

Opponensi vélemény

Marx Dániel: Gráfok fabelbontásai és hatásuk az algoritmikus bonyolultságra

című MTA doktori értekezéséről

1. Általános megjegyzések

A dolgozat angol nyelven íródott, terjedelme 133 oldal, az irodalomjegyzék 234 (vagyis rengeteg) tételt tartalmaz. Az idézett művek közül 31-nek Marx Dániel szerzője vagy társszerzője. E művek jelentős része a szakterület rangos folyóirataiban jelent meg (többek között több J. of ACM ill. ACM Trans. Algorithms publikációk), illetve rangos nemzetközi konferenciák köteteiben lettek publikálva (ezek között több SODA, valamint STOC, illetve FOCS konferenciák). Meg kell említeni a „Parameterized Algorithms” Springer kézikönyvet amelynek Marx Dániel társszerzője, a könyv a 2015-ös kiadása óta a Google Scholar adatbázis szerint számos idézetet kapott. Az MTMT rendszer szerint a szerzőnek 169 tudományos műve van, amelyekre 1382 független hivatkozást kapott.

A mű rendkívül szép kivitelű.

A dolgozat hat fejezetből áll, ebből az első fejezet a Bevezetés, a többi öt fejezet lényegében egy-egy tézisnek felel meg; sok és mély eredményt tartalmaz. A szerző társszerzői – amennyire meg tudom ítélni – a terület legjobbjai. Az értekezés formai szempontból megfelel az általános követelményeknek.

2. Témaválasztás - Bevezetés

Az értekezés átfogó témája annak megértése, hogy a favastagság hogyan befolyásolja - különböző gráfelméleti problémák esetén – azok bonyolultságát. A dolgozat eredményei között találunk algoritmusokat (felső korláttal rendelkező futásidővel) és bonyolultsági eredményeket (amikor bizonyítható, hogy nem található valamilyen alsó korlátnál gyorsabb algoritmus). A favastagságot az irodalomban háromszor is definiálták (egymástól függetlenül), és azóta erősen kutatott területté vált.

3. Eredmények

A **második** fejezet ismert algoritmusok optimalitását igazolja, a SETH (Erős Exponenciális Idő Hipotézis) feltételezése esetén. Nevezetesen, a Független Halmaz, Domináns Halmaz, Maximális vágás, Páratlan körök lefedése, q-színezés és Háromszög partíció (klasszikus) feladatok esetén ad meg éles alsó korlátokat a favastagsággal történő parametrizálásra. Ezek az eredményeket az Irodalom sok más kutatását motiválták. A fejezet eredményei a SODA 2011 kötetében, valamint a SIAM J. on Computing folyóiratban jelentek meg.

A **harmadik** fejezet egy rendkívül összetett és nehéz területet, a korlátkielégíthetőségi (CSP) feladatokat vizsgálja, a favastagsággal való összefüggésben. A fejezet fő eredménye annak megmutatása, hogy akármilyen G gráfosztályra történt megszorítás esetén a $CSP(G)$ problémára, Freuder (1990-es) $n^{O(k)}$ futásidejű algoritmus egy logaritmikus szorzótól eltekintve optimális (az ETH, vagyis Exponenciális Idő Hipotézis feltevése mellett). A fejezet eredményeket tartalmaz még a kapcsolódó Részgráf Izomorfia problémára is. Az eredmények

egy egyszerős Theory of Computing cikkben valamint a FOCS 2007 kiadványában jelentek meg.

A **negyedik** fejezet hipergráfok frakcionális élfedésével foglalkozik, és Gottlob et al. tételének analógiát adja meg. Amint Gottlob et al. eredménye az élfedési számmal kapcsolatos, a fejezet eredménye megmutatja, hogy a frakcionális élfedési számmal hasonló korlátok és eredmények kaphatók. Továbbá, a fejezet második fele átfoglalja a CSP eredményeket az adatbázis elmélet nyelvére, és tovább finomítja őket. A fejezet eredményei az ACM Transactions on Algorithms és SIAM J. on Computing folyóiratokban, valamint a SODA 2006 és FOCS 2008 konferencia kiadványokban jelentek meg.

Az **ötödik** fejezet témája a Korlátos frakcionális hiperfa vastagság tulajdonságot, és egy nagyon szép eredményt tartalmaz. Nevezetesen, bevezeti az előbbi tulajdonságot, amely a Korlátos általánosított hiperfa vastagság tulajdonság és a Korlátos frakcionális élfedési szám hipergráf tulajdonságok közös általánosítása. Továbbá megmutatja, hogy korlátos frakcionális hiperfa vastagság esetén a CSP feladat polinom időben megoldható, és ez a legbővebb ilyen tulajdonság. A fejezet eredményei az ACM Transactions on Algorithms folyóiratban jelentek meg (egy Martin Grohe-val közös, illetve egy másik, egyszerős cikkben), valamint a SODA 2006, illetve SODA 2009 konferenciák kiadványaiban.

Utoljára, a **hatodik** fejezet a CSP feladat hatékony megoldhatóságát lehetővé tevő hipergráf osztályokat karakterizálja, egy új fogalom, a szubmoduláris vastagság bevezetésével. A fejezet fő eredménye kimondja, hogy ennek a paraméternek a korlátossága esetén lesz a CSP(H) feladat FPT. A fejezet eredményei a Journal of the ACM folyóiratban jelentek meg egyszerős cikkben, valamint a STOC 2010 konferencia kiadványában.

4. Kritikai megjegyzések

A magyar nyelvű Tézisfüzetekben sok elírás található (például „írható” helyett „írtható”, 6. oldal 7. sora), ezektől eltekintve a dolgozatban hibát nem találtam.

5. ÖSSZEFOGLALÓ ÉRTÉKELÉS

A dolgozat egy nagyon nehéz és fontos gráfelméleti területen közöl úttörő jellegű, alapvető, az ismeretek széles körét felvonultató mély eredményeket. Ezeket elfogadom új tudományos eredményekként.

Összefoglalóan megállapítható, hogy Marx Dániel nagydoktori értekezése mind formai, mind tartalmi vonatkozásban megfelel az MTA doktori szabályzatában előírt követelményeknek. A jelölt a PhD fokozat megszerzése óta kiemelkedő új tudományos eredményekkel gyarapította a kutatási területét. Mindezek alapján javaslom a nyilvános vita kitűzését és az MTA doktora cím odaítélését.

Veszprém, 2020 április 15.

Dósa György (MTA doktora)