a napelemtáblák megfelelő megvilágítása érdekében negyedévente 90 fokkal elforgatták a tengelye körül. Ennek következtében a csillagok negyedévente más-más, összesen négy különböző CCD-re estek, ami szisztematikus eltéréseket okozott az egyes negyedévek észleléseiben. Ha megnézzük az RR Lyrae csillagok fluxus-idő fénygörbéit, az egyes negyedek között a legtöbb csillagnál nyilvánvaló eltéréseket látunk mind nullpontban, mind amplitúdóban (l. pl. 7.1. ábra).

Ahogyan azt a 3.1. fejezetben említettem, hasonlóan a *CoRoT*-hoz, itt is előre kiválasztott, csillagokra illesztett pixelmaszkokon történt a fotometria. A pixelmaszkokon belül egy előre definiált apertúrát illesztettek a csillagra az 1024 elemű apertúrakészletből, amit a *Kepler* zsargon „optimális" apertúrának nevez. Az illesztést minden csillagra egyedileg és miden negyedre függetlenül végezték. A *Kepler* adatbázisában található fluxusgörbék ezekkel az optimális apertúrákkal lettek meghatározva. Csakhogy ezek az apertúrák addig optimálisak, amíg a fényességváltozás nem haladja meg az ~ 0.1 magnitúdót (Fanelli és társai, 2011). Mivel hogy a *Kepler* RR Lyrae csillagok teljes amplitúdója (maximális fényesség - minimális fényesség) 0.47 és 1.1 mag között van (Nemec és társai, 2013) ezek az apertúrák már egyáltalán nem optimálisak. A fluxus számottevő része elveszhet, mivel ezeken kívül esik. A használt különböző apertúrák mellett ez az effektus is hozzájárul az egyes negyedek észleléseiben tapasztalható nullponti és amplitúdóbeli eltérésekhez.

7.1.1. A minta és észlelései

Jelen munka Blazskó-mintája a következőképpen állt elő. A korábbi fejezetben (illetve a Benkő és társai 2010 munkámban) 14 csillagot vizsgáltam. Egyről – a V349 Lyrről (KIC 7176080) – később kiderült, hogy valójában nem modulált (Nemec és társai, 2011). Ezt most az újrafotometrált fénygörbék adatainak felhasználásával én is meg tudtam erősíteni. Ugyanakkor három csillaggal bővíteni is tudtam a listát. A V838 Cyg (KIC 10789273) nagyon kis amplitúdójú modulációját (Nemec és társai, 2013) mutatták ki, míg a KIC 7257008 és a KIC 9973633 RR Lyrae természetét az ASAS égboltfelmérés (Pojmanski, 1997, 2002) *Kepler*-látómezőben lefolytatott keresése találta. Mivel ezeket a csillagokat a *Kepler* felbocsájtása után találták, csak a 10. negyedtől (Q10) vannak róluk mérések. A többi 13 forrást a *Kepler* misszió előkészítése során választotta ki a *Kepler* Asteroseimic Science Consortium (KASC), így a kezdetektől folyamatosan vannak róluk mérések. Nemec és társai (2013) megemlítenek még két Blazskó-jelöltet, de ezek olyan halvány források, amelyek fényes, közelükben látszó csillagokkal vannak összemérve. Az ilyen esetekben nagyon nehéz, sokszor egyenesen lehetetlen, az egyes csillagok jeleit szétválasztani, így egyszerűbbnek tűnt ezeket a jelölteket kihagyni a mintából. Maga az RR Lyr is a *Kepler* látómezejébe esik, de a fényessége miatt az összes felvételen telítésben van. A tényleges



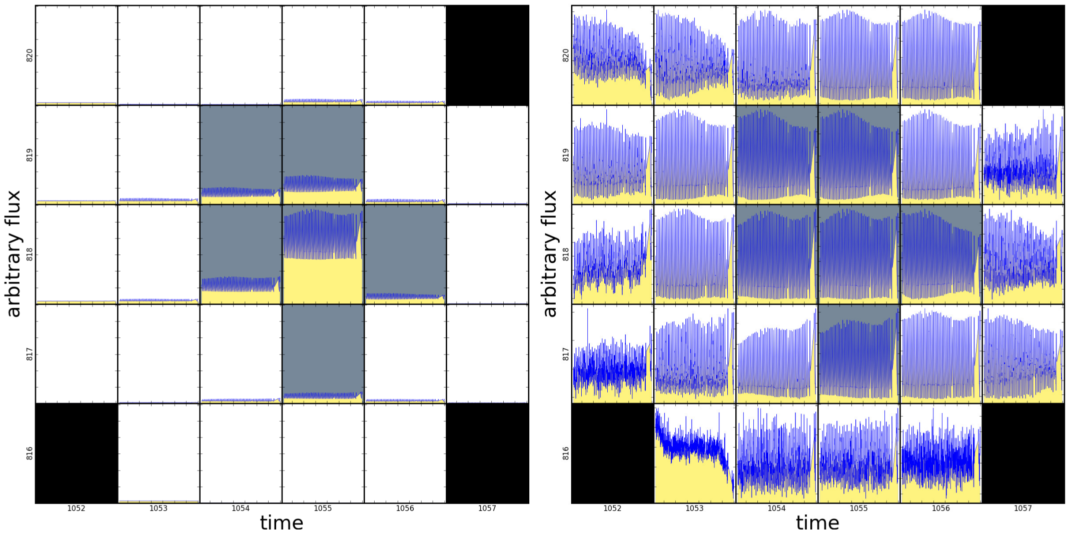
7.1. ábra. *(fent) A V783 Cyg Kepler-archívumban található „optimális apertúrával" fotometrált fluxusgörbéje, (középen) a fluxusgörbe egyedileg illesztett apertúrával fotometrálva, (lent) a középső fluxusgörbe összetolt, összeskálázott és trendszűrésen keresztülment változata. (A jobb követhetőség miatt csak az első hat negyed van ábrázolva.)*

fényességváltozás visszaállítása nem reménytelen, de speciális módszereket (egyedi apertúrákat) és különös óvatosságot igényel. Az ilyen irányú sikeres lépésekről a megjelent cikkekben (Kolenberg és társai, 2010a, 2011; Molnár és társai, 2012a) és Szabó Róbert MTA doktori dolgozatában olvashatunk részletesebben. Itt csak hivatkozni fogom az RR Lyr-re vonatkozó eredményeket, ahol ez szükséges a teljességhez. A végső listám így 15 Blazskó RRab csillagot tartalmazott.

Mivel itt elsősorban a hosszú időskálájú viselkedést vizsgálom, a normál LC adatok használata volt a célszerű, mivel ezekből áll rendelkezésre hosszú idősor. A sűrűbb mintavételezésű (SC) adatokból jellemzően csillagonként csak egy negyednyi észlelés készült.

Az éles tesztüzem (2009. május 9–11. között, Q0) során egyetlen Blazskó RR Lyrae volt észlelve, a KIC 11125706. A többi célpontomra a Q1 negyeddel (2009. máj. 13.) indultak a megfigyelések. Amikor ezen a munkán dolgoztam, az utolsó, töredékesen észlelt negyed (a Q17) adatai még nem voltak elérhetők, így az utolsó itt használt mérés a Q16 negyed végén (2013. április 8.) keletkezett. A teljes lefedett időszak 3.9 év. Mivel a 3. számú CCD modul a Q4 negyed mérése közben (2010. január 12-én) meghibásodott azon csillagok adatsoraiban, amelyek valamelyik negyedben erre a modulra estek, negyedéves lyukak keletkeztek. A 15 elemű mintából hat ilyen csillag volt (l. 7.3. táblázat és a 7.4. ábra). Az egyes csillagok mérési pontjainak száma 19 249 (KIC 9973633) és 61 351 (V783 Cyg) között változott, a jellemző érték 50-60 000 körül volt. Az adatok szabadon letölthetők a MAST[1] honlapjáról.

[1] `http://archive.stsci.edu/kepler/`



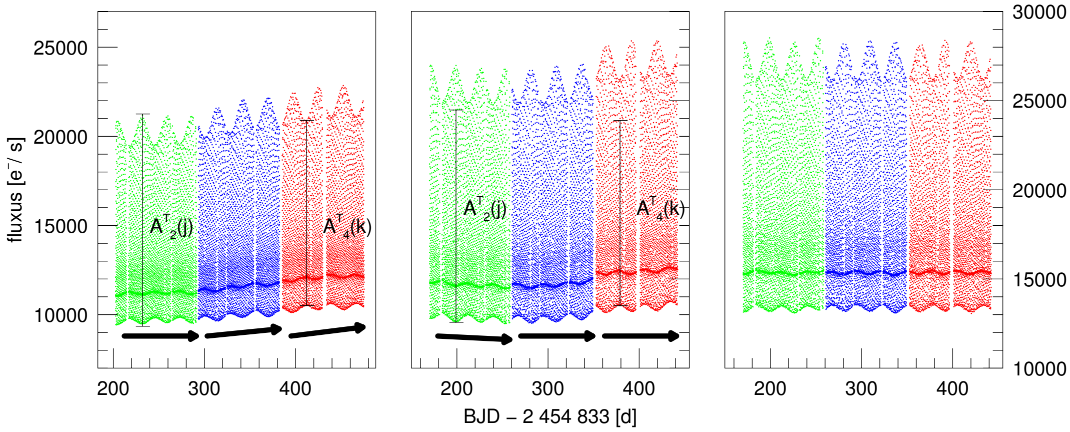
7.2. ábra. *Az egyedi apertúrák megkonstruálása. Az első negyedben (Q1) rendelkezésre álló teljes pixelmaszk a V783 Cyg-ről (KIC 5559631). A szürke négyzetek az „optimális apertúrában” figyelembe vett pixeleket, a fehér négyzetek a többi letöltött pixelt mutatják. Minden pixelbe belerajzoltam az adott pixel egyedi idősorát a Q1 negyedben. Balra a skála nulla és a csillag maximális fluxusa közötti érték az összes pixelre. Jobb oldalon a pixelek a saját minimumuk és maximumuk között egyedileg vannak skálázva. Az egyedi apertúrába végül minden olyan pixel belekerült, amely tartalmazta a csillag jelét, a csak zajt vagy háttércsillagot tartalmazókat pedig elhagytam.*

7.1.2. Adatfeldolgozás

Ebben az alfejezetben összefoglalom azokat az adatfeldolgozási lépéseket, amelyeket megtettem az analízis előtt. Amint azt már említettem (3.2. fejezet), a *Kepler*-adatok két formában érhetők el. Egyrészt fotometriai idősorokként, amelyek fluxus-idő függvények és az „optimális apertúrával” készült fotometria eredményei, ezeket használtam az előző fejezetben. Másrészt kép idősorokként, vagyis minden mérési időponthoz elérhetők az adott csillag pixelmaszkjai, a fotometria alapjául szolgáló CCD-képdarabok is. A fentebb említett okokból ebben a munkában a pixelmaszkokat használtam. Miután letöltöttem ezeket a MAST weboldaláról, a *Kepler* Guest Observer Office által kifejlesztett PyKE[2] programcsomag segítségével kinyertem az összes pixel egyedi fluxusváltozás-görbéjét minden csillagra. Amennyiben a letöltött adatok 5.0-nál korábbi verziószámú pipeline-nal készültek, a PyKE `keptimefix` rutinjával elvégeztem a szükséges időkorrekciót is.

Az egyes pixelek fluxusváltozás-görbéit egyedileg vizsgáltam meg. Az eljárást a 7.2. ábra illusztrálja. Ott a V783 Cyg (KIC 5559631) csillag Q1 negyedben mért

[2] `http://keplergo.arc.nasa.gov/PyKE.shtml`



7.3. ábra. *A fluxusváltozás-görbe transzformációi az adatfeldolgozás során. Az ábrán a V783 Cyg adatai láthatók a Q2-Q4 negyedekre. Balról jobbra: az archív Kepler-adatok, az egyedi apertúrával általam kapott fluxusok, és a végső (összeskálázott, csúsztatott) adatsor. Az alsó nyilak az egyes negyedek műszeres trendjeit jelzik.* $A_2^{\mathrm{T}}(j)$ *és* $A_4^{\mathrm{T}}(k)$ *az archív fluxusok Q2, illetve a Q4 negyedeiben mért teljes pulzációs amplitúdói a* j*., ill. a* k*. pulzációs ciklusban. Ezeket az amplitúdókat az egyedi apertúrákkal kapott fotometriával való összehasonlítás miatt tüntettem fel.*

7.1. táblázat. *Minta általam készített egyedi apertúrájú adatfile-ból.*

No	Idő (BJD−2454833)	Fluxus (e^-s^{-1})	Z_0 (e^-s^{-1})	S_0	Korr. fluxus (e^-s^{-1})	Korr. K_p (mag)
1	131.5123241	5322.6	−400.00	1.000	5402.03436789	0.39793763
2	131.5327588	5393.9	−400.00	1.000	5473.33140201	0.38370163
3	131.5531934	5496.7	−400.00	1.000	5576.12843615	0.36349907
4	131.5736279	5498.1	−400.00	1.000	5577.52547030	0.36322708
5	131.5940625	5488.2	−400.00	1.000	5567.62250444	0.36515654
6	131.6144972	5571.6	−400.00	1.000	5651.01953856	0.34901397
7	131.6349317	6347.2	−400.00	1.000	6426.61657271	0.20937502
8	131.6553663	8478.6	−400.00	1.000	8558.01360685	−0.10160144
9	131.6758010	14437.0	−400.00	1.000	14516.41064097	−0.67531712
10	131.6962356	15817.5	−400.00	1.000	15896.90767511	−0.77395064
...	...	...	...	...	...	...

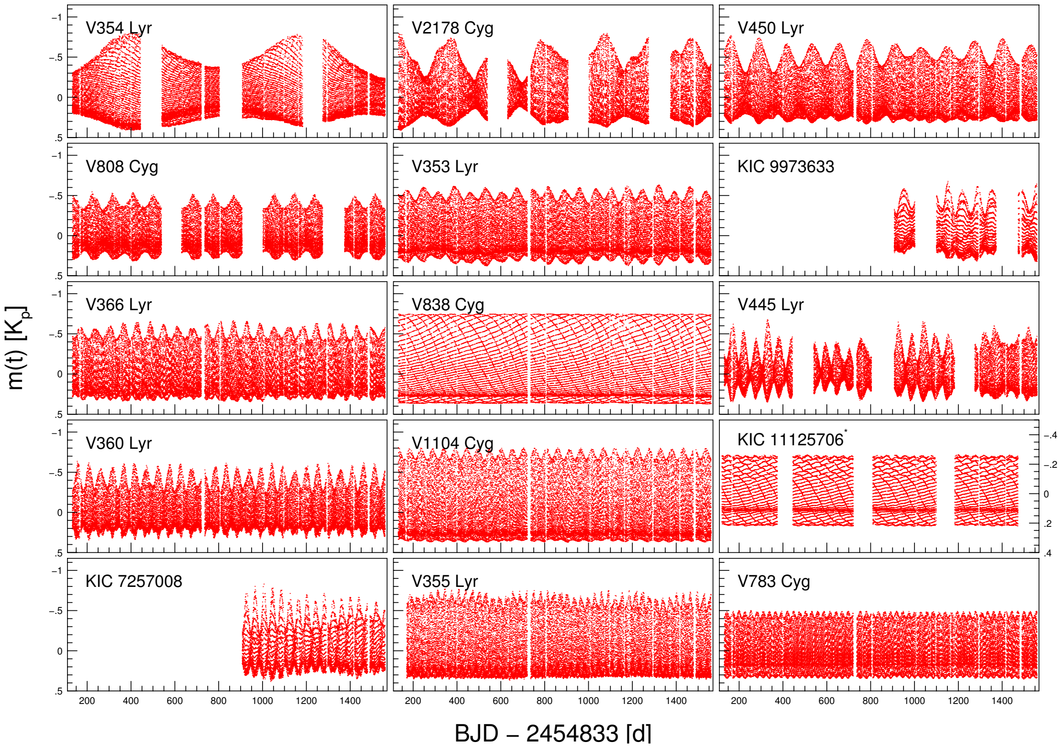
Az első tíz sor a V2178 Cyg csillag feldolgozott adatsorából (`kplr003864443.tailor-made.dat`). Az oszlopokban rendre a következők vannak: sorszám, baricentrikus Julián-dátum, az egyedi apertúrában levő összfluxus, Z_0 nullponti eltolás, S_0 skálafaktor ($S_0 = 1.0$ esetén nincs skálázás), a végső (összetolt, skálázott és trendszűrésen átment) fluxus és transzformáltja a K_p magnitúdóskálára. Részleteket l. a szövegben.

pixelmaszkja látható két különböző skálán. A szürke négyzetek mindkét panelen az előre definiált „optimális” apertúrába tartozó pixeleket jelölik. Minden egyes pixelbe belerajzoltam a saját egyedi Q1 idősorát. A bal oldalon egységes skála vonatkozik az összes pixelre. Ez jól mutatja az egyes pixelek hozzájárulását a csillag teljes fluxusához. Nyilvánvaló, hogy a fluxus zömét néhány pixel adja. A jobb oldalon a fluxusokat minden pixelre egyedileg, a pixelbe eső fluxus saját minimuma és maximuma által definiált skálán ábrázoltam. Ez az ábrázolás jól mutatja, hogy a csillag jele jóval az eredeti („optimális”) apertúrán túl is szignifikáns, vagyis az eredeti apertúra használata fluxusvesztést okoz.

Célom az volt, hogy minden csillaghoz és negyedhez olyan apertúrát találjak, amely minden fluxust tartalmaz. Ezeket az egyedi apertúrákat a következőképpen készítettem el: amennyiben egy pixel fluxusváltozás-görbéje tartalmazta a vizsgált csillag jelét – vagyis a fő pulzációs frekvencia szignifikáns ($A(f_0) \sim 3\sigma$) ennek az idősornak a Fourier-spektrumában –, akkor az adott pixel része lesz az apertúrának, egyébként pedig nem. Az összes ilyen pixel fluxusát minden egyes időpontra külön-külön összegezve kapom a csillag nyers fluxusgörbéjét.

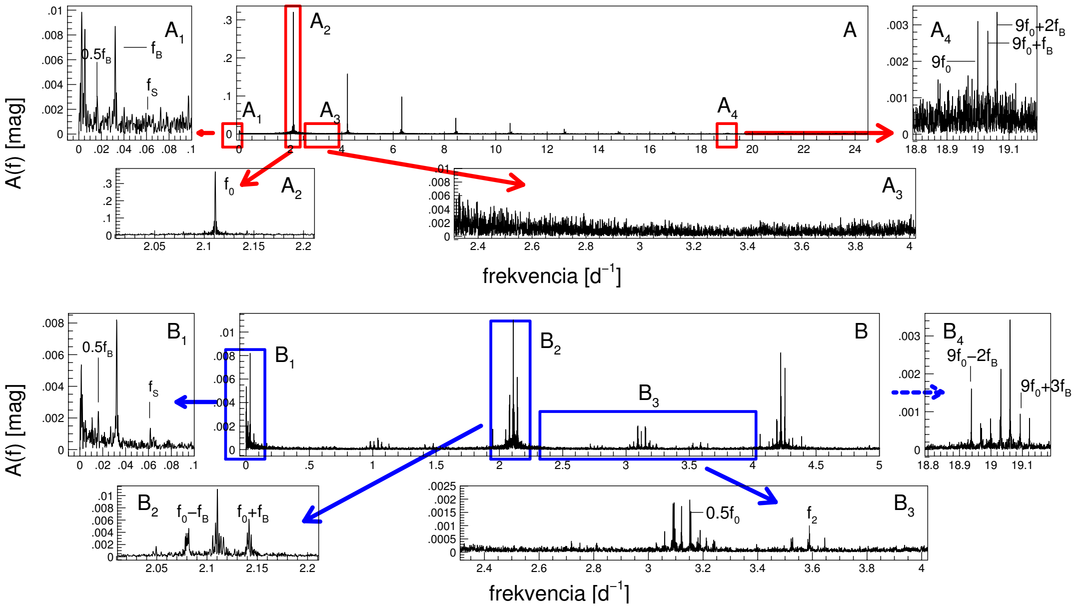
Első pillantásra ezek a görbék nem sokban különböznek a *Kepler*-archívum fluxusgörbéitől (l. 7.1. ábra vagy 7.3. ábra). Ugyanakkor a fluxusértékek mintegy 1-5%-kal nagyobbak az archív fluxusoknál. A pontos különbség csillagról csillagra és negyedről negyedre változik. A legfontosabb különbség az archív és az általam meghatározott fénygörbék között az, hogy (1) a $A_i^{\mathrm{T}}(n)$ teljes pulzációs amplitúdó nálam minden negyedben nagyobb ($A_i'^{\mathrm{T}}(n) > A_i^{\mathrm{T}}(n)$; l. 7.3. ábra), ami az archív adatok fluxusvesztését mutatja. Itt a $A_i^{\mathrm{T}}(n)$, $A_i'^{\mathrm{T}}(n)$ az n. pulzációs ciklus i. negyedben mért ($i, n = 1, 2, \dots$) teljes amplitúdóját (a maximális − minimális fluxus) jelenti az archív „optimális” apertúrával, ill. a jelen munkámban meghatározott egyedi apertúrával. A T felső index a teljes (total) szó rövidítése. (2) Az egyes negyedeken belüli műszeres trendek erőssége csökkent (l. a 7.3. ábra nyilait), ami azt sugallja, hogy a trendek oka a csillagok apertúrából való részleges kicsúszása. Ezeket a távcső iránytartásának pontatlansága és az aberráció együttes hatása okozhatja. (3) Az egymást követő negyedek teljes amplitúdóinak $\Delta A_{i,i+1}^{\mathrm{T}} = |A_i^{\mathrm{T}}(l) - A_{i+1}^{\mathrm{T}}(1)|$ különbsége is csökkent, vagyis $\Delta A_{i,i+1}^{\mathrm{T}} > \Delta A_{i,i+1}'^{\mathrm{T}}$, (itt l jelenti az i. negyedben az utolsó pulzációs ciklust). Ideális esetben – ha az új, egyedi apertúra a csillag teljes fluxusát begyűjti – ez az amplitúdókülönbség teljesen eltűnik, és az egyes negyedek között csak nullponti eltolódás marad.

Eredetileg azt reméltem, hogy minden csillagra sikerül majd olyan apertúrát definiálnom, amely az egész fluxust tartalmazza, és így az egyes negyedeket egyszerű nullponti eltolásokkal össze tudom kapcsolni. Ténylegesen ez csak kilenc Blazskó-csillagra sikerült. Hat csillagra akkor is maradt amplitúdókülönbség az egyes negyedek között, ha a maszkok összes pixelének fluxusát felösszegeztem. (Az egyes csillagok hovatartozását a 7.3. táblázat adja meg.) Ekkor tehát a teljes pixelmaszk is kicsinek adódott. A 7.2. ábra jobb oldala jól illusztrálja ezt a helyzetet: a felső pixelsor és a jobb szélső oszlop még egyértelműen tartalmazza a változócsillag jelét, míg pl. az alsó sor már nem.



7.4. ábra. *A Kepler Blazskó-csillagainak galériája. Az ábra 16 csillag teljes LC fénygörbéjét mutatja a Q0–Q16 negyedek alatt. A fénygörbék az elsődleges Blazskó-periódus szerint vannak rendezve. A leghosszabb balra fent, a legrövidebb jobbra lent.* **A jobb láthatóság kedvéért a KIC 11125706 skáláját 1.5-szeresére széthúztam.*

Hogyan lehet ezekben az esetekben korrigálni fluxusokat? Az egyszerű nullponti eltolások nem eredményeznek folytonos fénygörbéket, ugyanakkor azt feltehetjük, hogy az RR Lyrae csillagok fénygörbéje sima és folytonos. Vagyis a negyedek megfelelő összekapcsolásához az egyes negyedek fluxusait át kell skálázni. Mivel a misszió kezdeti negyedei közül a negyedik (Q4) volt a legstabilabb (l. Jenkins és társai 2013 10. ábráját), ezt választottam a referenciának az összes csillag esetében. Ezek után minden negyedre egyedi skálázási és eltolási faktorokat határoztam meg úgy, hogy a transzformált fluxusok fénygörbéje már simán és folytonosan csatlakozzon egymáshoz. Ez a transzformáció nem egyértelmű, ráadásul egyes negyedek adatai hiányoznak is. Ezekben az esetekben, mivel a pixelmaszkok általában azonosak az azonos távcsőpozíciókban (azaz Q1=Q5=Q9,…; Q2=Q6=Q10,… stb.), annak a negyedeknek a skálázási és eltolási értékeit használtam, amely az adott negyeddel azonos pozícióban volt, és van róla mérés. Ha pl. a Q8 negyed hiányzik, akkor a Q5 paramétereit használtam a Q9 transzformálásához. Fontos észben tartanunk, hogy ez problémákat okozhat, és erre tekintettel kell majd lennünk, amikor az amplitúdókat vizsgáljuk.



7.5. ábra. *A fénygörbék Fourier-analízisének áttekintése. A felső (A jelű) panelek: a Fourier-amplitúdóspektrum és részletei. Alsó (B jelű) panelek: a fehérített spektrum és részletei, miután az f_0 fő pulzációs frekvencia és szignifikáns kf_0, $k = 1, 2, \ldots$ harmonikusai el lettek távolítva. Az egyes alsó indexszel jelölt spektrumrészletek: (1) kisfrekvenciás részek, (2) az f_0 környezete, (3) az extra frekvenciák f_0 és $2f_0$ között, (4) nagyfrekvenciás rész ($9f_0$ körül). A középső panel színes dobozai a részletábrák helyét és méretét mutatják.*

A fluxusokat minden negyedre összetoltam és összeskáláztam, végül a hosszú időskálájú trendekre is korrigáltam a *CoRoT* RR Lyrae csillagok feldolgozására kifejlesztett trendszűrő programommal[3], majd pedig a magnitúdóskálára transzformáltam a fluxusokat úgy, hogy a fénygörbék átlaga nulla legyen. A mért fluxusok 1190 és 350 500 $e^{-}s^{-1}$ közé estek, ami 7.2×10^{-4} és 4.2×10^{-5} mag közötti egyedi átlagos hibát jelent. A korrigált adatok mind fluxus, mind magnitúdóskálán elérhetők elektronikus formában[4]. Ezekben a file-okban az egyedi apertúrával kapott nyers fluxusok, az alkalmazott skálafaktorok és a nullponti eltolólások értékei is megtalálhatók. A file-ok felépítését a 7.1. táblázat mutatja, a kapott végső fénygörbéket pedig a 7.4. ábra.

7.2. Az analízis és eredményei

A fénygörbék Fourier-analízise

Az elemzés során a már többször említett MuFrAn (Kolláth, 1990) és Period04 (Lenz és Breger, 2005) programcsomagokat használtam. Az elsődlegesen használt a MuFrAn volt, de egyes esetekben, pl. a frekvenciák hibáinak vagy jel-zaj viszonyának (S/N) kiszámításánál a Period04-et használtam.

Itt leírom a Fourier-analízisem általános menetét. Ennek illusztrálására álljon itt a 7.5. ábra. A spektrum legmagasabb csúcsai mindig az alapmódus f_0 frekvenciája és annak harmonikusai (kf_0, ahol $k = 1, 2, \dots,$ l. A panel a 7.5. ábrán). A *Kepler* LC adataihoz tartozó Nyquist-frekvencia $f_\mathrm{N} = 24.46$ d^{-1}. Eddig a frekvenciáig pulzációs frekvenciától függően 9-15 szignifikáns harmonikus mutatható ki.

Miután kifehérítettem ezekkel a frekvenciákkal, olyan Fourier-spektrumokat kaptam, amelyeket az oldalcsúcsok uralnak (7.5B. ábra). A harmonikusokat (beleértve a fő frekvenciát is) $kf_0 \pm lf_\mathrm{B}$ $(k, l = 1, 2, \dots)$ alakú Blazskó-modulációs frekvenciák veszik körül. A triplettek ($l = 1$) mindig láthatók (7.5. ábra B panel), és néhány esetben magasabb rendű ($l > 1$) oldalcsúcsok is detektálhatók (B_4. panel). A magasabb rendű multiplettek a magasabb harmonikusok körül jelennek meg gyakrabban, ami a frekvenciamoduláció jellemzője (Benkő és társai 2011, 8. fejezet).

Egy újabb, az oldalfrekvenciákkal történt fehérítési lépés után válik nyilvánvalóvá, hogy ezek az oldalcsúcsok sokszor kettős, vagy többes jellegűek. Ha megmérem a távolságot a kettős csúcsok között, azt kapom, hogy ez összefüggésben van a *Kepler*-évvel ($P_\mathrm{K} = 372.5$ nap). Pontosabban ezek a frekvenciák felírhatók $kf_0 \pm f'$ alakban, ahol f' egyike a következőknek: $0.5f_\mathrm{K}$, f_K, $2f_\mathrm{K}$, $4f_\mathrm{K} = f_\mathrm{Q}$. Itt az $f_\mathrm{K} = 1/P_\mathrm{K}$ és $f_\mathrm{Q} = 1/P_\mathrm{Q}$, ahol pedig P_Q egy észlelési negyed karakterisztikus hossza napokban. Így hát ezek a frekvenciák annak a következményei, hogy minden erőfeszítésem ellenére az egyes negyedek mégsincsenek tökéletesen összeillesztve, vagy csak egyszerűen a hiányzó negyedek okozzák ezeket, esetleg a nemrégiben felfedezett P_K periódusú, műszeres amplitúdóváltozás (Bányai és társai, 2013) áll a háttérben.

A kisfrekvenciás részen (l. 7.5. ábra B_1 panel és a 7.8. ábra) általában beazonosítható az f_B modulációs frekvencia, valamint néhány, a *Kepler*-évhez köthető instrumentális frekvencia. Sok esetben a Blazskó-frekvencia harmonikusai is szignifikánsak, ami azt mutatja, hogy a moduláció nemlineáris. Ez egyébként a 7.4.ábrán a fénygörbék burkolóit megnézve is egyértelmű. Meglepően sok esetben találtam egynél több modulációs frekvenciát (l. még a 7.5. ábra B_1 paneljét). Ez a másodlagos modulációs frekvencia sokszor az elsődleges moduláció valamely harmonikusának közelében tűnik fel, és ezzel tévesen nemlineáris moduláció frekvenciájaként is azonosíthatnám, de az O−C-diagram vizsgálatával (l. 7.2. fejezet) sikerült egyértelműen megkülönböztetnem a többszörös és a nemlineáris modulációs eseteket. A két modulációs frekvencia ilyen megjelenése viszont azt jelenti, hogy frekvenciáik két kis egész szám hányadosához vannak közel, azaz valamiféle rezonanciával van dolgunk.

[3] http://www.konkoly.hu/HAG/Science/index.html

[4] l. http://www.konkoly.hu/KIK/data.html

Bár ebben a fejezetben elsősorban a hosszú időskálájú változásokat vizsgálom, meg kell röviden említenem a harmonikusok közötti extra frekvenciákat is, mivel az oldalcsúcsokkal való fehérítés után jobbára ezek uralják a spektrum nagyfrekvenciás részét (l. 7.5. ábra B_3 panelje). Négy csillag esetében (ezek a V353 Lyr, a V1104 Cyg, a KIC 11125706 és a V783 Cyg) ugyan nincs semmilyen szignifikáns csúcs a harmonikusok között, de a fennmaradó 11 csillagnál van (7.6. ábra).

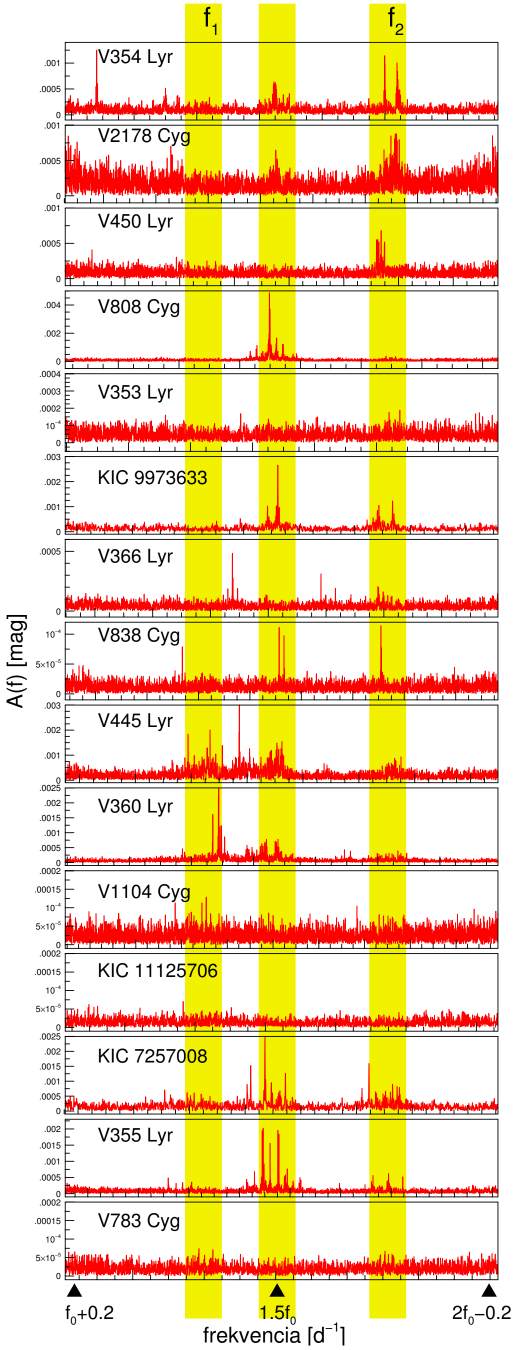
Három jól elkülönülő frekvenciacsoport azonosítható itt, amelyek az egyes csillagokon a legkülönbözőbb kombinációkban jelennek meg. A középső csúcsok a már többször említett periódusketttőződés jelenségéhez tartoznak. A feles frekvenciák $(0.5f_0, 1.5f_0, \dots)$, ezek oldalcsúcsai és számos lineáris kombinációjuk azonosítható. Ezen feles frekvenciák frekvenciaaránya némileg különbözik a pontos feles értékektől, aminek a magyarázata részben a mintavételezésből adódó matematikai, részben fizikai (Szabó és társai, 2010). A feles frekvenciák és a $2f_0$ felhang közötti részen az f_2 második radiális felhang, míg a feles frekvenciák és az f_0 alapfrekvencia közötti részen az f_1 első radiális felhang gerjesztett frekvenciája jelenhet meg. Az ezeket a frekvenciákat körülvevő nagyszámú csúcs magyarázata mindhárom esetben tisztán matematikai: az extra frekvenciák amplitúdói minden esetben időben változók (l. pl. Benkő és társai 2010; Szabó és társai 2010, 2014; Guggenberger és társai 2012), és ez okozza csúcserdőt az adott frekvencia körül, ahogyan azt Szabó és társai (2010) szimulációi is kimutatták.

Az O−C-diagramok analízise

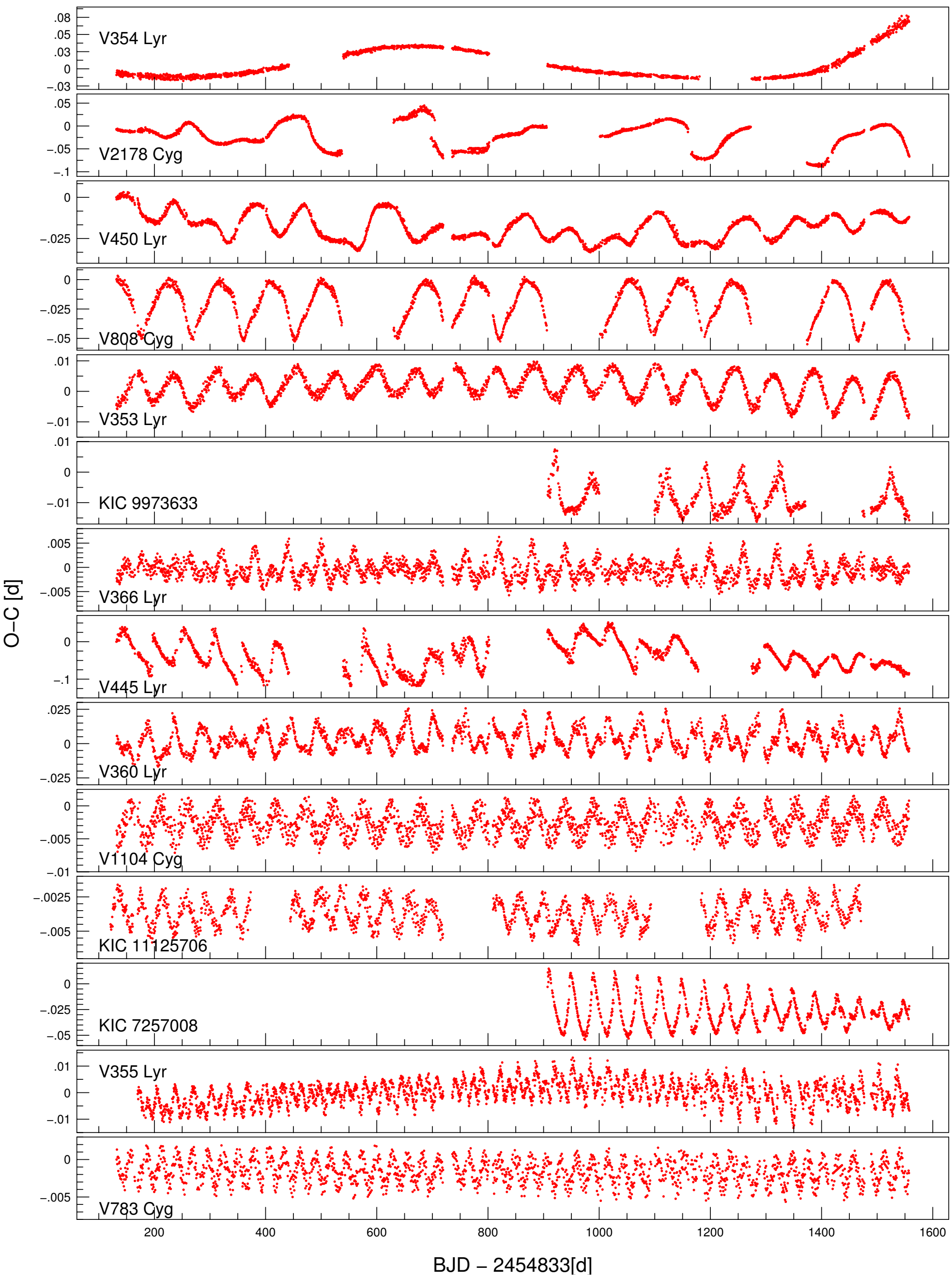
A Blazskó-effektus frekvenciamodulációs része (FM) elkülönül, ha az effektust az időben vizsgáljuk. Mivel az AM és FM részek minden eddigi vizsgálat szerint fizikai kapcsolatban vannak egymással, egy ilyen szétválasztással ugyanannak a jelenségnek egy másik aspektusát vizsgáljuk. Egy ilyen kezelésnek az a gyakorlati előnye, hogy az időmérés majdnem teljesen mentes a műszeres torzító effektusoktól, ami nem mondható el a fényességmérésről (l. 7.1. fejezet).

Számos módja van a frekvencia- vagy periódusváltozások vizsgálatának a hagyományos O−C-diagramtól (Sterken, 2005) az analitikus függvény módszerig (Kolláth és társai, 2002), de akár fázisváltozássá is transzformálhatók, ahogyan azt Nemec és társai (2013) teszik. Én itt az O−C-diagramok vizsgálatát választottam mint egyszerű, könnyen áttekinthető módszert. Megjegyzendő, hogy bár az O−C-diagramokat már évtizedek óta használják az RR Lyrae csillagokkel foglalkozó munkák, az első diagram, amely a Blazskó-effektus miatti periódusváltozást mutatja, csak a közelmúltban (Chadid és társai 2010, 4.2. fejezet) készült, amikor ezt a folytonos űrfotometriai adatok lehetővé tették.

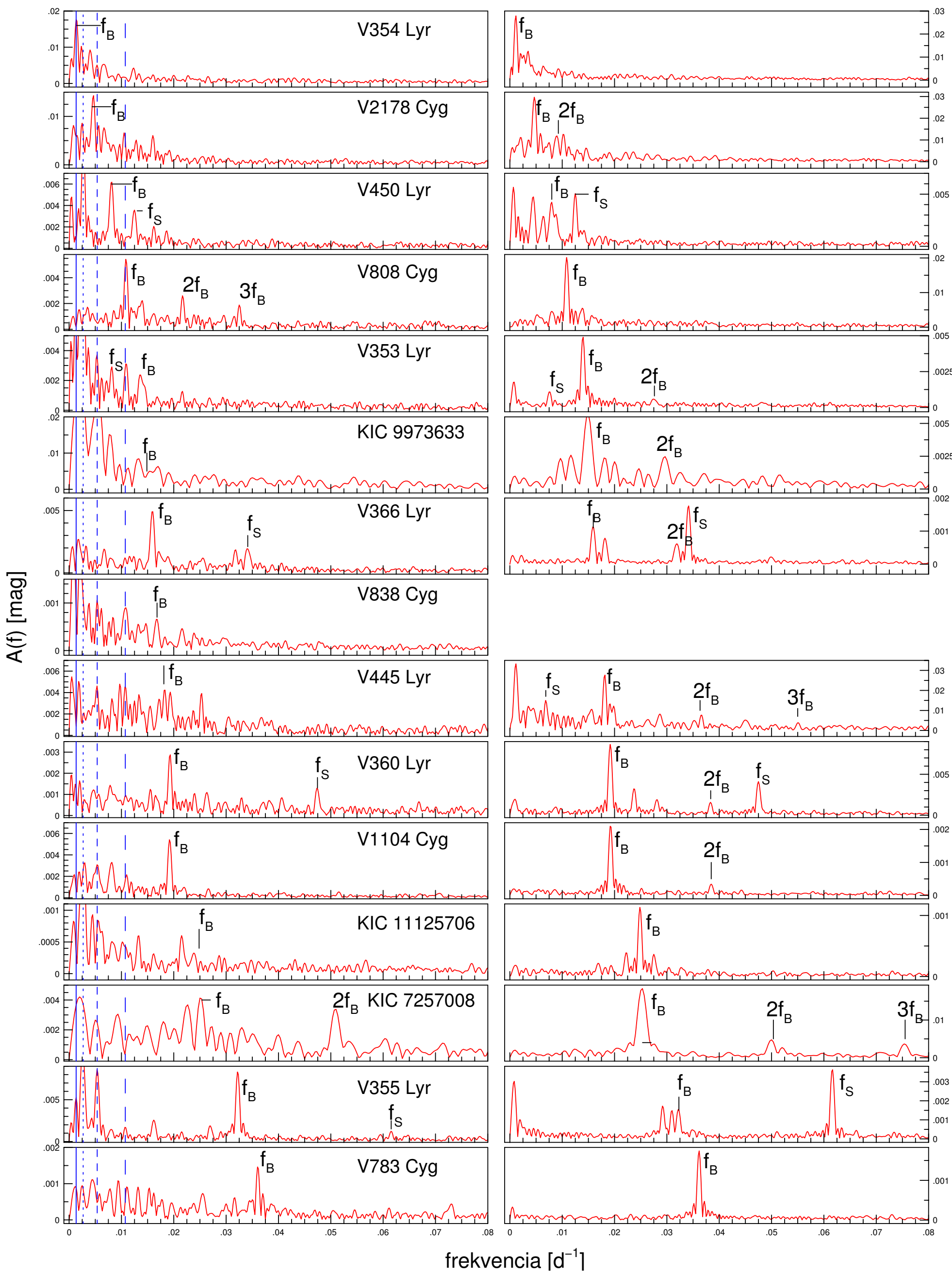
Az O−C-diagramokat a pulzációs maximum-időpontokból állítottam elő. Az észlelt maximumok (O) a fénygörbe legnagyobb fényességhez közeli szakaszaira illesztett 7–9. rendű polinomok maximumának időpontjai lettek. Az E_0 kezdeti epocha minden csillagra az első észlelt maximum időpontja volt. A számított maximum-időpont (C) ezzel az epochával és az átlagos pulzációs P_0 periódussal számolható: C=$E_0 + EP_0$, ahol $E = 1, 2 \dots$, a ciklusszám. Az észlelt fénygörbe hiányai néha interpolációs hi-



7.6. ábra. *Az extra frekvenciák megjelenése egyes csillagokon. A spektrumok a fő frekvencia és első harmonikusa közötti részen ($f_0 + 0.2 < f < 2f_0 - 0.2$). Minden panel olyan maradványspektrumokat mutat, amelyekből néhány fehérítési lépés után eltávolítottam a harmonikusokat és számos (3-10) szignifikáns oldalcsúcsot is. A sárga sávok az f_1 radiális első felhang, a perióduskettőződés ($1.5f_0$) és az f_2 második radiális felhang várt pozícióját mutatják.*



7.7. ábra. *Az analizált Blazskó RR Lyrae csillagok O–C-diagramjai. A diagramok a maximumidőpontok meghatározása alapján készültek. A kezdőepocha minden csillagnál az első maximum időpontja volt. Az elsődleges AM periódus fentről lefelé csökken. A V838 Cyg LC adatai nem voltak alkalmasak O–C-diagram készítésére (a részleteket l. 7.2.1. fejezetben), így ez a csillag hiányzik az ábráról.*



7.8. ábra. *Az amplitúdó- és frekvenciamoduláció jellemzői. Bal oldalon a fénygörbék (7.4. ábra) Fourier-spektrumainak kisfrekvenciás része. A kék függőleges vonalak a műszeres effektusok frekvenciáit jelölik:* $f_{\rm K}/2$ *(folytonos),* $f_{\rm K}$ *(pontozott),* $2f_{\rm K}$ *(rövid szaggatott),* $4f_{\rm K} = f_{\rm Q}$ *(hosszú szaggatott). A jobb oldalon az O−C-diagramok (7.7. ábra) Fourier-spektrumai. Mindkét esetben az* $f_{\rm B}$ *elsődleges és* $f_{\rm S}$ *másodlagos Blazskó-frekvencia és harmonikusai vannak megjelölve. A megjelenő lineáris kombinációkat külön ábrákon mutatom be (l. 7.14 és 7.15. ábra).*

bát, és ezzel kiugró pontot okoztak a O−C-diagramon. Ezeket a nyilvánvalóan hibás pontokat a Period04 program `time string plot` rutinja segítségével kiszűrtem a végleges diagramokból. A hibás pontok definíciója az volt, hogy ezek a folytonos görbétől 3σ-nál jobban eltérnek. A σ az adatokra illesztett folytonos görbe standard szórása. A végleges O−C görbéket a 7.7. ábra mutatja. Az egyedi O−C értékek pontossága 1 perc körül van.

Az O−C diagramok frekvenciatartamát megint csak Fourier-analízissel nyertem ki. A megfelelő spektrumokat a 7.8. ábra jobb oldal mutatja, ahol a bal oldalon összehasonlításképpen láthatók a fénygörbék Fourier-spektrumainak kisfrekvenciás részei is. A kétféle spektrum szerkezete általánosságban hasonló, de az O−C spektrumok sokkal tisztábbak. Itt nem látunk műszeres frekvenciákhoz tartozó csúcsokat, viszont a többszörösen modulált csillagoknak több lineáris kombinációs frekvenciája azonosítható, mint a fénygörbék spektrumaiban. Ezek a lineáris kombinációs frekvenciák világosan mutatják, hogy mindkét moduláció a csillaghoz tartozik (és nem pl. egy háttérforráshoz), és egymással nemlineárisan csatoltak. Megjegyzendő, hogy az amplitúdó- és frekvenciamoduláció (későbbiekben AM és FM) frekvenciái mindig hibán belül azonosak egymással.

A számított paraméterek és hibáik

Az analizált Fourier-spektrumoknak jól definiált szerkezete van, és bár a fénygörbék spektrumaiban több száz szignifikáns csúcs van, közülük csak néhány tartozik független frekvenciákhoz. Ezek az f_0 alapmódus frekvenciája, a Blazskó-effektus(ok) f_{B} (és f_{S}) frekvenciája és a néhány további gerjesztett radiális felhang (f_1, f_2 és-vagy a perióduskettőződésért felelős f_9 „strange” módus) frekvenciája. A frekvenciák és az amplitúdóik hibabecslését egyaránt a Period04 Monte Carlo-szimulációs rutinjával határoztam meg. Megjegyzendő, hogy mivel az adatsor majdnem folytonos és egyenletesen mintavételezett, az így kapott hibák mindössze néhány százalékkal nagyobbak az analitikus hibabecslésnél (Breger és társai, 1999).

A hibabecslés a fő pulzációs frekvenciára 1.1-1.8×10^{-7} d^{-1} pontosságot ad, ha rendelkezésre áll a teljes (Q1–Q16) adatsor. Ha csak Q10–Q16 adatok vannak, akkor 4×10^{-6} d^{-1}. Ezeket az értékeket pulzációs periódusokra fordítva a legjobb adatokra (rövid periódus és hosszú adatsor esetén) a periódus pontossága 3-5×10^{-8} d míg legrosszabb esetben (hosszú pulzációs periódus és rövid adatsor) 10^{-6} d. A Rayleigh-féle frekvenciafeloldás a Q1–Q16 adatsorra 0.0007 d^{-1}, a Q10–Q16 adatsorra (a KIC 7257008 és a KIC 9973633 csillagokra) pedig 0.0015 d^{-1}. A frekvenciákkal ellentétben az amplitúdókat az FM megváltoztatja (Benkő és társai 2011, 8. fejezet). Következésképpen a fő pulzációs frekvencia amplitúdójára kapott formális 0.3-1 mmag-os hibabecslés csak egy alsó korlátja a tényleges hibának.

A periódusokat három különböző módon határoztam meg (l. 7.2. táblázat): (i) az első két triplett átlagos frekvenciakülönbségéből (második oszlop); (ii) a fénygörbe Fourier-spektrumában lévő Blazskó-frekvenciából (3. oszlop) – feltéve, ha detektálható volt – és (iii) az O−C-diagram Fourier-spektrumából (5. oszlop). Utóbbi két módszer megadja az AM és FM amplitúdóit is, ezek a 4. és 6. oszlopban találhatók.

7.2. táblázat. *A Blazskó-periódusok és amplitúdók a különböző módszerekkel.*

Név	$P_i^{(\mathrm{s})}$ [d]	P_i^{AM} [d]	$A(f_i^{\mathrm{AM}})$ [mmag]	P_i^{FM} [d]	$A(f_i^{\mathrm{FM}})$ [min]
V2178 Cyg	207 ± 15	216 ± 2	14 ± 3.7	215.9 ± 0.35	43.6 ± 0.9
	168.8 ± 1.1			166.2 ± 2.4	18.6 ± 1.2
V808 Cyg	92.14 ± 0.06	92.18 ± 0.39	5.4 ± 0.7	92.16 ± 0.01	30.6 ± 0.1
V783 Cyg	27.666 ± 0.001	27.73 ± 0.39	1.5 ± 1.2	27.667 ± 0.005	2.6 ± 0.05
V354 Lyr	807 ± 16			891 ± 4	36.9 ± 0.5
V445 Lyr	54.7 ± 0.5	54.80 ± 0.3	4.3 ± 1.2	55.04 ± 0.04	38.7 ± 1.5
	146.4 ± 0.8			147.4 ± 0.7	21.8 ± 1.7
KIC 7257008	39.51 ± 0.05	39.7 ± 0.4	4.2 ± 1.9	39.72 ± 0.02	26.3 ± 0.4
V355 Lyr	31.06 ± 0.1	31.04 ± 0.08	8.4 ± 1.8	30.99 ± 0.02	2.3 ± 0.1
	16.243 ± 0.007	16.25 ± 0.1	1.2 ± 1.7	16.229 ± 0.003	5.2 ± 0.1
V450 Lyr	123.7 ± 0.4	123.0 ± 1	6.5 ± 1.4	124.8 ± 0.3	5.7 ± 0.3
	81.0 ± 0.6	80.4 ± 0.8	4.3 ± 1.5	80.1 ± 0.1	6.7 ± 0.3
V353 Lyr	71.70 ± 0.04	72.1 ± 1.5	2.3 ± 1.3	71.68 ± 0.02	7.17 ± 0.07
	133.1 ± 0.4			131.3 ± 0.3	1.64 ± 0.08
V366 Lyr	62.90 ± 0.01	62.87 ± 0.4	5.0 ± 1.4	62.77 ± 0.05	1.66 ± 0.06
	29.29 ± 0.01	29.28 ± 0.3	2.1 ± 1.4	29.295 ± 0.007	2.58 ± 0.06
V360 Lyr	52.10 ± 0.01	51.88 ± 0.5	2.9 ± 1.2	52.11 ± 0.015	12.9 ± 0.2
	21.041 ± 0.008	21.09 ± 0.15	1.3 ± 1.2	21.073 ± 0.005	6.0 ± 0.2
KIC 9973633	67.11 ± 0.08			67.30 ± 0.07	8.2 ± 0.2
	27.13 ± 0.06			27.21 ± 0.15	1.6 ± 0.4
V838 Cyg	59.5 ± 0.1	59.8 ± 3	0.6 ± 2		
KIC 11125706	40.21 ± 0.02			40.21 ± 0.01	1.66 ± 0.03
				58.9 ± 0.1	0.27 ± 0.03
V1104 Cyg	52.00 ± 0.01	52.08 ± 0.2	5.4 ± 1.8	51.99 ± 0.02	3.14 ± 0.05

P_i és $A(f_i)$ jelenti a Blazskó-periódust és a modulációs frekvencia amplitúdóját, i=B vagy S az elsődleges, ill. a másodlagos Blazskó-effektust jelenti. A felső indexek a kiszámításnál használt eljárást jelzik: (s): a harmonikusok körüli oldalcsúcsok távolságából; AM: a fénygörbe spektrumában megjelenő f_B frekvenciából; FM: az O−C diagram spektrumából.

Az analízis eredményeit a 7.3. táblázat összegzi. Az egyes oszlopok a KIC számot, a változónevet, a P_0 fő pulzációs periódust, a fő frekvencia Fourier-amplitúdóját és a Blazskó-periódusokat tartalmazzák. A számszerű értékek a számított pontosságú számú tizedesjegyre vannak megadva. A Blazskó-periódusok a 7.2. táblázatban megadott periódusok átlagolt értékei. Az utolsó két oszlop az extra frekvenciák megjelenését, azok jellegét, ill. az ismert műszeres problémákat jelzik.

A Blazskó-effektus periódusa és az AM amplitúdó

Amikor felrajzoltam a*Kepler*-minta csillagaira a P_i (i=B vagy S) Blazskó-periódusokat az AM frekvencia $A(f_i^{AM})$ amplitúdója függvényében jól kivehető trendet kaptam (Benkő és társai 2014, 9. ábra). A hosszabb Blazskó-periódusokhoz jellemzően nagyobb amplitúdók tartoznak, és viszont. A hosszú periódusú és kis amplitúdójú csillagok hiányát még lehet észlelési okokkal magyarázni (az ilyen modulációt nehéz

7.3. táblázat. *A Kepler Blazskó-csillagok néhány fontosabb paramétere.*

KIC	GCVS	P_0 [d]	$A(f_0)$ [mag]	P_B [d]	P_S [d]	Extra fr.[(a)]	mj.[(b)]
3864443	V2178 Cyg	0.4869470	0.3156	213 ± 5	167.5 ± 1.8(?)	F2, (PD)	h
4484128	V808 Cyg	0.5478635	0.2197	92.16 ± 0.02	~ 1000	PD, (F2)	h
5559631	V783 Cyg	0.6207001	0.2630	27.6667 ± 0.0005			sk
6183128	V354 Lyr	0.5616892	0.2992	849 ± 59	(?)	F2, (PD, F')	sk, h
6186029	V445 Lyr	0.5130907	0.2102	54.83 ± 0.04	146.9 ± 0.7	PD, F1, F2	h
7257008		0.511787	0.2746	39.67 ± 0.14	> 900	PD, F2	Q10-
7505345	V355 Lyr	0.4736995	0.3712	31.02 ± 0.05	16.24 ± 0.01	PD, F2	
7671081	V450 Lyr	0.5046198	0.3110	123.8 ± 0.9	80.5 ± 0.5	F2	sk
9001926	V353 Lyr	0.5567997	0.2842	71.8 ± 0.3	132.2 ± 1.3		
9578833	V366 Lyr	0.5270284	0.2909	62.84 ± 0.07	29.29 ± 0.01	(F2)	
9697825	V360 Lyr	0.5575755	0.2572	52.03 ± 0.14	21.07 ± 0.03	F2, (PD)	
9973633		0.510783	0.2458	67.2 ± 0.1	27.17 ± 0.06	PD, F2	h, Q10-
10789273	V838 Cyg	0.4802800	0.3909	59.7 ± 0.2		(F2, PD)	sk
11125706		0.6132200	0.1806	40.21 ± 0.02	58.9 ± 0.1		h, sk
12155928	V1104 Cyg	0.4363851	0.3847	52.02 ± 0.05			sk

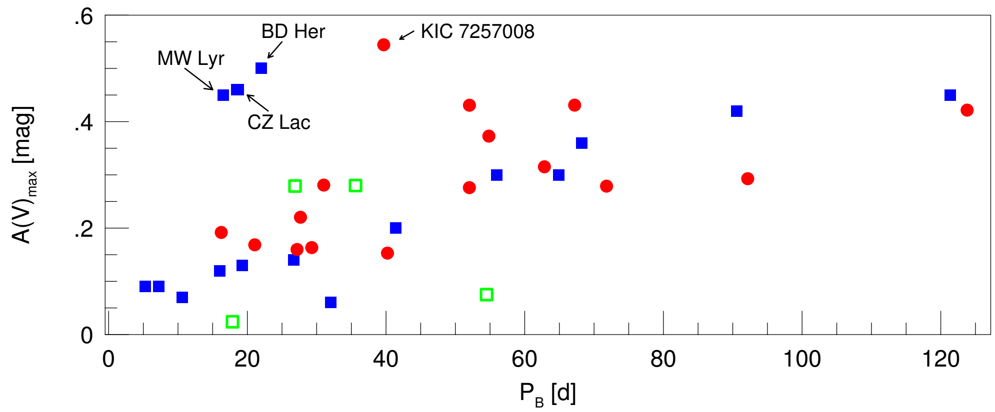
P_0, P_B P_S a fő pulzációs periódust, ill. a Blazskó-periódusokat jelentik. $A(f_0)$ a fő pulzációs frekvencia Fourier-amplitúdója.

[(a)] Az extra frekvenciák a spektrumban: PD: perióduskettőződés; F1: első felhang és az alapmódus frekvenciájával alkotott lineáris kombinációk; F2: ugyanaz, mint az F1 eset, csak a radiális második felhanggal; F′: azonosítatlan módusok frekvenciái; a zárójelek a marginális effektust jelölik.

[(a)] sk=skálázott negyedek, h=hiányzó negyedek, Q10- = adatsor csak a Q10 negyedtől.

megkülönböztetni a műszeres trendektől még a pontos *Kepler* adatokban is), de a rövid periódusú és nagy amplitúdójú csillagok hiánya így nem volt indokolható.

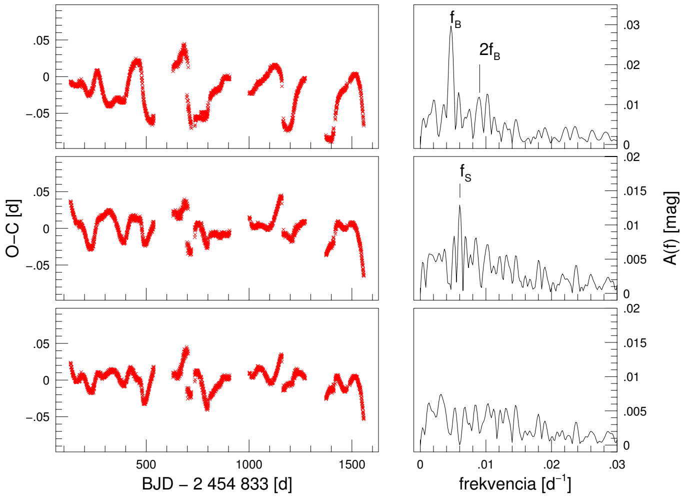
Átnézve az irodalmat sehol nem találtam utalást ilyesfajta összefüggésre. Két olyan cikket találtam, amelyből implicite következtethetünk egy ilyen relációra: (i) Jurcsik és társai (2005c) korrelációt találtak a P_0 pulzációs periódus és a moduláció A_2 amplitúdója között ($P_0 \propto A_2$), ahol az A_2 az alapmódus és első felharmonikusának oldalcsúcsainak amplitúdóival van definiálva: $A_2 = A(f_0 + f_\mathrm{B}) + A(f_0 - f_\mathrm{B}) + A(2f_0 + f_\mathrm{B}) + A(2f_0 - f_\mathrm{B})$. (ii) Másrészt Jurcsik és társai (2005a) korrelációt találtak P_0 és a P_B Blazskó-periódus között is ($P_0 \propto P_\mathrm{B}$). Ezek után levezethetünk egy lehetséges korrelációt a Blazskó-periódus és annak erőssége között: mivel ha $P_0 \propto A_2$ és $P_0 \propto P_\mathrm{B}$ akkor $P_\mathrm{B} \propto A_2$. Mi a kapcsolat az A_2 paraméter és az itt használt $A(f_\mathrm{B})$ Fourier-amplitúdó között? Amint azt a 8. fejezetben megmutatom, az oldalcsúcsok amplitúdóit az AM és FM együttesen, meglehetősen bonyolult módon határozza meg, míg az $A(f_\mathrm{B})$ amplitúdót kizárólag az AM. Ennek megfelelően az $A(f_\mathrm{B})$ használata egyértelműen jobb az AM jellemzésére. Sajnos van egy komoly hátránya is. Az olyan csillagok száma, amelyekre ez az érték ismert, meglehetősen kicsi, mivel az f_B frekvenciát csak a legjobb minőségű földi adatokban és az űradatokban lehet megtalálni.



7.9. ábra. *A $P_{\rm B}$ Blazskó-periódus a V fénygörbe felső burkolójának $A(V)_{\rm max}$ amplitúdója függvényében. A piros szimbólumok a transzformált Kepler-észleléseket, a kékek a földi (Konkoly Blazhko Survey) adatokat jelölik. A zöld üres négyszögek a CoRoT-csillagok transzformált értékeit mutatják. Az egyedi hibák a szimbólumok méreténél kisebbek.*

Összegyűjtöttem hát azokat a csillagokat, amelyekről az $A(f_{\rm B})$ ismert volt. A *Kepler*-mintán túl ez néhány *CoRoT*-csillagot (l. Chadid és társai 2010; Poretti és társai 2010; Guggenberger és társai 2011, ill. 4. fejezet) valamint a Konkoly Blazhko Survey (KBS, Jurcsik és társai 2009c) csillagait jelenti. A különböző észlelések különböző színekben (e.g. V, R, I, $K_{\rm p}$) történtek, ami megnehezíti az egységes kezelést. A *CoRoT* és *Kepler* detektorainak spektrális válaszfüggvényei eléggé hasonlók, bár a *CoRoT*-é egy kissé szélesebb (Auvergne és társai, 2009; Van Cleve et al., 2009), ezért aztán a *CoRoT*-amplitúdókat skálázni kell. Nemec és társai (2011) empirikus transzformációs képleteket vezetett le a $K_{\rm p}$ és V színekben mért különféle amplitúdókra (pl. $A_{\rm tot}$, A_1). A traszformált földi (KBS) adatok azonban semmilyen korrelációt nem mutattak. Ezek után döntöttem úgy, hogy az AM erősségének jellemzésére a fénygörbe burkolójának $A_{\rm max}$ maximális amplitúdóját választom. Ez a paraméter ugyan könnyen meghatározható, de sajnos a pulzációs amplitúdótól is függ. A KBS adatok $A_{\rm max}$ értékei határozott korrelációt mutatnak a $P_{\rm B}$-vel (7.9. ábra kék négyszögei). Alkalmazva Nemec és társai (2011) empirikus transzformációs képleteit a *Kepler*-csillagokra (a $K_{\rm p}$ és V sávok között) kapom a 7.9. ábra piros pontjait. A korreláció itt is egyértelmű. A $P_{\rm B} \propto A_{\rm max}$ összefüggés mindenesetre könnyen tesztelhető meglévő nagy fotometriai adatbázisokon is (pl. MACHO, OGLE).

A talált korrelációhoz hasonló jelenséget gyakoriak a (hidro)dinamikai rendszerekben, pl. a gyengén disszipatív rendszereket csak hosszú ideig ható erők képesek nagy amplitúdóval perturbálni (pl. Molnár és társai 2012a). A korrelációból kilógó csillagok (CZ Lac, MW Lyr, BD Her és KIC 7257008 a 7.9.ábrán, ill. a V355 Lyr Benkő és társai (2014) 9. ábráján) talán egy külön csoportja a Blazskó RR Lyrae csillagoknak. A talált korreláció mindenképpen további vizsgálatra érdemes.



7.10. ábra. *A V2178 Cyg O−C analízise. Bal oldalon fent az eredeti O−C-diagram, az f_B frekvenciával fehérített adatok O−C-je (középen), és a másodlagos f_S frekvenciával is fehérített adatok O−C-je (lent). A jobb oldali panelek az O−C-diagram Fourier-spektrumát mutatják a különböző fehérítési fázisokban.*

7.2.1. Az egyedi csillagok analízise

V2178 Cyg = KIC 3864443

Nemec és társai (2013) ezt a csillagot választották a hosszú periódusú és nagy amplitúdójú AM-et és FM-et mutató csillagok mintapéldányának. A fénygörbe burkolója (l. 7.4. ábra) bonyolult, multiperiodikus, esetleg ciklusról ciklusra különböző amplitúdóváltozásról árulkodik. Sajnos a változások hosszú időskálái nem teszik lehetővé a jelenség részletesebb vizsgálatát. A Nyquist-frekvenciáig az f_0 pulzációs alapmódus frekvenciájának 11 harmonikusát sikerült azonosítanom. A harmonikusoknál látható triplettek nagyon aszimmetrikusak: $A(kf_0 - f_\mathrm{B}) \gg A(kf_0 + f_\mathrm{B})$ (l. még Nemec és társai 2013 3. ábrája). Ha az elsődleges Blazskó-frekvenciát az oldalcsúcsok átlagából határozom meg, a 0.00482 d^{-1} értéket kapom, ami jó egyezésben van a kisfrekvenciás rész legnagyobb amplitúdójú frekvenciájával (0.00462 ± 0.0001 d^{-1}), és így az azonosítható az f_B frekvenciával (7.8. ábra). A hiányzó negyedek miatt a Fourier-spektrumban számos instrumentális frekvencia is feltűnik, mint pl. az f_Q, $f_\mathrm{Q} \pm f_\mathrm{B}$ és lineáris kombinációi. A kisfrekvenciás rész második legnagyobb amplitúdójú csúcsa 0.002486 d^{-1}-nál van, ami hibán belül megegyezik az $f_\mathrm{K} = 0.002685 \pm 0.0001$ d^{-1}-val.

Miután levontam a legnagyobb amplitúdójú $(kf_0 - f_\mathrm{B})$ oldalcsúcsokat, a maradványspektrumban feltűntek a triplett $(kf_0 + f_\mathrm{B})$ jobb oldali oldalcsúcsai és egy lehetséges második moduláció triplettjének $(kf_0 - f_\mathrm{S})$ komponensei, ahol $f_\mathrm{S} = 0.00593$ d^{-1}. Amennyiben f_S egy második moduláció frekvenciája, akkor a két modulációs frekvencia 2:3 arányú rezonanciában lenne, csakhogy f_S az $f_\mathrm{S} = f_\mathrm{Q} - f_\mathrm{B}$ alakú lineáris kombinációként is előállítható.

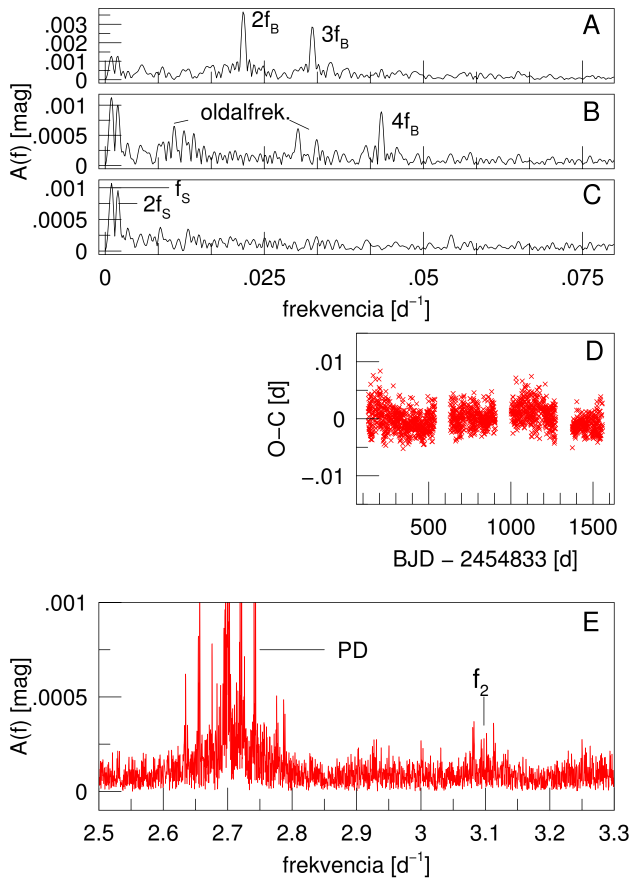
Az O−C diagram Fourier-spektrumában (7.10. ábra jobb oldala) megjelenik az $f_\mathrm{B} = 0.00463$ d^{-1} és a $2f_\mathrm{B}$ frekvencia. Ezekkel fehérítve egy szignifikáns csúcs marad a 0.00602 d^{-1} (S/N=24) frekvenciánál. Amennyiben ezzel a frekvenciával is kifehérítek, a reziduálgörbén nagy amplitúdójú, kváziperiodikus hullámzás látszik, de a spektrumban további szignifikáns frekvencia nem azonosítható. A V2178 Cyg tehát valószínűleg multiperiodikus vagy kváziperiodikus Blazskó-effektust mutató csillag, de a két lehetőség között, a hosszú periódusok miatt, nem tudok dönteni.

Hasonlóképpen a 6. fejezetben elmondottakhoz, ill. a Benkő és társai (2010) cikkben leírtakhoz, az $f_2 = 3.51478$ d^{-1} második radiális felhang frekvenciája körül számos csúcs látható (l. még 7.6. ábra, $P_0/P_2 = 0.584$; S/N $\approx$ 3). A perióduskettőződés marginális: a legnagyobb amplitúdójú csúcsa az $f^{(1)} = 3.05804$ d^{-1} frekvencia ($f^{(1)}/f_0 = 1.49$; S/N $\approx$ 2). A csúcsoknak egy harmadik csoportja is megfigyelhető $f^{(2)} = 2.656875$ d^{-1}-nél (S/N $\approx$ 2). Bár néhány Blazskó-csillagon (pl. az RR Lyr-nél, vagy a V445 Lyr-nél) ebben a tartományban az f_1 első felhang mutatható ki, a V2178 Cyg esetében nagy valószínűséggel az $f^{(2)}$ lineáris kombináció lehet ($f^{(2)} = 3f_0 - f_2$), mivel periódusaránya ($P^{(2)}/P_0 = 0.773$) meglehetősen távol van a felhangra vonatkozó elméleti $P_1/P_0 = 0.744$ értéktől. Ráadásul ez a periódusarány akkor nő, ha a fémtartalom is növekszik (l. Chadid és társai 2010 8. ábrája), márpedig a mérések szerint a V2178 Cyg-nek meglehetősen alacsony a fémtartalma ([Fe/H]= −1.46, Nemec és társai 2013), ami megint csak a lineáris kombinációs magyarázatot valószínűsíti.

V808 Cyg = KIC 4484128

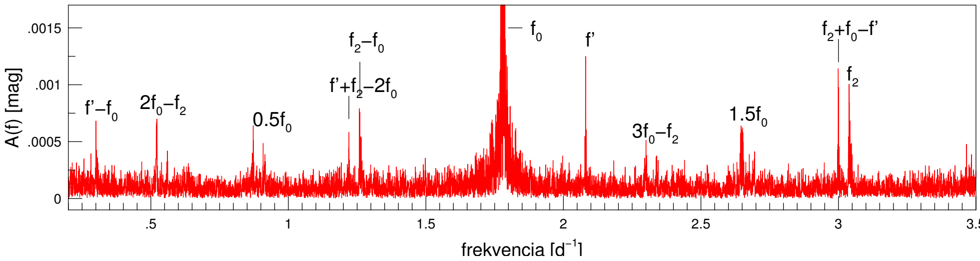
Ennek a csillagnak a fénygörbéjén (7.4. ábra) két fontos jellegzetesség ismerhető fel. Egyrészt a nagyon nem szinuszos burkológörbe nemlineáris AM meglétét mutatja, másrészt a Blazskó-periódus közel van az észlelési negyedek hosszához. Az első következménye az, hogy az $f_\mathrm{B} = 0.01085$ d^{-1} Blazskó-frekvencia $2f_\mathrm{B}$ és $3f_\mathrm{B}$ harmonikusai is szignifikánsak a fénygörbe Fourier-spektrumában (7.8. ábra), valamint hogy a $kf_0 \pm lf_\mathrm{B}$ ($l > 1$) multiplett oldalcsúcsok is megjelennek. Úgy tűnik, mintha az egyes ciklusok amplitúdói sem lennének teljesen egyformák, de a negyednyi hosszúságú Blazskó-periódus és a hiányzó negyedek lehetetlenné teszik ennek a bizonyítását.

A V808 Cyg O−C diagramja jól illeszthető a Blazskó-frekvencia és három harmonikusa felhasználásával. Miután ezt a négyfrekvenciás illesztést levontam az O−C adatokból, a maradványspektrumban egyértelmű szerkezet marad (7.11. ábra B panele). Az f_B és a $3f_\mathrm{B}$ frekvenciák helye mellett oldalcsúcsok tűnnek fel. Ezek az oldalcsúcsok egy $f_\mathrm{S} = 0.0010$ d^{-1} frekvenciájú második moduláció következményeként értelmezhetők. Egy további fehérítési lépés után (amiben eltávolítottam ezeket az oldalcsúcsokat és a közben feltűnt $4f_\mathrm{B}$ frekvenciát) a maradvány spektrumában már csak az f_S és a $2f_\mathrm{S}$ látszik szignifikáns frekvenciaként (7.11. ábra C panele). Sajnos a lehetséges másodlagos modulációs periódus ($P_\mathrm{S} \sim 1000$ d) hossza összemérhető a teljes észlelés hosszával, így a reziduál O−C változása a (D panelen) akár szekuláris is lehet, nemcsak periodikus.



7.11. ábra. *Új eredmények a V808 Cyg-ről. A-C panelek: Az O−C diagram (l. 7.7,ábra) Fourier-spektrumának fehérítési lépései. Az* f_B *Blazskó-frekvencia harmonikusai szignifikánsak a 4. rendig. Az* f_S *és* $2f_\mathrm{S}$ *csúcsok a kisfrekvenciás részen, valamint ezek lineáris kombinációi az* f_B*-vel nyilvánvalóvá teszik, hogy van egy hosszú időskálájú változás is. A D panel mutatja a C spektrumhoz tartozó reziduál O−C görbét. Az E panel pedig az* f_2 *második felhang környékét mutatja a fénygörbe fehérített spektrumában.*

A V808 Cyg mutatja a legerősebb perióduskettőződést, ez az oka, hogy Szabó és társai (2010) részletesen vizsgálták a csillagot az első két negyed észlelései alapján. A bővebb, Q16-ig terjedő adatsorban is ez a csillag legfontosabb jellemzője. A jelenséghez tartozó legnagyobb amplitúdójú frekvencia az $f^{(1)} = 2.69770$ d^{-1} ($f^{(1)}/f_0 = 1.48$; S/N $\approx$ 30). Néhány fehérítési lépés után – amelyek során levontam a fő pulzációs frekvenciát, annak harmonikusait és néhány (6-10) szignifikáns multiplett frekvenciát minden harmonikus körül – azt találtam, hogy a csillagban a második radiális felhang ($f_2 = 3.09774$ d^{-1}, P_2/P_0=0.589) – vagy egy azzal azonos frekvencián fellépő nemradiális módus – is gerjesztve van (7.11. ábra E panel). En-



7.12. ábra. *Extra frekvenciák a V354 Lyr fénygörbéje fehérített Fourier-spektrumának kisfrekvenciás részén.*

nek a frekvenciának sokkal kisebb az amplitúdója, mint a perióduskettőződésé, ami magyarázza, miért nem sikerült megtalálni korábban a sokkal rövidebb adatsorban.

V783 Cyg = KIC 5559631

A V783 Cyg Blazskó-effektusa egyszerűnek tűnik: szinuszos AM és FM látható mind a fénygörbén (7.4. ábra), mind az O−C diagramon (7.7. ábra). Azonban figyelmesen megvizsgálva ezeket a görbéket, apró változások mutathatók ki az egymást követő ciklusok között.

Ha a fénygörbét kifehérítem az alapmódus frekvenciájával és 15 szignifikáns harmonikusával, a szép szimmetrikus triplettek oldalcsúcsai maradnak a spektrumban. A mintában ennek a csillagnak van a legrövidebb Blazskó-periódusa: $P_\mathrm{B} = 27.67$ d. A spektrumban azonosítható az ennek megfelelő $f_\mathrm{B} = 0.036058\mathrm{d}^{-1}$ modulációs frekvencia is. Ha a triplettek minden komponensét eltávolítom, a reziduálspektrumban multiplettek komponensei tűnnek fel. További fehérítési lépésekkel ezeket is eltávolítva a reziduálban már nem látható egyetlen szignifikáns frekvencia sem.

Az O−C diagram Fourier-spektruma is tartalmazza az f_B-t (7.8. ábra). Ha levonom az f_B-t tartalmazó illesztést az O−C diagramból, a maradvány parabola alakú, ami hosszú időskálájú periódusváltozást jelent. A következő egyszerű, másodfokú függvényt illesztettem az adatokhoz:

$$\mathrm{O-C} = \frac{1}{2}\frac{dP_0}{dt}\bar{P}_0 E^2$$

(Sterken, 2005), ahol $\bar{P}_0$ az átlagos pulzációs periódus, E a kezdőepochától eltelt ciklusok száma. A talált periódusnövekedés $dP_0/dt = 1.02\times10^{-9}\pm1.7\times10^{-10}$ dd^{-1}. Vagy másképpen kifejezve 0.12 ± 0.02 dMy^{-1}, ami igen jól egyezik Cross (1991) 0.088 ± 0.023 dMy^{-1} értékével, amelyet az 1933 és 1990 közötti fotometriai adatok feldolgozásával kapott.

A fénygörbe Fourier-analízise és az O−C diagram vizsgálata nem képes kimutatni az egyedi Blazskó-ciklusok kis különbségeit. A viszonylag rövid Blazskó-periódus és a folytonos *Kepler*-adatsor reményt adtak arra, hogy egy dinamikai vizsgálattal sikerül feltárni a ciklusok különbségeinek okát, sajnos az adatsor hossza mégsem bizonyult elegendőnek (l. 7.4. szakasz).

V354 Lyr = KIC 6183128

A *Kepler*-csillagok közül ennek van a leghosszabb Blazskó-periódusa. A fénygörbe spektrumában lévő triplett komponensek távolságából meghatározva ez $P_\mathrm{B} = 807$ d ($f_\mathrm{B} = 0.00124$ d^{-1}). Ugyanakkor a kisfrekvenciás részen a legmagasabb csúcs az $f_\mathrm{B} = 0.00134$ d^{-1} frekvenciánál van, ami $P_\mathrm{B} = 748$ d periódust jelent. A gond az, hogy a Blazskó-periódus nagyon közel van a $2P_\mathrm{K} = 745$ d műszeres periódushoz.

Az észlelt két Blazskó-ciklusban a fénygörbe lefutása különböző (7.4. ábra). Az első ciklus felszálló ága meredekebb, mint a másodiké, míg a leszálló ága a második ciklusnak meredekebb. A két ciklus különböző lefutása az O$-$C diagramban is jól látható (7.7. ábra), ami megerősíti a gyanút, hogy a V354 Lyr is többszörös modulációt, esetleg ciklusonkénti változást mutathat. A hosszú periódus azonban nem tesz lehetővé élesebb állítást.

Már a 6. fejezetben megmutattam, hogy a V354 Lyr Fourier-spektrumában szignifikáns, extra frekvenciák lelhetők fel. Abban a munkámban az f_0 és az $2f_0$ frekvenciák között a következő frekvenciákat találtam (az ott alkalmazott jelölésekkel): $f' = 2.0810$, $f'' = 2.4407$, $f''' = 2.6513$ és $f_2 = 3.03935$ d^{-1}. Miután eltávolítom az alapmódus frekvenciáját, szignifikáns harmonikusait és a harmonikusok körüli legnagyobb amplitúdójú oldalcsúcsokat, a maradványspektrum most is számos frekvenciát tartalmaz (7.12. ábra). Az egyik nagy amplitúdójú közülük a perióduskettőződéshez tartozó $f^{(1)} = 2.648387$ d^{-1} ($f^{(1)}/f_0$=1.49). Ez a frekvencia felel meg a korábbi f'''-nak. A második felhang frekvenciájának azonosítása nem egyértelmű, mivel az adott pozíción egy kettős csúcs található: $f_2^{(1)} = 3.038671$ d^{-1} ($P_2^{(1)}/P_0 = 0.586$) és $f_2^{(2)} = 2.999333$ d^{-1} ($P_2^{(1)}/P_0 = 0.593$). A két frekvencia közötti különbség 0.300 d^{-1}, sok más hasonló kettős csúcsnál előfordul.

A legnagyobb amplitúdójú $f' = 2.080672$ d^{-1} frekvencia teljes rejtély. Egyetlen másik Blazskó-csillagon sincs ilyen helyen kimutatható csúcs (l. 7.6. ábra). Sem ismert műszeres effektus frekvenciája, sem annak a csillag frekvenciáival alkotott lineáris kombinációi nem jelennek meg itt. A spektrálablaknak ugyan fésűszerű szerkezete van (Van Cleve et al., 2009), de az abban lévő csúcsok mindegyike távol esik az f'-től, ráadásul amplitúdójuk is nagyon kicsi (normált skálán ~ 0.004). Így tehát kizárhatjuk, hogy f' műszeres frekvencia lenne.

Ellenőriztem, hogy ez a frekvencia a V354 Lyr-hez tartozik-e vagy sem. A fluxusgörbe Fourier-transzformáltjában kerestem az f'-nek az f_0 alapmódus frekvenciájával alkotott lineáris kombinációit. És tényleg, mind az $f' + f_0 = 3.8613$ d^{-1}, mind pedig az $f' - f_0 = 0.3003$ d^{-1} kimutathatók. Ezzel kizártam, hogy a frekvencia egy a V354 Lyr-vel összemért másik csillaghoz tartozik. A periódusarány $P'/P_0 = 0.855$. Bár én magam (Benkő és Szabó, 2014) vetettem fel azt a lehetséges magyarázatot, hogy ez a frekvencia az alapmódus és az első felhang lineáris kombinációja lehetne ($f' = (f_0 + f_1)/2$), de a magyarázat problematikus, mivel a spektrumban sem az $f_0 + f_1$, sem az f_1 nincs jelen.

Amint azt láttuk, az $f_2^{(1)}$ és $f_2^{(2)}$ közötti frekvenciakülönbség 0.300 d^{-1}, ami azonos a $f' - f_0$ különbséggel, így $f_2^{(1)}$ és $f_2^{(2)}$ bármelyike felírható mint az f_2, az

f_0 és az f' lineáris kombinációja. A 7.12.ábrán $f_2 = f_2^{(1)}$ azonosítás szerepel, ekkor $f_2^{(2)} = f_2 + f_0 - f'$. Ugyanakkor, ha az $f_2 = f_2^{(2)}$ azonosítást teszem fel, akkor $f_2^{(1)} = f_2 + f' - f_0$. Számos más csúcs is található még, amelyeknek ennek megfelelően kétféle azonosítása lehetséges attól függően, hogy melyik frekvenciát veszem az f_2-nek. Más szavakkal: a korábban említett kettős csúcsok a szokatlan f' frekvencia megjelenésének köszönhetők.

A 6. fejezetben még egy szignifikáns frekvenciát említettem: az $f'' = 2.4407$ d^{-1}. A Q1–Q16 adatsort használva ez a frekvencia nem szignifikáns, de a fele (1.220 d^{-1}) az. Utóbbi frekvenciát egyszerűen előállíthatjuk mint $f_2 - f_0$-t, amennyiben $f_2 = f_2^{(2)}$. Ahogyan ezt Benkő és Szabó (2014) munkámban megmutattam a $2(f_2 - f_0)$ alakú lineáris kombinációk számos korábban nem azonosított *CoRoT* és *Kepler* Blazskó-csillag frekvenciájára is sikeresen alkalmazhatók. Ezek után nem meglepő, ha a V354 Lyr spektrumában is találunk időlegesen olyan kombinációs frekvenciákat mint a $2(f_2 - f_0) = 2.4407$ d^{-1}. Ahogyan 7.2. fejezetben említettem, az extra frekvenciák amplitúdója erősen időfüggő, ez lehet a magyarázata, miért szignifikáns egyszer egy-egy ilyen frekvencia, ami aztán már hosszabb időskálán eltűnik a zajban.

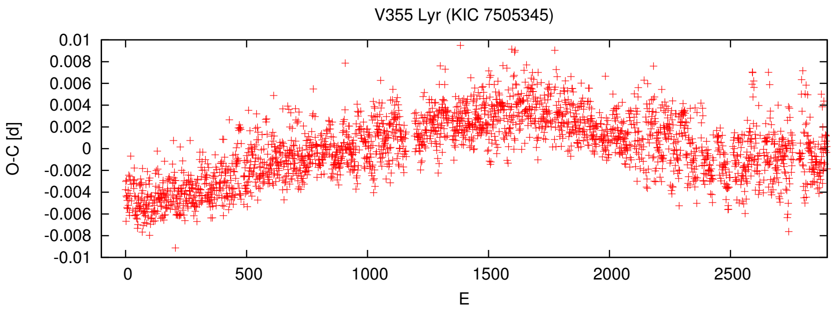
V445 Lyr = KIC 6186029

A csillag fénygörbéje bonyolult, nagyon erősen változó, nagy amplitúdójú modulációt mutat (7.4. ábra). Mivel a csillagot részletesen tárgyaltuk a Guggenberger és társai (2012) cikkben, itt csak röviden említem meg. Akkor még csak a Q1–Q7 adatok álltak rendelkezésre, de a cikk fő megállapításait nem kell módosítanom a Q1–Q16 adatsort figyelembe véve sem. Az erősen változó paraméterekre, mint a periódusok, amplitúdók és fázisok, kicsit más átlagértéket kaptam, mint Guggenberger és társai (2012). Megerősítettem a két modulációs frekvencia (f_B és f_S) jelenlétét és további négy frekvenciához kapcsolható szerkezetét is, ezek az f_2, az f_1, a perióduskettőződés (f_9) és az $f_\mathrm{N} = 2.763622$ d^{-1}. Utóbbi frekvencia esetén megint felhívom a figyelmet a lehetséges lineáris kombinációs magyarázatomra, vagyis hogy $f_\mathrm{N} = 2(f_2 - f_0)$ (Benkő és Szabó, 2014).

KIC 7257008

A csillag változását az ASAS (Pojmanski 1997, 2002) felmérés fedezte fel. A *Kepler*-adatokat először Nemec és társai (2013) vizsgálta. A fénygörbe burkolója (a 7.4.ábrán) többszörös modulációt sejtet. Meghatároztam a Blazskó-frekvenciát közvetve a triplett oldalcsúcsok távolságából, de a kisfrekvenciás részen közvetlenül is megtaláltam az f_B=0.02528 d^{-1} frekvenciát. Sőt az $2f_\mathrm{B}$ harmonikus is szignifikáns, ami az AM nemlinearitását mutatja.

Az FM még az AM-nél is nemlineárisabb: az O−C diagram Fourier-spektrumában (7.8. ábra) a Blazskó-frekvencia 5 szignifikáns harmonikusa azonosítható. Van egy kis csúcs a $f_\mathrm{B}/2 = 0.01234$ d^{-1} (S/N=3.6) szubharmonikusnál is. Ha kifehérítem a fénygörbe felső burkolójának vagy az O−C diagramnak a Fourier-spektrumát, a



7.13. ábra. *A V355 Lyr O−C diagramjának reziduálja a* kf_{B}*, (*$k = 1, 2, 3, 5$*), és* $f_{\mathrm{B}} \pm f_{\mathrm{L}}$ *frekvenciákkal való fehérítés után.*

maradványban kettős csúcsok jelennek meg a Blazskó-frekvencia és harmonikusai helyén. A kettősök közti frekvenciakülönbség nagyon kicsi ($\sim$0.001 d^{-1}), ami azt mutatja, hogy a másodlagos Blazskó-periódus hosszabb, mint a teljes (Q10 és Q16 közötti) észlelési idő. Az f_{B} harmonikusainak amplitúdója és fázisa időben változó, és ez okozza a változó burkoló- és O−C-görbét. A változásokat Period04 program segítségével sikerült megerősítenem. Már Molnár és társai (2014) kimutatták, hogy a csillagon jelen van a perióduskettőződés jelensége (pl. az $1.5f_0 = 2.871047$ d^{-1} frekvencia szignifikáns), továbbá a második felhang ($f_2 = 3.329353$ d^{-1}) is gerjesztve van.

V355 Lyr = KIC 7505345

A V355 Lyr 7.4.ábrán látható fénygörbéje legalább két modulációt sejtet. A hosszabb periódusúból mintegy négy ciklus zajlik le a négyéves észlelés alatt. Ez felveti azt a lehetőséget, hogy a nemrégiben felismert, *Kepler*-évhez (372.5 d) köthető műszeres effektusról van szó (Bányai és társai, 2013). És valóban, két erős csúcsot találtam a spektrum kisfrekvenciás részén az $f_{\mathrm{K}} = 0.00266$ és az $2f_{\mathrm{K}} = 0.00533$ d^{-1} frekvenciáknál. Más tények viszont ellentmondanak ennek a magyarázatnak. A Blazskó-moduláció megjelenik a harmonikusok triplett-szerkezetében és frekvenciája közvetlenül is detektálható mint $f_{\mathrm{B}} = 0.0322 \pm 0.005$ d^{-1}. Van továbbá egy szignifikáns csúcs az $f = 0.06154$ d^{-1}, (S/N=4.5) frekvenciánál, amely nem lehet a $2f_{\mathrm{B}}$ harmonikus, mivel attól 0.00147 d^{-1}-pal különbözik. Ez a különbség a Rayleigh-féle frekvenciafeloldás ($\approx$ 0.0007 d^{-1}) kétszerese. Így tehát egy másodlagos moduláció frekvenciájáról van szó ($f = f_{\mathrm{S}}$). Amennyiben ez a magyarázat helyes, a két moduláció frekvenciája 1:2 arányú, ami megmagyarázza a fénygörbén látható lebegési jelenséget.

Ugyanakkor az $f_{\mathrm{B}}/2$ szubharmonikus is megjelenik a spektrumban. Hasonló jelenséget először Sódor és társai (2011) figyeltek meg a CZ Lac multiperiodikus Blazskó-csillag esetében. Majd később Jurcsik és társai (2012) az RZ Lyr spektrumában mutatta ki ilyen szubharmonikus jelenlétét. Amint azt Sódor és társai (2011) tárgyalták, tekinthetném az $f_{\mathrm{B}}/2$-t is elsődleges modulációs frekvenciának, akkor nem frekvencia és szubharmonikusa, hanem frekvencia és harmonikusa lenne a spektrumban. Csakhogy akkor a harmonikus amplitúdója sokkal nagyobb lenne, mint az alapfrekvenciáé, és a modulációs görbe is nagyon szokatlan alakú lenne. Ezért aztán én inkább a szubharmonikus azonosításra szavazok.

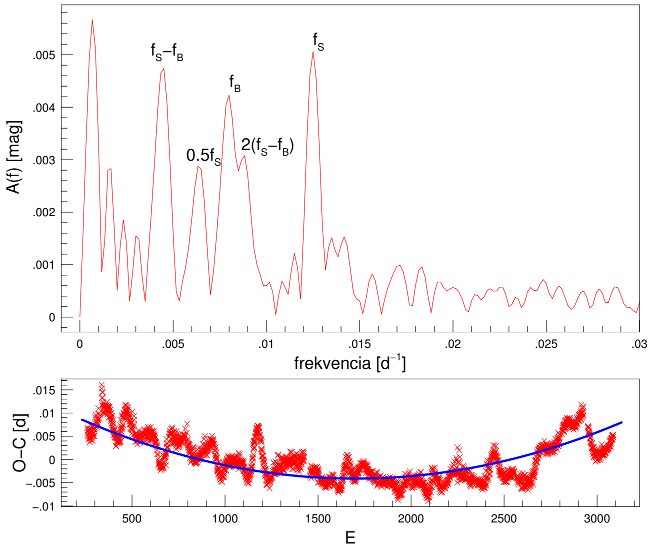
Az O$-$C-görbe Fourier-spektrumában a két Blazskó-frekvencia amplitúdóaránya fordított a fénygörbe spektrumához képest: $A(f_{\rm S}) > A(f_{\rm B})$. Másképpen megfogalmazva az FM-et az $f_{\rm S}$ frekvencia uralja, míg az AM-nél az $f_{\rm B}$ frekvencia az uralkodó. Ilyesmit korábban még soha egyetlen csillagnál sem sikerült kimutatni. Az $f_{\rm S} \pm f_{\rm B}$ lineáris kombinációs frekvenciák is megjelennek itt. Továbbá az $f_{\rm B}$ szubharmonikusa, amelyet a fénygörbe spektrumában találtam, itt nincs viszont a $f_{\rm S} = 0.03083$ d^{-1} Blazskó-frekvencia szubharmonikusa szignifikáns. Még egy szignifikáns csúcs található a spektrumban az $f^{(1)} = 0.16316$ d^{-1}-nál (S/N=5.3). Ez a frekvencia közel van a $5f_{\rm B} = 0.16150$ d^{-1}-hez, de egy $f^{(1)} = 5f_{\rm B}$ azonosítás kétségesnek tűnik, mivel az alacsonyabb rendű harmonikusoknak semmi nyomuk. Ebben a pozícióban a fénygörbe spektrumában is van egy nem szignifikáns (S/N=2.4) csúcs, ezért azt gyanítom, hogy itt egy harmadik modulációról lehet szó. Az O$-$C-görbét az összes szignifikáns frekvenciával kifehérítve kapom a 7.13. ábrán látható reziduált. Ezen a görbén két, periódusváltozást jelző törés van az $E \approx 1636$-nál (= BJD$\approx$ 2455778) és egy kevésbé jelentős az $E \approx 2386$-nál (= BJD$\approx$ 2456133). A fénygörbék adott szakaszain semmilyen szokatlan, más helyektől eltérő nem látható.

A fénygörbe spektrumát nagyobb frekvenciákon az alapmódus frekvenciája, azok harmonikusai és az őket körülvevő oldalcsúcsok uralják. A Szabó és társai (2010) által már tárgyalt egyértelmű perióduskettőződésen ($1.5f_0 = 3.155484$ d^{-1}, $P/P_0 = 1.495$) túl a második felhang jelenléte is (l. 7.6. ábra) egyértelmű. A korábbi vizsgálatokkal ezt még nem sikerült kimutathatni. Az $f_2 = 3.589528$ d^{-1} ($P_2/P_0 = 0.588$) frekvenciát egyébként a szokásos és ebben az esetben is jól elkülöníthető oldalcsúcsrendszer veszi körül.

V450 Lyr = KIC 7671081

A V450 Lyr fénygörbéjének felső burkolója két moduláció közötti erős lebegésre utal, csakhogy más csillagok (pl. V355 Lyr, vagy KIC 7257008) hasonló jelenségéről bebizonyosodott, hogy műszeres effektusok. Ezért aztán összevetettem a fénygörbe és az O$-$C diagram spektrumaiban talált frekvenciákat. A fénygörbe esetében a legnagyobb amplitúdójú kisfrekvenciás csúcs a *Kepler*-évhez tartozó $f_{\rm K}$. A következő az $f_{\rm B} = 0.00813$ d^{-1} ($A(f_{\rm B})$=6 mmag) modulációs frekvencia, amelynek $2f_{\rm B}$ harmonikusa is detektálható. A harmadik legerősebb csúcs az $f_{\rm S} = 0.01243$ d^{-1} frekvenciánál található. Kis szignifikanciájú csúcsok láthatók az $f_{\rm B} + f_{\rm S}$ és $f_{\rm S}/2$ frekvenciáknál ($A(f_{\rm B} + f_{\rm S}) \approx A(f_{\rm S}/2) \approx 2$ mmag).

Az O$-$C diagram spektrumának (l. 7.14. ábra fent) hasonló analízise két független frekvenciát eredményezett $f_{\rm B}$, $f_{\rm S}$ és ezek néhány kombinációját ($f_{\rm S} - f_{\rm B}$, $f_{\rm S} - 2f_{\rm B}$, $f_{\rm S}/2$). Ezek után az $f_{\rm S}$ vagy az $f_{\rm S}/2$ egy tényleges második moduláció frekvenciája (v.ö. a V355 Lyr-nél kifejtett meggondolásokat a szubharmonikus értelmezésről). Ha levonjuk az összes említett frekvenciát, az O$-$C diagram maradványgörbéje



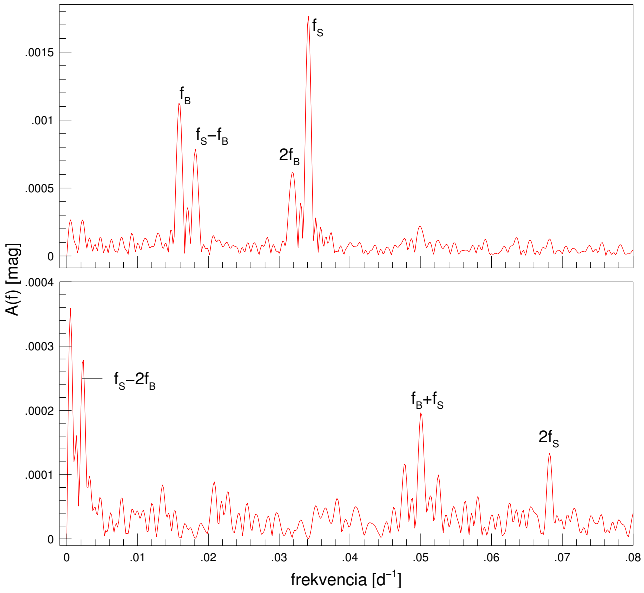
7.14. ábra. *Fent: a V450 Lyr O−C diagramjának Fourier-spektruma. Lent: az O−C diagram reziduálgörbéje miután a fent bejelölt öt frekvenciával kifehérítettem az adatsort. Az illesztett parabola (folytonos, kék vonal) nagyon gyors periódusnövekedést jelent.*

(7.14. ábra lent) egy kváziperiodikus jel és egy parabola kombinációja. A parabola illesztésével meghatározható a periódusváltozás üteme, ami $dP_0/dt = 2.4\times10^{-8}$ dd^{-1}. Ez egy olyan gyors periódusnövekedés, amelyet semmiképpen sem lehet csillagfejlődéssel magyarázni. Ilyesmit ugyanakkor okozhat pl. harmadik, hosszú periódusú moduláció, vagy a kváziperiodikus-kaotikus modulációból adódó bolyongás (random walk) is.

V353 Lyr = KIC 9001926

A V353 Lyr amplitúdómodulációja alternáló: kisebb és nagyobb amplitúdójú ciklusok követik egymást (7.4. ábra). Ez a jelenség a perióduskettőződésre emlékeztet, ahol az egymást követő pulzációs ciklusok amplitúdói alternálnak. Az effektus magyarázata lehet két, egymással 1:2 periódusarányban lévő moduláció. A Fourier-spektrum kisfrekvenciás részét olyan műszeres csúcsok uralják, mint az f_{K}, $f_{\mathrm{K}}/2$, f_{Q} és $f_{\mathrm{Q}}/2$. Ha eltávolítom ezeket az instrumentális frekvenciákat, a két legnagyobb amplitúdójú nem műszeres frekvencia az f_{B}=0.01386 d^{-1} és az $f^{(1)}$=0.00819 d^{-1}. A triplett oldalcsúcsok távolságából pedig a 0.01394 és 0.00751 d^{-1} értékeket kapom. A két kapott modulációs frekvencia aránya tehát tényleg $\approx 1:2$, ahogyan azt feltételeztük. Mivel hogy más csillagoknál feltűnik a Blazskó-frekvencia szubharmonikusa, az $f^{(1)}$-et esetleg itt is azonosíthatjuk f_{B} szubharmonikusaként ($f^{(1)} = f_{\mathrm{B}}/2$) is.

Az O−C diagramon is láthatók az alternáló maximumok és minimumok (7.7. ábra). Ennek a görbének a Fourier-spektruma viszont jóval egyszerűbb, mint a fény-



7.15. ábra. *A V366 Lyr O−C diagramjának Fourier-spektruma. Fent: a csúcsok egy lehetséges azonosítása, lent: a spektrum a fenti négy legnagyobb amplitúdójú frekvenciával való fehérítés után.*

görbéé. Tartalmazza az $f_{\rm B}$=0.01395 d^{-1} modulációs frekvenciát, annak $2f_{\rm B}$ harmonikusát, az $f^{(1)} = f_{\rm S} = 0.00761$ d^{-1} második modulációs frekvenciát, továbbá egy diszkrét csúcsot 0 közelében, ami globális hosszú időskálájú periódusváltozásra utal. Kifehérítve az $f_{\rm B}$, $2f_{\rm B}$ és $f_{\rm S}$ frekvenciákkal egy olyan reziduálspektrumot kapok, amelyben két szignifikáns csúcs van: 0.01462 d^{-1} (S/N=11.8) és 0.02010 d^{-1} (S/N=4) frekvenciáknál. A legvalószínűbb azonosításuk $2f_{\rm S}$, ill. $f_{\rm B} + f_{\rm S}$. Ezek a frekvenciák, különösen a lineáris kombináció, ellentmond a fénygörbe spektrumánál felvetett szubharmonikus azonosításnak. Nagy valószínűséggel tehát két független modulációt látunk $f_{\rm B}$ és $f_{\rm S}$ frekvenciákkal. Az összes szignifikáns frekvencia eltávolítása után a maradványgörbe parabola alakú (l. 7.7. ábra). Az illesztett parabolából számolt perióduscsökkenés -8.4×10^{-9} dd^{-1} nagyon gyors, nem magyarázható csillagfejlődéssel. Valószínű oka valamilyen hosszú periódusú változás lehet.

Extra frekvenciákat keresve a fénygörbét kifehérítettem a szokásos módon (alapmódus frekvenciája, harmonikusai, ill. szignifikáns oldalcsúcsok) de sem periódusketőződésnek, sem más gerjesztett módusnak semmi jelét nem tapasztaltam (7.6. ábra).

V366 Lyr = KIC 9578833

A fénygörbe felső burkolójának lefutása lebegési jelenségre utal (7.4. ábra). A harmonikusok körüli multiplett szerkezetek és a szignifikáns kisfrekvenciás frekvenciák egybehangzó eredményt adnak. Az $f_{\rm B}$=0.0159 d^{-1} elsődleges modulációs frekvencián túl két további közel azonos amplitúdójú frekvencia mutatható ki: az $f^{(1)} = 0.03415$

és az $f^{(2)} = 0.03175$ d^{-1}. Utóbbi a Blazskó-frekvencia első harmonikusa, de az első egy második modulációé lehet. Mindkét modulációhoz tartoznak oldalcsúcsok ($kf_0 \pm f_\mathrm{B}$, $kf_0 \pm f_\mathrm{S}$). A két moduláció frekvenciájának aránya 1:2-höz van közel.

A V366 Lyr O$-$C diagramja (7.7 .ábrán) tipikus lebegési jelenséget mutató idősor. Annak spektruma (7.15. ábra) viszont meglepő. A várakozásoknak megfelelően két közeli frekvencia van benne: az f_B=0.015932 d^{-1} és az $f^{(3)} = 0.01823$ d^{-1}. Ezek felelősek a lebegésért. Két további frekvencia egyike az elsődleges modulációs frekvencia harmonikusa ($2f_\mathrm{B}$), míg a másik az $f^{(1)} = f_\mathrm{S} = 0.03414$ d^{-1} frekvenciánál jelenik meg. Vegyük észre, hogy az $f^{(3)}$ felírható mint $f^{(3)} = f_\mathrm{S} - f_\mathrm{B}$. A furcsaság az, hogy az f_S amplitúdója 1.55-ször nagyobb, mint az f_B-é (1.7, ill. 2.6 perc). Más szavakkal, az AM elsődleges és másodlagos Blazskó-modulációja itt is felcserélődik, ahogy ezt a V355 Lyr esetében láttuk (l. 7.2.1. fejezet).

Van egy alternatív azonosítása is a talált frekvenciáknak. Ha felteszem, hogy valójában az $f^{(3)}$ a második moduláció frekvenciája, az amplitúdók helyreállnak, mivel $A(f_\mathrm{B}) = 1.7 > A(f_\mathrm{S}) = 1.1$ perc. Ekkor az $f^{(1)}$-et kellene $f_\mathrm{B} + f_\mathrm{S}$-ként azonosítanom. Ez azt jelentené, hogy (1) a lineáris kombináció amplitúdója nagyobb mint a komponenseié, és (2) mivel az $f^{(1)}$ kimutatható a fénygörbe spektrumából, a V366 Lyr lenne az első olyan ismert csillag, ahol a második modulációs frekvencia nem, annak lineáris kombinációja viszont detektálható. Ezen érvek miatt én az eredeti frekvenciaazonosítást tartom sokkal valószínűbbnek.

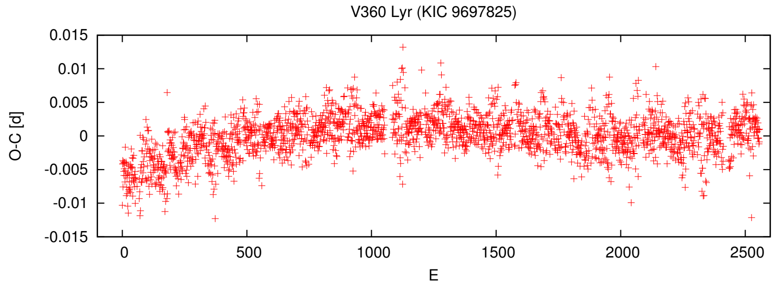
Ha az O$-$C spektrumát kifehérítem az említett négy frekvenciával, néhány további szignifikáns harmonikus és lineáris kombinációs frekvencia tűnik fel, nevezetesen $2f_\mathrm{S}$, $f_\mathrm{S} + f_\mathrm{B}$ és $2f_\mathrm{B} - kf_\mathrm{S}$ (7.15. ábra alsó panel). Ha ezekkel is kifehérítek, a maradványban már semmilyen szerkezet nem marad.

A Q1–Q2 adatokban nem találtam extra frekvenciákat a V366 Lyr spektrumában (Benkő és társai, 2010). A Q1–Q16 adatsort vizsgálva a helyzet megváltozik. A legmagasabb csúcs a harmonikusok között az $f^{(4)} = 2.675799$ d^{-1} frekvencia (S/N=4.7, 7.6. ábra). A periódusaránya $P^{(4)}/P_0$=0.71, hasonló mint a V1127 Aql, és a CoRoT 105288363 *CoRoT* célpontoké, illetve a V445 Lyr és V360 Lyr *Kepler*-csillagoké (Chadid és társai, 2010; Guggenberger és társai, 2011, 2012; Benkő és társai, 2010). De – a V366 Lyr-t leszámítva – csak a V1127 Aql és a V360 Lyr esetében dominánsak ezek az extra frekvenciák.

A hivatkozott cikkekben általában ezeket a frekvenciákat független nemradiális módusok gerjesztett frekvenciáinak tekintik. Amint azt korábban megmutattam, az összes ilyen frekvencia előállítható lineáris kombinációként mint $f^{(4)} = 2(f_0 - f_2)$ Benkő és Szabó (2014). A V366 Lyr most tárgyalt esetében is megtalálhatjuk a szükséges második felhangot $f_2 = 3.227711$ d^{-1} (S/N=2.7), bár kissé az elvárt szignifikanciaszint alatt.

V360 Lyr = KIC 9697825

A V360 Lyr fénygörbemaximumai kismértékű lebegést mutatnak (7.4. ábra). A Fourier-spektrum az alapmódus és harmonikusai körül gazdag multiplett-szerkezeteket tartalmaz. A legnagyobb amplitúdójú csúcsokból a következő frekvenciák határoz-



7.16. ábra. *A V360 Lyr O−C diagramjának maradványgörbéje miután az összes szignifikáns frekvenciával fehérítettem.*

hatók meg: $f_\mathrm{B} = 0.01919$, $f^{(1)} = 0.02374$, $f^{(2)} = 0.02821$ és $f^{(3)} = 0.04753$ d^{-1}. Ezek közül kettő (az f_B és az $f^{(3)}$) közvetlenül is megjelenik a spektrum kisfrekvenciás részén. Ha felteszem, hogy az $f^{(3)}$ egy második moduláció frekvenciája ($f^{(3)} = f_\mathrm{S}$), akkor a másik két frekvencia $f^{(2)} = f_\mathrm{S} - f_\mathrm{B}$ és $f^{(1)} = f_\mathrm{S}/2$ alakban fejezhető ki. Megint egy olyan Blazskó-csillagot találtam tehát, amely nemcsak egy második modulációs frekvenciát, de annak szubharmonikusát (felét) is tartalmazza (l. 7.2.1. fejezet diszkusszióját).

A fent említett négy frekvencia mellett az O−C diagram Fourier-spektruma két további csúcsot is tartalmaz $2f_\mathrm{B}$-nél és $f_\mathrm{S}+f_\mathrm{B}$-nél. A két moduláció frekvenciaaránya 0.404, vagy másképpen 2:5. Az O−C diagram reziduálja (7.16. ábra) egy nagyon hosszú periódusú (esetleg szekuliáris) változást mutat.

A 6. fejezetben két extra frekvenciát ($f_1 = 2.4875$ és $f' = 2.6395$ d^{-1}) mutattam ki a V360 Lyr spektrumában, amelyeket az első radiális felhanggal (f_1), illetve f' esetében egy független nemradiális módus frekvenciájaként magyaráztam. Amint azt már Szabó és társai (2010) megjegyezték, lehetséges, hogy f' az $1.5f_0$ körüli, perióduskettőződéshez tartozó csúcserdő egy frekvenciája. Most a Q1–Q16 adatsort elemezve a legnagyobb amplitúdójú frekvencia, amelyet e környéken találtam, az $f^{(4)} = 2.678669$ d^{-1} ($P^{(4)}/P_0 = 1.49$). Ez már minden kétséget kizáróan perióduskettőződési frekvencia.

A legnagyobb amplitúdójú extra frekvencia, az $f^{(5)} = 2.487740$ d^{-1} értelmezése a leginkább bizonytalan. A $P^{(5)}/P_0 = 0.721$ periódusaránya messze van az alapmódus és első felhang periódusa közötti arányra általában elfogadott 0.745-től. Kisebb arányt a nagyobb fémtartalmú RR Lyrae csillagok esetében várhatunk (l. Chadid és társai 2010, 8. ábra), de a V360 Lyr fémessége [Fe/H]=-1.5 ± 0.35 dex (Nemec és társai, 2013). Az arány különbségét okozhatja az is, hogy a módus nem hagyományos módon, hanem rezonancián keresztül gerjesztődik (Molnár és társai, 2012a). Illetve itt megint alkalmazni lehet a korábban már felvetett lineáris kombinációs magyarázatomat (Benkő és Szabó, 2014): $f^{(5)} = 2(f_2 - f_0)$, ahol $f_2 = 3.036015$ d^{-1} a második radiális felhang frekvenciája.

KIC 9973633

A KIC 9973633 története azonos a KIC 7257008-éval: az ASAS felmérés fedezte fel, alapparamétereit pedig Nemec és társai (2013) határozták meg. A KIC 9973633 *Kepler*-mintám legszerencsétlenebb tagja. Csak rövid idősor áll rendelkezésre (a Q10 negyedtől volt mérve), és további két negyedben a hibás panelre esett a képe, így a Q11 és a Q15 negyedek is hiányoznak (7.4. ábra).

Bár a harmonikusoknál lévő triplettek megadják az f_B=0.01490 d^{-1} Blazskó-frekvenciát, ez közvetlenül nem látszik a fénygörbe spektrumában. A kisfrekvenciás részen az f_K technikai csúcs a legnagyobb amplitúdójú. Ezt kifehérítve két nagy amplitúdójú csúcsot látunk, az $f_\mathrm{K}/2$ és az $f^{(1)} = 0.00411$ d^{-1} $= f_\mathrm{B} - f_\mathrm{Q}$ frekvenciánál. A következő fehérítési lépés után három csúcs van a detektálási határ közelében: az f_Q, az $f^{(2)} = 0.03771$ d^{-1} és az $f^{(3)} = 0.02701$ d^{-1} pozíciókban. Könnyen felismerhető, hogy $f^{(3)} = f^{(2)} - f_\mathrm{Q}$, viszont melyik a tényleges független frekvencia az $f^{(2)}$ és az $f^{(3)}$ közül?

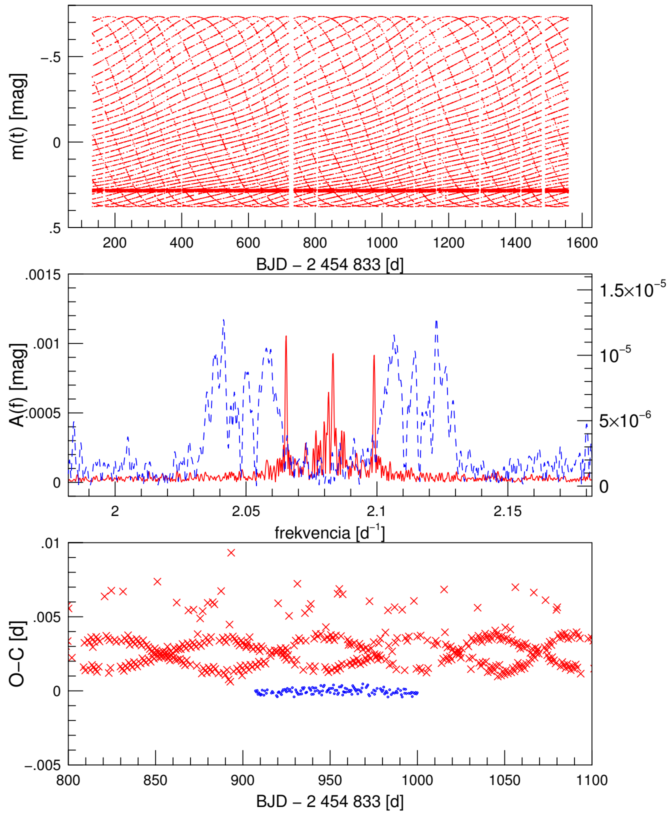
A kérdés megválaszolásához megnéztem az O$-$C diagram Fourier-spektrumát. Abban két nagyon szignifikáns csúcs található az $f_\mathrm{B} = 0.01486$ d^{-1} és a $2f_\mathrm{B} =$ 0.02972 d^{-1} frekvenciáknál (7.8. ábra). Ezzel a két frekvenciával fehérítve az adatsort egy harmadik csúcsot kapunk a 0.03675 d^{-1} frekvenciánál. Ha ezt $f^{(3)} = f_\mathrm{S}$ formában azonosítom, hasonló helyzetet látunk, mint a V360 Lyr-nél (7.2.1. fejezet): két modulációs frekvenciánk van, amelyek 2:5 arányban vannak egymással. Az O$-$C diagram végső reziduáljában nincs szerkezet, némi szórással állandó.

V838 Cyg = KIC 10789273

A V838 Cyg nagyon kis amplitúdójú Blazskó-effektusát Nemec és társai (2013) fedezték fel. A fénygörbén hullámzó maximumokat és minimumokat láthatunk (7.4. ábra), azonban ez csak egy látszólagos hullámzás, amelyet a pulzációs frekvencia és a mintavételezés közötti lebegés okoz, és nem valódi amplitúdómoduláció. A tényleges moduláció megállapítása alaposabb vizsgálatot igényel. A fénygörbe Fourier-spektrumában a pulzációs frekvencia és harmonikusainak triplett-szerkezete egy $f_\mathrm{B} = 0.01681$ d^{-1} frekvenciájú modulációra utalnak. Az ebből számolt $P_\mathrm{B} = 59.5$ d periódus közel van a Nemec és társai (2013) által a domináns periódusra kapott 54-55 napos értékhez.

A V838 Cyg-t a Q10 negyedben SC módban is észlelte a *Kepler*-űrtávcső. Ezeket az adatokat az LC móddal azonos módon feldolgoztam. A kapott SC fénygörbén már nem látjuk az LC adatokban megjelenő virtuális modulációt, de egy kis amplitúdójú változás felismerhető. Sajnos utóbbi nem igazán különböztethető meg egy esetleges műszeres trendtől.

A moduláció valósságát tesztelendő, az észlelt LC adatok Fourier-paramétereinek mint f_0, A_k és φ_k, (ahol A_k és φ_k jelenti a k. harmonikus amplitúdóját és fázisát, $k = 1, 2, \ldots, 11$) felhasználásával elkészítettem a $m_\mathrm{syn}(t)$ modulálatlan, szintetikus,



7.17. ábra. *A V838 Cyg analízisének egyes lépései. A felső panelen az észlelt fénygörbe Fourier-paramétereinek felhasználásával készült modulálatlan, szintetikus fénygörbe látható. Középső panel: az észlelt fénygörbe Fourier-spektruma (piros folytonos vonal) és a szintetikus fénygörbéé (kék szaggatott vonal) az adatok fő pulzációs frekvenciával való fehérítése után. A jobb oldali függőleges skála az észlelt adatokhoz, a bal oldali pedig a szintetikus adatok spektrumához tartozik. Alsó panel: Az LC adatok O−C diagramjának (piros keresztek) részlete és az SC adatok O−C értékei (kék pontok).*

LC adatsort:

$$m_{\mathrm{syn}}(t) = \sum_{k=1}^{11} A_k \sin(2\pi f_0 t + \varphi_k).$$

A szintetikus adatsort az eredeti t észlelési pontokban számítottam ki (7.17. ábra felső panel).

Az észlelt és a szintetikus adatsor spektruma több ponton is eltér (7.17. ábra középső panel). (1) A szintetikus adatok spektrumában az oldalcsúcsok amplitúdói mintegy 80-szor kisebbek, mint az észleltekéi (0.012 mmag vs. 1 mmag). (2) Az oldalcsúcsok pozíciói is eltérők, és (3) ezen oldalcsúcsok szerkezete is különböző a két esetben. Az észlelt adatok esetében egyszerű jól elkülönülő triplettet látunk, míg a szintetikus adatoknál bonyolult multiplettet. Mindezek együttesen azt mutatják, hogy az észlelt fénygörbe amplitúdómodulációja valós jelenség, amivel független módon megerősítettem Nemec és társai (2013) felfedezését. Mivel a moduláció amplitúdója nagyon kicsi, az $f_{\rm B}$ frekvenciát közvetlenül nem találtam meg a spektrumban. A spektrum kisfrekvenciás részét műszeres frekvenciák uralják ($f_{\rm K}$, $f_{\rm L}$, ahol $P_{\rm L} = 1/f_{\rm L}$ az észlelés teljes hosszát ~ 4 év jelöli). Nemec és társai (2013) felvetették a többszörös moduláció lehetőségét is. Ezt nem sikerült megerősítem. A $kf_0 \pm f_{\rm B}$ oldalcsúcsokkal való fehérítés után egyes műszeres frekvenciákon kívül ($kf_0 \pm f_{\rm K}$, $kf_0 \pm f_{\rm L}$) nem maradtak szignifikáns csúcsok a harmonikusok körül.

Az O$-$C diagramot a szokásos módon elkészítve nem kapok értelmes eredményt, mivel a ritka mintavételezés, a viszonylag rövid periódus és az interpolációs hibák együttesen szisztematikus hullámzást okoznak (l. 7.17. ábra alsó panel). A hosszú Blazskó-periódus miatt itt az SC adatok sem segítenek. A Nemec és társai (2013) módszere 0.001 radián fázisváltozást mutatott ki a φ_1 fázisban, ami $5 \times 10^{-4} \approx 40$ s O$-$C változásnak felel meg. Ez a hagyományos O$-$C módszerem detektálási határa alatt van. Az SC adatokra a standard deviáció $\approx 2 \times 10^{-4}$.

Első alkalommal sikerült a V838 Cyg spektrumában extra frekvenciákat kimutatnom. A szignifikáns triplettek eltávolítása után a következő frekvenciákat találtam az f_0 és $2f_0$ között: $f_2 = 3.509142$ d^{-1}, $1.5f_0 = 3.113906$ d^{-1} (periódusketőződés) és $3f_0 - f_2 = 2.737256$ d^{-1} (l. még 7.6. ábra).

KIC 11125706

Bár a KIC 11125706-nek van a mintában a második legkisebb amplitúdójú amplitúdómodulációja, ez a hosszú pulzációs periódus miatt minden gond nélkül kimutatható. A fénygörbe Fourier-spektrumának aszimmetrikus triplettjei megadják az $f_{\rm B}$ Blazskó-frekvenciát. $f_{\rm B}$-t közvetlenül nem sikerült megtalálnom, a spektrum kisfrekvenciás részét technikai frekvenciák uralják.

Ezzel ellentétben az O$-$C diagram Fourier-spektrumában (7.8. ábra) domináns (S/N=37.8) csúcs van az $f_{\rm B}$ frekvenciánál. Ezzel a fehérítve egy kis amplitúdójú, de még egyértelműen szignifikáns ($A(f^{(1)}) = 1.9 \times 10^{-4}$ d, S/N=6.4) csúcs van az $f^{(1)} = 0.01698$ d^{-1} frekvenciánál. Vajon ez egy második moduláció frekvenciája, vagy csak valamilyen mintavételezési, technikai csúcs? Ennek kiderítésére szintetikus O$-$C adatokat készítettem az elsődleges Blazskó-frekvencia illesztett görbéjének Fourier-paramétereivel, fehér zaj hozzáadásával. A szintetikus adatok diagramját az észlelttel azonos pontokban mintavételeztem. Az így kapott O$-$C görbe Fourier-spektrumában csak az $f_{\rm B}$ látszik, és nincs nyoma semmi egyéb szignifikáns csúcsnak. Miután kizártam $f^{(1)}$ mintavételezési eredetét hajlok arra, hogy ez egy tényleges másodlagos moduláció frekvenciája ($f^{(1)} = f_{\rm S}$). Ebben az esetben a két moduláció frekvenciaaránya közel 3:2. Az O$-$C diagram reziduáljának parabolikus illesztése kismértékű periódusnövekedést ad: $dP_0/dt = 4.4 \times 10^{-10} \pm 1.1 \times 10^{-10}$ dd^{-1}.

Visszatérve a fénygörbe analízisére: nem találtam sem az $f_{\rm S}$ a környékén, sem pedig a harmonikusok környezetében az $f_{\rm S}$-hez tartozó csúcsot, ill. oldalcsúcsokat. Ez azt jelenti, hogy az $f_{\rm S}$ frekvenciához tartozó AM a kimutatási határ alatt van. A harmonikusok között sem találtam egyetlen szignifikáns extra frekvenciát sem

(7.6. ábra).

V1104 Cyg = KIC 12155928

A V2178 Cyg mellett a V1104 Cyg volt Nemec és társai (2013) esettanulmányának fő alanyai. Az ott közöltekhez csak kevés újdonságot tudok hozzátenni. A Blazskó-periódust hosszabb adatsoron, pontosabban határoztam meg. Az f_B frekvencia szignifikáns mind a fénygörbe, mind az O−C diagram spektrumában. Utóbbi spektrum a $2f_\mathrm{B}$ harmonikust is tartalmazza (7.8. ábra), vagyis a frekvenciamoduláció itt is nemlineáris. Az O−C reziduálja – a *Kepler* észlelési időskáláján – semmilyen periódusváltozást nem mutat. Analízisemmel sem második modulációs, sem extra frekvenciákat nem találtam (7.6. ábra).

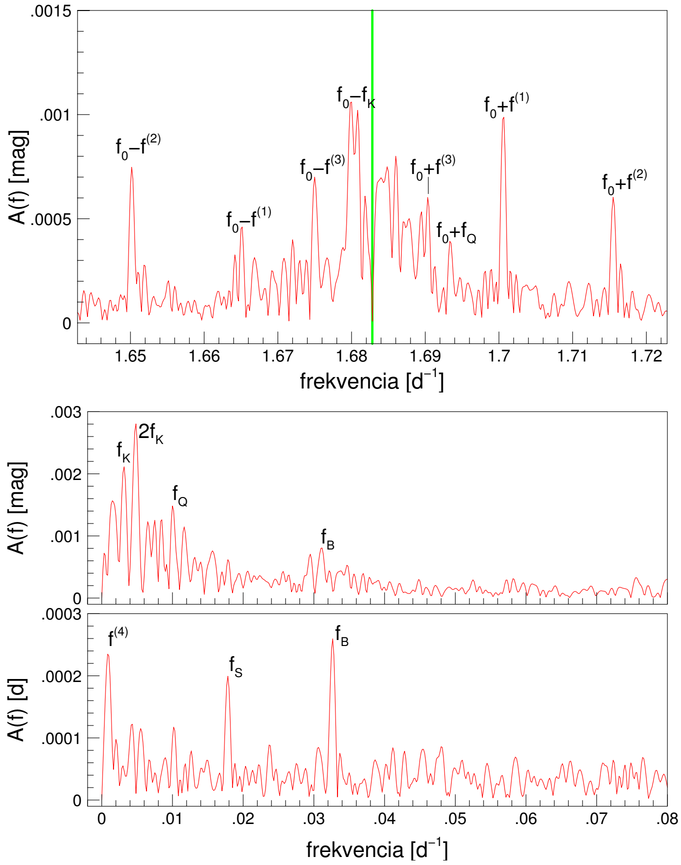
7.2.2. Extra módusok nem modulált csillagokon?

A korábbi fejezetben a *Kepler* Blazskó-minta egyedi vizsgálatát végeztem el. Az itt ismertetett munka egy későbbi cikkemen (Benkő és Szabó, 2015a) alapul, de eredménye miatt mindenképpen ide tartozik. A részben ebben a dolgozatban is ismertetett űrfotometriai eredmények alapján kitűnt, hogy sok RR Lyrae csillag pulzál a fő radiális pulzációs módusán túl valamilyen kis amplitúdójú módusban-módusokban is. Az adatok alapján világos trend tűnik kirajzolódni: az első felhangban pulzáló RRc csillagok és az első felhangban is pulzáló kétmódusú (RRd) csillagok mindig pulzálnak ilyen kis amplitúdójú módusban is (Gruberbauer és társai, 2007; Chadid, 2012; Szabó és társai, 2014; Moskalik és társai, 2015), a Blazskó-effektust mutató RRab csillagok sok esetben (Chadid és társai, 2010; Poretti és társai, 2010; Szabó és társai, 2010; Benkő és társai, 2010), de nem mindig. A *CoRoT*- és *Kepler*-mintát egyesítve (Kolenberg és társai, 2011; Szabó és társai, 2014; Benkő és társai, 2014) azt látjuk, hogy a 22 Blazskó-csillagból 17 (77%) mutat extra frekvenciákat. Modulálatlan RRab csillagokon szinte soha nem látunk ilyen frekvenciákat. Mindössze két olyan *Kepler*-csillag volt ismeretes (a V350 Lyr és a KIC 7021124), amely nem modulált, és mégis vannak extra frekvenciák a spektrumában (Benkő és társai, 2010; Nemec és társai, 2011).

A újrafotometrált teljes (Q1–Q17) *Kepler*-idősorok analízisével mindkét csillag kis amplitúdójú, de szignifikáns modulációját sikerült kimutatnom, amivel a két csillag kivételes volta eltűnt. Ez tovább erősítette a sejtést, hogy az RRab csillagok közül kizárólag a moduláltakban vannak extra gerjesztett módusok.

V350 Lyr = KIC 9508655

A csillag észlelési története meglehetősen rövid. A változását Hoffmeister (1966) fedezte fel, és ő is klasszifikálta mint RR Lyrae változót. Galkina és Shugarov (1985) fotografikus észleléseik alapján meghatározták néhány fontosabb alapvető paraméterét (pl. periódus, efemerisz, amplitúdó), illetve hosszabb időskálájú periódusváltozást

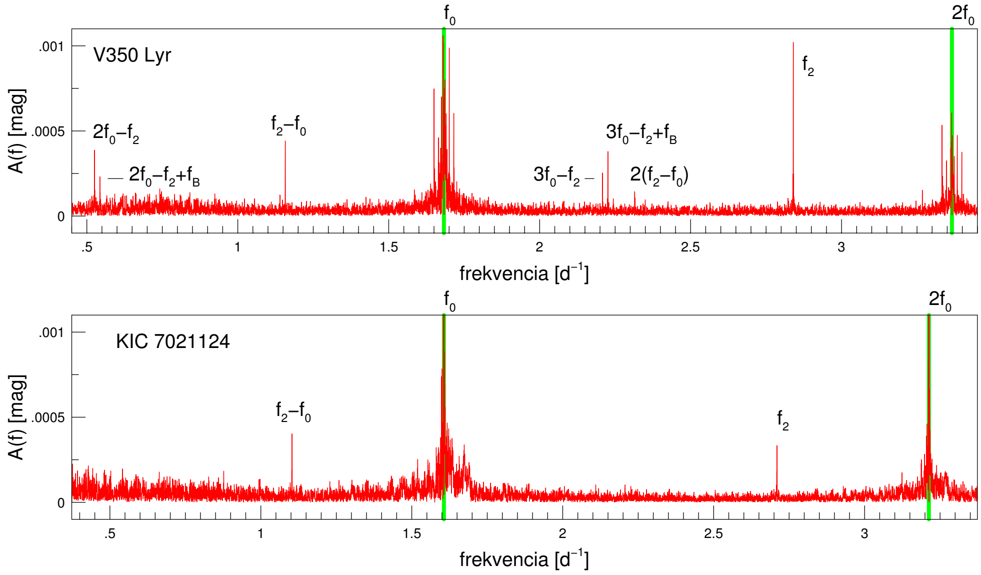


7.18. ábra. *Fent: a V350 Lyr oldalcsúcsai a fő pulzációs frekvencia körül az első fehérítési lépés után. A függőleges zöld vonal az f_0 alapmódus frekvenciájának helyét mutatja. Középen: a V350 Lyr fénygörbespektrumának kisfrekvenciás része. Lent: az O−C diagram spektruma. A részleteket l. a szövegben.*

tételeztek fel, mivel saját és Hoffmeister által megadott maximumokat nem sikerült közös periódussal leírniuk.

Hosszú szünet után a *Kepler*-űrtávcső észlelte. A kezdeti 138 nap hosszúságú adatsor alapján a V350 Lyr-t nemblazskós csillagnak találtam (Benkő és társai, 2010), bár megjegyeztem, hogy kis amplitúdójú modulációja elképzelhető (1.6. fejezet). Az $f_0 = 1.682814$ d^{-1} fő pulzációs frekvenciája mellett ugyanakkor sikerült az $f = 2.84019$ d^{-1} második radiális felhang (és lineáris kombinációi) frekvenciáit kimutatnom a csillagon. Ez ez volt az első és egyetlen olyan csillag, amely nem modulált és mégis megtalálható benne a második felhangú pulzáció. A Q1–Q5 adatokat felhasználva Nemec és társai (2011) mindkét állítást (a moduláció hiányát és a felhang meglétét) megerősítette.

Ezek után ha megvizsgálom az egyedi apertúrával újrafotometrált, teljes (Q1–Q17) *Kepler* fénygörbe Fourier-spektrumát – miután kifehérítettem a pontosított



7.19. ábra. *Extra frekvenciák azonosítása a V350 Lyr (fent) és a KIC 7021124 (lent) fénygörbéjének fehérített spektrumában. A zöld függőleges vonalak az f_0 és $2f_0$ frekvenciák helyét mutatják.*

fő pulzációs frekvenciával ($f_0 = 1.682828$ d^{-1}) és 13 szignifikáns harmonikusával – multiplett-szerkezeteket látok a harmonikusok helye körül (7.18. ábra fent): $kf_0 \pm f^{(i)}$, ($k = 1, 2, \ldots,$ és $i = 1, 2$ vagy 3). Az ezekből a különbségekből kiszámított átlagos modulációs frekvenciák $f^{(1)} = 0.01773$ d^{-1}, $f^{(2)} = 0.03265$ d^{-1} és $f^{(3)} = 0.00772$ d^{-1}. Mivel a *Kepler*-minta sok csillagánál van 0.008 d^{-1} környékén csúcs, ezek a frekvenciák az itt talált $f^{(3)}$-mal együtt minden bizonnyal technikaiak. Néhány más műszeres frekvencia (pl. $f_0 - f_{\rm K}$, $f_0 + f_{\rm Q}$, l. 7.18. ábra) is megjelenik a spektrumban.

A két műszeres effektussal nem azonosítható frekvencia az $f^{(1)} = f_{\rm B}$ és az $f^{(2)} = f_{\rm S}$. Látható, hogy ezek majdnem harmonikusok ($f_{\rm B} \approx 2f_{\rm S}$), de a két frekvenciának az egzakt harmonikustól való eltérése ($2f_{\rm S} - f_{\rm B} = 0.0028$) szignifikánsan nagyobb, mint a Rayleigh-féle frekvenciafeloldási határ (≈ 0.0007 d^{-1}). Vagyis megint csak egy olyan többszörösen modulált csillagot találtam, amelynél a két modulációs frekvencia aránya 1:2.

A Fourier-spektrum kisfrekvenciás részét (7.18. ábra középső panelje) a technikai frekvenciák uralják, de az $f_{\rm B}$ modulációs frekvencia is detektálható $A^{\rm AM}(f_{\rm B}) =$ 0.8 mmag amplitúdójú csúcsként. A másodlagos moduláció csúcsa ugyanakkor nem szignifikáns ($A^{\rm AM}(f_{\rm S}) = 0.6$ mmag). A harmonikusok közötti legerősebb csúcs az $f_2 = 2.840182$ d^{-1} (7.19. ábra fent), aminek számos lineáris kombinációját is sikerült megtalálni (mint pl. 1.157383 d^{-1} $= f_2 - f_0$, 0.525460 d^{-1} $= 2f_0 - f_2$, $2.314693 = 2(f_2 - f_0)$ stb). A fénygörbe Fourier-spektruma alapján a V350 Lyr átlagos Blazskó RR Lyrae csillag, noha az LC fénygörbéjére nézve ez egyáltalán nem nyilvánvaló.

A moduláció kis hatását érzékelteti az is, hogy a V350 Lyr-hez fényességben, amplitúdóban és periódusban legközelebb lévő nem modulált *Kepler* RRab csillag, a V1107 Cyg Fourier-illesztésének legkisebb négyzetes szórása 0.0048 mag, ami alig valamivel kisebb, mint ugyanez a V350 Lyr-re (0.0062 mag).

Elkészítettem az O−C diagramot is a Blazskó-effektus frekvenciamodulációs részének vizsgálatára. Ránézésre ezen sem látszik semmilyen moduláció, de a Fourier-spektrumában (7.18. ábra lent) három szignifikáns csúcs is van: f_B, f_S, és egy harmadik csúcs az $f^{(4)} = 0.000861$ d^{-1} frekvenciánál. Utóbbi frekvenciához $P^{(4)} \approx 3.1$ év hosszúságú periódus tartozik, amelynek semmi jele sem a fénygörbén, sem annak spektrumában. Ugyanakkor az $f^{(3)}$ frekvencia nem jelenik meg az O−C spektrumában, tovább növelve annak a valószínűségét, hogy tényleg technikai frekvencia. Az egyes modulációs frekvenciák amplitúdói rendre: $A^\mathrm{FM}(f_\mathrm{B}) = 0.0003$ d, $A^\mathrm{FM}(f_\mathrm{S}) = 0.0002$ d, és $A(f^{(4)}) = 0.0003$ d. A két Blazskó-frekvencián túli $f^{(4)}$ frekvenciára több magyarázat is lehetséges. Csökkenő valószínűség szerint (1) harmadik Blazskó-moduláció frekvenciája, (2) egy kísérőcsillag okozta fény-idő effektus. Újabban ugyanis egyre többen vetik fel kísérők létét RR Lyrae csillagok körül, és jellemzően pontos, hosszú adatsorok O−C diagramjain keresnek fény-idő effektusra utaló ciklikus változásokat (Guggenberger és Steixner, 2014; Li és Qian, 2014; Hajdu és társai, 2015). Végül (3) lehet valamilyen eddig ismeretlen instrumentális effektus is az oka.

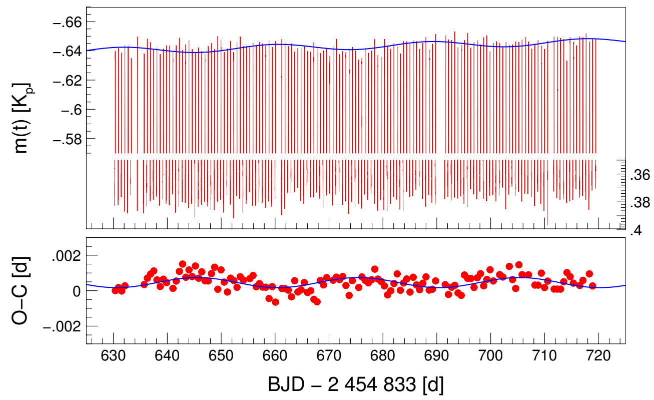
A V350 Lyr két alkalommal volt SC módban észlelve. Először a Q7 negyedben, majd pedig a Q11 negyed végén mintegy egy hónapig (Q11.3). Ezek az észlelések módot adnak arra, hogy ellenőrizzem a Blazskó-effektus valósságát. Az SC adatokat is azonos módon dolgoztam fel, mint ahogyan azt az LC adatokkal tettem. Az SC fénygörbén (7.20. ábra felső panel) tényleg látszik is egy kis amplitúdóváltozás. A fényességváltozás nagysága kisebb mint 0.005 mag. Az SC adatok O−C diagramján (7.20.ábrán alul) egyértelmű, mintegy 30 napos periódusú szinuszos változás látható, ami azonosítható a P_B Blazskó-periódussal.

Összegezve tehát a V350 Lyr Blazskó RR Lyrae csillag, amely (legalább) két kis amplitúdójú modulációt mutat, és ezek periódusaránya közel 1:2.

KIC 7021124

Amikor Nemec és társai (2011) extra frekvenciákat találtak a KIC 7021124 spektrumában, ez lett a második ismert nem modulált, de kis amplitúdójú módusokban pulzáló RRab csillag. A felfedezők nagyon sok vonatkozásban (pl. tömeg, luminozitás, Fourier-paraméterek) hasonlónak találták a V350 Lyr-hez.

Nemec és társai (2011) munkája idején még csak a Q1 negyed adatai voltak elérhetők. Ugyanakkor a teljes (Q1–Q17) adatsort megnézve sem látni semmilyen jelét szignifikáns amplitúdómodulációnak. A fénygörbe fehérített spektrumában sincsenek jól elkülöníthető modulációs oldalcsúcsok az $f_0 = 1.606474$ d^{-1} fő frekvencia és harmonikusai helye körül. A spektrum kisfrekvenciás részen pedig csak technikai frekvenciák láthatók. A Fourier-spektrum egyértelműen tartalmazza az $f_2 = 2.70999$ d^{-1}

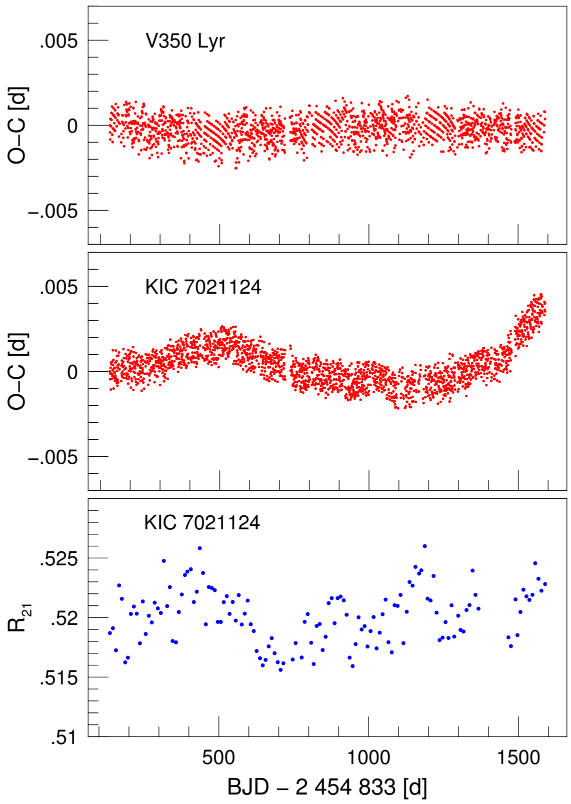


7.20. ábra. *Fent: a V350 Lyr SC fénygörbéje a Q7 negyedből. A moduláció könnyebb láthatósága kedvéért a közepes fényességű fénygörberészt kivágtam, és csak a maximumokhoz, ill. minimumokhoz közeli részeket ábrázoltam saját skáláikon. Lent: a fenti fénygörbe O−C diagramja. A folytonos kék görbék a legjobban illeszkedő szinuszfüggvényeket mutatják. Az illesztési paraméterek* $P_{\rm B} = 28.7$ d, $A = 0.0025$ mag *voltak a maximumokra és* $P_{\rm B} = 29.9$ d, $A^{\rm FM}(f_{\rm B}) = 0.00028$ d *az O−C értékekre.*

második felhang frekvenciáját (7.19. ábra alsó panelje) és néhány lineáris kombinációját (pl. $f_2 - f_0$), de összességében jóval egyszerűbb, mint a V350 Lyr spektruma.

Ellentétben a fénygörbével az O−C diagram egyértelműen változik (7.21. ábra középső panelje). A változás hosszú időskálájú, és kissé nemlineárisnak tűnik. Az O−C diagram Fourier-spektruma ennek megfelelően két szignifikáns csúcsot mutat az $f^{(1)} = 0.00087$ d^{-1}, ($A(f^{(1)}) = 0.0011$ d) és az $2f^{(1)} = 0.0019$ d^{-1}, ($A(2f^{(1)}) = 0.0005$ d) frekvenciáknál. Ezekből a frekvenciákból a periódusváltozás periódusa $\sim$ 1400 d – ha egyáltalán periodikus változásról van szó –, ez összemérhető a teljes észlelt adatsor hosszával. A felharmonikus megjelenése visszaigazolja a görbe alakjából következtetett nemlinearitást. A V350 Lyr esetében talált $f^{(4)}$ és a mostani $f^{(1)}$ frekvencia hasonlósága felveti, hogy esetleg valamilyen technikai frekvenciáról lehet szó. Több tény is ellentmond ennek az elképzelésnek. (1) Először is nagyon valószínűtlen, hogy a *Kepler* időmérésében valamilyen szisztematikus hiba legyen, amit eddig még semmilyen vizsgálat nem vett észre. (2) Az $f^{(1)}$ amplitúdója ($A(f^{(5)}) = 0.0011$ d=1.55 min) sokkal nagyobb, mint a V350 Lyr hosszabb periódusának amplitúdója ($A(f^{(4)}) = 0.0003$ d=0.4 min). (3) A két hasonló időskálájú változás fázisa nem azonos (vö. 7.21. ábra felső és középső paneljét). Mindent egybevetve úgy tűnik, mind a V350 Lyr $f^{(4)}$ frekvenciája, mind pedig a KIC 7021124 $f^{(1)}$ frekvenciája valós. A természetük ettől még nyitott kérdés.

A V350 Lyr-nél összeszedtem néhány lehetséges magyarázatot. A Blazskó-effektusból adódó frekvenciamoduláció a KIC 7021124 esetében is megfelelőnek tűnik, hiszen egészen hosszú, több éves Blazskó-ciklusok is ismeretesek (Soszyński és társai, 2011). Az egyetlen gond az amplitúdómoduláció hiánya. Ismeretes ugyanak-



7.21. ábra. *A V350 Lyr O−C diagramja (fent). A KIC 7021124 O−C diagramja (középen) és az R_{21} amplitúdóarányának időfüggése (lent).*

kor, hogy a Fourier-paraméterekből képzett szokásos amplitúdóarányok (pl. $R_{21} = A(2f_0)/A(f_0)$, Simon és Lee 1981) igen érzékenyek az amplitúdóváltozásra, és egyúttal kevésbé hatnak rájuk a technikai problémák. A 7.21. ábra alsó paneljén az R_{21} amplitúdóarányt mutatom az idő függvényében. A függvény értékeit a Period04 programmal (Lenz és Breger, 2005) számítottam ki. Az R_{21} hasonló, hosszú időskálájú változást mutat, mint az O−C diagram. A két változás ráadásul fázisban korrelált is.

A szimultán amplitúdó- és fázismoduláció megtalálásával tehát kimutattam, hogy a KIC 7021124 is Blazskó-csillag. A különösen kis amplitúdójú és hosszú periódusú modulációja az oka, amiért korábban nem sikerült ezt belátni.

Érdekes tény, hogy ez a két csillag a *Kepler* Blazskó-minta legkisebb fémességű eleme: V350 Lyr-nek a fémessége [Fe/H]=−1.83 dex, míg a KIC 7021124-é [Fe/H]=−2.18 dex (Nemec és társai, 2013). Az ennél fémszegényebb RR Lyrae csillagok mindegyike (NR Lyr, FN Lyr, NQ Lyr) modulálatlan. Lehetséges, hogy az AM erőssége függ a fémtartalomtól? Közvetlen összefüggés egészen biztosan nincs, hiszen pl. V838 Cyg-nek is kicsi az AM amplitúdója de ez a csillag a *Kepler* Blazskó-minta legfémgazdagabb eleme ([Fe/H]=−1.01 dex). Ha a mintát kiegészítem a V350 Lyr-vel és a KIC 7021124-vel, az látszik, hogy a nemblazskós csillagok fémessége szélesebb intervallumon oszlik el (−2.54 és −0.05 dex között), mint a Blazskó-csillagoké (−2.18 and −1.01). A Blazskó-csillagok modulációs amplitúdói pedig az intervallum végein a legkisebbek.

7.3. Összegzés

Ennek a fejezetnek az elsődleges tárgya a *Kepler* Blazskó RR Lyrae csillagok hosszú időskálájú viselkedése volt. A lehető legjobb eredményre törekedve, az eredeti pixelmaszkokból saját, egyedi apertúrákat használva készítettem el a csillagok fotometriai idősorait. Ezek a fénygörbék kilenc esetben a csillag teljes fluxusát tartalmazzák, míg 6 esetben több-kevesebb fluxus, még a lehetséges legnagyobb apertúra használata esetén is elveszett. Ettől függetlenül ezek az adatok a leghosszabb, legpontosabb folytonos adatsorok, amiket valaha mértek Blazskó RR Lyrae csillagokról, és előreláthatóan még jó ideig azok is maradnak.

Mivel a Blazskó-effektus szimultán amplitúdó- és frekvenciamodulációt jelent mindkét jelenséget vizsgáltam, és a kapott eredményeket összehasonlítva csökkentettem a műszeres effektusok zavaró hatását.

Négy csillag esetében egy Blazskó-periódust találtam, ezek a V783 Cyg, a V838 Cyg, a V1104 Cyg és a KIC 7021124. Mivel a V838 Cyg-nek nagyon kis amplitúdójú mindkét modulációja, nem tudtam megerősíteni a Nemec és társai (2013) által sejtett többszörös modulációt.

A minta 13 csillagára azonban egyértelmű a többszörös moduláció. Kilenc esetben a két szignifikáns Blazskó-periódust sikerült meg is határozni, míg négy további esetben (V2178 Cyg, V808 Cyg, V354 Lyr és KIC 7257008) csak a második, hosszú periódusú effektus léte bizonyos, a periódus hosszának meghatározásához nem volt elegendő a *Kepler* mérési anyaga. Az sem igaz, hogy ez az egy vagy két moduláció maradéktalanul leírja a fénygörbéket. A fehérített maradványfénygörbékben, vagy O−C görbékben sokszor határozott szerkezetek láthatók (l. pl. V2178 Cyg, V808 Cyg, V450 Lyr).

Az eddigi legteljesebb galaktikus mezőbeli Blazskó-csillagokat tartalmazó összeállítás (Skarka, 2013) mindössze 8 többszörös modulációjú csillagot sorol fel, ami a 242 elemű lista 3.3%-a. Egy nagyobb 321 elemű, homogénebb – az ASAS és a SuperWASP felméréseken alapuló – mintán Skarka (2014) azt találta, hogy a többszörös periódusú és szabálytalan modulációjú RR Lyrae csillagok aránya 12%. **A *K*epler Blazskó-csillagok alapján ez az arány megdöbbentően magas (magát az RR Lyrae-t is számításba véve): 18 csillagból 14 (78%). Arra jutottam tehát, hogy a Blazskó-effektus alapvetően többszörös modulációként jelenik meg és nem egy szabályos monoperiodikus modulációként (4.a. tézispont)**. Ehhez a többszörös modulációhoz kapcsoló, főbb, új megállapításom:

- **Mindeddig a kisebb amplitúdójú (másodlagos) modulációs periódus**

szinte mindig hosszabb volt, mint az elsődleges. Az egyetlen ismert kivétel az RZ Lyr (Jurcsik és társai, 2012) volt. Itt most ezen a kis mintán mindjárt öt további esetet is találtam rövidebb másodlagos modulációs periódusra (V355 Lyr, V450 Lyr, V366 Lyr, V360 Lyr, KIC 9973633). Nagyon valószínű tehát, hogy a korábbi eredményt kiválasztási effektus okozta (4.b. tézispont).

- **Bebizonyosodott, hogy az elsődleges és másodlagos moduláció definíciója relatív. Három esetben is (V450 Lyr, V366 Lyr, V355 Lyr) az elsődleges AM moduláció amplitúdója kisebb az FM-ben, mint a másodlagos modulációé (4.c. tézispont).**

- **A modulációs frekvenciák lineáris kombinációinak megjelenése a spektrumokban a modulációk nemlineáris fizikai csatolását jelzik. Számos csillagnál szubharmonikus frekvenciákat ($f_\mathrm{B}/2$ és-vagy $f_\mathrm{S}/2$) is kimutattam (KIC 7257008, V355 Lyr, V450 Lyr, V360 Lyr). Az esetek többségében a két modulációs periódus aránya kis egész számokkal írható le: 1:2 a V353 Lyr-nél és a V350 Lyr-nél; 2:1 a V366 Lyr-nél és a V355 Lyr-nél; (3:2 a V2178 Cyg); 2:3 a KIC 11125706-ra; 5:2 a KIC 9973633 és a V360 Lyr esetében. (Az itt megadott arányok az elsődleges AM periódusának viszonyát mutatják a másodlagos AM periódushoz.) Ez a két moduláció között valamiféle rezonanciára utal, de ennek fizikai oka egyelőre ismeretlen (4.d. tézispont).**

Mellékesen három csillagnál (V808 Cyg, V355 Lyr, V838 Cyg) korábban nem publikált extra frekvenciákat is találtam. Mindhárom esetben az f_2 második radiális felhang frekvenciáját sikerült kimutatnom.

CoRoT és *Kepler* **Blazskó-csillagok esetén is találtak olyan kis amplitúdójú frekvenciákat, amelyet nem sikerült kapcsolatba hozni sem a PD-jelenséggel, sem pedig alacsony rendű felhangokkal** (l. Chadid és társai 2010; Guggenberger és társai 2012; Benkő és társai 2010, ill 4.1. és 6. fejezetek). **Rendszerint független nemlineáris módusok gerjesztésével magyarázzák ezeket. Ebben a fejezetben (illetve a V1127 Aql, a CoRoT 105288363 és a V445 Lyr esetére a Benkő és Szabó 2014 cikkben) megmutattam, hogy szinte az összes ilyen frekvencia felírható az alapmódus és a második felhang $2(f_0 - f_2)$ alakú lineáris kombinációjaként is.** Az egyetlen, ahol nem sikerült ilyen kombinációt találnom, a V354 Lyr volt.

Ennek a formális matematikai leírásnak vannak előnyei, de komoly hátrányai is. **Előny a nemradiális magyarázattal szemben, hogy van esély a létező, radiális hidrodinamikai kódokkal a jelenség vizsgálatára (5.c. tézispont)**. Ugyanakkor nehezen érthető, hogy miért nagyobb a $2(f_0 - f_2)$ lineáris kombináció amplitúdója, mint az $f_0 - f_2$ amplitúdója. Szokatlan közös jellemzőjük ezeknek a frekvenciáknak, hogy harmonikus létükre nagyobb amplitúdójúak, mint az azokat alkotó alap kombinációs frekvencia amplitúdója. Ez arra utal, hogy esetleg mégiscsak nemradiális módusok frekvenciái, mivel ilyenek könnyen gerjesztődhetnek rezonanciahelyzetben, vagyis radiális frekvenciák helyén (Van Hoolst és társai, 1998). Ez azt jelentené, hogy a frekvenciák matematikai értelemben lineáris kombinációk, de valójában fizikailag független (nemradiális) módusok frekvenciái. Egy újabb munkában Kurtz és társai (2015) arra jutottak, hogy bizonyos esetekben a nemradiális módusok lineáris kombinációs frekvenciáinak amplitúdói nagyobbak is lehetnek a komponenseik amplitúdóinál, ami megint csak a nemradiális módusok felé billenti a mérleget.

Összefüggést találtam a Blazskó-effektus periódusa és az AM amplitúdója között, amelyet vagy modulációs frekvencia $A(f_{\mathrm{B}})$ amplitúdójával jellemeztem (Benkő és társai, 2014), vagy földi észleléseket is bevonó mintámban a fénygörbe burkolójának A_{max} maximumával írtam le (Benkő és Szabó, 2015b). A talált korreláció(k) szerint a hosszabb Blazskóperiódusoknak van, illetve lehet nagyobb modulációs amplitúdója, míg a rövid periódusú Blazskó-effektusok amplitúdója nem lehet tetszőlegesen nagy (3.c. tézispont).

Megvizsgáltam a két korábban modulálatlannak gondolt, de extra frekvenciákat mutató csillagot (V350 Lyr és a KIC 7021124). Mindkettő esetében sikerült a kis amplitúdójú Blazskó-effektusukat kimutatnom. A V350 Lyr esetében ráadásul nem is egy, hanem mindjárt két modulációt azonosítottam, amelyek frekvenciái 1:2 arányban vannak egymással. A V350 Lyr a jelenleg ismert legkisebb amplitúdójú, többszörös periódussal modulált RR Lyrae.

A *CoRoT* és *Kepler* Blazskó-csillagok egyesített mintája alapján kimondhatjuk, hogy az RRab csillagok közül kizárólag a moduláltakban fordulnak elő extra kis amplitúdós módusok. Amennyiben ez az állítás igaz, az módot ad Blazskó-csillagok felfedezésére is. Ugyanis ha egy RRab csillag pontos fotometriai idősorában kimutatjuk az extra módusokat, akkor szinte biztosak lehetünk benne, hogy a csillag Blazskó-effektust is mutat, még ha ennek a kis amplitúdó és-vagy a hosszú modulációs periódus miatt nem is látjuk jelét. A viszonylag rövid, de nagy pontosságú űrfotometriai adatok, amelyeket a *K2* (Howell és társai, 2014), vagy a közeljövőben a *TESS* (Ricker és társai, 2015) szolgáltat, lehetnek egy ilyenfajta vizsgálat elsődleges tárgyai.

7.4. Utóélet

Az ebben a fejezetben ismertetett eredményeim 2014 végén, ill. 2015-ben jelentek meg (Benkő és társai, 2014; Benkő és Szabó, 2015a). Ennek ellenére a két cikk eddig közel 50 idézetet kapott. A fénygörbék pontossága, hossza referenciajelleget kölcsönöz az itt bemutatott adatoknak. A többszörös modulációk vizsgálata csak hosszú idősorokkal lehetséges, és ilyenből nincs túl sok. Az OGLE égboltfelmérés anyaga ígéretes ilyen szempontból, de eddig még nem történtek rajta többszörös periódusú modulációt célzó vizsgálatok. A *K2* RR Lyrae észleléseinek folyamatban lévő feldolgozása (Molnár és társai, 2015) is több tekintetben támaszkodik az itt leírtakra.

Ennek a munkának a kapcsán és az én javaslatomra született meg az ötlet, amelyet Plachy Emese PhD dolgozatában vizsgált meg: hogy vajon a V378 Cyg nem teljesen pontos Blazskó-ciklusait esetleg nem kaotikus dinamika okozza-e? Sajnos részletes vizsgálatai (Plachy és társai, 2014) azt mutatták, hogy erre a célra még a *Kepler* adatai sem elég hosszúak. Nem sikerült egyértelműen eldöntenie, hogy a látott szabálytalanságok sztochasztikus vagy kaotikus jellegűek-e. A talált periódus-amplitúdó összefüggést sem vizsgálta még senki. A közeljövőbeli terveim között szerepel egy ilyen vizsgálat.

IV. rész

Blazskó RR Lyrae fénygörbék matematikai leírása

8. fejezet

A Blazskó-effektus mint moduláció

A Blazskó-effektusra mint idősoros jelenségre eddig kétféle matematikai magyarázat merült fel az irodalomban, (1) a pulzációs jel hosszú periódussal történő modulációja, és (2) a pulzáció és egy ahhoz közeli periódusú jel lebegése. Úgy tűnt, mindkét magyarázatnak vannak előnyei, de komoly hátrányai is. A lebegési kép leírja a fénygörbék és azok Fourier-spektrumainak főbb jellemzőit (l. Breger és Kolenberg 2006; Kolenberg és társai 2006), de a fázisváltozásokat és a multipletteket nem tudja magyarázni. Más részről az egyes RR Lyrae csillagok Fourier-spektrumában talált dublettek (Alcock és társai, 2000, 2003; Moskalik és Poretti, 2003) pedig a modulációs képbe nem illeszthetők be.

Ebben a fejezetben a Blazskó-effektust modulációként írom le, és bemutatom, hogy ennek a feltevésnek milyen matematikai következményei vannak. Az analitikus leírásom megmutatta, hogy a fénygörbék és a Fourier-spektrumok sok jellemzője egyenes matematikai következménye a moduláció feltételezésének. Mindez hozzájárul ahhoz is, hogy a matematikailag nem magyarázható, mélyebb fizikai leírást igénylő jelenségeket el tudjuk különíteni.

A moduláció (Blazskó-effektus) lehetősége több különböző változócsillag-típusnál is felmerült a cefeidáktól a δ Scuti-kig (l. pl. Koen 2001; Henry és társai 2005; Moskalik és Kołaczkowski 2009; Breger 2010; Poretti és társai 2011). S bár a fő motivációm a Blazskó RR Lyrae csillagok – az űrfotometria korában előállt – nagy pontosságú fénygörbéinek matematikai leírása volt, a legtöbb eredményem független a konkrét változótípustól, és mindenhol alkalmazható, ahol modulációt sejtünk. Illetve a kapott képletek abban is segítenek, hogy egy adott jelenségről el tudjuk dönteni, valóban moduláció-e az vagy sem.

A munka alapötlete 2009-ben fogalmazódott meg bennem (Benkő és társai, 2009)[1]. A modulációs technikát hosszú ideje használják az elektronikus távközlésben és mű-

[1] Tőlem függetlenül Szeidl és Jurcsik (2009) is vizsgálták a moduláció matematikáját a Blazskó-effektussal kapcsolatban. Munkájukban szinuszos jelek szinuszos modulációit vizsgálták. Eredményeik viszonyát jelen munkámhoz az adott helyeken jelzem.

sorszórásban. Abban az esetben a vivőhullám egy szinuszos elektromágneses (jellemzően rádió-) hullám, amit az általában nem periodikus információs jellel (pl. beszéddel, zenével) modulálnak. Ebben a fejezetben a mérnökök formuláit úgy módosítom, hogy egy nemszinuszos periodikus függvényt (egy monoperiodikus RR Lyrae fénygörbét) veszek vivőhullámnak, majd pedig ennek modulálom nemcsak amplitúdóját, vagy frekvenciáját, de mindkét módot egyszerre is megengedem. Az ilyen szimultán moduláció egyébként a mérnöki gyakorlatban mindig mint kiküszöbölendő jelenik meg.

8.1. Alapképletek

Ebben a részben röviden áttekintek néhány klasszikus definíciót és képletet (l. pl. Newkirk és Karlquist 2004; Schottstaedt 2003), amelyeket a következő fejezetekben használni fogok. A legegyszerűbb periodikus jelet egy szinusz (vagy koszinusz) függvény írja le. Ennek három paramétere van: a frekvenciája, amplitúdója és fázisa. Bármelyiket lehetséges modulálni.

8.1.1. Az amplitúdómoduláció

Az **amplitúdómoduláció (AM)** a legegyszerűbb a három közül. Legyen a $c(t)$ vivőhullám egy egyszerű szinuszfüggvény:

$$c(t) = U_\mathrm{c} \sin(2\pi f_\mathrm{c} t + \varphi_\mathrm{c}), \tag{8.1}$$

ahol az U_c, f_c és φ_c konstans paraméterek rendre az amplitúdó, a frekvencia és a (kezdő)fázis.

Jelentse az $U_\mathrm{m}(t)$ függvény a tetszőleges hullámformájú átvivendő jelet! Az üzenet továbbítója az $U_\mathrm{m}(t)$ információs jellel változtatja a vivőhullám U_c amplitúdóját, és ezzel létrehozza a következő modulált jelet:

$$U_\mathrm{AM}(t) = [U_\mathrm{c} + U_\mathrm{m}(t)] \sin(2\pi f_\mathrm{c} t + \varphi_\mathrm{c}). \tag{8.2}$$

A legegyszerűbb eset, amikor maga a moduláló jel is szinuszos

$$U_\mathrm{m}(t) = U_\mathrm{m}^\mathrm{A} \sin(2\pi f_\mathrm{m} t + \varphi_\mathrm{m}^\mathrm{A}). \tag{8.3}$$

A (8.3) képletet behelyettesítve (8.2)-be, és néhány trigonometrikus összefüggést alkalmazva, a (8.2) kifejezés átírható mint

$$\begin{aligned} U_\mathrm{AM}(t) = {} & U_\mathrm{c} \sin(2\pi f_\mathrm{c} t + \varphi_\mathrm{c}) + \\ & \frac{U_\mathrm{m}^\mathrm{A}}{2} \left\{ \sin\left[2\pi\left(f_\mathrm{c} - f_\mathrm{m}\right) t + \varphi^-\right] + \sin\left[2\pi\left(f_\mathrm{c} + f_\mathrm{m}\right) t + \varphi^+\right] \right\}, \end{aligned} \tag{8.4}$$

ahol $\varphi^- = \varphi_\mathrm{c} - \varphi_\mathrm{m}^\mathrm{A} + \pi/2$ és $\varphi^+ = \varphi_\mathrm{c} + \varphi_\mathrm{m}^\mathrm{A} - \pi/2$. A $\pm\pi/2$ fáziseltolódások azért lépnek fel, mert a szinusz- és koszinuszfüggvények együttes használata helyett végig tiszta szinuszos formalizmust használtam.

A (8.4) egzakt analitikus Fourier-transzformáltját az A.1. függelékben adtam meg. A frekvenciák spektrumbeli alapvető eloszlása a transzformált kiszámítása nélkül a (8.4). képletből is leolvasható. Mivel egy szinuszfüggvény Fourier-spektruma annak frekvenciájánál lévő egyetlen csúcsból áll[2], a fenti (8.4) kifejezés spektruma a jól ismert triplett-szerkezet, ahol f_c és $f_\mathrm{c} \pm f_\mathrm{m}$ csúcsok láthatók. Az $f_\mathrm{c} \pm f_\mathrm{m}$ oldalcsúcsok amplitúdója mindig egyenlő nagyságú. A vivőhullám Fourier-amplitúdója ($\pi\sqrt{2\pi}U_\mathrm{c}$), ami a vivőfrekvencián továbbított energiát jellemzi, állandó.

A vivőhullám $A(f_\mathrm{c})$ amplitúdója és az oldalcsúcsok $A(f_\mathrm{c} \pm f_\mathrm{m})$ amplitúdója a modulációs mélységen keresztül kapcsolódnak egymáshoz. Írjuk át a (8.2) egyenletet úgy, hogy

$$U_\mathrm{AM}(t) = \left[1 + \frac{U_\mathrm{m}(t)}{U_\mathrm{c}}\right] c(t). \tag{8.5}$$

Ha $U_\mathrm{m}(t)$ korlátos függvény, létezik az $U_\mathrm{m}^\mathrm{max}$ maximális értéke, akkor a **modulációs mélység** a $h = U_\mathrm{m}^\mathrm{max}/U_\mathrm{c}$ képlettel definiálható. A fent említett szinuszos esetben $h = U_\mathrm{m}^\mathrm{A}/U_\mathrm{c}$ és $A(f_\mathrm{c} \pm f_\mathrm{m})/A(f_\mathrm{c}) = \frac{1}{2}h$. Más szavakkal, az oldalcsúcsok amplitúdója a központi csúcs amplitúdójának fele.

8.1.2. A szögmodulációk

A frekvencia- és a fázismodulációt együttesen szögmodulációnak is szokás hívni, mivel ha (8.1) szinuszos vivőhullámot tételezünk fel, $c(t) = U_\mathrm{c} \sin[\Theta(t)]$ szerint, a $\Theta(t) = 2\pi f_\mathrm{c} t + \varphi_\mathrm{c}$ jelenti a függvény szögfüggő részét.

A **fázismoduláció (PM)** a vivőhullám fázisszögét változtatja. Legyen $U_\mathrm{m}(t)$ a moduláló vagy másképpen információs jel, akkor $\Theta(t) = 2\pi f_\mathrm{c} t + [\varphi_\mathrm{c} + U_\mathrm{m}(t)]$. Amennyiben $U_\mathrm{m}(t)$ függvény korlátos, definiálhatjuk a $k_\mathrm{PM} = |U_\mathrm{m}^\mathrm{max}(t)|/2$ konstanst. Ezzel a modulált jel

$$U_\mathrm{PM}(t) = U_\mathrm{c} \sin\left[2\pi f_\mathrm{c} t + k_\mathrm{PM} U_\mathrm{m}^\mathrm{P}(t) + \varphi_\mathrm{c}\right], \tag{8.6}$$

alakra hozható, ahol $|U_\mathrm{m}^\mathrm{P}(t)| \leq 1$. A modulált jel **pillanatnyi frekvenciája**:

$$f(t) = \frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}t} = f_\mathrm{c} + k_\mathrm{PM} \frac{\mathrm{d}U_\mathrm{m}^\mathrm{P}(t)}{\mathrm{d}t}. \tag{8.7}$$

A **frekvenciamoduláció (FM)** az $U_\mathrm{m}(t)$ moduláló jellel a vivőjel frekvenciáját változtatja meg. $\Theta(t) = 2\pi f(t)t + \varphi_\mathrm{c}$ és itt az $f(t)$ pillanatnyi frekvencia az $k_\mathrm{FM} U_\mathrm{m}^\mathrm{F}(t)$ jellel van modulálva a

$$f(t) = f_\mathrm{c} + k_\mathrm{FM} U_\mathrm{m}^\mathrm{F}(t) \tag{8.8}$$

kifejezésnek megfelelően. Ebben az egyenletben az k_FM az ún. frekvenciadeviáció, ami az f_c-től való maximális eltérést jelenti egy irányban, amennyiben feltesszük, hogy $U_\mathrm{m}^\mathrm{F}(t)$ korlátos a $(-1, \ldots, +1)$ intervallumon. A pillanatnyi frekvencia és fázis

[2] Itt mindig a valós részt veszem csak figyelembe, l. még A.1. függelék.

definícióit felhasználva a (8.8) kifejezés átírható mint $\Theta(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_{FM} \int_0^t U_m^F(\tau) d\tau + \varphi_c$. A modulált jel ekkor

$$U_{FM}(t) = U_c \sin\left[2\pi f_c t + 2\pi k_{FM} \int_0^t U_m^F(\tau)\, d\tau + \varphi_c\right]. \tag{8.9}$$

Az FM-nek ez a definíciója a legkevésbé intuitív a három modulációt definiáló egyenlet (8.2, 8.6 és 8.9) közül. A (8.6) és (8.9) egyenleteket összehasonlítva észrevehetjük, hogy azokban a moduláló jel egymással derivált-integrál kapcsolatban van. A gyakorlatban a moduláló jelek leírhatók analitikus függvénnyel, így ha egy FM vagy PM jelet detektálunk anélkül, hogy tudnánk melyikről van szó, nem tudunk különbséget tenni az FM és PM között.

Először legyen a moduláló jel is egy f_m frekvenciájú szinuszos jel. Egy ilyen jelet leíró függvény integrálja

$$U_m^F(t) = \frac{U_m^F}{2\pi f_m} \sin\left(2\pi f_m t + \varphi_m^F\right). \tag{8.10}$$

Így a (8.9) egyenlet

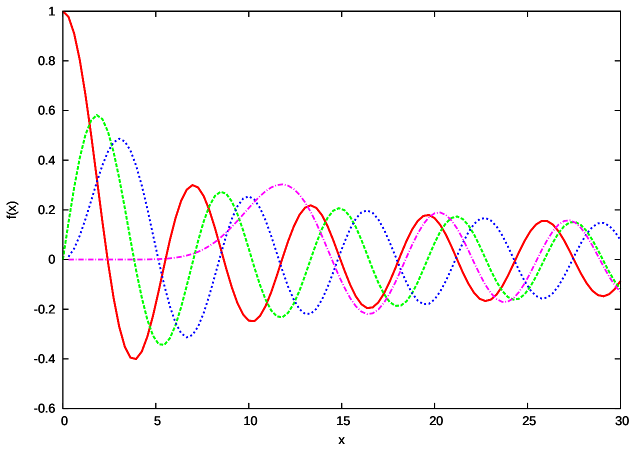
$$U_{FM}(t) = U_c \sin\left[2\pi f_c t + \eta \sin\left(2\pi f_m t + \varphi_m^F\right) + \varphi_c\right] \tag{8.11}$$

alakba írható, ahol a **modulációs index**et az $\eta = (k_{FM} U_m^F)/f_m$ képlet definiálja. (8.11) alakú kifejezés levezethető (8.6)-ből is. Az egyetlen különbség az $\eta = k_{PM} U_m^P$ kifejezése lesz, ez ugyanis független az f_m modulációs frekvenciától. A trigonometrikus és Bessel-függvények közötti összefüggések (pl. Abramowitz és Stegun 1972) felhasználásával (8.11) felírható mint

$$U_{FM}(t) = U_c \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\eta) \sin\left[2\pi\left(f_c + k f_m\right) t + k\varphi_m + \varphi_c\right], \tag{8.12}$$

ahol $J_k(\eta)$ az η argumentumra vonatkozó elsőfajú k-ad rendű Bessel-függvényt jelenti (l. néhány függvényt a 8.1. ábrán); φ_m vagy φ_m^F-t, vagy φ_m^P-t jelent. A képletet szokás Chowning-relációnak is hívni (Chowning, 1973). Mert bár előtte sokan felírták már ezt az összefüggést, az FM szintézisben (elektronikus hangszintetizálásban) betöltött kulcsszerepét Chowning ismerte fel.

Hasonlóképpen az (8.4) egyenlethez, a (8.12) kifejezés is segít elképzelni a jel Fourier-spektrumát. Ez a f_c vivőfrekvenciából és tőle jobbra és balra szimmetrikusan f_m távolságra elhelyezkedő csúcsokból épül fel. Az amplitúdók a Bessel-függvények szerint változnak. A Bessel-függvények viselkedése jól ismert: a kis argumentumok ($x < k$) kivételével a lefutásuk csillapított harmonikus függvényre hasonlít (l. még 8.1. ábra). Nagyobb indexekre a magasabb rendű oldalcsúcsok fokozatosan egyre fontosabbak lesznek, a központi csúcs amplitúdója pedig egyre kisebb lesz. Egy FM jel spektruma elvben végtelen számú oldalcsúcsot tartalmaz, de a Bessel-függvények lecsengését követő csökkenő amplitúdóik miatt a gyakorlatban mindig csak viszonylag kis számú mutatható ki.



8.1. ábra. *Az x argumentumhoz tartozó nulladik, első-, másod- és tizedrendű elsőfajú Bessel-függvény képe. $J_0(x)$ – (piros) folytonos vonal, $J_1(x)$ – (zöld) szaggatott vonal, $J_2(x)$ – (kék) pontozott vonal, $J_{10}(x)$ – (lila) rövid-hosszú szaggatott vonal.*

Ha $|\eta| \ll 1$, akkor azt kapjuk, hogy $J_0(\eta) \approx 1$, $|J_{\pm 1}| = \eta/2$, és $k > 1$-re $J_k \approx 0$. Vagyis a spektrum közelítőleg leírható egy, az AM spektrumához hasonló, egyenközű triplettel. A jel maga azonban alapjaiban különböző. Az FM modulált jel amplitúdója mindig állandó. Ha az η növekszik, az oldalcsúcsok amplitúdói is növekszenek, de a vivőjel Fourier-amplitúdója csökken. Másképpen: az oldalcsúcsok nagyobbak is lehetnek, mint a középponti frekvencia csúcsa, illetve a magasabb rendű oldalcsúcsok is lehetnek nagyobbak, mint az alacsonyabb rendű csúcsok.

Egy általánosabb esetre adott képletet Schottstaedt (1977):

$$
\begin{aligned}
U_{\mathrm{FM}}(t) &= U_{\mathrm{c}} \sin\left[2\pi f_{\mathrm{c}} t + \sum_{p=1}^{q} U_{\mathrm{m}}^{(p)} \sin\left(2\pi f_{\mathrm{m}}^{(p)} t + \varphi_{\mathrm{m}}^{(p)}\right) + \varphi_{\mathrm{c}}\right] \\
&= U_{\mathrm{c}} \sum_{k_p=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \left[\prod_{p=1}^{q} J_{k_p}(U_{\mathrm{m}}^{(p)})\right] \sin\Bigg[2\pi f_{\mathrm{c}} t + \\
&\qquad \sum_{p=1}^{q} k_p \left(2\pi f_{\mathrm{m}}^{(p)} t + \varphi_{\mathrm{m}}^{(p)}\right) + \varphi_{\mathrm{c}}\Bigg]. \qquad (8.13)
\end{aligned}
$$

Itt a moduláló jelet véges sok tetszőleges $f_{\mathrm{m}}^{(p)}$ frekvenciájú, $U_{\mathrm{m}}^{(p)}$ amplitúdójú és $\varphi_{\mathrm{m}}^{(p)}$ fázisú szinuszfüggvény lineáris kombinációjaként tételezte fel ($p = 1, 2, \ldots, q$). A jel spektruma a vivőfrekvenciára szimmetrikus ekvidisztáns frekvenciákból áll. Az $f_{\mathrm{c}} \pm k_p f_{\mathrm{m}}^{(p)}$ oldalcsúcsok amplitúdóit Bessel-függvények szorzatai adják meg.

8.1.3. A kombinált moduláció

A gyakorlatban az elektronikus áramkörök, amelyek modulált jeleket állítanak elő, mindig kevert, egyszerre amplitúdó- és szögmodulált jeleket képesek generálni. Ezek a kombináltan modulált jelek a rádiótávközlésben kifejezetten zavaróak, és a mérnökök mindent megtesznek a keveredés csökkentéséért. Ugyanakkor a Blazskó-effektust mutató RR Lyrae csillagok változása, amint azt majd látni fogjuk, ilyen kevert modulációval írható le legjobban. Ezért itt áttekintjük a kombinált moduláció alapvető jellemzőit Cartianu (1966) könyvét követve. A legegyszerűbb esetből indulunk ki, ahol mind az AM, mind az FM egy azonos frekvenciájú szinuszfüggvénnyel leírható.

$$U_{\mathrm{Comb}}(t) = U_{\mathrm{c}}\left(1 + h\sin 2\pi f_{\mathrm{m}} t\right)\sin\left[2\pi f_{\mathrm{c}} t + \eta\sin\left(2\pi f_{\mathrm{m}} t + \phi_{\mathrm{m}}\right) + \varphi_{\mathrm{c}}\right]. \tag{8.14}$$

A kezdőepocha megfelelő megválasztásával az általánosság minden további megszorítása nélkül a kezdőfázist megválaszthatjuk $\varphi_{\mathrm{c}} = 0$ alakban. Itt ϕ_{m} az AM és FM jelek közötti relatív fáziskülönbséget jelenti. A többi jelölés a korábbiakkal megegyező. A (8.14) szorzat harmadik tényezője megegyezik a (8.11) egyenlet jobb oldalával, ezért a (8.12) Chowning-relációt alkalmazva azt kapjuk, hogy

$$U_{\mathrm{Comb}}(t) = U_{\mathrm{c}}\left(1 + h\sin 2\pi f_{\mathrm{m}} t\right)\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\eta)\sin\left[2\pi\left(f_{\mathrm{c}} + k f_{\mathrm{m}}\right)t + k\phi_{\mathrm{m}}\right]. \tag{8.15}$$

Ez a kifejezés végtelen sok amplitúdómodulált hullámot ír le. Trigonometrikus átalakítások után kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{Comb}}(t) = U_{\mathrm{c}}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\Bigg\{ & J_k(\eta)\sin\left[2\pi\left(f_{\mathrm{c}} + k f_{\mathrm{m}}\right)t + k\phi_{\mathrm{m}}\right] + \\ & \frac{h}{2}J_{k-1}(\eta)\sin\left[2\pi\left(f_{\mathrm{c}} + k f_{\mathrm{m}}\right)t + (k-1)\,\phi_{\mathrm{m}} - \frac{\pi}{2}\right] + \\ & \qquad \frac{h}{2}J_{k+1}(\eta)\sin\left[2\pi\left(f_{\mathrm{c}} + k f_{\mathrm{m}}\right)t + (k+1)\,\phi_{\mathrm{m}} + \frac{\pi}{2}\right]\Bigg\}. \end{aligned} \tag{8.16}$$

Látható, hogy a végtelen sor minden egyes tagja három azonos frekvenciájú, de különböző fázisú szinuszfüggvényből áll. A (8.16) kifejezés alapján a (8.14) kombinált modulációs jel Fourier-spektruma felfogható mint három FM jel spektrumának a kombinációja. A csúcsok azonos helyen vannak mint a (8.12) függvény spektrumának csúcsai, de az egyes oldalcsúcsok amplitúdói általában nem szimmetrikusak. Néhány trigonometrikus azonosságot, a párhuzamos rezgések összetételére vonatkozó szabályokat és a Bessel-függvényekkel való kapcsolatukat figyelembe véve egy adott frekvencia Fourier-amplitúdójára azt kapom, hogy:

$$\begin{aligned} A(f_{\mathrm{c}} + k f_{\mathrm{m}}) \sim U_{\mathrm{c}}\Bigg\{ & J_k^2(\eta)\left(1 - \frac{hk}{\eta}\sin\phi_{\mathrm{m}}\right)^2 + \\ & \qquad \frac{h^2}{4}\cos^2\phi_{\mathrm{m}}\left[J_{k+1}(\eta) - J_{k-1}(\eta)\right]^2\Bigg\}^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \tag{8.17}$$

$(k = 0, \pm1, \pm2, \dots)$. Szeidl és Jurcsik (2009) nyomán bevezetve az **oldalcsúcs teljesítménykülönbséget** $\Delta_l := A^2(f_\mathrm{c} + lf_\mathrm{m}) - A^2(f_\mathrm{c} - lf_\mathrm{m})$, ahol $l = 1, 2, 3\dots$ és figyelembe véve a (8.17) képletet, kapom, hogy

$$\Delta_l = -4\frac{hl}{\eta}U_\mathrm{c}^2 J_l^2(\eta)\sin\phi_\mathrm{m}. \tag{8.18}$$

Ez a képlet Szeidl és Jurcsik (2009) $l = 1$-re és $l = 2$-re vonatkozó összefüggésének egyenes általánosítása tetszőleges l-re. Nyilvánvaló, hogy ez az aszimmetriát jellemző paraméter egyedül a ϕ_m relatív fázistól függ. A bal oldali oldalcsúcs nagyobb, mint a jobb oldali párja ($\Delta_l < 0$), ha $0 < \phi_\mathrm{m} < \pi$, a fordított helyzetben $\pi < \phi_\mathrm{m} < 2\pi$ és $\Delta_l > 0$. Abban a speciális esetben, ha $\phi_\mathrm{m} = 0$ vagy $\phi_\mathrm{m} = \pi$ az oldalcsúcsok amplitúdói azonosak. Megjegyzendő, hogy ha a modulációk közül az AM vagy az FM sokkal erősebb a másiknál ($h \ll \eta$ vagy $\eta \ll 1$), akkor a spektrum a korábban tárgyalt tiszta modulációs jelekéhez hasonló lesz, és így az oldalcsúcsok amplitúdói is közel azonosak.

8.2. A Blazskó-moduláció

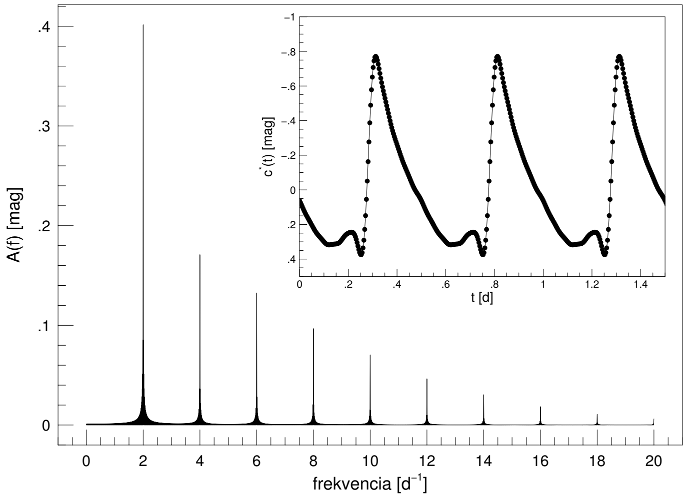
Az RR Lyrae csillagok fénygörbéjét hagyományosan véges Fourier-összegekkel szokás leírni. A Blazskó RR Lyrae csillagok esetén ez az összeg az pulzációs alapmódus harmonikusai mellett tartalmazza a moduláció frekvenciáját, azok harmonikusait és a moduláció miatt fellépő oldalcsúcsok frekvenciáit is.

$$m(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{N} A_i \sin\left[2\pi F_i t + \Phi_i\right], \tag{8.19}$$

ahol $F_i = jf_0$, $(j = 1, 2, \dots, n)$; vagy $F_i = kf_\mathrm{m}$, $(k = 1, 2, \dots, m)$; vagy $F_i = j'f_0 + k'f_\mathrm{m}$, $(j' = 1, 2, \dots, n'$, $k' = 1, 2, \dots, m')$; $F_i = j''f_0 - k''f_\mathrm{m}$, $(j'' = 1, 2, \dots, n''$, $k'' = 1, 2, \dots, m'')$; f_0 az alapmódus frekvenciája, f_m a moduláció frekvenciája. Az A_i amplitúdókat és Φ_i fázisokat független mennyiségeknek tekintik, és értéküket nemlineáris illesztéssel határozzák meg. Ennek megfelelően egy fénygörbe teljes leírása $2N + 3$ paramétert (N amplitúdó és fázis továbbá 2 frekvencia és egy A_0 nullpont) igényel. Egy hosszú, jó minőségű fénygörbéhez akár 500-600 paraméter is szükséges lehet (l. pl. a 4. fejezetben bemutatott V1127 Aql esetét). Az itt kifejtett módszer ennek töredékét igényli.

8.2.1. Blazskó csillagok tiszta amplitúdómodulációval

Először tekintsük át azokat a Blazskó csillagokat, amelyek csak amplitúdómodulációt mutatnak. Bár az újabb vizsgálatok (köztük a korábbi fejezetekben ismertetett saját munkáim) szerint a valóságban ilyenek nincsenek, az RR Lyrae csillagok mindig egyszerre mutatják az AM és az FM jeleit, de az általam itt követett lépésenkénti általánosításhoz ez egy jó kiindulópont. Így az egyes effektusok hatásait elkülönítve

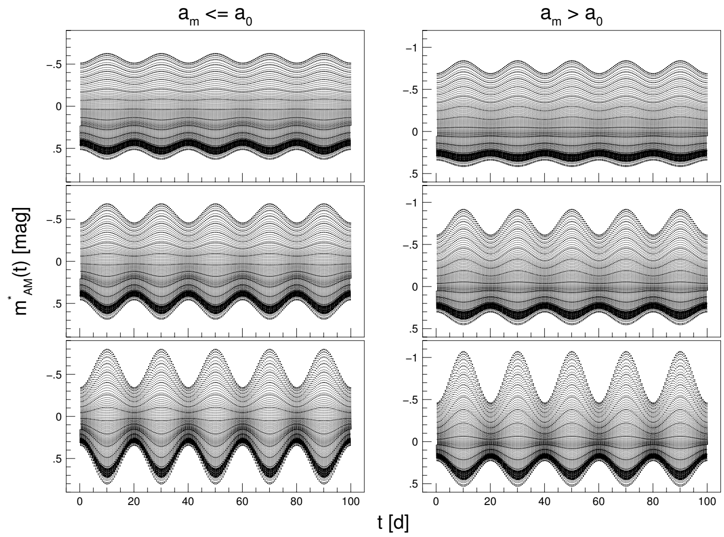


8.2. ábra. *A mesterséges RR Lyrae fénygörbe Fourier-spektruma, amely a modulált fénygörbék előállításakor a vivőhullám szerepét töltötte be (fő panel), és a fénygörbe egy darabja (inzert).*

lehet vizsgálni. Amúgy számos esetben a Blazskó-effektus leginkább szembetűnő vonása az amplitúdómoduláció, sőt sok mérési anyagban ez az egyetlen kimutatható az effektusból. (l. Stothers 2010, ill. további hivatkozások benne).

A 8.1.1. fejezetben bemutatott apparátus alkalmazása az RR Lyrae fénygörbékre a tankönyvi formulák némi módosítását, általánosítását kívánja meg. Ezért vivőhullámnak egy olyan folytonos, végtelen periodikus függvényt választottam, amelynek alakja a nem modulált RR Lyrae fénygörbékéhez hasonló. Ez a függvény az f_0 frekvenciának és harmonikusainak amplitúdóival és fázisaival van meghatározva, vagyis $c^*(t) := m(t)$ ha $F_i = jf_0$ az (8.19) egyenletben.

Bár bármely modulált jelnek, amit ebben a fejezetben tárgyalok, az egzakt analitikus Fourier-spektruma minden gond nélkül előállítható (legalábbis elvben, l. A.1. függelék), a különböző formulákat szintetikus fénygörbéknek és azok spektrumainak megszerkesztésével, ill. felrajzolásával szemléltetem. A vivőjelet illusztráló szintetikus fénygörbét úgy készítettem el, hogy vettem egy tipikus RR Lyrae paramétereit ($f_0 = 2$ d^{-1} alapfrekvenciát és 9 harmonikusát) egy 100 nap hosszú intervallumon 5 perces mintavétellel (8.2. ábra inzert). Egy ilyen jel Fourier-spektruma jól ismert (8.2. ábra): a függelékben az A.2 képlettel adott szinuszos komponensek transzformáltja. (Pontosabban a véges adathossz és a mintavételezés miatt azt a Fourier-transzformáltat még meg kell szorozni a megfelelő ablakfüggvény Fourier-transzformáltjával is.)



8.3. ábra. *Szintetikus fénygörbék szinuszos AM-mel. A bal oldali paneleken a moduláció szimmetrikus* ($a_\mathrm{m} \leq a_0$; $a_0 = 0.2$)*, a jobb oldaliakon aszimmetrikus* ($a_\mathrm{m} > a_0$; $a_0 = 0.005$)*. A h modulációs mélység fentről lefelé növekszik:* $h = 0.1, 0.2, 0.4$*; az* $f_\mathrm{m} = 0.05\ \mathrm{d}^{-1}$ *és a* $\varphi_\mathrm{m} = 270°$ *rögzítve volt.*

A $c^*(t)$ vivőhullámot behelyettesítve az AM (8.5) definíciójába:

$$m^*_\mathrm{AM}(t) = \left[1 + \frac{U^*_\mathrm{m}(t)}{U^*_\mathrm{c}}\right] c^*(t) = \\ [1 + m^*_\mathrm{m}(t)] \left[a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin(2\pi j f_0 t + \varphi_j)\right]. \quad (8.20)$$

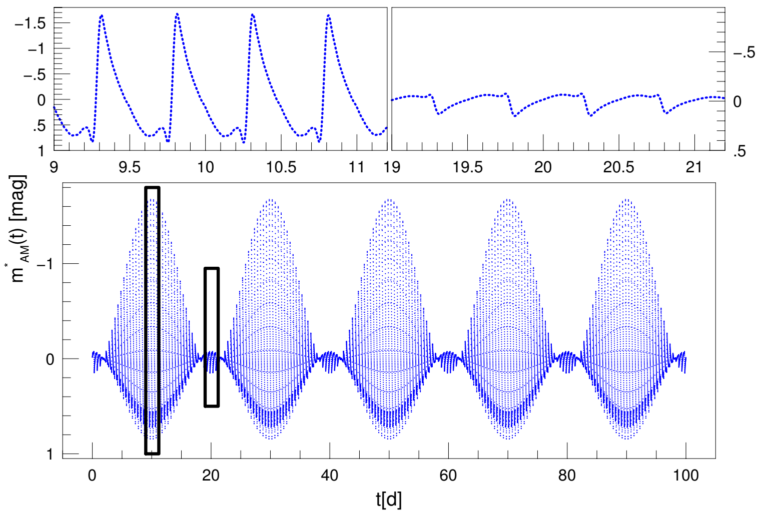
A (8.20) kifejezés egy általános amplitúdómodulált RR Lyrae fénygörbét ír le. Az $U^*_\mathrm{m}(t)$ a moduláló jel, U^*_c pedig a nem modulált fénygörbe amplitúdója. Az a_0 nem nulla konstans tag szükséges, különben a Fourier-összeg elemei nem alkotnának teljes, ortonormált rendszert. Az RR Lyrae csillagokra ennek tipikus értéke néhány század magnitúdó ($a_0 \ll 1$).

A szinuszos amplitúdómoduláció

A legegyszerűbb esetben a moduláció szinuszos, azaz:

$$U^*_\mathrm{m}(t) = a_\mathrm{m} \sin(2\pi f_\mathrm{m} t + \varphi_\mathrm{m}). \quad (8.21)$$

Mintafénygörbéket készítettem a fenti feltétel (8.20) kifejezésbe való helyettesítésével. Néhányat közülük a 8.3. ábra mutat. Vezessük be a $h = a_\mathrm{m}/U^*_\mathrm{c}$ modulációs mélységet. Ha a paramétereket úgy választom meg, hogy $a_0 \leq U^*_\mathrm{c}$ és $a_\mathrm{m} \leq a_0$, akkor a modulált fénygörbe egy vízszintes egyenesre (az átlagára) szimmetrikus lesz.

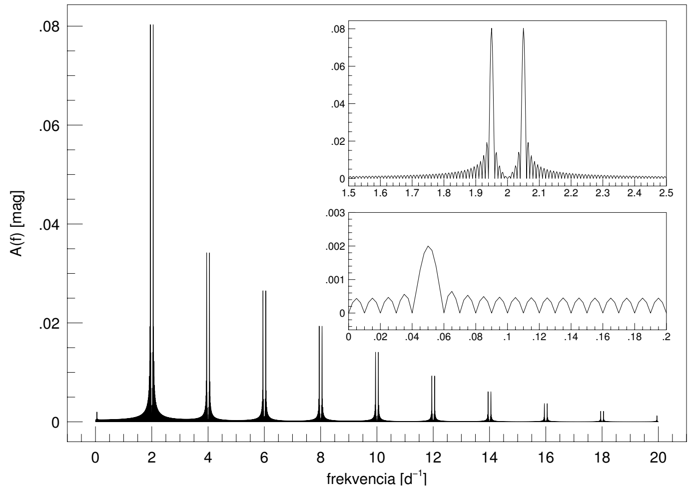


8.4. ábra. *Lent: Szintetikus AM fénygörbe szinuszos modulációval a (8.20) képletnek megfelelően. A modulációs mélység:* $h = 1.2$. *A további paraméterek:* $a_0 = 0.01$, $f_\mathrm{m} = 0.05\ \mathrm{d}^{-1}$ *és* $\varphi_\mathrm{m} = 270°$. *Fent: A fénygörbe két-két napos részletei a maximális (balra), ill. minimális (jobbra) Blazskó-fázisokban.*

(8.3. ábra bal oldala). Az ábra jobb oldali paneljein nagyobb a modulációs mélység ($a_\mathrm{m} > a_0$), és a szimmetria megszűnik. E fénygörbék közös jellemzője, hogy az alsó és felső burkolóik maximumai és minimumai időben egybeesnek. Továbbá átlagos fényességük az f_m frekvenciával változik. A (8.20) egyenletből azonnal látszik, hogy a $m^*_\mathrm{m}(t)a_0$ tag a felelős ezért a viselkedésért. Vagyis az észlelésekben talált $\overline{V}$ átlagfényesség-változás (Jurcsik és társai, 2005b) az AM természetes következménye.

Érdekes eset, amikor a moduláció nagyon erős, vagyis ha a modulációs mélység egynél nagyobb ($h > 1$). A nagyon erős fénygörbeváltozás mellett (8.4. ábra) némely Blazskó-fázisban a fénygörbe nagyon szokatlanul néz ki (l. 8.4. ábra jobb felső panele). Ennek a matematikai esetnek gyakorlati jelentősége is van, mivel a V445 Lyr *Kepler*-fénygörbéje a Blazskó-minimumokban kísértetiesen hasonlít (l. Benkő és társai 2010; Guggenberger és társai 2012, ill. 6.2. ábra) ehhez a szimulált fénygörbéhez.

Trigonometrikus azonosságok felhasználásával a (8.20) egyenlet a (8.21) szinuszos esetben olyan alakba konvertálható, amelyből könnyen láthatók a Fourier-spektrum



8.5. ábra. *A 8.3 . ábra alsó paneljén bemutatott szintetikus szinuszos AM fénygörbe fehérített Fourier-spektruma. A felső inzert az* $f_0 = 2\ \mathrm{d}^{-1}$ *fő pulzációs frekvencia környékét mutatja, az alsó pedig az* $f_\mathrm{m} = 0.05\ \mathrm{d}^{-1}$ *modulációs frekvenciát.*

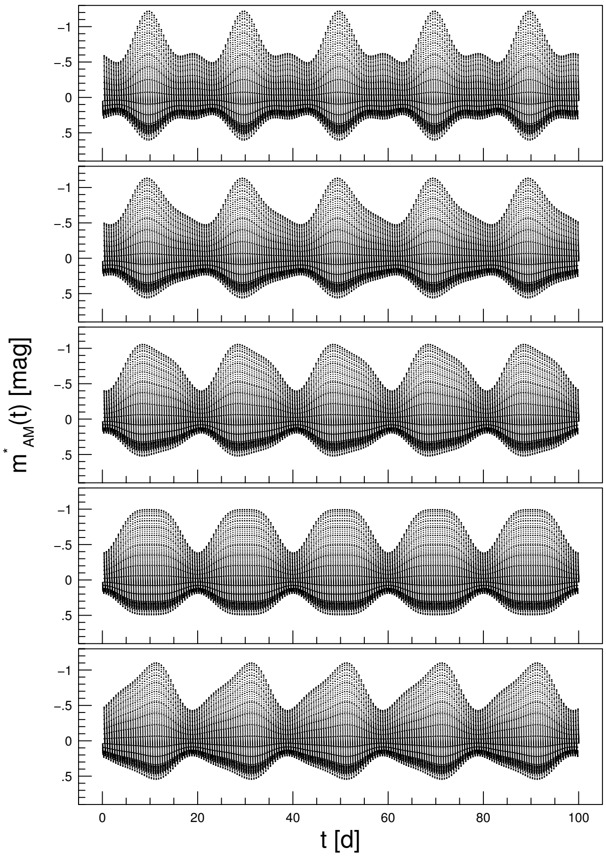
főbb jellemzői:

$$\begin{aligned} m^*_\mathrm{AM}(t) = a_0 + ha_0 \sin(2\pi f_\mathrm{m} t + \varphi_\mathrm{m}) + \\ \sum_{j=1}^{n} a_j \sin(2\pi j f_0 t + \varphi_j) + \\ \frac{h}{2}\sum_{j=1}^{n} a_j \left\{ \sin\left[2\pi\,(j f_0 - f_\mathrm{m})\,t + \varphi_j^-\right] + \right. \\ \left. \sin\left[2\pi\,(j f_0 + f_\mathrm{m})\,t + \varphi_j^+\right] \right\}, \end{aligned} \tag{8.22}$$

ahol $\varphi_j^- = \varphi_j - \varphi_\mathrm{m} + \pi/2$, $\varphi_j^+ = \varphi_j + \varphi_\mathrm{m} - \pi/2$. Ez a spektrum ismerős az RR Lyrae csillagok kutatóinak (l. még 8.5. ábra). Szerepel benne a nem modulált csillagok 8.2.ábrán látható spektruma (harmadik tag), valamint minden csúcs mellett a két szimmetrikus oldalcsúcs (utolsó tag). Az oldalcsúcsok amplitúdói mindig egyenlők: $A(jf_0 \pm f_\mathrm{m}) \sim a_j h/2$. Az (8.22) egyenlet második tagja írja le az átlagfényesség változását, amit az f_m frekvencia megjelenése okoz.

Régóta vitatott kérdés, hogy létezik-e olyan Blazskó-fázis amikor a blazskós csillag fénygörbéje megegyezik a nemblazskóséval (l. Jurcsik és társai 2002, és a további irodalom benne). Ebben az egyszerű esetben a kérdés könnyen megválaszolható. Minden olyan fázisban, ahol a (8.22) kifejezés második és negyedik tagja egyszerre eltűnik, a modulált és nem modulált fénygörbe egybe fog esni. Ez pedig a moduláló szinuszfüggvény minden zéruspontjában fennáll, azaz: $t = (k\pi - \varphi_\mathrm{m})/(2\pi f_\mathrm{m})$, ahol k tetszőleges egész.

Egy ilyen AM fénygörbe leírásához használt paraméterek száma a hagyományos



8.6. ábra. *Szintetikus fénygörbék nemszinuszos amplitúdómodulációval. A fénygörbéket a (8.23) képlet alapján számoltam. Egy kéttagú összegből álló modulációt tettem fel:* $a_1^{\mathrm{A}} = 0.01$, $a_2^{\mathrm{A}} = 0.2$ mag*;* $\varphi_1^{\mathrm{A}} = 270°$ *rögzített értékek. A második modulációs tag fázisa fentről lefelé a következőképpen változik:* $\varphi_2^{\mathrm{A}} = 110°, 140°, 220°, 270°, 360°$.

képben (8.19 képletnek megfelelően) $6n+5$, ahol n jelenti a szignifikáns harmonikusok számát beleértve az alapmódust is. A modulációs kép alkalmazásával a szükséges paraméterek száma $2n+5$. A modulációt mindössze 3 paraméter írja le (f_{m}, a_{m}, φ_{m}) szemben a hagyományos leírással, ahol $4n+3$.

Nemszinuszos AM

Következő lépésként tegyük fel, hogy az $m_{\mathrm{m}}^*(t)$ modulációs függvény egy f_{m} állandó frekvenciájú tetszőleges periodikus függvény. Ezt a feltételt a (8.20) kifejezésbe helyettesítve kapjuk, hogy

$$m_{\mathrm{AM}}^*(t) = \left[a_0^{\mathrm{A}} + \sum_{p=1}^{q} a_p^{\mathrm{A}} \sin\left(2\pi p f_{\mathrm{m}} t + \varphi_p^{\mathrm{A}}\right) \right] c^*(t), \tag{8.23}$$

ahol a konstansok $a_0^{\rm A} = 1 + (a_0^m/U_{\rm c}^*)$, és $a_p^{\rm A} = a_p^m/U_{\rm c}^*$ alakúak. (Innentől az A felső index az AM paramétereket jelöli.) Néhány jellegzetes fénygörbét mutat a 8.6. ábra. Nyilvánvaló, hogy a burkolóik nem szinuszosak, pontos alakjuk az $a_p^{\rm A}$ és $\varphi_p^{\rm A}$ aktuális értékétől függ. Ezen burkolók maximum- és minimumidőpontjai, hasonlóan a szinuszos esethez, itt is egybeesnek. A (8.23) kifejezést a (8.22)-höz hasonló, de kompaktabb formában felírva:

$$m_{\rm AM}^*(t) = \sum_{p=0}^{q}\sum_{j=0}^{n} \frac{a_p^{\rm A}}{2} a_j \sin\left[2\pi\left(jf_0 \pm pf_{\rm m}\right)t + \varphi_{jp}^{\pm}\right], \tag{8.24}$$

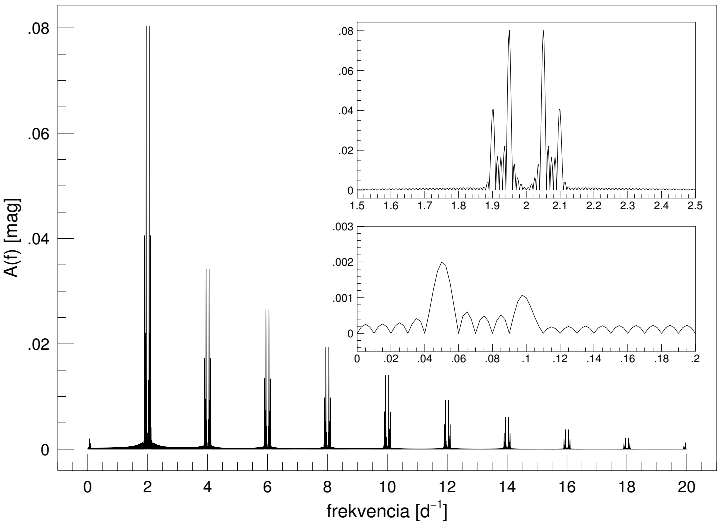
ahol a (8.22) egyenlettel analóg módon megjelenő két szinuszos tagot formálisan egyesítettem, és egy $\pm$ jellel jelöltem; $\varphi_{jp}^+ = \varphi_j + \varphi_p^{\rm A} - \pi/2$; $\varphi_{jp}^- = \varphi_j - \varphi_p^{\rm A} + \pi/2$. A tetszőleges konstansokat pedig úgy választottam meg, hogy $\varphi_0^{\rm A} := \varphi_0 := \pi/2$.

A modulációs oldalcsúcsok Fourier-amplitúdóját megvizsgálva azt látjuk, hogy $A(jf_0 \pm pf_{\rm m})/A(jf_0) \sim a_p^{\rm A}$. (1) Egy adott rendű oldalcsúcs aránya a központi csúcshoz konstans. (2) A gyakran használt $A(jf_0 \pm pf_{\rm m})/A(f_0 \pm pf_{\rm m}) \sim a_j/a_1$ amplitúdóarány függése a harmonikus rendtől azonos a fő frekvencia amplitúdóarányának ($A(jf_0)/A(f_0) \sim a_j/a_1$) harmonikus rendtől való függésével. (3) Mivel azonos együttható (az $a_p^{\rm A}$) tartozik mind a két oldal oldalcsúcsaihoz, a jobb oldali és bal oldali csúcsok szimmetrikusak. Mindezeknek megfelelően a szimulált fénygörbe Fourier-spektrumában (8.7. ábra) szimmetrikus multipletteket látunk a harmonikusoknál ($jf_0 \pm pf_{\rm m}$). Minden harmonikusnál azonos multiplett-szerkezet jelenik meg, azaz azonos a multiplettcsúcsok száma, a frekvenciakülönbség és a központi csúcshoz képesti amplitúdóarány is. Megjegyzendő, hogy az egy oldalon megjelenő oldalcsúcsok száma p, továbbá, hogy a modulációs frekvencia $pf_{\rm m}$ harmonikusai is megjelennek. (Ez az (8.24) egyenletből is látható, amikor $j = 0$-t helyettesítünk be.)

A 8.1.2. fejezetben leírtak szerint a szögmodulációk végtelen számú oldalcsúcsot okoznak, ezért önmagában a multiplettek megléte még nem elegendő a nemszinuszos AM beazonosításához. Ami viszont igen, az a modulációs frekvencia harmonikusainak megjelenése, amit semmi más nem okozhat, mint a nemlineáris AM.

Ismét feltéve a kérdést, hogy van-e olyan Blazskó-fázis, amikor a modulált fénygörbe a nemmodulálttal azonos, azt kapjuk, hogy a moduláló tag a (8.24) képletben akkor tűnik el, ha $a_0^{\rm A} = 1$ ($a_0^{\rm m} = 0$) teljesül, egyébként nincs ilyen Blazskó-fázis. Ezt a szükséges feltételt az elégségességhez még ki kell egészíteni egy továbbival: a moduláció eltűnik azokban a t időpillanatokban, amikor $\sum_{p=1}^{q} a_j a_p \sin[2\pi(jf_0 \pm pf_{\rm m})t + \varphi_{jp}^{\mp}] = 0$. Az egyenlet megoldása a $a_p^{\rm A}$ ás $\varphi_p^{\rm A}$ paraméterektől függ. Általában tehát a nemszinuszos AM jelek a moduláció egyetlen fázisában sem esnek egybe a modulálatlan jelekkel.

A (8.19) és (8.23) fénygörbéket $(2q+1)2n + 2q + 3$, illetve $2n + 2q + 3$ paraméterrel tudjuk illeszteni. Az n itt is a harmonikusok számát jelenti a fő frekvenciát beleszámolva, q pedig az oldalcsúcs szerkezetek jelzi (pl. $q = 1$ triplettet jelent, $q = 2$ kvintuplettet stb.). A hagyományos matematikai leírás minden újabb oldalcsúcs-rend



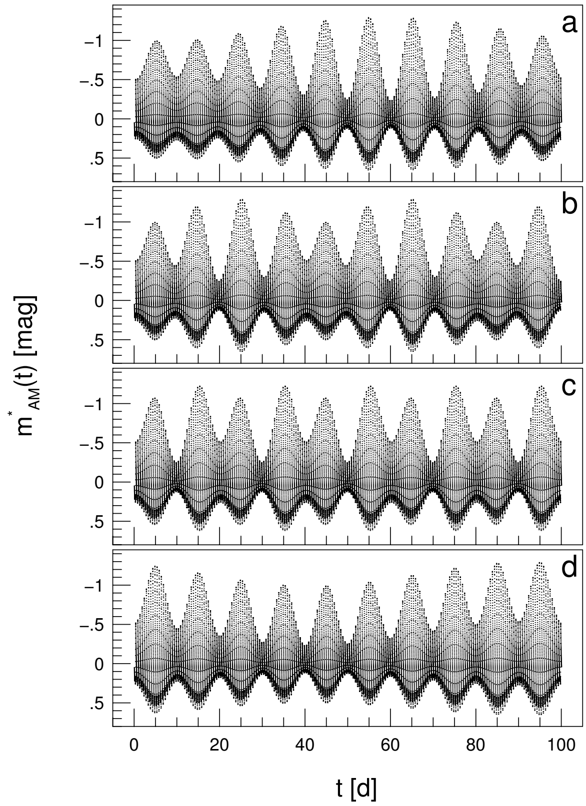
8.7. ábra. *A 8.6 .ábrán bemutatott szintetikus (nemszinuszos) AM fénygörbék fehérített Fourier-spektruma. Az inzertek az* $f_0 = 2$ d^{-1} *fő pulzációs frekvencia környékét (fent), és az* $f_\mathrm{m} = 0.05$ d^{-1} *modulációs frekvencia környékét (lent) mutatják.*

esetében további $4n+2$ paramétert igényel, szemben az itt tárgyalttal, ahol a többlet rendenként mindössze 2.

Párhuzamos AM moduláció

Többszörös moduláció lehetősége már egy ideje megjelent az irodalomban. Az RR Lyrae régóta ismert, hosszú (4 éves) másodlagos periódusát (Szeidl, 1976) legtöbbször különlegességként kezelték, és nem tekintették többszörös modulációnak. De ezt feltételezték az XZ Cyg esetében (LaCluyzé és társai, 2004), az UZ UMa-ra (Sódor és társai, 2006), az SU Col-ra (Szczygieł és Fabrycky, 2007), és az LS Her-re is (Wils és társai, 2008). A MACHO és OGLE felmérések azon Blazskó-csillagaira, ahol nem egyenközű tripletteket találtak a Fourier-spektrumokban (Alcock és társai, 2000; Moskalik és Poretti, 2003), szintén felmerült a többszörös moduláció mint lehetséges magyarázat. Az első olyan csillag, amelyre mindkét modulációs periódust egyértelműen sikerült azonosítani, a CZ Lac volt (Sódor és társai, 2011). Ebben az esetben nemcsak oldalcsúcsokat, de a modulációs frekvenciák lineáris kombinációit is sikerült azonosítani. Az *Kepler* adatai pedig megmutatták, hogy a Blazskó-effektust mutató csillagok túlnyomó többsége többszörös periódusú (l. 7. fejezet). Több lehetőség is van arra, ahogyan egy többszörös moduláció előállhat. Az alábbiakban ezeket tekintem át.

A legegyszerűbb eset a (8.23) egy olyan természetes általánosítása, amikor a moduláló jelet különböző állandó $\hat{f}_\mathrm{m}^r$ frekvenciájú ($r = 1, 2, \dots$) jelek összegeként tételezem fel. Legyenek az egyes moduláló komponensek függetlenek, vagyis álljon a



8.8. ábra. *Szintetikus fénygörbék két független szinuszos amplitúdómoduláció esetére, a (8.25) képletnek megfelelően. A rögzített paraméterek:* $a_0 = 0.01$*,* $\hat{a}_{11} = 0.5$*,* $\hat{a}_{12} =$ 0.2 mag*,* $\hat{f}^1_{\mathrm{m}} = 0.1$ d^{-1}*,* $\hat{\varphi}_{11} = 270°$*,* $\hat{\varphi}_{12} = 120°$*.* $\hat{f}^2_{\mathrm{m}}$ *értéke pedig fentről lefelé:* $0.09, 0.075, 0.05$*, és* 0.01 d^{-1}*.*

moduláló jel ezek lineáris szuperpozíciójából. Ekkor a (8.23) egyenlet

$$m^*_{\mathrm{AM}}(t) = \left[\hat{a}_0 + \sum_{r=1}^{s}\sum_{p=1}^{q_r} \hat{a}_{pr} \sin\left(2\pi p \hat{f}^r_{\mathrm{m}} t + \hat{\varphi}_{pr}\right)\right] c^*(t), \qquad (8.25)$$

alakú lesz, ahol $\hat{a}_0 = 1 + \sum_{r=1}^{s} a^m_{0r}/U^*_{\mathrm{c}}$, és $\hat{a}_{pr} = a^m_{pr}/U^*_{\mathrm{c}}$. Ezt a képletet a 8.8. ábra illusztrálja. Az ábra elkészítésekor csak két modulációs jelet vettem, ahol a második moduláció $\hat{f}^2_{\mathrm{m}}$ frekvenciája az egyetlen változó paraméter. Ha a két moduláció frekvenciája összemérhető ($\hat{f}^1_{\mathrm{m}} = 0.1$ d^{-1} és $\hat{f}^2_{\mathrm{m}} = 0.09$ d^{-1} az a) panelen), a fénygörbe a jól ismert lebegést mutatja. A lebegés periódusa 200 nap, annak ellenére, hogy a modulációs periódusok a legkisebb észleltekhez hasonlóak. Érthető hát, hogy a közepes hosszúságú észleléseinkből sokszor csak a Blazskó-periódus folyamatos növekedését vagy csökkenését tudjuk kimutatni. A 8.8.b ábrán $\hat{f}^2_{\mathrm{m}} = 0.075$ d^{-1} volt, vagyis a modulációs frekvenciák aránya 4:3, hasonlóan a CZ Lac második Sódor és társai (2011) által mért észlelési szezonjához. Az egymást követő Blazskó-ciklusok amplitúdóváltozása hosszú és jól lefedett mérést kíván, egyébként az interpretáció nehézzé válik. A 8.8.c ábra azt az esetet mutatja, amikor a második moduláció frekvenciája az elsődleges fele ($\hat{f}_{\mathrm{m}}^2 = 0.05$ d^{-1}). Ilyenkor alternáló kisebb-nagyobb amplitúdójú Blazskó-ciklusok követik egymást. A pontos 2:1 arány azonos eredményt ad, mint egy kéttagú nemszinuszos moduláció a (8.23) egyenletben (l. még a 8.6. ábra alsó paneljét). A 8.8. ábra alsó panelje azt az esetet mutatja, amikor a második moduláció periódusa sokkal hosszabb az elsőnél.

A legfelső és a legalsó panelek igen hasonlóak, mindössze a fázisukban tűnnek különbözni. A valós helyzet kiderítéséhez össze kell vetni a Fourier-spektrumokat is.

$$m_{\mathrm{AM}}^*(t) = \sum_{r=1}^{s}\sum_{p=0}^{q_r}\sum_{j=0}^{n} \frac{\hat{a}_{pr}}{2} a_j \sin\left[2\pi\left(jf_0 \pm p\hat{f}_{\mathrm{m}}^r\right)t + \hat{\varphi}_{jpr}^{\pm}\right]. \tag{8.26}$$

ahol a konstansokat hasonlóan választottam meg mint (8.24)-nél: $\hat{\varphi}_{jpr}^- = \varphi_j - \hat{\varphi}_{pr} + \pi/2$; $\hat{\varphi}_{jpr}^+ = \varphi_j + \hat{\varphi}_{pr} - \pi/2$; $\varphi_0 = \hat{\varphi}_{0r} = \pi/2$. Könnyen látható, hogy a (8.26) kifejezés Fourier-spektruma s számú a 8.7. ábrán mutatottnak megfelelő oldalcsúcsrendszert tartalmaz. Az egyes szerkezetek kvalitatíve egyformák. Tartalmazzák a vivőjel spektrumát (jf_0), a különböző modulációs frekvenciákat és azok harmonikusait ($p\hat{f}_{\mathrm{m}}^r$), továbbá oldalcsúcsokat a fő pulzációs periódus és annak harmonikusai körül: $jf_0 \pm p\hat{f}_{\mathrm{m}}^r$, ahol $p = 1, 2, \ldots, q_r$, és $r = 1, 2, \ldots, s$. A modulációk függetlensége miatt további csúcsok nem jelennek meg.

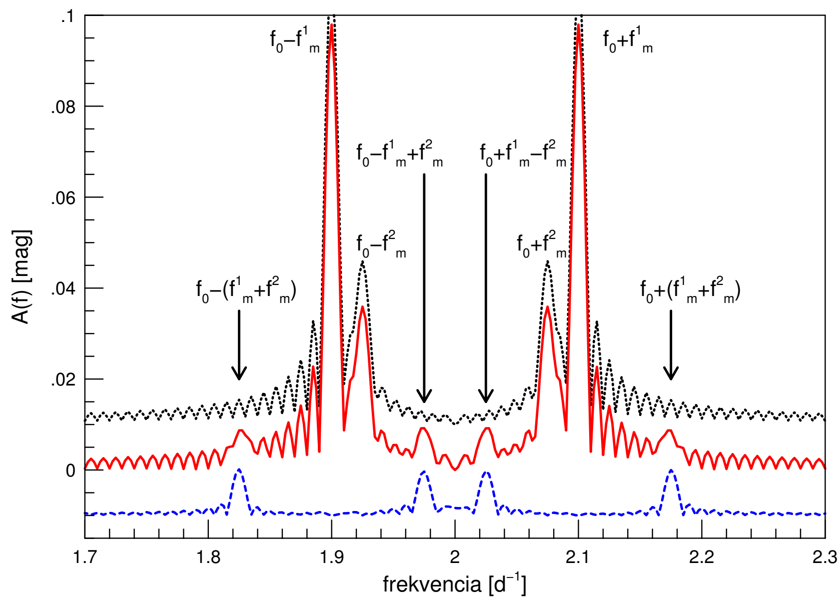
Modulált moduláció – az AM kaszkád

Nehéz elképzelni, hogy egy valóságos csillag esetében a különböző modulációk minden kölcsönhatás nélkül, zavartalanul szuperponálódnának. Vizsgáljuk meg hát a modulált moduláció estét, azaz a kaszkádot, ahol a moduláló jel rekurzívan modulált hullámokból áll a

$$\begin{aligned}
c^{(1)}(t) &:= c^*(t), \quad m_{\mathrm{m}}^{(1)}(t) = m_{\mathrm{m}}^*(t),\\
c^{(2)}(t) &:= m_{\mathrm{AM}}^{(1)}(t) = [1 + m_{\mathrm{m}}^{(1)}(t)]c^{(1)}(t),\\
&\qquad m_{\mathrm{AM}}^{(2)}(t) = [1 + m_{\mathrm{m}}^{(2)}(t)]c^{(2)}(t), \ldots,\\
&\qquad\qquad m_{\mathrm{AM}}^{(s)}(t) = [1 + m_{\mathrm{m}}^{(s)}(t)]c^{(s)}(t).
\end{aligned} \tag{8.27}$$

$$m_{\mathrm{AM}}^*(t) = \prod_{r=1}^{s}\left[\tilde{a}_{0r} + \sum_{p=1}^{q_r} \tilde{a}_{pr} \sin\left(2\pi p\tilde{f}_{\mathrm{m}}^r t + \tilde{\varphi}_{pr}\right)\right] c^*(t) \tag{8.28}$$

képletnek megfelelően. Itt $\tilde{a}_{0r} = 1 + a_{0r}^m/U_{cr}^*$, $\tilde{a}_{pr} = a_{pr}^m/U_{cr}^*$. U_{cr}^* a $c^{(r)}(t)$ az r. vivőhullám amplitúdóját jelenti. Ránézésre alig érzékelhető a különbség az itteni (8.28) képlettel előállított szintetikus fénygörbe és a 8.8.ábrán láthatók között. A Fourier-spektrumban azonban megjelennek az f_0 és $\tilde{f}_{\mathrm{m}}^r$ lineáris kombinációs frekvenciái (8.9. ábra). A spektrum megértéséhez írjuk fel a (8.28) kifejezést (8.26)-hoz



8.9. ábra. *Szintetikus fénygörbék Fourier-spektrumai. A fekete pontozott vonal a 8.8. ábra b paneljén látható (lineárisan szuperponált, multiperiodikus) fénygörbe fehérített spektruma a fő frekvencia körül, annak eltávolítása után. A piros folytonos vonal a fekete spektrum fénygörbéjével azonos paraméterű, de kaszkád modulált fénygörbe hasonló spektruma. A kék szaggatott vonal a kaszkád eset spektrumát mutatja, miután az* $f_0 \pm f_{\rm m}^1$ *és* $f_0 \pm f_{\rm m}^2$ *oldalcsúcsokkal fehérítettem. A jobb áttekinthetőség kedvéért a felső és az alsó spektrumok függőlegesen* +0.01*, ill.* −0.01 mag*-val el vannak csúsztatva egymáshoz képest.*

hasonló alakban.

$$m^*_{\rm AM}(t) = \sum_{r=1}^{s}\sum_{p=0}^{q_r}\sum_{j=0}^{n}\frac{1}{2}\left(\prod_{\substack{r'=1\\ r'\neq r}}^{s}\tilde a_{0r'}\right)\tilde a_{pr} a_j \times \sin\left[2\pi\left(jf_0 \pm p\tilde f_{\rm m}^r\right)t + \tilde\varphi^{\pm}_{jpr}\right] + \sum_{k=2}^{s}\sum_{r\in\mathcal{R}_k}\sum_{p=1}^{q_r} a_0 \prod_{r'\in\mathcal{R}_k^{\rm C}}\tilde a_{0r'}\left(\prod_{r}\tilde a_{pr}\right)\mathcal{S}_k(\boldsymbol\alpha) + \sum_{k=2}^{s}\sum_{r\in\mathcal{R}_k}\sum_{p=1}^{q_r}\sum_{j=1}^{n} a_j \prod_{r'\in\mathcal{R}_k^{\rm C}}\tilde a_{0r'}\left(\prod_{r}\tilde a_{pr}\right)\mathcal{S}_{k+1}(\boldsymbol\beta), \quad (8.29)$$

$\tilde\varphi^-_{jpr} = \varphi_j - \tilde\varphi_{pr} + \pi/2$; $\tilde\varphi^+_{jpr} = \varphi_j + \tilde\varphi_{pr} - \pi/2$; $\tilde\varphi_{0r} = \pi/2$. Az $\mathcal{R}_s$ indexhalmaz az összes r indexet tartalmazza az $r = 1, 2, \ldots, s$ közül. A $\mathcal{R}_k$ indexhalmaz jelenti az $\mathcal{R}_s$ összes k elemű részhalmazát. Ennek megfelelően $\mathcal{R}_k$ halmazból összesen $\binom{s}{k}$

darab van. Az $r \in \mathcal{R}_k$ szerinti összegzés olyan összeget jelent, amelyben a különböző r indexeknek az összes lehetséges k elemszámú kombinációja előfordul. Hasonlóképpen az r' végigfut a teljes $\mathcal{R}_k^{\mathrm{C}}$-n, az aktuális $\mathcal{R}_k$ halmaz komplementerén. Az $\mathcal{S}_k$ függvények olyan szinuszfüggvények összegei, amelyek argumentumaiban k szög lineáris kombinációja áll (a definíciót és a pontos alakot l. A.2. függelékben). A $\boldsymbol{\alpha}$ és $\boldsymbol{\beta}$ vektorok komponensei $\alpha_r = 2\pi p\tilde{f}_{\mathrm{m}}^r t + \tilde{\varphi}_{pr}$, $r \in \mathcal{R}_k$, $\beta_{k+1} = 2\pi j f_0 t + \varphi_j$ és $\beta_r = \alpha_r$.

A jobb összehasonlíthatóság kedvééért adtam meg a képletet a (8.29) alakban a lehetséges legkompaktabb forma helyett. Így bár a (8.29) formula bonyolultnak tűnik, az egyes tagok jelentése egyszerűen beazonosítható: az első tagot közvetlenül összehasonlíthatjuk a lineáris szuperpozíció korábban tárgyalt (8.26) esetével. Ez a tag létrehozza a Fourier-spektrum összes ott látott csúcsát, nevezetesen a fő pulzációs frekvenciánál és harmonikusainál (jf_0), a modulációs frekvenciáknál és harmonikusaiknál ($p\tilde{f}_{\mathrm{m}}^r$), és a modulációs oldalfrekvenciáknál ($jf_0 \pm p\tilde{f}_{\mathrm{m}}^r$). A (8.29) kifejezés második összege adja a $p\tilde{f}_{\mathrm{m}}^r$ frekvenciák összes lehetséges lineáris kombinációját, míg az utolsó tag felelős a a fő pulzációs frekvenciánál és harmonikusainál megjelenő lineáris kombinációs frekvenciákért (l. 8.9. ábra). Utóbbi két kombinációs frekvenciafajta a földi észlelésekben egyedül a CZ Lac esetében jelent meg (Sódor és társai, 2011), ez a csillag akkoriban az egyetlen részletesen tanulmányozott többszörösen modulált RR Lyrae csillag volt.

A Blazskó-ciklusok hosszú periódusú, másodlagos változása felfogható úgy is mint időben változó erősségű moduláció. Ezt a feltevést képletbe öntve kapjuk, hogy

$$m_{\mathrm{AM}}^*(t) = \left\{1 + \left[1 + m_{\mathrm{m}}'(t)\right] m_{\mathrm{m}}''(t)\right\} c^*(t). \tag{8.30}$$

Ez a kifejezés (8.28) speciális esetének tekinthető, amikor $s = 2$ és $\tilde{a}_{01} = 0$.

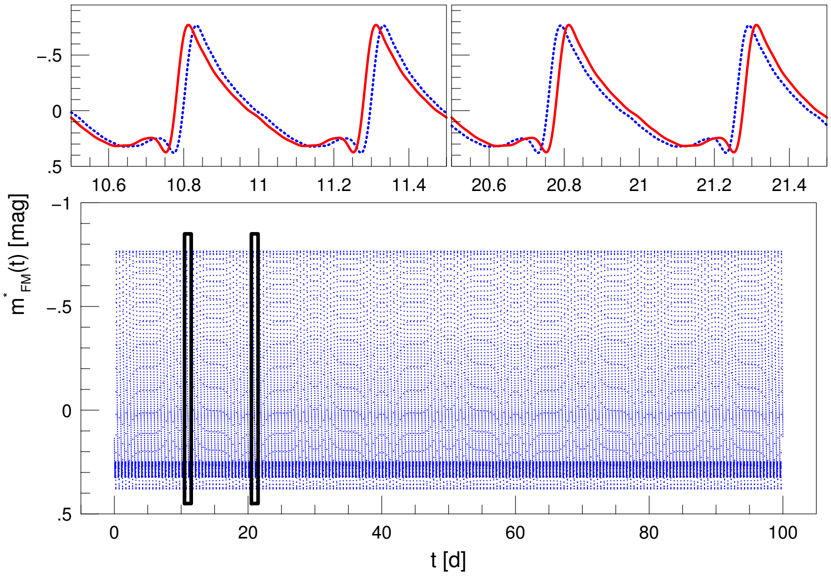
8.2.2. Blazskó-csillagok tiszta frekvenciamodulációval

Amit a valós Blazskó-csillagok tiszta AM modulációjával kapcsolatban írtam a 8.2.1. fejezet bevezetésében, fokozottan igaz a tisztán FM modulált csillagokra. A különbség csupán annyi, hogy tisztán FM-et mutató csillagot sokkal ritkábban publikáltak, mint tiszta AM eseteket, de azért volt néhány példa ilyesmire is (pl. Kurtz és társai 2000; Derekas és társai 2004).

Hogyan lehet a 8.1.2. fejezetben tárgyalt formalizmust az RR Lyrae csillagokra alkalmazni? Tegyünk fel egy az AM esetével azonos vivőjelet (modulálatlan RR Lyrae fénygörbét), most az $f(t)$ pillanatnyi frekvenciát teszem fel $f_0 + m_{\mathrm{m}}^*(t)$ alakban, ahol $m_{\mathrm{m}}^*(t)$ egy tetszőleges (korlátos) moduláló jelet leíró függvény

$$m_{\mathrm{FM}}^*(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\left\{2\pi j \left[f_0 + m_{\mathrm{m}}^*(t)\right] t + \varphi_j\right\}. \tag{8.31}$$

A fenti (8.31) kifejezés megadja egy általános frekvenciamodulált RR Lyrae csillag fénygörbéjének matematikai alakját.



8.10. ábra. *Lent: Szintetikus FM fénygörbe (8.32) képletnek megfelelő szinuszos modulációval. A vivőjel paraméterei azonosak a korábbiakkal, $a^{\mathrm{F}} = 0.279; \varphi^{\mathrm{F}} = 0$. A két doboz a felső paneleken lévő fénygörbedarabok elhelyezkedését mutatja. Fent: Két egy-egy nap hosszúságú fénygörbe különböző modulációs fázisokban. A nem modulált vivőjel piros folytonos vonallal, míg a modulált FM jel kék pontozott vonallal jelölve. Az FM okozta periodikus fáziseltolódás (tulajdonképpen PM) jól követhető.*

A szinuszos FM

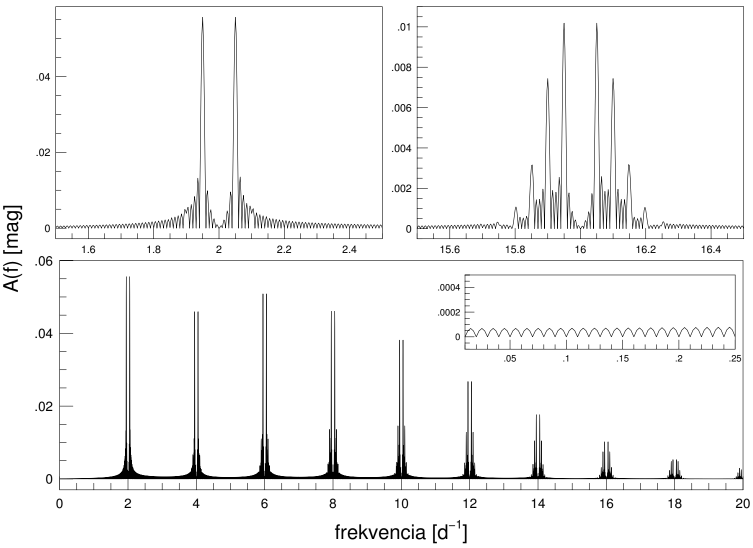
Ha a moduláló függvény szinuszos, és azonos módon fejezem ki, mint a (8.21)-et, a (8.31) egyenlet

$$m^*_{\mathrm{FM}}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\left[2\pi j f_0 t + j a^{\mathrm{F}} \sin\left(2\pi f_{\mathrm{m}} t + \varphi^{\mathrm{F}}\right) + \varphi_j\right] \tag{8.32}$$

alakú lesz, ahol $a^{\mathrm{F}} = a_{\mathrm{m}}/f_{\mathrm{m}}$, $\varphi^{\mathrm{F}} = \varphi_{\mathrm{m}} + \pi/2$, és az F felső index az FM paramétereket jelzi. A jel amplitúdóját a vivőjel a_j amplitúdói adják, vagyis amplitúdóváltozást nem fogunk látni. A 8.10. ábra alsó részén egy a (8.32) képlettel számolt szimulált fénygörbe látható. Nyilvánvaló, hogy nincs rajta amplitúdóváltozás. A felső paneleken a fénygörbe egy-egy rövidebb (1 napos) szakasza látható a moduláció különböző fázisainál. A periodikus fáziseltolódások, amelyet az FM okoz, jól azonosíthatók. A bal oldali panelen a modulálatlan görbe jobbra látszik a moduláltхoz képest, a jobb oldalin a helyzet fordított.

A (8.12) Chowning-relációt felhasználva (8.32)-ból kapjuk, hogy:

$$m^*_{\mathrm{FM}}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_j J_k\left(j a^{\mathrm{F}}\right) \sin\left[2\pi\left(j f_0 + k f_{\mathrm{m}}\right) t + k\varphi^{\mathrm{F}} + \varphi_j\right]. \tag{8.33}$$



8.11. ábra. *Lent: A 8.10.ábrán mutatott szintetikus FM fénygörbe spektruma a fő pulzációs frekvenciával és harmonikusaival fehérítés után. A felső paneleken a spektrum az $f_0 = 2$ d^{-1} fő pulzációs frekvencia körüli (balra) és az $8f_0 = 16$ d^{-1} 7. harmonikus körüli (jobbra) részei. Az f_m modulációs frekvencia nem jelenik meg a spektrumban (l. inzert).*

Ez az egyenlet megmutatja a Fourier-spektrum (l. 8.11. ábra) fő jellemzőit. A spektrum tartalmazza az f_0 pulzációs frekvenciát, annak jf_0 harmonikusait és ezen frekvenciák körüli $jf_0 \pm kf_\mathrm{m}$ oldalfrekvenciákat szimmetrikus amplitúdókkal. Az amplitúdók szimmetriája az $A(jf_0 \pm kf_\mathrm{m})/A(jf_0) \sim |J_{\pm k}(ja^\mathrm{F})|$, amplitúdóarányból látható, amelynek levezetésnél felhasználtam, hogy $J_{-k}(z) = (-1)^k J_k(z)$. Érdemes a 8.5. és 8.7. ábra AM spektrumait összehasonlítani ezzel az FM spektrummal. Az oldalcsúcsok Fourier-amplitúdói a Bessel-függvényekkel arányosak, aminek egyenes következménye, hogy a $3f_0$-nál lévő triplett oldalcsúcsai magasabbak, mint a $2f_0$ körüliek. (És bár ez az ábrán nem látszik, a $j > 5$ magasabb rendű harmonikusoknak is kisebb az amplitúdójuk, mint az oldalfrekvenciáiké.) Mivel a Bessel-függvények argumentuma a j harmonikus rendtől függ, a magasabb rendű harmonikusok nagyobb modulációs indexet „éreznek”, ami a magasabb rendű harmonikusok körül több kimutatható oldalcsúcsot eredményez (v.ö. 8.11. ábra felső paneljei). Erről a viselkedésről már szóltam a 4.1. fejezetben a V1127 Aql-vel kapcsolatban. A Fourier-spektrum további figyelemreméltó vonása, hogy az (ellentétben az AM modulációval) nem tartalmazza a f_m modulációs frekvenciát (l. a 8.11. ábra inzertjét).

Nézzük meg ebben az esetben is, hogy van-e olyan modulációs fázis, amikor a modulált és a modulálatlan jel azonos. Ahogyan a szinuszos AM moduláció esetén, itt is vannak ilyen időpontok, mégpedig akkor, ha a (8.32) képletben a modulációs tagok eltűnnek, vagyis ha $t = (l\pi - \varphi^\mathrm{F})/(2\pi f_\mathrm{m})$, ahol l tetszőleges egész.

A leíráshoz használt paraméterek számára is tehetünk becslést. A hagyományos

(8.19) leírásnál ez $\approx 2n+3+4\sum_{j=1}^{n}[\text{int}(ja^{\text{F}})+1]$, ahol „int” az egészrész függvényt jelenti, n a harmonikusok száma (az alapfrekvenciát is beleszámolva). A (8.32) modulációs leírás $2n+5$ paramétert igényel, nem többet, mint a szinuszos AM. Egy tipikus esetben, pl. amelyet a 8.10. ábrán mutatok ($n = 10$ és $a^{\text{F}} = 0.27$), a különbség 143 paraméter szemben a 25-tel.

A nemszinuszos FM esete

Tegyünk fel most egy rögzített frekvenciájú, de egyébként tetszőleges periodikus modulációt, és az ezt leíró Fourier-összeget helyettesítsük be (8.31) egyenletbe. Az eredmény:

$$m^{*}_{\text{FM}}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\left[2\pi j f_0 t + j\sum_{p=1}^{q} a_p^{\text{F}} \sin\left(2\pi p f_{\text{m}} t + \varphi_p^{\text{F}}\right) + \phi_j\right], \qquad (8.34)$$

ahol a konstans tagokat egybeejtettem a $\phi_j = ja_0^{\text{F}} + \varphi_j$ kifejezésnek megfelelően. Majd a korábbi szinuszos esetnek megfelelően az egyenlet átírható mint

$$m^{*}_{\text{FM}}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k_1,k_2,\ldots,k_p=-\infty}^{\infty} a_j\left[\prod_{p=1}^{q} J_{k_p}(ja_p^{\text{F}})\right]\times$$
$$\sin\left[2\pi\left(jf_0 + \sum_{p=1}^{q} k_p p f_{\text{m}}\right)t + \sum_{p=1}^{q} k_p\varphi_p^{\text{F}} + \phi_j\right]. \qquad (8.35)$$

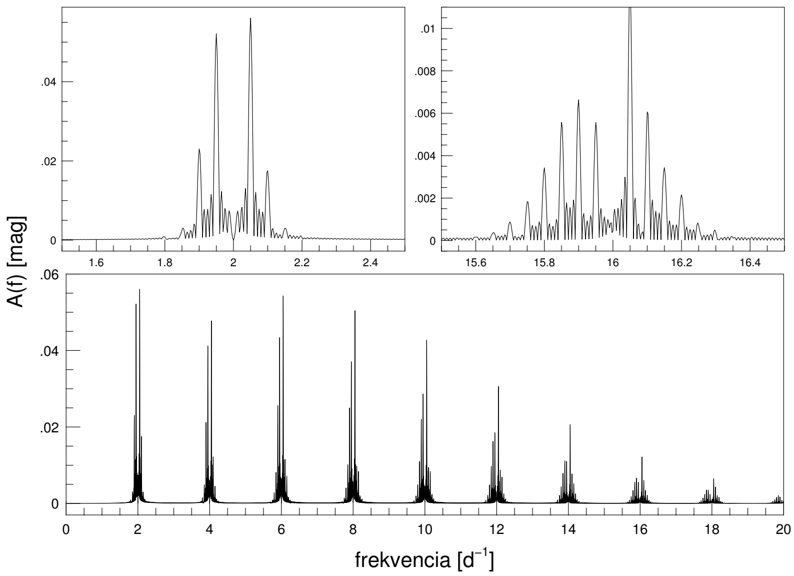
Egyfelől ez a képlet a (8.13) formula általánosítása nemszinuszos vivőjelre, másrészt viszont a modulációs frekvencia speciálisan van megválasztva, mivel $f_{\text{m}}^{p} := pf_{\text{m}}$.

A (8.35) és (8.33) egyenleteket összehasonlítva azt látjuk, hogy a két Fourier-spektrum meglehetősen hasonló (v.ö. 8.11. és 8.12. ábrákat is), de jelentős különbségek is vannak közöttük. Először is a közös paraméterek azonos volta ellenére a detektálható oldalcsúcsok száma nagyobb a nemszinuszos esetben, mint a szinuszosban. Az ok egyszerű: a magasabb rendű tagok a modulációs jelet leíró összegben megnövelik az „effektív modulációs indexet”. A legfigyelemreméltóbb különbség azonban az, hogy az oldalcsúcsok szimmetriája megszűnik.

Ennek megértéséhez vizsgáljuk meg a legegyszerűbb nemszinuszos esetet, amikor $q = 2$, és koncentráljuk a fő pulzációs frekvencia körüli oldalcsúcsokra ($j = 1$). Ekkor a fenti (8.35) egyenlet jobb oldali második tagja az alábbira egyszerűsödik:

$$\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty} a_1 J_{k_1}(a_1^{\text{F}}) J_{k_2}(a_2^{\text{F}})\times$$
$$\sin\left\{2\pi\left[f_0 + (k_1+2k_2)\, f_{\text{m}}\right]t + k_1\varphi_1^{\text{F}} + k_2\varphi_2^{\text{F}} + \phi_1\right\}. \qquad (8.36)$$

A triplettcsúcsok $A(f_0 \pm f_{\text{m}})$ amplitúdóinak kiszámítására a fenti végtelen összegből ki kell választanunk az egymásnak megfelelő jobb és bal oldali csúcsoknak megfelelő



8.12. ábra. *Lent: A (8.34) egyenlettel megadott szintetikus nemszinuszos FM fénygörbe spektruma, miután fehérítettem a fő pulzációs frekvenciával és harmonikusaival. A fénygörbe paraméterei azonosak a 8.10. ábrán látható fénygörbével, továbbá* $p = 2$, $a_2^{\mathrm{F}} = -0.1$ mag, $\varphi_2^{\mathrm{F}} = \pi/4$. *A felső paneleken az* $f_0 = 2$ d^{-1} *fő frekvencia (balra) és a* $8f_0 = 16$ d^{-1} *7. harmonikus környéke (jobbra) látszik kinagyítva.*

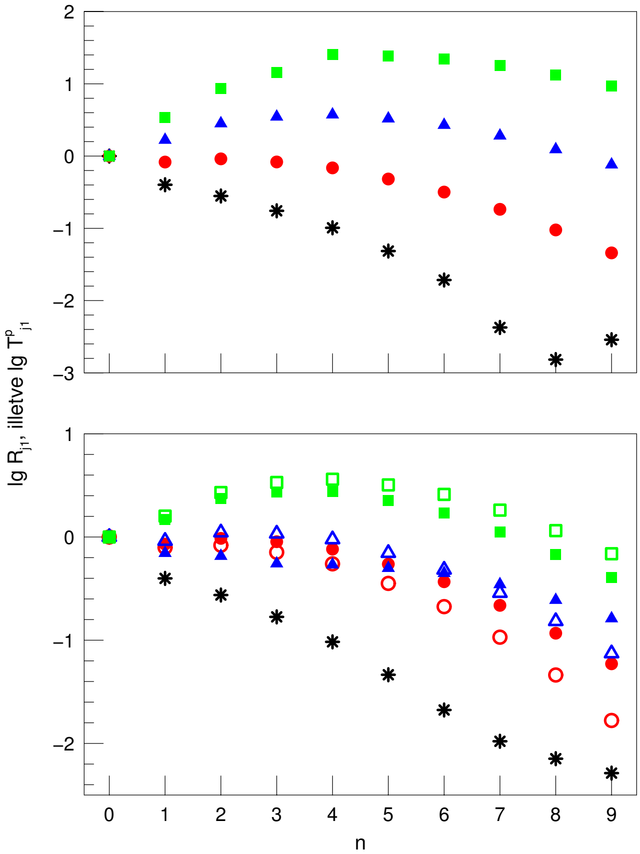
tagokat, úgymint $k_1 = 1 - 2k_2$ és $k_1 = -(2k_2 + 1)$, (k_2 tetszőleges egész). Látható, hogy mindkét összegben jobbára azonos elemek szerepelnek, mivel $J_{-3}(a_1^{\mathrm{F}})J_1(a_2^{\mathrm{F}}) = J_3(a_1^{\mathrm{F}})J_{-1}(a_2^{\mathrm{F}})$, $J_{-5}(a_1^{\mathrm{F}})J_2(a_2^{\mathrm{F}}) = J_5(a_1^{\mathrm{F}})J_{-2}(a_2^{\mathrm{F}}), \ldots$ minden egyes párra, a relatív fáziskülönbségeknek az értéke is azonos, de előjelük ellentétes. Az $A(f_0 + f_{\mathrm{m}})$ összegekben egyedül a $J_1(a_1^{\mathrm{F}})J_0(a_2^{\mathrm{F}})$ szorzatot tartalmazó tagok különböznek, míg az $A(f_0 - f_{\mathrm{m}})$ összegekben a $J_{-1}(a_1^{\mathrm{F}})J_0(a_2^{\mathrm{F}})$ tagok. Ezek a tagok felelősek az oldalcsúcsok aszimmetriájáért. A 8.1.3. fejezetben leírtakhoz hasonló módon vezessük be most is az oldalcsúcsok teljesítménykülönbségét:

$$\Delta_1 = 4\hat{A}_1 J_1(a_1^{\mathrm{F}})J_0(a_2^{\mathrm{F}})\cos(\hat{\Phi}_1 - \varphi_1^{\mathrm{F}}). \tag{8.37}$$

Itt $\hat{A}_1$ és $\hat{\Phi}_1$ egy olyan szinuszos jel amplitúdóját és fázisát jelöli, amit úgy kaptam, hogy a (8.36) kifejezés minden tagját felösszegeztem. A magasabb rendű ($|k_1+2k_2| > 1$) oldalcsúcsok aszimmetriája hasonló módon igazolható.

Ennek az aszimmetriának van egy további következménye is. Az egy adott oldalcsúcspárra vonatkozó amplitúdóarány-harmonikus rend függvények egymáshoz képest széttartóak (8.13. ábra). Ez a viselkedés jól ismert az észlelt Blazskó RR Lyrae csillagokra készült hasonló diagramokról (Jurcsik és társai, 2009b; Chadid és társai, 2010; Kolenberg és társai, 2011). Az is látható, hogy az aszimmetria tényleges megjelenése a j harmonikus renddel változhat, sőt még azonos renden belül is különböző p-kre különbözhet. Például a 8.13. ábrán a triplettekben ($p = 1$) a

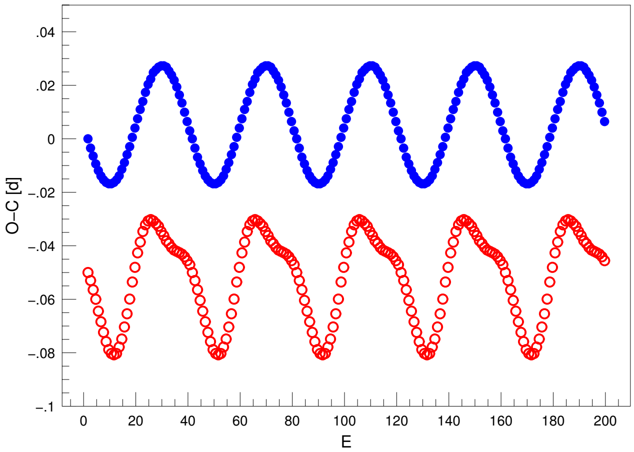
dc_1326_16 8. fejezet



8.13. ábra. *A pulzációs frekvencia $R_{j1} = A(jf_0)/A(f_0)$ amplitúdóarányának lefutása az $n = j - 1$ harmonikus rend függvényében összehasonlítva a modulációs oldalfrekvenciák $T^p_{j1} = A(jf_0 + pf_\mathrm{m})/A(f_0 + pf_\mathrm{m})$ amplitúdóarányának lefutásával. Fent: szinuszos FM; $p = 0$ (fekete csillagok), 1 (piros körök), 2 (kék háromszögek), és 3 (zöld négyzetek). Lent: nemszinuszos FM; a szimbólumok azonosak a fenti szinuszos esetével, de a teli szimbólumok jelzik a pozitív p értékeket (jobb oldali oldalfrekvenciákat), míg az üres szimbólumok a negatív p-ket (bal oldali oldalfrekvenciákat) jelentik (v.ö. 4.6. ábra).*

jobb oldali oldalcsúcsok mindig magasabbak, mint a bal oldaliak, és a magasságkülönbség a harmonikus rend növekedésével nő. Ugyanakkor $p = 3$-ra (szeptuplett) a helyzet pontosan fordított. A kvintuplett ($p = 2$) oldalcsúcsokból a bal oldaliak a nagyobbak az alacsonyabb rendű ($j < 5$) harmonikusok körül, a magasabb rendű harmonikusoknál ($j > 7$) viszont éppen fordítva van, a jobb oldaliak a magasabbak.

Ahogy azt a 8.1.3. bevezető fejezetben is említettem, ha egyszerre van jelen szinuszos AM és FM is, az is aszimmetrikus oldalcsúcsokat eredményez, ezért aztán az aszimmetria önmagában nem jelenti azt, hogy a moduláció nemszinuszos. A klasszikus O−C diagrammal viszont könnyen beazonosítható a nemszinuszos FM.



8.14. ábra. *Szintetikus FM fénygörbék maximumaiból készített O−C diagramok. Kék, teli körök: szinuszos moduláció, piros, üres körök: nemszinuszos moduláció. A fénygörbéket a (8.32) és a (8.34) képletekből számoltam azonos paraméterek mellett, mint a 8.10. ábra, ill. 8.12. ábra fénygörbéit. (Az áttekinthetőség kedvéért a nemszinuszos görbét* -0.05*-dal eltoltam.)*

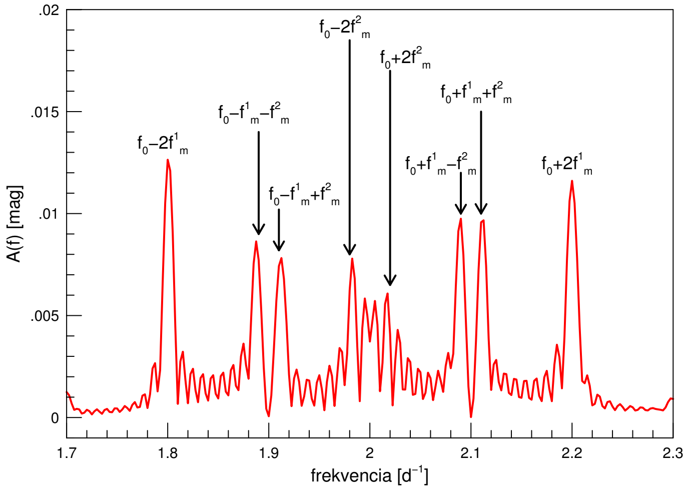
A 8.14. ábra jól illusztrálja mindezt, ahol egy szinuszosan és egy nemszinuszosan modulált FM fénygörbe maximumaiból előállított O−C diagramot mutatok be.

Végül itt is becslést adhatunk a fénygörbe matematikai leírásához szükséges paraméterek számára a klasszikus (8.19) és a jelenlegi (8.31) modulációs leírás esetén. Utóbbira ez $2n + 2q + 3$, ahol n-et és q-t a (8.31) egyenletnél definiáltam. Ez a kifejezés azonos a nemszinuszos AM esetre kapottal. A hagyományos leíráshoz $\approx 2n + 3 + (4\sum_{j=1}^{n}[\mathrm{int}(j\sum_{p=1}^{q} a_p^{\mathrm{F}}) + 1])$ paraméter szükségeltetik. A 8.12, ábrán mutatott fénygörbére (ahol $n = 10$, $a_1^{\mathrm{F}} = 0.27$, $a_2^{\mathrm{F}} = 0.1$) ezek a képletek 27-et, ill. 163-at adnak.

Párhuzamos FM

Az AM esethez hasonlóan folytatjuk a tárgyalást. A következő lépés a többszörösen modulált FM olyan esete, amikor a moduláló jelek lineárisan szuperponálódnak (párhuzamos moduláció). Amint azt már említettem, a tényleges csillagokon ilyesmire nem sok esély van, mégis ez az eset egy olyan új jelenséget mutat, amely miatt érdemes rá egy pillantást vetni.

$$\hat{m}^{*}_{\mathrm{FM}}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\Bigg\{ 2\pi j f_0 t + j\left[\sum_{r=1}^{s}\sum_{p=1}^{q_r} \hat{a}^{\mathrm{F}}_{pr} \sin\left(2\pi p \hat{f}^{r}_{\mathrm{m}} t + \hat{\varphi}^{\mathrm{F}}_{pr}\right)\right] + \hat{\phi}_j \Bigg\}. \quad (8.38)$$



8.15. ábra. *Szintetikus FM fénygörbe Fourier-spektruma a fő pulzációs frekvencia tartományában, miután az $f_0 \pm \hat{f}^1_\mathrm{m}$ és $f_0 \pm \hat{f}^2_\mathrm{m}$ triplett komponensekkel fehérítettem. A fénygörbe két párhuzamos modulációt tartalmaz, és a (8.38) képletből számoltam ki. A legnagyobb csúcsok az $f_0 \pm 2\hat{f}^1_\mathrm{m}$ és az $f_0 \pm 2\hat{f}^2_\mathrm{m}$ kvintuplett frekvenciáké és ezek lineáris kombinációié. (A fénygörbe paraméterei: $\hat{f}^1_\mathrm{m} = 0.1$ d^{-1}, $\hat{f}^2_\mathrm{m} = 0.01$ d^{-1}, $\hat{a}^\mathrm{F}_{11} = 0.5$ mag, $\hat{a}^\mathrm{F}_{12} = 0.2$ mag.)*

Itt $\hat{\phi}_j := j\hat{a}^\mathrm{F}_{0r} + \varphi_j$. A (8.38) képlet a (8.13) és a (8.35) egyenletek felhasználásával áttranszformálható a következő alakba:

$$\hat{m}^*_\mathrm{FM}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k_{11},k_{12},\ldots,k_{q_s s}=-\infty}^{\infty} a_j \left[\prod_{r=1}^{s}\prod_{p=1}^{q_r} J_{k_{pr}}(j\hat{a}^\mathrm{F}_{pr})\right] \cdot$$
$$\sin\left[2\pi\left(jf_0 + \sum_{r=1}^{s}\sum_{p=1}^{q_r} k_{pr} p \hat{f}^r_\mathrm{m}\right) t + \sum_{r=1}^{s}\sum_{p=1}^{q_r} k_{pr}\hat{\varphi}^\mathrm{F}_{pr} + \hat{\phi}_j\right]. \quad (8.39)$$

Alapvető különbség van a párhuzamos AM és FM jelének Fourier-spektruma között. Míg az AM spektrumot adott $\hat{f}^r_\mathrm{m}$ modulációs frekvenciájú komponensspektrumok egyszerű összege alkotja, az FM spektrumban az $\hat{f}^r_\mathrm{m}$ és a jf_0 összes lehetséges lineáris kombinációs frekvenciája is megjelenik. Ezt illusztrálja a 8.15. ábra. A gyakorlatban ez a jelenség nehezíti az AM kaszkád és a párhuzamos FM eset megkülönböztetését.

Az FM kaszkád

Bár a párhuzamos FM moduláció spektruma bonyolultabb, mint akár a párhuzamos, akár a kaszkád AM spektruma, az az állításom továbbra is igaz, hogy kicsi az esélye annak, hogy egy csillagban az egyes modulációs jelek zavartalanul, lineárisan szuperponálódjanak. Folytassuk hát az FM kaszkád esettel, azaz a modulált modulációval!

$$\tilde{m}^*_{\mathrm{FM}}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\left[2\pi j f_0 t + j\tilde{C}_{\mathrm{FM}}(t) + \tilde{\phi}_j\right], \tag{8.40}$$

ahol

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_{\mathrm{FM}}(t) := m^{(1)}_{\mathrm{FM}}(t) &= \sum_{p=1}^{q_1} \tilde{a}^{\mathrm{F}}_{p1} \sin\left[2\pi p \tilde{f}^1_{\mathrm{m}} t + p m^{(2)}_{\mathrm{FM}}(t) + \tilde{\varphi}^{\mathrm{F}}_{p1}\right], \\
m^{(2)}_{\mathrm{FM}}(t) &= \sum_{p=1}^{q_2} \tilde{a}^{\mathrm{F}}_{p2} \sin\left[2\pi p \tilde{f}^2_{\mathrm{m}} t + p m^{(3)}_{\mathrm{FM}}(t) + \tilde{\varphi}^{\mathrm{F}}_{p2}\right], \dots, \\
m^{(s)}_{\mathrm{FM}}(t) &= \sum_{p=1}^{q_s} \tilde{a}^{\mathrm{F}}_{ps} \sin\left(2\pi p \tilde{f}^s_{\mathrm{m}} t + \tilde{\varphi}^{\mathrm{F}}_{ps}\right),
\end{aligned} \tag{8.41}$$

és $\tilde{\phi}_j = j\tilde{a}^{\mathrm{F}}_{01} + \varphi_j$. Amint látjuk, a $\tilde{C}_{\mathrm{FM}}(t)$ függvény egy s elemű modulációs kaszkád, amelyben minden $m^{(r)}_{\mathrm{FM}}(t)$ elemi modulációs függvényt véges Fourier-összegekkel írtam le. Azaz ezek egymástól független $\tilde{f}^r_{\mathrm{m}}$ frekvenciájú periodikus jelek. Mivel az FM szinuszfüggvények végtelen sorával reprezentálható (emlékezzünk a Chowning-relációra), nem meglepő, hogy a (8.40) szinuszos dekompozíciója nagyon hasonló a (8.39) párhuzamos esethez. Nevezetesen

$$\begin{aligned}
\tilde{m}^*_{\mathrm{FM}}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k_{11},k_{12},\dots,k_{q_s s}=-\infty}^{\infty} & a_j \times \\
& \left[\prod_{p=1}^{q_1} J_{k_{p1}}\left(j\tilde{a}^{\mathrm{F}}_{p1}\right) \prod_{r=2}^{s}\prod_{p=1}^{q_r} J_{k_{pr}}\left(k_{p-1,r}\tilde{a}^{\mathrm{F}}_{pr}\right)\right] \times \\
& \sin\left[2\pi\left(j f_0 + \sum_{r=1}^{s}\sum_{p=1}^{q_r} k_{pr} p \tilde{f}^r_{\mathrm{m}}\right) t + \sum_{r=1}^{s}\sum_{p=1}^{q_r} k_{pr}\tilde{\varphi}^{\mathrm{F}}_{pr} + \tilde{\phi}_j\right].
\end{aligned} \tag{8.42}$$

A frekvenciatartalom tehát azonos a párhuzamos esetével, csak az amplitúdók és fázisok értékei különböznek.

8.2.3. Néhány szó a fázismodulációról

Amint a 8.1. bevezető fejezetben írtam, az FM és PM az észlelt jelből nem különböztethető meg, ha a (8.31) képletben a $m^*_{\mathrm{m}}(t)$ modulációs függvény tetszőleges lehet. Ugyanakkor ha az alapvető fizikai paraméterek, mint az effektív hőmérséklet, a sugár és a lg$g$, változnak a Blazskó-ciklus során (Sódor, 2009; Jurcsik és társai, 2009a,b), akkor a pulzációs frekvencia változása (ami FM-et jelent) megfelelően magyarázza az észlelt jelenségeket. Van egy további érv is az RR Lyrae csillagok PM-je ellen.

Ha feltételezzük, hogy az $m_{\rm m}^*$ modulációs függvény nem függ explicite az időtől – ez a PM moduláció szokásos definíciója – a (8.31) egyenlet az

$$m_{\rm PM}^*(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\left[2\pi j f_0 t + m_{\rm m}^*(t) + \varphi_j\right] \tag{8.43}$$

alakot ölti. Ha ezt a képletet a (8.33)-hoz vagy (8.35)-höz hasonlóan fejezzük ki a megjelenő Bessel-függvények argumentuma, ellentétben az FM-mel, független a j harmonikus rendtől. Ez pedig szisztematikus eltérést okoz az FM és PM spektrumok között. Az észlelhető oldalcsúcsok száma az FM esetében a növekvő harmonikus renddel nő, a PM esetében ezek száma mindig azonos.

Az eredeti munka megírásakor két olyan Blazskó RR Lyrae csillag volt ismeretes, amely erős fázisváltozást mutat, ugyanakkor megfelelően pontosak az adataik. Ez a két *CoRoT*-csillag, a V1127 Aql és a CoRoT 105288363 (Chadid és társai, 2010; Guggenberger és társai, 2011). A V1127 Aql spektrumában egyértelmű jeleit látjuk az FM-nek. A fő pulzációs frekvencia körül a 3. rendig sikerült oldalcsúcsokat kimutatni, ugyanakkor a 19. harmonikus körül például már egészen a 8. rendig. Az egyedi Blazskó-ciklusok Fourier-analízisével a CoRoT 105288363 esetében is sikerült kimutatni, hogy a fázisváltozás növekvő erőssége a magasabb harmonikusok körül megjelenő egyre több oldalcsúcsot jelent (Guggenberger és társai, 2011). Mindkét megfigyelés az FM meglétét bizonyítja a PM-mel szemben.

8.2.4. A szimultán amplitúdó- és frekvenciamoduláció

Ahogy azt korábban többször említettem, a szimultán AM és FM a Blazskó-csillagok mindegyikénél kimutatható, ahol az észlelések kellően pontosak és elegendően hosszú időtartamúak. Ez igaz mind a földi (Jurcsik és társai 2009c; ill. további hivatkozások benne), mind pedig az űrbéli megfigyelésekre (Chadid és társai, 2010; Poretti és társai, 2010; Benkő és társai, 2010; Kolenberg és társai, 2011) is.

A 8.1.3. fejezetben tárgyalt kombinált szinuszos moduláció (8.14) képletét általánosítva kapjuk, hogy

$$m_{\rm Comb}^*(t) = \left[1 + m_{\rm m}^*(t)\right] m_{\rm FM}^*(t), \tag{8.44}$$

ahol az $m_{\rm FM}^*(t)$ általános FM moduláció függvényét a (8.31) egyenlet definiálja. Mivel az összes észlelt Blazskó-csillagon az AM és FM azonos a frekvenciájú, csak az ilyen esetekkel foglalkozom.

Kombinált szinuszos moduláció

A legegyszerűbb esetben a szimultán moduláció mindkét (AM és FM) eleme szinuszfüggvénnyel leírható.

$$m^*_{\mathrm{Comb}}(t) = (1 + h \sin 2\pi f_{\mathrm{m}} t) \times \left\{ a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\left[2\pi j f_0 t + j a^{\mathrm{F}} \sin(2\pi f_{\mathrm{m}} t + \phi_{\mathrm{m}}) + \varphi_j\right] \right\}, \quad (8.45)$$

ahol is a jelölés azonos vagy közvetlenül analóg a korábbi definícióknál használtakkal: $h = a_{\mathrm{m}}/U^*_{\mathrm{FM}}$ és U^*_{FM} a második tag (az FM „vivőjelének") amplitúdója. A két moduláció közötti relatív fáziskülönbség $\phi_{\mathrm{m}} = \varphi^{\mathrm{F}} - \varphi_{\mathrm{m}}$.

A (8.16) sémának megfelelően a (8.45) egyenlet áttranszformálható a

$$\begin{aligned} m^*_{\mathrm{Comb}}(t) = a_0 + a_0 h \sin 2\pi f_{\mathrm{m}} t + \\ \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_j \left\{ J_k(j a^{\mathrm{F}}) \sin\left[2\pi (f_0 + k f_{\mathrm{m}}) t + k\phi_{\mathrm{m}} + \varphi_j\right] + \right. \\ \frac{h}{2} J_{k-1}(j a^{\mathrm{F}}) \sin\left[2\pi (f_0 + k f_{\mathrm{m}}) t + (k-1)\phi_{\mathrm{m}} + \varphi_j^-\right] + \\ \left. \frac{h}{2} J_{k+1}(j a^{\mathrm{F}}) \sin\left[2\pi (f_0 + k f_{\mathrm{m}}) t + (k+1)\phi_{\mathrm{m}} + \varphi_j^+\right] \right\} \quad (8.46) \end{aligned}$$

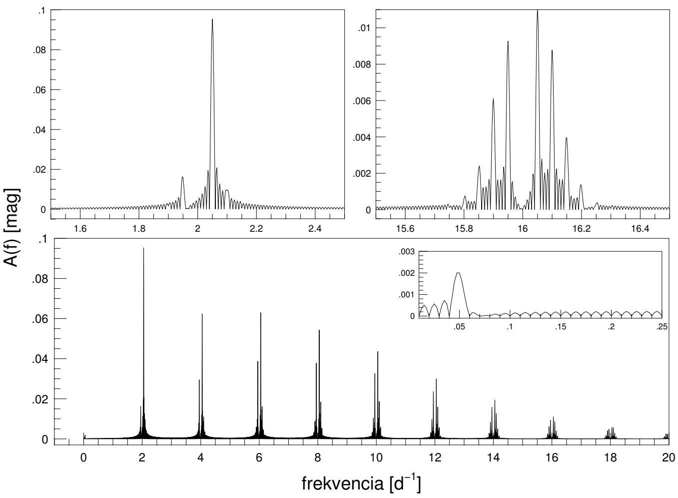
alakba, ahol $\varphi_j^{\pm} = \varphi_j \pm \pi/2$. A (8.46) egyenlet alapján a 8.16. ábrán látható Fourier-spektrum úgy értelmezhető, mint a (8.16) szinuszos vivőjelű kombinált modulációk összege plusz egy a modulációs frekvenciát leíró tag (l. inzert az ábrán). Minden harmonikus a pulzációs frekvenciához hasonló multiplettekkel van körülvéve. Az oldalcsúcsok száma az FM esethez hasonlóan (l. 8.2.2. fejezet) a növekvő j harmonikus renddel nő.

Az egy adott harmonikushoz tartozó oldalfrekvencia-párok aszimmetriája a szinuszos vivőjelű (8.18) esethez hasonlóan írható le, azaz

$$\Delta_{jl} = -4 \frac{hl}{j a^{\mathrm{F}}} a_j^2 J_l^2(j a^{\mathrm{F}}) \sin \phi_{\mathrm{m}}. \quad (8.47)$$

Itt a $\Delta_{jl} = A^2(jf_0 + lf_{\mathrm{m}}) - A^2(jf_0 - lf_{\mathrm{m}})$ a j. harmonikushoz tartozó l. oldalcsúcs teljesítménykülönbségét jelenti ($l = 1, 2, \dots$). Hasonlóan a 8.1.3. fejezetben tárgyalt tankönyvi esethez, az aszimmetria a h és az a^{F} aktuális értékétől (vagyis az AM és FM relatív erősségétől), továbbá a ϕ_{m} kezdeti relatív fázistól függ. Extrém esetben valamelyik oldalcsúcs teljesen el is tűnhet. Ennek szükséges feltétele az, hogy $\phi_m = \pm\pi/2$ és $ja^{\mathrm{F}} = hl$. Az aszimmetria csökken a növekvő j harmonikus renddel (l. 8.16. ábra felső panelek), mivel az összes Bessel-függvény gyorsan nullához konvergál a növekvő argumentum szerint, így a (8.47) jobb oldala is eltűnik.

A nem egyenletes mintavételezés és a nagy lyukak az észlelési adatsorokban képesek aszimmetrikus oldalcsúcsokat okozni a Fourier-spektrumokban (Jurcsik és társai,



8.16. ábra. *Lent: szintetikus kombinált (AM és FM) modulált fénygörbe fehérített Fourier-spektruma. A fénygörbét a (8.45) képletből számoltam ki, a fehérítés pedig a fő pulzációs frekvenciával és harmonikusaival történt. Fent: a spektrum kinagyított részletei a fő frekvencia ($f_0 = 2$ d^{-1}, balra) és a 7. harmonikus ($8f_0 = 16$ d^{-1}, balra) helyén. Az AM és FM relatív fázisa $\phi_{\rm m} = 270°$ volt.*

2005b). Az ilyen mintavételezési effektusok azonban nem képesek megmagyarázni az olyan nagyfokú aszimmetriát, mint amikor az egyik oldalcsúcs teljesen eltűnik, és a spektrumban dublettek jelennek meg, holott ilyeneket a nagy égboltfelmérésekben (MACHO, OGLE) számosat találtak (Alcock és társai, 2000, 2003; Moskalik és Poretti, 2003). De amint azt a 8.16. ábrán bemutattam, nagyon aszimmetrikus oldalcsúcsok könnyedén előállíthatók a (8.45) kombinált moduláció képletével. A kombinált moduláció tehát alkalmas arra, hogy a korábban külön csoportnak gondolt dubletteket tartalmazó csillagokat (RR-ν1 csillagokként is hivatkozták ezeket) egyszerűen magyarázzuk és besorolhatjuk őket a normál Blazskó-csillagok közé. Sőt igaz ez a féloldalas tripletteket mutató (ún. RR-ν2) csillagok csoportjára is. Ezeket egyenközű esetben olyan kvintuplett-tel, illetve nem egyenközű esetben pedig olyan többszörös moduláció oldalcsúcsaival magyarázhatjuk, amelyekből a nagyfokú aszimmetria miatt az egyik oldal csúcsai nem válnak ki a zajból.

A nem modulált fénygörbékkel azonos modulált fénygörbefázist keresve azt találjuk, hogy ilyen fázis csak akkor létezik, ha $\phi_m = (k_1 - k_2)\pi$; (k_1, k_2 egészek), és akkor az egybeesés időpillanatai $t = k_2/2f_{\rm m}$. Feltéve hogy az összes Blazskó-csillag egyidejű AM-et és FM-et mutat, ez a következtetés jól egybecseng Jurcsik és társai (2002) megállapításával, akik a Blazskó-csillagok fénygörbéit és radiálissebességgörbéit vetették egybe, és azt találták, hogy általában nincs olyan fázis, amikor egy Blazskó-csillag úgy néz ki, mint egy modulálatlan.

Az amplitúdóarányok harmonikus rendtől való függése nagyon hasonló ahhoz, mint amit a 8.2.2. fejezetben (a 8.13. ábrával kapcsolatban) tárgyaltam, ezért itt nem is térek ki erre. Nézzük meg inkább a maximális fényesség – maximális fázis diagramokat. Ez a néha alakja miatt „tojásdiagramnak” is nevezett ábra klasszikus eszköze a Blazskó-csillagok vizsgálatának. A 8.17. ábrán néhány olyan szintetikus fénygörbe diagramját adom meg, amit a (8.45) képletből kaptam. Mindegyik diagram egyszerű ovális alakú, és az AM és FM relatív erősségét jelzi. Az A és B panelre ez a relatív erősség egymás fordítottja: $2h = a^{\mathrm{F}}$ és $h = 2a^{\mathrm{F}}$, következésképpen az egyik hurok vízszintesen, a másik függőlegesen áll. Ha a ϕ_{m} szögek különböznek az $l\pi/2$, $(l = 0, 1, 2, 3, 4)$ speciális értékektől, a hurkoknak dőlésszöge lesz a függőleges-vízszintes pozícióhoz képest. Ez a szög egyben a körüljárási irányt is meghatározza. A $0 < \phi_{\mathrm{m}} < \pi$ érték az óramutató járása szerinti körüljárást, míg a $\pi < \phi_{\mathrm{m}} < 2\pi$ ezzel ellentétest jelent. (Ezek a feltételek egyébként azonosak azzal, amit Szeidl és Jurcsik 2009 kaptak a szinuszos vivőjelű esetre.) Megjegyzendő, hogy a ϕ_{m}-re kapott fenti feltételek az oldalcsúcs-teljesítmény jellegét is megszabják: ha a jobb oldali csúcsok erősebbek, mint a bal oldaliak, az az óramutató járásával ellentétes körüljárást jelent és vice versa.

Nemszinuszos kombinált moduláció

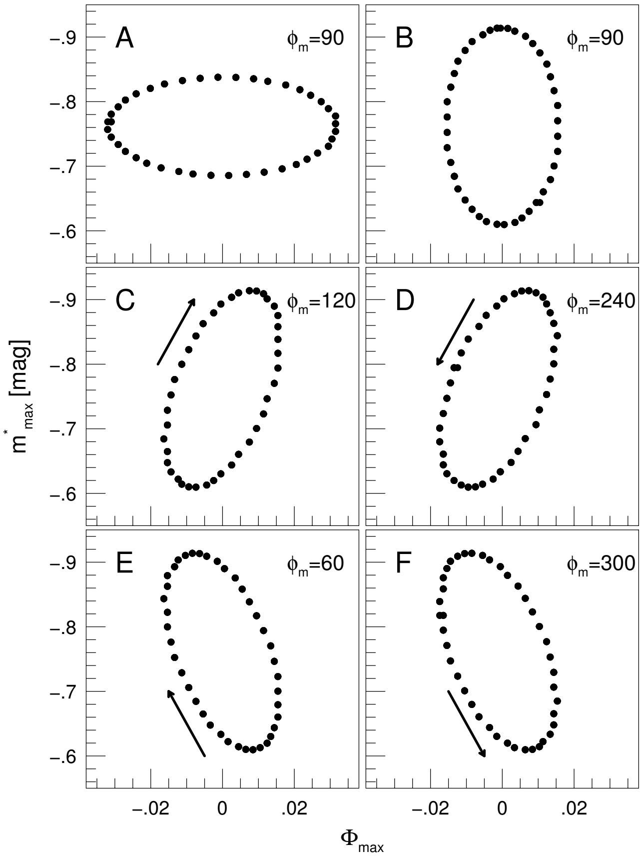
Az eddig leírtak után most már könnyen felírhatunk olyan függvényt, amely általános, periodikus jellel párhuzamosan amplitúdó- és frekvenciamodulált fénygörbét ír le.

$$m^*_{\mathrm{Comb}}(t) = \frac{m^*_{\mathrm{AM}}(t)}{c^*(t)} m^*_{\mathrm{FM}}(t), \tag{8.48}$$

ahol az $m^*_{\mathrm{AM}}(t)$ és $m^*_{\mathrm{FM}}(t)$ függvényeket a (8.23) és a (8.34) képletekkel definiálom. Mivel a két modulációt általában különböző elemszámú Fourier-összeg írja le, a modulációk relatív fázisa nem definiálható úgy, ahogyan a 8.2.4. fejezet szinuszos esetében a ϕ_{m}. Ezért az általános periodikus jellel modulált fénygörbe matematikai megfogalmazása kevésbé kompakt:

$$\begin{aligned} m^*_{\mathrm{Comb}}(t) = \left[a_0^{\mathrm{A}} + \sum_{p'=1}^{q'} a_{p'}^{\mathrm{A}} \sin\left(2\pi p' f_{\mathrm{m}} t + \varphi_{p'}^{\mathrm{A}}\right) \right] \times \\ \left\{ a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j \sin\left[2\pi j f_0 t + \right.\right. \\ \left.\left. j \sum_{p=1}^{q} a_p^{\mathrm{F}} \sin\left(2\pi p f_{\mathrm{m}} t + \varphi_p^{\mathrm{F}}\right) + \phi_j \right] \right\}, \end{aligned} \tag{8.49}$$

ahol a jelölések azonosak a (8.23) és a (8.34) egyenleteknél használtakkal. Ez a kifejezés matematikailag tartalmazza az összes olyan korábban tárgyalt jelenséget, amelyet egy adott f_{m} frekvenciájú moduláció okozni képes. A fénygörbék burkolói nagyon hasonlóak a nemszinuszos AM esetnél látottakhoz (8.6. ábra), ugyanakkor a nemszinuszos fázisváltozásuk is megfigyelhető (l. még 8.10. és 8.14. ábrák).



8.17. ábra. *Néhány kombináltan modulált (szinuszos AM és FM) szintetikus fénygörbe* $m^*_{\mathrm{max}}(\Phi_{\mathrm{max}})$ *maximális fényesség–maximális fázis diagramja. Az A és B panel között az AM és FM moduláció relatív erőssége változott (A)* $h = 0.1$ *és* $a^{\mathrm{F}} = 0.2$*, (B)* $h = 0.2$ *és* $a^{\mathrm{F}} = 0.1$*. A B-től az F panelig az amplitúdók állandók voltak, és csak a* ϕ_{m} *relatív fázis változott, ahogyan azt a panelek jobb felső sarkában jeleztem. A C-F paneleken a nyilak az időbeli elmozdulás irányát mutatják.*

A Fourier-spektrum, ahogyan a korábbi egyszerűbb esetekben, itt is megadható analitikusan a (8.49) egyenlet szinuszos dekompozíciójával:

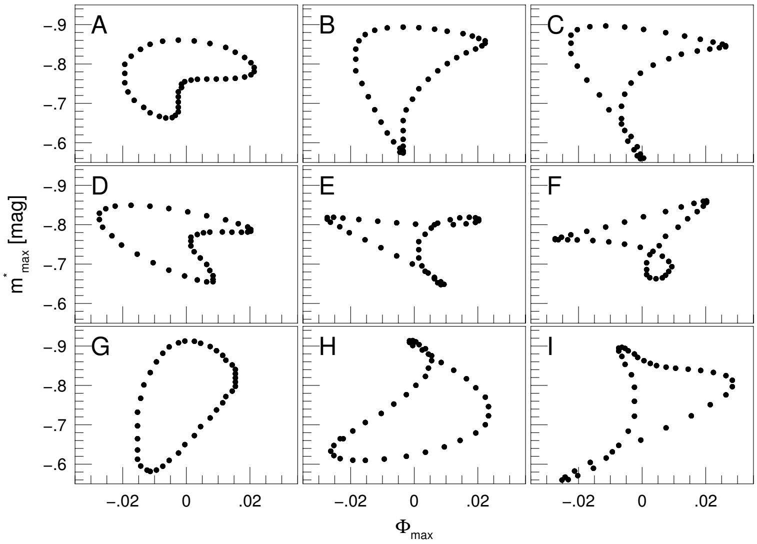
$$m^*_{\mathrm{Comb}}(t) = a_0 a_0^{\mathrm{A}} + \sum_{p'=1}^{q'} a_0 a_{p'}^{\mathrm{A}} \sin\left(2\pi p' f_{\mathrm{m}} t + \varphi_{p'}^{\mathrm{A}}\right) +$$
$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{p'=0}^{q'} \sum_{k_1,k_2,\ldots,k_q=-\infty}^{\infty} \frac{a_{p'}^{\mathrm{A}}}{2} a_j \left[\prod_{p=1}^{q} J_{k_p}(j a_p^{\mathrm{F}})\right] \cdot$$
$$\sin\left\{2\pi\left[j f_0 + \left(\sum_{p=1}^{q} k_p p \pm p'\right) f_{\mathrm{m}}\right] t + \psi^{\pm}_{pp'j}\right\}. \quad (8.50)$$

Itt $\psi^{\pm}_{pp'j} := \sum_{p=1}^{q} k_p \varphi_p^{\mathrm{F}} \pm \varphi_{p'}^{\mathrm{A}} + \phi_j \mp \pi/2$, a tetszőleges konstansokat pedig úgy választottam meg, hogy $\varphi_0^{\mathrm{A}} := \pi/2$ legyen. A spektrum szerkezete a korábban tárgyalt esetek alapján jól érthető. Az összeg második tagja felelős a modulációs frekvencia és harmonikusainak megjelenéséért (l. 8.7. ábra inzertjét). A következő (végtelen) összeghez hasonló kifejezéssel a nemszinuszos FM spektrum tárgyalásánál találkoztunk (8.12. ábra), de ez esetben az AM felhasadás is megjelenik hasonló módon, mint a szinuszos kombinált esetnél. Ez az összetett viselkedés megnehezíti az egyes csúcsok amplitúdójának kiszámítását. Az egy adott harmonikus körül jelentkező oldalcsúcspárok aszimmetriáját most egyszerre két dolog határozza meg, az FM nemszinuszos volta (8.2.2. fejezet) és a szimultán AM és FM jelenléte (8.2.4. fejezet).

A maximális fényesség – maximális fázis diagramok is elbonyolódnak, bonyolult hurkokat, csomókat és egyéb nem triviális alakokat képeznek. Néhány ilyet a 8.18. ábrán mutatok be. A körüljárási irány továbbra is a kezdeti fázisok értékétől függ, de nem nyilvánvaló, hogy hogyan kell változtatni az egyes paramétereket az irány megváltoztatásához.

Többfrekvenciás kombinált moduláció

A kombinált moduláció azon esete, amikor az AM, az FM vagy mindkettő többfrekvenciás, az egyszerűbb esetekkel analóg módon kezelhető. Helyettesítsük be az $m^*_{\mathrm{m}}(t)$-t a (8.44) általános kifejezésbe a (8.25) képletet (párhuzamos AM), vagy a (8.28) képletet (AM kaszkád). Az $m^*_{\mathrm{FM}}(t)$ helyébe pedig tegyük a (8.38) (párhuzamos FM), vagy (8.40) (FM kaszkád) képletek valamelyikét, attól függően, hogy mit feltételezünk a modulációk egymáshoz csatolódásáról. A képletek felírása elvben egyszerű, a gyakorlatban az együtthatók (amplitúdók, fázisok) kiszámítása meglehetősen elbonyolódik. Az így előálló fénygörbék és Fourier-spektrumok az alkotóelemeik vizsgálatával lehetséges. Új, eddig nem tárgyalt jelenséget mindössze egyet találtam, és ez a maximális fényesség–maximális fázis diagramok alakja. Ellentétben a korábban mutatott ilyen diagramokkal (8.17. és 8.18. ábrák), ezek jellemzően időfüggő, általában nem is zárt görbék. Ha a modulációs frekvenciák aránya racionális, zárt görbét kapunk, irracionális arányokra pedig nem záródót. Ennek oka az, hogy



8.18. ábra. *Kombinált nemszinuszos jellel modulált szintetikus fénygörbék jellegzetes* $m^*_{\max}(\Phi_{\max})$ *maximális fényesség – maximális fázis diagramjai. Az egyes ábrák az AM és FM erősségében, kezdeti fázisában és a használt harmonikusok számában különböznek.*

ha a modulációt N független frekvenciával írjuk le, az ezt megfelelően reprezentáló diagram $2N$ dimenziós, a klasszikus viszont ennek csak egy kétdimenziós vetülete.

8.3. Összegzés

Ebben a fejezetben szintetikus fénygörbék matematikai leírásával foglalkoztam. A fénygörbéket modulált jelekként állítottam elő úgy, hogy vivőjelnek monoperiodikus RR Lyrae fénygörbéket leíró véges Fourier-összegeket vettem. Modulációs függvénynek különböző periodikus függvényeket tettem fel az egyszerű szinuszfüggvénytől az általános multiperiodikus függvényekig.

A vizsgálatok fontosabb megállapításai az alábbiakban összegezhetők:

- (i) **Az AM modulációs függvényének megfelelő megválasztásával, nevezetesen a harmonikusok számának, az amplitúdók és fázisok beállításával, a szintetikus fénygörbéim jól reprodukálják a Blazskó-csillagok észlelt fénygörbéinek burkolóit**. A felső burkolók esetében az egyezés mindig kiváló. Az alsó burkoló pontos alakját a minimum alakjának és időpontjának időbeli változása is befolyásolja. Ezek a változások azzal kapcsolatosak, hogy a Blazskó-moduláció valahogyan visszahat a pulzációra: a felszálló ág előtti lökéshullám (pre-cursor shock) keletkezése minden bizonnyal kissé más rétegben történik az eltérő modulációs fázisokban, ill. a csillag szerkezete sem teljesen azonos a a különböző Blazskó-fázisokban, és így

8.1. táblázat. *A fénygörbék és Fourier-spektrumok klasszifikálása jellemzőik alapján.*

moduláció	jelenség	AM	FM	kombinált
szinuszos	amplitúdóvált.:	igen (egyszerű)	nem	igen (egyszerű)
	fázisvált.:	nem	szinuszos	szinuszos
	csúcsszerk.:	triplettek $(jf_0 \pm f_\mathrm{m})$	multiplettek $(jf_0 \pm kf_\mathrm{m})$	multiplettek $(jf_0 \pm kf_\mathrm{m})$
	oldalcsúcs:	szimmetrikus	szimmetrikus	aszimmetrikus
	modulációs fr.:	f_m	–	f_m
nemszinuszos	amplitúdóvált.:	igen (összetett)	nem	igen (összetett)
	fázisvált.:	nem	nemszinuszos	nemszinuszos
	csúcsszerk.:	multiplettek $(jf_0 \pm lf_\mathrm{m})$	multiplettek $(jf_0 \pm kf_\mathrm{m})$	multiplettek $(jf_0 \pm kf_\mathrm{m})$
	oldalcsúcs:	szimmetrikus	aszimmetrikus	aszimmetrikus
	modulációs fr.:	lf_m	–	lf_m

Az j, l és k indexek egész számokat jelentenek.

a keletkező hullámok másképpen haladnak benne. A következmény az, hogy a fénygörbén a minimum hol korábban, hol később jelenik meg és mélysége sem állandó (Preston és társai, 1965). Amennyiben ezek a változások kellően erősek egy adott csillagnál, az alsó burkolók alakja kissé más lesz, mint az itteni egyszerűsített modulációs leírásban. (ii) **Megmutattam, hogy nagyon nagy modulációs mélységű ($h > 1$) AM magyarázhatja a V445 Lyr *K*epler-fénygörbéjének különös alakját**. (iii) **Amikor pedig megengedem, hogy több különböző frekvenciájú moduláció legyen jelen egyszerre, a szintetikus fénygöbéken megjelennek az észlelések lebegési jelenségeket, az alternáló maximumokat, hosszú periódusú trendeket és periodikus amplitúdóváltozást mutató burkolói (6.a tézispont).**

- Az amplitúdómodulált fénygörbék Fourier-spektrumait könnyen klasszifikálhatjuk (l. még 8.1. táblázat). Egy tetszőleges periodikus modulációra, amelyet egy véges Fourier-összeggel írok le, a spektrum tartalmazza magát a modulációs frekvenciát, annak harmonikusait, továbbá a pulzációs frekvencia és harmonikusai körül pedig multipletteket. A multiplettek rendje (az oldalcsúcsok száma az egyik oldalon) azonos a modulációs függvényben figyelembe vett harmonikusok számával. Speciálisan a szinuszos moduláció triplett-szerkezetet okoz, és csak az f_m modulációs frekvencia jelenik meg. A párhuzamos multiperiodikus moduláció esetén a spektrum az egyes modulációs komponensek spektrumának összege, míg a modulált moduláció (AM kaszkád) esetén a spektrumban megjelennek további, lineáris kombinációs frekvenciák csúcsai is.

- Minden AM esetben az oldalfrekvenciák Fourier-amplitúdói arányosak az adott harmonikus amplitúdójával, ezért az oldalcsúcsok száma és azoknak a központi csúcshoz mért amplitúdóaránya az összes harmonikusra azonos. A tiszta amplitúdómodulációban a multiplettek szimmetrikusak, vagyis az oldalcsúcsok amplitúdói és számuk azonos a harmonikusok mindkét oldalán.

- A Blazskó-ciklus során változó átlagfényességet az AM következményeként azonosítottam. A jelenség már a legegyszerűbb szinuszos esetben is megjelenik, és szorosan kapcsolódik a modulációs frekvencia spektrumbeli megjelenéséhez.

- Tiszta frekvenciamoduláció esetén nem látunk amplitúdóváltozást, de fázisváltozást igen. **Az FM jelek spektrumaiban a pulzációs frekvencia és annak harmonikusai körül multiplettek jelennek meg már a legegyszerűbb szinuszos moduláció estén is. Az AM-mel szemben a kimutatható oldalcsúcsok száma a harmonikus renddel nő. Ezzel megmutattam, hogy az észlelt csillagokban nem fázis-, hanem frekvenciamoduláció van (6.b. tézispont).** A modulációs frekvencia és harmonikusai hiányoznak a spektrumból. Az oldalcsúcsok lehetnek szimmetrikusak (szinuszos moduláció esetén) és aszimmetrikusak (a legtöbb nemszinuszos modulációra) is. A nemszinuszos FM legkönnyebben a klasszikus O−C diagram felrajzolásával azonosítható. A többszörös FM spektruma már a párhuzamos esetben is tartalmazza az összes lehetséges lineáris kombinációs frekvenciát.

- **A modulációs oldalcsúcsok Fourier-amplitúdóinak arányát a harmonikus rend függvényében az elsőfajú Bessel-függvények (szinuszos eset), ill. azok szorzatai (nemszinuszos esetek) határozzák meg. Következésképpen ezek az arányok általában nem monoton csökkennek a növekvő harmonikus renddel. Azaz könnyen találhatunk olyan harmonikust, ahol a magasabb rendű oldalcsúcsok amplitúdója nagyobb, mint az alacsonyabb rendűeké. Sőt az oldalcsúcs amplitúdója nagyobb lehet akár a központi csúcsénál is. Mindez egybevág az észlelésekben talált viselkedéssel (6.c. tézispont).**

- **A szimultán AM és FM egyszerre mutatja az eddig ismertetett jelenségeket. A kombinált modulációban azonban az oldalcsúcsok szerkezete általában már a szinuszos esetben is aszimmetrikus (a központi csúcshoz képest). Ez az aszimmetria képes az egyik oldal csúcsait akár teljes egészében eltüntetni, amivel az észlelések doublettjei, ill. nem egyenközű triplettjei természetes módon magyarázható válnak 6.d. tézispont).** Az aszimmetria erőssége az AM és FM modulációs függvények kezdeti fáziskülönbségétől függ. A fáziskülönbség egyúttal meghatározza a maximális fényesség – maximális fázis diagramok hurkainak dőlési szögét és körüljárási irányát is.

- A tisztán szinuszos AM-nek vagy FM-nek (és néhány nagyon speciális paraméterű nemszinuszosnak is) vannak olyan jól meghatározott fázisai, ahol a modulált jel egybeesik a modulálatlannal. Ugyanakkor **szimultán moduláció**

esetében, még ha az a legegyszerűbb szinuszos is, nincs ilyen fázis, ezzel – mivel a Blazskó-csillagokon mindig mindkét moduláció jelen van – eldőlt egy régen fennálló kérdés arról, hogy a Blazskó-csillagok melyik fázisa felel meg egy monoperiodikus csillagnak: egyik sem (6.e. tézispont).

- Az itt bemutatott modulációs leírás jóval kevesebb (jellemzően 3-10-szer kevesebb) paramétert igényel, mint a hagyományos illesztés. Ráadásul az illesztést egy lépésben végezzük szemben a szokásos, lépésenkénti fehérítési és illesztési sorozattal, amivel elkerülhetjük sok zavaró, technikai csúcs megjelenését is. Az ár, amit a viszonylag kevés paraméterért fizetni kell, a meglehetősen bonyolult illesztendő képletek.

A fenti, a modulációs kép magyarázó erejét mutató listával legalábbis egyenértékűen fontos az olyan jelenségek számbavétele, amelyekre a moduláció matematikája nem tud magyarázatot adni. Ezek közül az egyik a fáziskésés (phase lag), amely a Blazskó-fénygörbék alsó és felső burkolóinak szélső értékei (maximumok maximumai és minimumok minimumai) között van. Ez a fáziskésés akár több pulzációs ciklus hosszúságú is lehet. Az általam tárgyalt modulált jelek mindegyikének burkolója nagyfokú szimmetriát mutat: azok maximumai és minimumai időben egybeesnek. Ha egy időben kellően lefedett *CoRoT*- vagy *Kepler*-csillagnál végigkövetjük a fáziskésés „kialakulását”, azt látjuk, hogy ezt a pulzációs minimumok szisztematikus mozgása és alakváltozása okozza, amit viszont a csillag légkörében kialakuló hidrodinamikai és a Blazskó-fázis szerint változó lökéshullámok okoznak.

Egy további megmagyarázatlan jelenség az oldalcsúcsok aszimmetriájának eloszlása. Az olyan nagy égboltfelmérések, mint az OGLE vagy a MACHO azt mutatják, hogy a Blazskó RR Lyrae csillagok Fourier-spektrumaiban a jobb oldali oldalcsúcsok sokkal gyakrabban nagyobbak a bal oldaliaknál, mint fordítva (pl. az LMC esetében a MACHO-mérésekből 74% a 26%-hoz képest Alcock és társai 2000). Az általam tárgyalt összes formula szimmetrikus, 50-50%-os valószínűséget ad, ha az AM és FM kezdőfázisa azonos valószínűségű. Az észlelt aszimmetria azt mutatja, hogy ez nincs így, de ennek mélyebb fizikai okára egyelőre még feltevés sincs.

A modulációs leírás nem tud számot adni a közelmúltban felfedezett extra frekvenciák egyikére sem, noha ezek is mindig csak a Blazskó-effektust mutató RRab csillagokon jelennek meg.

8.4. Utóélet

A fentebb ismertetett és 2011-ben megjelent munkám eddig 43 idézet kapott. A több módusú pulzációra én magam mutattam meg (Benkő és társai, 2012b), hogy az itteni főbb megállapításaim arra is érvényesek. Munkám inspirálóan hatott Hiromoto Shibahashira, aki részben ennek alapján dolgozta ki FM-módszerét (Shibahashi és Kurtz, 2012), amellyel aztán több módusban pulzáló csillagok Fourier-spektrumából mutattak ki kísérőket a pulzáló csillag körül.

Guggenberger és társai (2012) munkájában pedig az itt levezetett formuláimat alkalmaztam a V445 Lyr extrém módon és többszörösen modulált Kepler RR Lyrae csillag fénygörbéjének illesztésére. A több száz paraméter helyett mindössze 32 paraméter elegendő volt a legjobb illeszkedés eléréséhez, de annak legkisebb négyzetes szórása a mérés pontosságához képest meglehetősen nagynak (0.0025 mag) adódott. Akkor ezt a modulációs leírásban figyelembe nem vett, fent említett hatásoknak (lökéshullám mozgása, extra frekvenciák) tulajdonítottam. Szeidl és társai (2012) viszont megmutatták, hogy egy egyszerű, szinuszosan modulált Blazskó RR Lyrae csillag (a CM UMa) fénygörbéje is csak akkor illeszthető az észlelési hibán belül, ha a (8.45), ill. általában a (8.49) képletek helyett a modulációs függvényt úgy tételezzük fel, hogy az a vivőhullám harmonikusaira más és más lehet, azaz:

$$m^*(t) = m_0 + \sum_{k=1}^{l} b_k \sin(2\pi k f_\mathrm{m} t + \varphi_{\mathrm{b}k}) + \sum_{i=1}^{n} [a_i + g_i^\mathrm{A}(t)] \sin[2\pi i f_0 t + \phi_i + g_i^\mathrm{F}(t)], \quad (8.51)$$

ahol

$$g_i^\mathrm{M}(t) = \sum_{j=1}^{l_i^\mathrm{M}} a_{ij}^\mathrm{M} \sin(2\pi j f_\mathrm{m} t + \varphi_{ij}^\mathrm{M}), \quad \mathrm{M} = \mathrm{AM\ vagy\ FM}. \quad (8.52)$$

Ugyanakkor tudjuk, hogy a Fourier-harmonikusoknak nincs fizikai jelentésük a csillagokon, azok mindössze a nemlineáris fénygörbe leírásának matematikai eszközei. Hogyan lehetséges, hogy a csillag modulációja „tud” a pulzációs jel harmonikusairól?

8.4.1. A majdnem periodikus függvények

Az eleinte képtelenségnek tűnő jelenség akkor vált számomra érthetővé, sőt magától értetődővé, amikor találkoztam a majdnem periodikus függvények (almost periodic functions) fogalmával és azok tulajdonságaival (Bohr, 1947). Egy $z(t)$ valós függvény $\tilde{P}$ transzlációs számmal jellemzett **majdnem periodikus**[3] függvény, ha

$$z(t) \approx z(t + \tilde{P}), \quad \text{vagy} \quad |z(t) - z(t + \tilde{P})| < \varepsilon, \quad (8.53)$$

ahol

$$0 < \varepsilon \ll \|z\| = \sqrt{\overline{z^2}} = \sqrt{\lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} z^2(t)dt},$$

ahol ε egy tetszőlegesen kis valós szám. A $z(t)$ függvények halmaza egy kiterjesztése a periodikus függvényeket halmazának, mint ilyen tartalmazza az összes periodikus függvényt is. (Ekkor a $\tilde{P}$ transzlációs szám maga a periódus.)

[3]Számos nem ekvivalens definició létezik majdnem periodikus függvényekre, itt a legegyszerűbb definíciót választottam.

A majdnem periodikus függvényeknek sok közös jellemzőjük van a periodikus függvényekkel, mint pl. az, hogy teljes ortonormált rendszert alkotnak, vagy Fourier-felbontásuk egyértelmű (a bizonyítások megtalálhatók Bohr 1947 könyvében). Ha összevetjük a korábbi (8.49) és a fenti (8.51) képleteket a majdnem periodikus függvények Fourier-reprezentációjával, azt látjuk, hogy mindkét kifejezés egy-egy majdnem periodikus függvényhez tartozik. A majdnem periodikus függvények egyértelmű Fourier-felbontása miatt a Szeidl és társai (2012) által empirikusan talált (8.51) függvény akkor és csak akkor jelenthet egy pulzációt kívülről moduláló jelet, ha ekvivalens módon áttranszformálható a (8.49) kifejezésre, amely definíció szerint egy ilyet ír le. Ez általában nyilvánvalóan nem lehetséges, más szavakkal: bár a Blazskó-effektus sok vonatkozása matematikailag modulációként kezelhető, **a Blazskó-effektus maga nem a pulzáció (külső) modulációja**. Ez megállapítás egy további érv a Blazskó-effektus rezonáns pulzációs magyarázatai (pl. Buchler és Kolláth 2011) mellett, hiszen ezekben az effektus a pulzáció belső sajátossága és nem valami külső hatás okozza.

A periodikus és majdnem periodikus függvényeknek hasonlóságuk mellett érdekes különbségeik is vannak. Az egyik ilyen, hogy a majdnem periodikus függvények Fourier-felbontásában szereplő tagok nem feltétlenül egzakt harmonikusok. Ez megmagyarázhatja talán az ezzel egybecsengő – a V445 Lyr Fourier-spektrumára (l. 4. ábra a Guggenberger és társai 2012 cikkben) kapott – megfigyelési eredményt.

Szigorúan véve tehát a Blazskó-csillagok fénygörbéje mint jel, nem egy modulált függvénnyel, hanem annál bonyolultabb majdnem periodikus függvénnyel írható le maradéktalanul. A itt leírtak eddig két konferenciaközleményben jelentek meg (Benkő és Paparó, 2013; Benkő és Szabó, 2016), az eredményeket taglaló részletes cikk elkészítése jelenleg van folyamatban.

A. függelék

Függelék

A.1. A modulációs leírás egzakt Fourier-transzformáltjai

A Fourier-transzformáltra vonatkozó különböző elterjedt definíciók egymástól a normálásukban különböznek. A dolgozatban a következőt használtam:

$$\mathcal{F}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi f t} dt. \tag{A.1}$$

Mivel az összes modulált fénygörbét szinuszfüggvények lineáris kombinációival írom le, az egzakt Fourier-transzformáltak kiszámításához ismernem kell ezeknek a transzformáltjait.

Egy (8.1) alakú szinuszos vivőjelet leíró függvény Fourier-transzformáltja

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left[c(t)\right] = \pi\sqrt{2\pi} U_\mathrm{c} \{ & \mathrm{i}\cos\varphi_\mathrm{c} \left[\delta(f - f_\mathrm{c}) - \delta(f + f_\mathrm{c})\right] + \\ & \sin\varphi_\mathrm{c} \left[\delta(f - f_\mathrm{c}) + \delta(f + f_\mathrm{c})\right] \} , \end{aligned} \tag{A.2}$$

ahol i a képzetes egység, δ a Dirac-féle deltafüggvény. Amint látjuk, a $c(t)$ Fourier amplitúdóspektrumának két komponense van: egy a pozitív frekvenciáknál ($+f_\mathrm{c}$ középponttal) és egy a negatív frekvenciáknál ($-f_\mathrm{c}$ középponttal). A munkámban végig csak a pozitív frekvenciákkal foglalkoztam, mivel a negatívaknak nincs fizikai jelentésük.

A fenti formalizmus használatának bemutatására álljon itt a szinuszos amplitúdómoduláció (l. (8.4). képlet) Fourier-transzformáltjának pozitív része:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^+\left[U_\mathrm{AM}(t)\right] = & \mathcal{F}^+\left[c(t)\right] + \\ & \pi\sqrt{\frac{\pi}{2}} U_\mathrm{m} \left[\left[\cos(\varphi_\mathrm{c} - \varphi_\mathrm{m}) + \mathrm{i}\sin(\varphi_\mathrm{c} - \varphi_\mathrm{m})\right] \delta(f + f_\mathrm{c} - f_\mathrm{m}) - \right. \\ & \left. \left[\cos(\varphi_\mathrm{c} + \varphi_\mathrm{m}) + \mathrm{i}\sin(\varphi_\mathrm{c} + \varphi_\mathrm{m})\right] \delta(f + f_\mathrm{c} + f_\mathrm{m})\right] . \end{aligned} \tag{A.3}$$

A vizsgált bonyolultabb esetek is ennek a sémának megfelelően számolhatók.

A.2. Szinuszfüggvények szorzataira vonatkozó általános képlet

Számítsuk ki a szinuszfüggvények szorzataiból összegeket képező jól ismert trigonometrikus azonosság általánosítását. A szóban forgó azonosság:

$$\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2) = \frac{1}{2}[\cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \cos(\alpha_1 + \alpha_2)]. \tag{A.4}$$

Ha a bal oldalon n szorzótényezőt engedünk meg, a szorzat formálisan $\prod_{i=1}^{n} \sin\alpha_i$ alakba írható. Vezessük be az

$$\mathcal{S}_n(\boldsymbol{\alpha}) := \prod_{i=1}^{n} \sin\alpha_i, \quad \boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)^{\mathrm{T}}$$

vektor-skalár függvényt, ahol T a transzponálást jelenti, és alkalmazzuk a fenti (A.4) azonosságot rekurzívan n-szer. Azt kapjuk, hogy

$$\mathcal{S}_n(\boldsymbol{\alpha}) \quad := \quad \begin{cases} 2^{(1-n)} \sum\limits_{l=1}^{2^{(n-1)}} (-1)^{N} \cos\left(\sum\limits_{i=1}^{n} Q_{li}\alpha_i\right) & \text{ha } n \text{ páratlan,} \\ \\ 2^{(1-n)} \sum\limits_{l=1}^{2^{(n-1)}} (-1)^{N'} \sin\left(\sum\limits_{i=1}^{n} Q_{li}\alpha_i\right) & \text{ha } n \text{ páros,} \end{cases} \tag{A.5}$$

ahol

$$N = \frac{3n}{2} - \sum_{i=1}^{n} Q_{li}, \quad \text{és} \quad N' = \frac{3(n-1)}{2} - \sum_{i=1}^{n} Q_{li}.$$

Minden egyes sin, ill. cos tag argumentumában az α_i szög n tagú összegét tartalmazza $\alpha_1 \pm \alpha_2 \pm \alpha_3, \dots \pm \alpha_n$ formában. Egy-egy ilyen összeg l pozitív és $n-l$ negatív szöget tartalmaz. Az összes ilyen kombináció teljes száma 2^{n-1}. A Q mátrix minden sora a szögek előjeleinek egy lehetséges kombinációját tartalmazza a 2^{n-1} lehetőség közül. Így tehát a Q mátrix minden eleme $+1$, vagy -1, de $Q_{l1} = 1$, azaz az első oszlop $+1$-et tartalmaz az összes l-re.

Irodalomjegyzék

Abramowitz, M. & Stegun, I. A. 1972, Handbook of Mathematical Functions, 10th issue, National Bureau of Standards, Washington D.C.
Alcock, C., Allsman, R., Alves, D. et al. 1997, ApJ, 486, 697
Alcock, C., Allsman, R., Alves, D. et al. 2000, ApJ, 542, 257
Alcock, C., Alves, D. R., Becker, A. et al. 2003, ApJ, 598, 597
Auvergne, M., Bodin, P., Boisnard, L. et al. 2009, A&A, 506, 411
Bailey, S. I. 1902, Ann. Astron. Obs. Harvard. College, No. 38.
Baglin, A., Chaintreuil, S. & Vandermarcq, O. 2016a, in The *CoRoT* Legacy Book, EDP Sciences, pp. 29-40.
Baglin, A., Lam-Trong, T., Vandermarcq, O., Donny, C. & Burgaud S. 2016b, in The *CoRoT* Legacy Book, EDP Sciences, pp. 11-15
Bányai, E., Kiss, L. L., Bedding, T. et al. 2013, MNRAS, 436, 1576
Barcza, S. 2010, MNRAS, 406, 486
Barcza, S. & Benkő, J. M. 2014, MNRAS, 442, 1863
Barge, P., Léger, A., Ollivier, M. et al. 2006, in The *CoRoT* Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding, eds. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard & L. Conroy, ESA Publications Division, Noordwijk, ESA SP-1306, p. 83
Benedict, G. F., McArthur, B. E., Feast, M. W. et al. 2011, AJ, 142, id.187
Benkő J. M. 2010, in Űrcsillagászat Magyarországon, szerk.: Kelemen J. és Szabados L., Konkoly Obs. Monographs No. 6, pp. 29-36
Benkő, J. M. & Paparó, M. 2013, in Progress in Physics of the Sun and Stars: A New Era in Helio- and Asteroseismology, eds. Shibahashi, H. & Lynas-Gray, A.E., ASPCS 479, p. 531 Guzik, J. A., Chaplin, W. J., Handler, G., Pigulski, A., IAU Symp. 301, p. 383
Benkő J. M. és Szabó R. 2011, in Csillagászati évkönyv 2010, szerk.: Benkő J. és Mizser A., MCSE, Bp., 207. o.
Benkő, J. M. & Szabó, R. 2014, in Precision Asteroseismology, eds. Guzik, J. A., Chaplin, W. J., Handler, G., Pigulski, A., IAU Symp. 301, p. 383
Benkő, J. M. & Szabó, R. 2015a, ApJL, 809, L19
Benkő, J. M. & Szabó, R. 2015b, in The Space Photometry Revolution, eds. García, R. A. & Ballot, J., EPJ Web of Conf. 101, 06008
Benkő, J. M. & Szabó, R. 2016, in RRL2015: High Precision Studies of RR Lyrae Stars, eds. Szabados, L., Szabó, R. & Kinemuchi, K., Comm. Konkoly Obs., 105, p. 197
Benkő, J. M., Paparó, M., Szabó, R. et al. 2009, in Stellar Pulsation: Challenges for Theory and Observation, eds. Guzik J. A. & Bradley P., AIP Conf. Proc. 1170, p. 273
Benkő, J. M., Kolenberg, K., Szabó, R. et al. 2010, MNRAS, 409, 1585
Benkő, J. M., Szabó, R. & Paparó, M. 2011, MNRAS, 417, 974
Benkő, J. M., Paparó, M. & Szabó, R. 2012a, in Transiting Planets, Vibrating Stars & Their Connection, eds. A. Baglin, M. Deleuil, E. Michel, C. Moutou & T. Seman, p. 233
Benkő, J. M., Szabó, R. & Paparó, M. 2012b, in New Horizons in Time-Domain Astronomy, eds. Griffin, E., Hanisch, R. & Seaman, R. IAU Symp. 285, 286
Benkő, J. M., Plachy, E., Szabó, R., Molnár, L. & Kolláth, Z. 2014, ApJS, 213, 31

Benkő, J. M., Szabó, R., Derekas, A. & Sódor, Á. 2016, MNRAS, 464, 1553
Beers T. C., Chiba M., Yoshii Y. et al. 2000, AJ, 119, 2866
Bessell, M. S. 1990, PASP, 102, 1181
Bessell, M. S. 2005, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 43, 293
Blazhko, S. N. 1907, Astron. Nachr., 175, 325
Bohr, H. 1947, Almost Periodic Functions, Chelsea, New York
Böhm-Vitense, E. 1989-1992, Introduction to Stellar Astrophysics Vol. 1-3, Cambridge Univ. Press, Cambridge
Bono, G., Caputo, F. & Di Criscienzo, M. 2007, A&A, 476, 779
Breger, M. 2010, in Variable Stars, the Galactic halo and Galaxy Formation, eds. Sterken C., Samus' N. N. & Szabados L., Sternberg Astronomical Institute, Moscow, p. 95
Breger, M. & Kolenberg, K. 2006, A&A, 460, 167
Breger, M., Stich, J., Garrido, R. et al. 1993, A&A, 271, 482
Breger, M., Handler, G., Garrido, R. et al. 1999, A&A, 349, 225
Borucki, W. J. 2016a, Rep. Prog. Phys., 79, 036901
Borucki, W. J. 2016b, in The *CoRoT* Legacy Book, EDP Sciences, pp. 21-23.
Borucki, W. J., Koch, D. G., Brown, T. M. et al. 2010, Science, 327, 977
Buchler, J. R. & Kolláth, Z. 2011, ApJ, 731, 24
Carretta, E. & Gratton, R. G. 1997, A&AS, 121, 95
Cartianu, Gh. 1966, Frequency Modulation, Academic Press, Bucharest
Castelli, F, Gratton, R. G., & Kurucz, R. L. 1997, A&A, 318, 841
Catelan, M. & Smith, H. A. 2015, Pulsating Stars, Wiley-VCH, Weinheim
Chadid, M. 2012, A&A, 540, A68
Chadid, M. & Chapellier, E., 2006, A&A, 456, 305
Chadid, M. & Gillet, D., 1996, A&A, 308, 481
Chadid, M., Vernin, J. & Gillet, D. 2008, A&A, 491, 537
Chadid, M., Baglin, A., Benkő, J. M. et al., 2009, in Stellar Pulsation: Challenges for Theory and Observation, eds. Guzik J. A. & Bradley P., AIP Conf. Proc. 1170, p. 235
Chadid, M., Benkő, J. M., Szabó, R. et al. 2010, A&A, 510, A39
Chadid, M., Perini, C., Bono, G., et al. 2011, A&A, 527, A146
Chaintreuil, S., Deru, A., Baudin, F. et al. 2016, in The *CoRoT* Legacy Book, EDP Sciences, pp. 61-108.
Chowning, J. M. 1973, J. Audio Eng. Soc., 21, 526
Christensen-Dalsgaard, J. 2014, Lecture Notes on Stellar Structure and Evolution, 5th Edition, CreateSpace Independent Publishing Platform
Collinge, M. J., Sumi T. & Fabrycky D. 2006, ApJ, 651, 197
Cousens, A. 1983, MNRAS, 203, 1171
Cox, A. N. 1998, ApJ, 496, 246
Cox, J. P. 1960, ApJ, 132, 594
Cox, J. P. 1963, ApJ, 138, 487
Cox, J. P. 1980, Theory of Stellar Pulsation, Princeton Univ. Press, Princeton
Cross, J., 1991, J. AAVSO, 20, 214
Deasy, H. P. & Wayman, P. S. 1985, MNRAS, 212, 395
Debosscher, J., Sarro, L. M., López, M. et al. 2009, A&A, 506, 519
Dékány, I., Minniti, D., Catelan, M., et al. 2013, ApJ, 776, L19
Deleuil, M., Meunier, J. C., Moutou, C. et al. 2009, AJ, 138, 649
Demarque, P., Zinn, R., Lee, Y.-W. & Yi, S. 2000, AJ, 119, 1398
Derekas A., Kiss L. L., Udalski A., Bedding T. R. & Szatmáry K. 2004, MNRAS, 354, 821
Derekas, A., Kiss, L. L., Borkovits, T. et al. 2011, Science, 332, 216
Derekas, A., Szabó, Gy. M., Berdnikov, L. et al. 2012, MNRAS, 425, 1312
Derekas, A., Plachy, E., Molnár, L. et al. 2017, MNRAS, 464, 1553
Dorfi, E. A. & Feuchtinger, M. U. 1999, A&A, 348, 815
Dorman, B. 1992, ApJS, 81, 221

Dziembowski, W. A. & Mizerski T. 2004, Acta Astron., 54, 363
Dziembowski, W. A. 2016, in RRL2015 – High-precision Studies of RR Lyrae Stars, eds. Szabados L., Szabó, R. & Kinemuchi, K., Comm. Konkoly Obs., 105, 23
Fanelli, M. N., Jenkins, J. M., Bryson, S. et al. 2011, *Kepler* Data Processing Handbook, NASA Ames Research Center, Moffett Field
Feuchtinger, M. U. 1999, A&A, 351, 103
Fokin, A. B. & Gillet, D. 1997, A&A, 325, 1013
Fokin, A. B., Gillet, D. & Chadid, M. 1999, 344, 930
Freedman, W. L. & Madore, B. F. 2010, Annual Rev. Astron. Astrophys., 48, 673
Fridlund, M., Baglin, A., Lochard, J., & Conroy L. 2006, in The *CoRoT* Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding, eds. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, ESA Publications Division, Noordwijk, ESA SP-1306, p. 11
Galkina, M P. & Shugarov, S Yu. 1985, Perem. Zvedy, 22, 225
Geroux, C. M. & Deupree, R. G. 2015, ApJ, 800, id.35
Gautschy, A. 2003, The History of Radial Stellar Pulsation Theory, http://e-collection.library.ethz.ch/eth-28283-01.pdf
Gessner, H. 1973, Veröff. Sternw. Sonneberg, 7, Heft 5, 525
Gillet, D. & Crowe, R. A. 1988, A&A 199, 242
Girardi, L., Bressan, A., Bertelli, G. & Chiosi, C. 2000, A&AS, 141, 371
Gruberbauer, M., Kolenberg, K., Rowe, J. et al. 2007, MNRAS, 379, 1498
Guggenberger, E. & Steixner, J. 2014, in The Space Photometry Revolution, eds. García, R. A. & Ballot, J., EPJ Web of Conf., 101, id.06030
Guggenberger, E., Kolenberg, K., Chapellier, E., Poretti, E., Szabó, R., Benkő, J. M. & Paparó, M. 2011, MNRAS, 415, 1577
Guggenberger, E., Kolenberg, K., Nemec, J. M., Smolec, R., Benkő, J. M. et al. 2012, MNRAS, 424, 649
Guterman, P., Mazeh, T., & Faigler, S. 2016, in The *CoRoT* Legacy Book, EDP Sciences, pp. 55-59.
Hajdu, G., Catelan, M., Jurcsik, J. et al. 2015, MNRAS, 449, L113
Henry G. W., Fekel F. C. & Henry, S. M. 2005, AJ, 129, 2815
Hoffmeister, C. 1930, Astron. Nachr., 238, 17
Hoffmeister, C. 1949, Astron. Abh. Ergänzungshefte z.d. Astron. Nachr., 12, No 1, A3
Hoffmeister, C., 1966, Astron. Nachr., 289, 139
Høg, E., Bässgen, G., Bastian, U. et al. 1997, A&A, 323, L57
Howell, S. B., Sobeck, C., Haas, M. et al. 2014, PASP, 126, 398
Hurta, Zs., Jurcsik, J., Szeidl, B. & Sódor, Á. 2008, AJ, 135, 957
Jeffery, E. J., Barnes III, T. G., Shillen I. & Montemayor T. J. 2007, ApJS, 171, 512
Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Chandrasekaran, H. et al. 2010a, ApJ, 713, L87
Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Chandrasekaran, H. et al. 2010b, ApJ, 713, L120
Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Barclay Th. et al. 2013, *Kepler* Data Characteristics Handbook, NASA Ames Research Center, Moffett Field
Jurcsik, J. 1998, A&A, 333, 571
Jurcsik J. 2005, Többmódusú csillagoszcillációk és fejlődési effektusok az 1–4 ciklus/nap frekvenciájú pulzáló változók körében, MTA doktori értekezés, Bp.
Jurcsik, J. & Kovács, G. 1996, A&A, 312, 111
Jurcsik, J., Benkő, J. M. & Szeidl B. 2002, A&A, 390, 133
Jurcsik, J., Szeidl, B., Nagy, A. & Sódor, Á. 2005a, Acta. Astron., 55, 303
Jurcsik, J., Sódor, Á., Váradi, M., et al. 2005b, A&A, 430, 1049
Jurcsik, J., Sódor, Á. & Váradi, M. 2005c, IBVS No. 5666
Jurcsik, J., Szeidl, B., Sódor, Á., et al. 2006, AJ, 132, 61
Jurcsik, J., Sódor, Á., Hurta, Zs., Váradi, M., Szeidl, B. et al. 2008, MNRAS, 391, 164
Jurcsik, J., Sódor, Á., Szeidl, B. et al. 2009a, MNRAS, 393, 1553
Jurcsik, J., Hurta, Zs., Sódor, Á., et al. 2009b, MNRAS, 397, 350
Jurcsik, J., Sódor, Á., Szeidl, B. et al. 2009c, MNRAS, 400, 1006

Jurcsik, J., Hajdu, G., Szeidl, B. et al. 2012, MNRAS, 419, 2173
Jurcsik, J., Smitola, P., Hajdu, G. et al. 2015, ApJS, 219, id.25
Kapteyn, J. C. 1890, AN, 125, 165
Kehoe, R., Akerlof, C., Balsano, R. et al. 2001, ApJ, 554, L159
Kim, D.-W., Protopapas, P., Bailer-Jones, C. A. L. et al. 2014, A&A, 566, A43
Kinemuchi, K., Smith, H. A., Woźniak, P. R. & McKay, T. A. 2006, AJ, 132, 1202
Koch, D. G., Borucki, W. J., Basri G. et al. 2010, ApJ, 713, L79
Koen, C. 2001, MNRAS, 322, 97
Koen, C. 2005, in The Light-Time Effect in Astrophysics, ed. C. Sterken, ASPCS 335, p. 25
Koen, C. 2006, MNRAS, 365, 489
Kolenberg, K., Smith, H. A., Gazeas, K. D. et al. 2006, A&A, 459, 577
Kolenberg, K., Szabó, R., Kurtz, D. W. et al. 2010a, ApJ, 713, L198
Kolenberg, K., Fossati, L., Shulyak, D. et al. 2010b, A&A, 519, A64
Kolenberg, K., Bryson, S., Szabó, R. et al., 2011, MNRAS, 411, 878
Kolláth, Z. 1990, Konkoly Observatory Occasional Technical Notes, No. 1, 1
Kolláth, Z. & Buchler, J. R. 2001, in Stellar Pulsation – Non-linear Studies, eds. Takeuti, M. & Sasselov, D. D., ASS Library Series, 257, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p. 29
Kolláth, Z., Buchler, J. R., Szabó, R. & Csubry, Z. 2002, A&A, 385, 932
Kolláth, Z., Molnár, L. & Szabó, R. 2011, MNRAS, 414, 1111
Kovács, G., 1995, A&A, 295, 693
Kovács, G. 2005, A&A, 438, 227
Kovács, G. & Kanbur, S. 1998, MNRAS, 295, 834
Kovács, G. & Walker, A. R. 2001, A&A, 371, 579
Kurtz, D. W., Alcock, C., Allsman, R. A. et al. 2000, in Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research, eds. Szabados L. & Kurtz D. W., ASPCS 203, p. 291
Kurtz, D. W., Shibahashi, H., Murphy, S. J. et al. 2015, MNRAS, 450, 3015
LaCluyzé A., Smith, H. A., Gill, E.-M. et al. 2004, AJ, 127, 1653
Layden, A. C., 1994, AJ, 108, 1016
Leavitt, H. S. & Pickering, E. C. 1912, Harvard College Obs. Circ. 173, 1
Lenz, P. & Breger, M. 2005, Co.Ast., 146, 53
Le Borgne, J.-F., Paschke, A., Vandenbroere, J. et al. 2007, A&A, 476, 307
Le Borgne, J.-F., Klotz, A., Poretti, E. et al. 2012, AJ, 144, 39
Lee, J.-W. López-Morales, M., Hong, K. al. 2014, ApJS, 210, 6
Li, L.-J. & Qian, S.-B. 2014, MNRAS, 444, 600
Loser, A. R. 1979, J. AAVSO, 8, 69
Lub, J. 2016, in RRL2015 – High-precision Studies of RR Lyrae Stars, eds. Szabados L., Szabó, R. & Kinemuchi, K., Comm. Konkoly Obs., 105, 39
Marconi, M., Coppola, G., Bono, G., et al. 2015, ApJ, 808, 50
Molnár, L., Kolláth, Z., Szabó, R., et al. 2012a, ApJ, 757, L13
Molnár, L., Kolláth, Z. & Szabó, R. 2012b, MNRAS, 424, 31
Molnár, L., Benkő, J. M., Szabó, R. & Kolláth, Z. 2014, in Precision Asteroseismology, eds. Guzik, J. A., Chaplin, W. J., Handler, G. & Pigulski, A., IAU Symp. 301, p. 459
Molnár, L., Szabó, R., Moskalik, P. et al. 2015, MNRAS, 452, 4283
Moskalik, P. & Poretti, E. 2003, A&A, 398, 213
Moskalik, P. & Kołaczkowski, Z. 2009, in Nonlinear Pulsations and Hydrodynamics of Cepheids, eds. Goupil M., Kolláth Z., Nardetto N. & Kervella P., EAS Publ. Ser. 38, p. 83
Moskalik, P., Smolec, R., Kolenberg, K. et al. 2015, MNRAS, 447, 2348
Mundprecht, E., Muthsam, H. J., & Kupka, F. 2013, MNRAS, 435, 3191
Nagy, A. 1998, A&A, 339, 440
Nagy, A. & Kovács, G. 2006, A&A, 454, 257
Nemec, J. M. 2004, AJ, 127, 2185
Nemec, J. M., Smolec, R., Benkő, J. M. et al. 2011, MNRAS, 417, 1022
Nemec, J. M., Cohen, J. G., Ripepi, V. et al. 2013, ApJ, 773, 181

dc_1326_16

Netzel, H., Smolec, R., & Dziembowski, W. A. 2014, MNRAS, 451, L25
Newkirk, D. & Karlquist, R. 2004, in The ARRL Handbook for Radio Communications, 81st ed., ed. Reed D. G., pp. 15.1—15.36, Newington
Nowakowski, R. M. & Dziembowski, W. A. 2001, Acta Astron. 51, 5
Oláh, K. & Szeidl, B. 1978, Comm. Konkoly Obs. No.71
Ollivier, M., Deru, A., Chaintreuil, S., et al. 2016, in The *CoRoT* Legacy Book, EDP Sciences, pp. 41-54.
Paparó, M., Szabó, R., Benkő, J. M. et al. 2009, in Stellar Pulsation: Challenges for Theory and Observation, eds. J. A. Guzik & P. A. Bradley, AIP Conf. Ser. Vol. 1170., p. 240
Paparó, M., Chadid, M., Chapellier, E., et al. 2011, A&A, 531, A135
Paparó, M., Bognár, Zs., Benkő, J. M., et al. 2013, A&A, 557, A27
Paparó, M., Benkő, J. M., Hareter, M., Guzik, J. A. 2016a, ApJ, 822, id.100
Paparó, M., Benkő, J. M., Hareter, M., Guzik, J. A. 2016b, ApJS, 224, id.41
Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, A&A, 323, L49
Petersen, J. O. 1973, A&A, 27, 89
Peterson, R. C., Carney, B. W., & Latham, D. W. 1996, ApJ, 465, 47
Pietrukowicz, P., Udalski, A., Soszyński, I. et al. 2012, ApJ, 750, 169
Pietrukowicz, P., Kozlowski, S., Skowron, J., et al. 2015, ApJ, 811, 113
Pietrzyński, G., Thompson, I. B., Gieren, W. et al. 2012, Nature, 484, 75
Plachy, E., Benkő, J. M., Kolláth, Z. et al. 2014, MNRAS, 445, 2810
Pojmanski, G. 1997, Acta Astron., 47, 467
Pojmanski, G. 2002, Acta Astron., 52, 397
Poretti, E. Paparó, M., Deleuil, M. et al. 2010, A&A, 520, A108
Poretti, E. Rainer, M., Weiss, W. W. et al. 2011, A&A, 528, A147
Poretti, E., Le Borgne, J.-F., Rainer, M. et al. 2015, MNRAS, 454, 849
Preston, G. W., Smak, J. & Paczyński, B. 1965, ApJS, 12, 99
Preston, G. W. 2009, A&A, 507, 1621
Reegen, P., 2007, A&A, 467, 1353
Richmond, M. 2008, http://spiff.rit.edu/richmond/asras/japan_extra/
Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R. et al. 2015, J. Astron. Tel., 1, id.014003
Roberts, D. H., Lehar, J. & Dreher, J. W. 1987, AJ 93, 968
Ross, F. E. 1925, AJ, 36, 99
Sandage, A. 2004, AJ, 128, 858
Sandage, A. 2006, AJ, 131, 1750
Schottstaedt, W. 1977, Computer Music J., 1, 46
Schottstaedt, W. 2003, An Introduction to FM, https://ccrma.stanford.edu/software/snd/snd/fm.html
Schwarzschild, M. 1941, ApJ, 94, 245
Shapley, H. 1916, ApJ, 43, 217
Shibahashi, H. 2000, in The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research, eds. Szabados L. & Kurtz D.W., ASPCS 203, p. 299
Shibahashi, H. & Kurtz, D. W. 2012, MNRAS, 422, 738 eds. Szabados L. & Kurtz D.W., ASPCS 203, p. 299
Simon, N. R. & Lee, A. S. 1981, ApJ, 248, 291
Skarka, M. 2013, A&A, 549, A101
Skarka, M. 2014, A&A, 562, A90
Skarka, M. 2015, MNRAS, 445, 1584
Smith, H. A. 1995, RR Lyrae Stars, Cambridge Univ. Press, Cambridge
Smith, H. A., Barnett, M., Silbermann, N. A., & Gay, P. 1999, AJ, 118, 572
Smolec, R. 2005, Acta Astron., 55, 59
Smolec, R. 2015, in The Space Photometry Revolution, eds. García, R. A. & Ballot, J., EPJ Web. of Conf., 101, id.06059
Smolec, R. & Moskalik, P. 2008, Acta Astron. 58, 193
Smolec, R., Moskalik, P., Kolenberg, K. et al. 2011, MNRAS, 414, 2950

dc_1326_16

Smolec, R. & Moskalik, P. 2012, MNRAS, 426, 108
Sódor, Á., Vida, K., Jurcsik, J. et al. 2006, IBVS, 5705
Sódor, Á. 2009, Co.Ast., 159, 55
Sódor, Á., Jurcsik, J., Szeidl, B. et al. 2011, MNRAS, 411, 1585
Soszyński, I. Udalski, A., Szymański, M. K. et al. 2009, Acta Astron., 59, 1
Soszyński, I. Udalski, A., Szymański, M. K. et al. 2010, Acta Astron., 60, 165
Soszyński, I., Dziembowski, W A., Udalski, A. et al. 2011, Acta Astron., 61, 1
Soszyński, I. Udalski, A., Szymański, M. K. et al. 2014, Acta Astron., 64, 177
Stellingwerf, R. F. 1978, ApJ, 224, 953
Stellingwerf, R. F. & Donohoe, M. 1987, ApJ, 314, 252
Sterken, C. 2005, in The Light-Time Effect in Astrophysics, ed. C. Sterken, ASPCS 335, p. 3
Stothers, R. B. 2006, ApJ, 653, 73
Stothers, R. B. 2010, PASP, 122, 536
Straižys, V. 1996, Baltic Astron., 5, 459
Struve, O. & Blaauw, A. 1949, ApJ, 108, 60
Sweigart, A. V. & Renzini, A. 1979, A&A, 71, 66
Szabó, Gy. M., Szabó, R., Benkő, J. M. et al. 2011b, ApJL, 736, L4
Szabó Gy. M. 2013, Szubsztelláris égitestek naprendszerekben, MTA doktori értekezés, Bp.
Szabó R. 2009, Fiz. Szemle (2009/4), 121. o.
Szabó, R., Paparó, M., Benkő, J. M. et al. 2009, in Stellar Pulsation: Challenges for Theory and Observation, eds. Guzik J. A. & Bradley P., AIP Conf. Proc. 1170, p. 273
Szabó, R. Kolláth, Z., & Buchler, R. 2004, A&A, 425, 627
Szabó, R., Szabados, L., Ngeow, C.-C. et al. 2011a, MNRAS, 413, 2709
Szabó, R., Kolláth, Z., Molnár, L. et al. 2010, MNRAS, 409, 1244
Szabó, R., Benkő, J. M., Paparó, M. et al. 2014, A&A, 570, A100
Szabó R. 2016, Pulzáló változócsillagok és exobolygók kutatásai a precíziós űrfotometria korában, MTA doktori értekezés, Bp.
Szatmáry K. 2013, Csillagok fényességének periódusváltozása, MTA doktori értekezés, Szeged
Szeidl, B. 1965, Comm. Konkoly Obs. No.58
Szeidl, B. 1976, in Multiple Periodic Variable Stars, ed. Fitch, W. S., IAU Colloq. 29, Reidel, Dordrecht, p. 133
Szeidl, B., Oláh, K. & Mizser, A. 1986, Comm. Konkoly Obs. No.89
Szeidl, B. & Jurcsik J. 2009, Co.Ast., 160, 17
Szeidl, B., Jurcsik J., Sódor, Á., Hajdu, G. & Smitola, P. 2012, MNRAS, 424, 3094
Szczygieł, D. M. & Fabrycky D. C. 2007, MNRAS, 377, 1263
Udalski, A., Szymański, M., Kaluzny, J., Kubiak, M. & Mateo, M. 1992, Acta Astron., 42, 253
Udalski, A., Kubiak, M. & Szymański, M. 1997, Acta Astron., 47, 319
Udalski, A. 2003, Acta Astron., 53, 291
Unno, W., Osaki, Y., Ando, H. & Shibahashi, H. 1989, Nonradial Oscillation of Stars, Tokyo Univ. Press
Van Cleve, J., Caldwell, D., Thompson, R. et al. 2009, *Kepler* Instrumental Handbook, NASA Ames Research Center, Moffett Field
Van Hoolst, T., Dziembowski, W. A. & Kawaler, S. D. 1998, MNRAS, 297, 536
Weingrill, J. 2015, Astron. Nachr., 336, 12
Wils, P., Kleidis, S. & Broens, E. 2008, MNRAS, 387, 783
Wittkowski, M., Chiavassa, A., Freytag, B. et al. 2016, A&A, 587, A12
Woźniak, P. R., Vestrand, W. T., Akerlof, C. W. et al. 2004, AJ, 127, 2436
Yecko, P. A., Kolláth Z. & Buchler, J. R. 1998, A&A, 336, 553
Zalian, C., Chadid, M., Vernin, J. et al. 2016, MNRAS, 456, 192
Zhevakin, S. A. 1963, Annual Rev. Astron. Astrophys, 1, 367
Zinn, R. & West, M. J. 1984, ApJS, 55, 45