Bírálat Gulyás András "A Function-Structure Approach to Complex Networks" című akadémiai doktori disszertációjáról

A dolgozat célja és témája az ún. kis világ hálózatok mélyebb, funkcionális megértése. Ehhez a szerző alaposan tanulmányoz különböző területekről vett valós gráfokat (Internet, repülési útvonalak, az agyban történő kapcsolatok, szó transzformációk).

Igazolja, hogy a ténylegesen használt útvonalak illetve navigáció ezekben a gráfokban nem minden esetben egyezik meg a "legrövidebb utak" null-modellje által feltételezett navigációval. Új stratégiákat vezet be, majd olyan modellt fejleszt, amely paramétereiben jól tükrözi a vizsgált valós gráfokat.

A modell egy gráf formációs játék, NNG, ahol a játékosok a többi pont elérését akarják megvalósítani a lehető legkisebb költséggel. A játék Nash egyensúlyát a navigációs váz képezi. Ez a modell összekapcsolható egy korábban [141] megadott modellel, ahol a véletlen gráfot a hiperbolikus sík Poincaré modelljén valósítják meg.

A gráf paramétereinek analitikus becslése a szerző komoly teljesítménye. A kapott elméleti eredmények meggyőző egyezést mutatnak a valós gráfokkal.

A disszertáció egy másik jelentős eredménye a hierarchián alapuló útkeresésekhez kapcsolódik. Ennek két fontos (és eltérő mechanizmusú) példáját dolgozza ki a szerző.

Az internet esetében a költség a vezérlő elv; itt a costumer-provider illetve a peer kapcsolat mintázatainak feltárása történik. A szerző megállapítja, hogy völgy-mentes utak várhatók, majd erre a feltevésre alapozva ad meg egy játék modellt HNG (Hierarchial Network Model). Leírja a megoldás szerkezetét, a várható numerikus paramétereit, majd összehasonlítja az adatbázisból felépíthető tényleges gráffal, illetve a megvalósult utakkal. A kapott becslések jól tükrözik a valóságot.

A másik vizsgált probléma a "word-morph game" (illetve a belőle előállítható "word-morph graph") melyhez a szerző saját applikációjából nyert adathalmazt használ. Ebben angol hárombetűs szavak gráfján keresnek utakat játékosok, és kiderül, itt sem a legrövidebb utak a rendező elv. (Két szó akkor van összekötve, ha csak egy karakterben különböznek.) A vizsgálat szerint az emberi tanulás olyan "magaslatokat" (scaffold) hoz létre, amelyeken keresztül hatékonyan transzformálja a szavakat. A magaslat lényegében egy olyan részfa, melynek élei sok különböző feladat megoldásánál felhasználhatók. Ezt a tényleges, nagyszámú felhasználó játékának összegyűjtött adataiból állítják elő.

A megoldásokat (teljes legrövidebb utak készlete, nagy centralitású pontból indított BFS fa, valamint az ezekből képezhető hierarchiák + rajtuk futó algoritmusok) a megnyúlás és az entrópia szerint elemzi. Igazolja, hogy az emberi tanulás igyekszik a "trade-off"-ot minimalizálni, azaz kis entrópiával jó közelítő megoldást adni. Ez a megközelítés érdekes lehet az ember gondolkodási folyamatának megértésében, feltehető, hogy más helyzetben is hasonló stratégiákat alkalmaz az agy.

A szerző a disszertáció első két fejezetében hasznos, bár nem hibátlan áttekintést ad a gráfelmélet fejlődéséről és problémáiról. Bevezeti az általánosan használt fogalmakat, paramétereket és szót ejt néhány gráf generálási modellről, melyek fontosak a további munka megértéséhez.

A harmadik fejezetben feltárt empirikus megállapítások képezik az alapját a disszertációban leírt eredményeknek. A fő kérdés, hogy mennyire igaz az a gyakran evidensnek tekinthető feltételezés, miszerint a hálózatokban az információk áramlása a legrövidebb utak mentén történik. A szerző megvizsgál ténylegesen használt utakat négy valós gráfban. (Air transport, Human brain, Internet, Metabolic, Word). Igazolja, hogy, ezek nem minden esetben a legrövidebb utak. A használt és a legrövidebb utak összehasonlítására a megnyúlást paramétert veszi figyelembe, azaz hogy egy x-y használt út hány éllel tartalmaz többet, mint a legrövidebb x-y út. Megállapítja, hogy van megnyúlás (a hosszabb utakon nagyobb) és a különböző gráfokban nagyon hasonló ennek az eloszlása. Ez egy fontos észrevétel és igazolásához a szerző sok munkát végzett. Megfogalmazódik az is, mi lehet az oka, hogy ennyire különböző helyzetekben hasonló struktúrájú gráfok lépnek fel? Erre a szerző egy paradigmát javasol, miszerint a hálózatokban a navigálhatóság, az utak megtalálásának lokális menete lehet a közös nevező. A 3. fejezetben leírt munka az 1.1 tézis igazolásának tekinthető.

A negyedik fejezetben a szerző véletlen gráfokat használja fel az előző fejezet megfigyeléseinek magyarázatára. A [141] hivatkozásban leírtakat követve a hiperbolikus sík Poincaré modelljén vesz véletlen pontokat, az éleket viszont másképpen választja. Olyan élek létét feltételezi, hogy tetszőleges x, y pár esetén legyen monoton x-y út, azaz minden lépésben közelebb kerüljünk y-hoz (a hiperbolikus sík távolságában). A létrejöhető gráfokat egy n-személyes játék NNG (Network Navigation Game) Nash egyensúlyaként fogja fel. A játék definíciója az 1.2 tézis.

Ennek a konkrét kiszámolása a halmazfedési problémához vezet, ami általában NP-nehéz. A fejezet további része az így kapható megoldás statisztikai vizsgálatát (a véletlen pontok miatt a keletkező Nash egyensúly gráfja egy véletlen gráf) készíti elő. Ez olyan valószínűségi mező, amely a megfigyelhető változók várható értékeinek rögzített értékei mellett a legnagyobb entrópiájú.

A játékban szerepelnek végtelen költségek (mínusz végtelen kifizetés), ami nehézséget okozhat (a Nash tétel nem alkalmazható közvetlenül). Ha a végtelent elegendően nagy értékkel helyettesítjük, egy másik problémát vet fel: ha a v ponthoz az u pont van legközelebb, akkor melyikük fizet, ha nem létesül az (u, v) él? Itt ugyanis egy Galamb-Héja részjáték várható, aminek a szerző az egyik tiszta Nash egyensúlyát veszi. Ugyanakkor a stabil Nash egyensúlya egy kevert stratégia, ahol mindkét fél nagy valószínűséggel kapcsolatot kezdeményez. Ez a 4.3 pont spontán egyensúly beállásánál kritikus, hisz így ESS-okról (Evolúciósan Stabil Stratégiákról) van szó, amik egy populációs modellben képesek maguktól beállni. Egy további probléma lehet, hogy a G(s) gráf korábban irányítatlan volt, itt viszont irányított, ha a halmazfedést következetesen akarjuk venni.

Az 1.2 tézis a lehetséges kommunikációk játékelméleti modelljét definiálja. Az újszerűsége az [59]-es referencia modelljéhez képest a játékosok kifizetés (költség) függvényeiben van. A tézis megfogalmazása nem teljesen precíz, de az eredmény helyes így a tézist elfogadom.

1. Kérdés: Mivel a megoldás szerkezete költségminimalizálásra (Pareto optimumra) vezet, nem volna szerencsésebb a Nash egyensúly helyett Korrelált egyensúlyokat (Correlated equilibra) használni a modellben?

Az 5. fejezetben a szerző azt vizsgálja meg, hogy ha hiperbolikus modellre kiszámítjuk a Nash egyensúlyi vázakat, akkor ezek segítségével jó közelítések kaphatók-e valós gráfok paramétereire? Először a véletlen geometria modellben becslést ad az élekre, amit aztán a továbbiakban, a fokszám várható értékének, a fokszám eloszlásának illetve a klaszterezettség becslésére használ fel. Ez az 4. fejezetben leírt véletlen modell analitikus elemzésének tekinthető. Az elméleti számításokon túl a szerző szimulációkat is végzett a modelleken. Az 5.11 ábra és 5.2 táblázat összehasonlítja az elméleti becsléseket és a szimuláció eredményeit néhány valódi hálózattal. A találati pontosság meggyőző. Hasonló történik a 5.12 ábrán és 5.3 táblázatban, itt a navigálhatóság összehasonlítása illetve a modellben és a valóságban lévő élek összehasonlítása valósul meg. A Nash egyensúlyi váz jobbára megvan a valós gráfokban is, a többletet a hibatűrés/robosztusság számlájára írja a szerző.

Ezek az eredmények tekinthetők a 2.1, 2.2 és 2.3 tézisek kísérleti igazolásának.

2. Kérdés: Végeztek-e szimulációt arra, hogy a Nash egyensúlyon kívüli élek mennyire növelték a robosztusságát a valós gráfoknak, illetve milyen a struktúrájuk? (Egyenletesen oszlanak-e el a gráf pontjain, vagy sűrűsödnek? Hasonló-e a szerkezetük a valós gráfokban?)

A hatodik fejezetben a navigálás másfajta (nem térbeli) aspektusait vizsgálja a szerző. A legfontosabb példái az Airport hálózat (és az ezen futó útvonalak), az internet (és a rajta zajló tényleges adatforgalom), az általuk kifejlesztett "word-morph game"-ből felépíthető gráf illetve a felhasználók navigációja a játék során. A megfigyelések szerint ezekben a hálózatokban a pontokhoz és élekhez rendelet újabb változók adhatnak kielégítő magyarázatot a jelenségekre. Az Airport (és egyéb útvonaltervező) esetében egyfajta "conform hierarchy", CH lesz ez a változó. Egy centralitás (pont) paraméterre nézve a tényleges útvonalak szerkezete legfeljebb két monoton darabból áll, növekszik, majd csökken. A perifériáról a centrum felé halad, majd onnan újra a periféria felé. (Más szóhasználattal "völgy-mentesek" az utak, azaz egy centralitás indexre nézve monoton növő majd csökkenő, vagy simán egy csökkenő részből állnak. Azaz ha elkerülhető az első szakasz, akkor ez a preferált útvonal.) Nem meglepő, hogy az ilyen típusú navigáció éppen a kis távolságokon pontatlan: pl a városon belül lehet jobb út, de ahhoz, hogy egy másik városba jussunk bizonyosan egy főutat célszerű minél gyorsabban elérni. Összeségében: a szerző kísérleti úton igazolta, hogy a CH (és a süllyedés preferálása) megelőzi a legrövidebb utak keresését. Ez még nem az ígért "function -> structure" leírás, hisz egy már felépült gráf részgráfjait rajzolja ki (új élet nem tehet hozzá). Erre utal is a navigability -> structure szóhasználattal. Az internet esetén az élekhez kapcsolható változó. Egy él vagy "costumer-provider" illetve a fordítottja, vagy "peer" jellegű. A megfigyelt útvonalak szerkezete: néhány costumer-provider él, majd egy vagy nulla peer él, végül néhány provider-costumer. Az egyszerűség kedvéért ez a feltétel hívható völgymentes útnak. Az megfigyelés magyarázható gazdasági okokkal, u.i. a costumer-provider forgalom esetén fizet a felhasználó, a peer esetén nincs pénzforgalom a pontok közt. A funkció -> struktúra elemzéséhez az internetre egy, az 1.2 tézishez hasonló játékelméleti modellt, a HNG (Hierarchical Network Game) javasol a szerző. Itt a költségfüggvényben akkor van véges költség, ha völgymentes utak léteznek a pontok közt. A Nash egyensúly helyett egy új fogalmat, a PNE-t (Pairwise Stable Nash Equilibrium) véve belátja, hogy a megoldás ún. Spider gráf lesz. (A "peer" élekre további feltétel mellett néhány plusz megállapítás van.) A CAIDA-ból nyerhető gráf megerősíti a HNG hipotézist. Ez a 3.1 tézis meggyőző igazolásának tekinthető.

A 6.2 alfejezetben a "word-morph game" elemzését adja meg a szerző. Hárombetűs szavak gráfján kell navigálni változó x, y pontok között, az (u, v) él, ha a Hamming távolság H(u, v)=1. A nagyszámú kísérlet szerint nem a legrövidebb utakat, hanem a hierarchikus navigációt preferálják az emberek. Olyan emelvény (scaffold) felé törekszenek, ahol hatékonyan cserélhetők a szavak mással- és magánhangzói. Ugyanakkor ezek az "emelvények" egyediek, az adott személy tanulási folyamatát képzik le. A megnyúlás és a szükséges memória igényközt "trade-off" van, ez lehet az oka a felépítésnek. A kapott eredmények alapján a 3.2 és 3.3 téziseket elfogadom.

Összességében a doktori disszertáció tudományos eredményeit elegendőnek tartom az MTA doktora cím elnyeréséhez és jelen formájában alkalmasnak ítélem a nyilvános védés lebonyolítására. A dolgozat téziseit elfogadom és sikeres védés esetén támogatom a doktori fokozat odaítélését.

Szeged, 2021. április 19.

Gyimóthy Tibor

az MTA levelező tagja