# Bírálói vélemény Rétvéri Gábor *„Interdisciplinary Approaches to Open Problems in Network Communications”* című doktori értekezéséről

## Bevezető megjegyzések, interdiszciplinaritás

A disszertáció kommunikációs hálózatok erőforrásainak allokációjával és a hálózati útvonalválasztással kapcsolatos kutatási eredményeket ismertet. A mű maga egy 110 oldalas angol nyelvű disszertáció, amely korábban 6 folyóiratcikkben és 12 konferenciacikkben publikált eredmények alapján készült. A cikkek között 2 egyszerzős, 9 elsőszerzős és 3 utolsószerzős található, jellemzően rangos fórumokon jelentek meg: a 6 folyóiratcikk közül 5 cikk Q1 besorolású, a 12 konferenciacikk közül 8 cikk A1 vagy A kategóriás konferencián szerepelt.

Ahogy az értekezés címe is jelzi, a szerző a tárgyalt problémák megoldásával kapcsolatban interdiszciplináris megközelítésre törekszik, ami alatt az amerikai NSF honlapján is hivatkozott meghatározás alapján olyan kutatási módszert ért, mely több tudományág felhalmozott tudását, eszközeit, nézőpontját integrálja annak érdekében, hogy olyan problémák megoldásához jusson közelebb, melyek nem szoríthatók bele egyetlen tudományág (diszciplina) keretei közé.

Ebben a szigorú értelemben véleményem szerint a disszertációban ismertetett kutatások nem teljesen tekinthetők interdiszciplinárisnak, inkább úgy jellemezhetők, hogy a vizsgált hálózati kommunikációs problémák megoldása során a szerző a matematika olyan ágainak eszköztárát is beveti, melyeknek az alkalmazása ezeken a területeken akár szokatlannak is tűnhet, ezáltal új, szellemes és elegáns megoldásokat ad korábban megoldatlan problémákra.

## Rövid tartalmi ismertető

Az *1. fejezetben* található rövid bevezetés után a dolgozat *2. fejezete* az általánosított max-min fair hálózati erőforrás-allokáció problémáját tárgyalja, méghozzá annak egy általánosított formáját, melyben a cél egy adott hálózat átviteli kapacitásainak kiosztása adott felhasználók között oly módon, hogy az egyes felhasználók számára biztosított átviteli kapacitás megfeleljen bizonyos „igazságossági” feltételeknek, mindezt anélkül, hogy a felhasználók átviteli útvonalait előre rögzítenénk.

Egy hálózati konfigurációhoz tartozó erőforrás allokáció azt mondja meg, hogy az egyes felhasználók mekkora hálózati kapacitás igénybevételére jogosultak, az allokációhoz tartozó útválasztás pedig azt adja meg, hogy a felhasználók milyen útvonalakon és az egyes útvonalak között milyen arányban elosztva bonyolítsák le a forrás- és célcsúcsok közötti hálózati forgalmat. Egy allokáció akkor max-min fair, ha ún. Pareto optimális és irigylésmentes, azaz nem csak az a feltétel teljesül, hogy egyik felhasználóhoz rendelt forgalom sem növelhető a többiekhez rendelt forgalom változatlanul hagyása mellett, de az is, hogy bármely felhasználóhoz rendelt forgalom növelése csak olyan felhasználók rovására lenne lehetséges, akikhez eleve kevesebb (legfeljebb ugyanannyi) forgalom volt hozzárendelve.

A kérdés vizsgálatakor a dolgozat a lehetséges hálózati erőforrás allokációk halmazát geometriai nézőpontból közelíti meg. Az első fontos állítás (és a

tézisfüzet 1.1-es tézise) szerint a $k$ felhasználót tartalmazó $G_c$ hálózati konfigurációhoz tartozó $T(G_c)$ megengedett allokációkban az egyes felhasználók számára engedélyezett forgalom mennyiségét a $k$ dimenziós tér pontjainak tekintve az allokációk konvex poliédert alkotnak (ez az ún. átviteli politóp), melyek további hasznos tulajdonságokkal is rendelkeznek, amennyiben a vizsgált hálózati konfiguráció reguláris, azaz néhány természetesen adódó alapvető feltételt teljesít. Az említett hasznos tulajdonságok következményeként új bizonyítása adódik annak a korábban már ismert ténynek, miszerint reguláris hálózati konfigurációk esetén az általánosított max-min fair erőforrás allokációs problémának mindenképpen létezik egyértelmű megoldása.

A fejezet következő része különféle igazságosság meghatározások geometriai interpretációját keresi, melyek fokozatosan vezetnek a max-min fair igazságosságfogalom geometriai megfogalmazása felé. Az egyes felhasználók szempontjából dominálatlan allokációkra megfogalmazott feltételekről szól a 2.12 tétel, a Pareto-optimalitás feltételeiről pedig a 2.14 tétel. Ezek az állítások adják a tézisfüzet 1.2-es és 1.3-as téziseit. Ezeknek az állításoknak két különálló tézisként való megfogalmazása véleményem szerint indokolatlan, hiszen a Pareto-optimalitás azt jelenti, hogy az allokáció minden felhasználó szempontjából dominálatlan, azaz a 2.14-es tétel előáll a 2.12-es tétel egyszerű következményeként.

A következő tétel (egyben az 1.4-es tézis) a max-min fair allokációra fogalmaz meg feltételeket. Ezek érdekessége, hogy olyan egyenlőtlenségek formájában jelennek meg, melyek a hálózati konfiguráció „szűk keresztmetszeteinek” (bottleneck) geometriai leírását adják az egyes felhasználók szempontjából. Ennek alapján belátható, hogy a feladat rögzített útvonalak feletti változatának megoldására használható ún. water-filling algoritmus kiterjeszthető az általános probléma megoldására is (2.16-os következmény, 1.5-ös tézis). A fejezet befejező része ezeket a geometriai feltételekkel megfogalmazott szűk keresztmetszeteket transzformálja vissza a hálózati, folyamelméleti keretek közé, megmutatva, hogy a rögzített útvonalak mellett definiált esetben fontos szerepet játszó, egy-egy felhasználó számára szűk keresztmetszetet jelentő élek (hálózati kapcsolatok) megfelelői a felhasználók számára szűk keresztmetszetet jelentő élhalmazok, azaz konfigurációs gráfban tekintett vágások (2.19 tétel, 1.6 tézis). Az állítás bizonyítása a felírt egyenlőtlenségek alapján adódó lineáris programozási feladat vizsgálatával adódik.

A *3. fejezet* témája az adaptív útvonalválasztás. A kiindulás az előző fejezethez hasonlóan egy hálózati konfiguráció, azaz egy hálózati gráf élkapacitásokkal, valamint a hálózaton ki- és bemenő csúcspárokként adott felhasználók, akik adott mennyiségű forgalmat kívánnak lebonyolítani, de most ezek az igények az idő haladtával folyamatosan változnak. A feladat abban az értelemeben ismét általános, hogy a felhasználóknak a ki- és bemenetek között több lehetséges út áll rendelkezésükre, ráadásul szabályozni tudják az egyes utakra irányított forgalom nagyságát. Az adaptív útvonalválasztó eljárás feladata, hogy a felhasználók dinamikusan változó igényeit valós időben, „adattorlódás” nélkül elégítse ki anélkül, hogy a jövőbeli felhasználói igényekről és azok változásairól komolyabb előfeltevésekkel élnénk.

A fejezet bemutat egy olyan modellt, amely az adaptív útvonalválasztás problémáját a kényszerfeltételek melletti modell-alapú prediktív szabályozók tervezésének feladataként írja le. Ehhez először megismétli az előző fejezetben bevezetett jelöléseket és formalizmusokat, ami feleslegesnek tűnik, hiszen a disszertáció egy összefüggő mű, ahol a visszalapozás megengedett, nem szükséges,

hogy minden fejezet önmagában a többitől függetlenül is értelmezhető legyen.

Ezután következik a modell-alapú prediktív szabályozásról és annak az útválasztási feladatra történő adaptációjáról szóló rész, azaz az ún. ORAR modell (optimal rate adaptive routing model) megfogalmazása. Ezzel kapcsolatban a lényeges állítás az, hogy minden reguláris hálózati konfigurációhoz létezik olyan modell-alapú prediktív szabályozó, amely (i) stabil, (ii) optimális tetszőleges lineáris vagy kvadratikus célfüggvényre, és (iii) megengedett, amennyiben tetszőleges megengedett forgalmi mátrixot képes torlódás nélkül elvezetni a hálózatban. Az állítás jelentősége, hogy a szabályozó működéséhez nincs szükségünk plusz feltételezésekre az aktuális forgalmi igényekről. Ezt az állítást a disszertáció hat rész-állításra bontja és külön-külön tézisekként fogalmazza meg, ami ismét feleslegesnek tűnik. Véleményem szerint elegendő lenne a modell leírását, a 3.3 tételben összefoglalt fenti állítást, illetve a jelenleg 2.7 tézisként kimondott 3.10 tétel állítását önálló tézisként megfogalmazni.

Az fent említett 3.10 tétel a szabályozó komplexitására ad karakterizációt, miszerint a szabályozó szabályozási régióinak minimális számára felső korlát az átviteli politóp bármelyik határponti triangulációjának mérete. A a trianguláció minimális méretének meghatározása számítási bonyolultsági szempontból nehéz feladat, ami összefügghet azzal a tapasztalattal, hogy a hálózat felhasználóinak számát növelve a szabályozó komplexitása hamar kezelhetetlenné válik a gyakorlatban.

A disszertáció második fele nagyméretű hálózatokban használható útvonalválasztási protokollokkal illetve ezek skálázhatóságával foglalkozik, ahol a nagy méret alapvetően azért érdekes, mert az eddig vizsgált feladatoktól eltérően a hálózat központi adminisztrációjára nincs lehetőség, annak egyes részei egymástól függetlenül, vagy legalábbis autonóm módon üzemelnek.

A *4. fejezet* az útvonalválasztás skálázhatóságát algebrai megközelítésben tárgyalja. Ennek a már korábban is ismert megközelítésnek az alapja az ún. útválasztási algebra, ami a nevével ellentétben egy rendezett kommutatív félcsoport, melynek elemei a hálózat éleihez rendelhető súlyok, a rajtuk értelmezett művelet segítségével kapjuk meg az élsúlyok alapján az élsorozatokhoz, azaz a hálózati útvonalakhoz rendelt értékeket, a rendezés pedig azt mondja meg, hogy két (vagy több) lehetséges útvonal közül melyik a preferált. Egy útvonalválasztási szabály (routing policy) skálázhatósága azon múlik, hogy mekkora méretű útvonalválasztási táblát szükséges hozzá a hálózat egyes csomópontjaiban tárolni. Ismert, hogy nagyjából tetszőleges útválasztási szabály megvalósítható forgalomtovábbítási táblák segítségével, azaz olyan útválasztási táblával, melynek mérete a csúcsok számában lineáris. Ezek szerint egy szabály akkor skálázható, ha a szükséges memória mennyisége ennél kevesebb, a hálózat méretének szublineáris függvénye. Utóbbi esetben az útvonalválasztási szabályt tömöríthetőnek nevezzük, ellenkező esetben a szabály tömöríthetetlen.

A fejezet első két eredménye (a 3.1-es és a 3.2-es tézis) a jól skálázódó, azaz tömöríthető, és a rosszul skálázódó, azaz tömöríthetetlen útválasztási szabályokat jellemzi az őket leíró útválasztási algebrák matematikai tulajdonságai alapján. Ez a két eredmény, és a fent említett triviális, forgalomtovábbítási táblák használatán alapuló felső korlát elég, hogy a legtöbb, gyakorlatban használt útválasztási szabályrendszerre szoros skálázhatósági karakterizációt adjon, ezeket a szerző egy táblázatban fel is sorolja.

Ezek után a dolgozat a tömöríthetetlen szabályrendszereket tovább vizsgálva bevezeti a $k$ mértékű megnyúlási határ fogalmát annak érdekében, hogy a leg-

preferáltabb útvonal választásának követelményét gyengíteni tudja: egy útvonal költsége a $k$ mértékű megnyúlási határon belül van, ha annak értéke nem nagyobb, mint a preferált útvonalhoz tartozó érték $k$-szorosa. Ha nem csak optimális, hanem a $k$ értékű megnyúlási határon belüli útvonalakat is megengedünk, akkor bizonyos útválasztási szabályrendszerek tömöríthetővé válnak. A 3.3-as tézis ezeket az eredményeket foglalja össze, amennyiben ismét az őket leíró útválasztási algebrák tulajdonságai alapján karakterizálja az egyes szabályrendszereket: Ha egy útválasztási algebra véges és reguláris, akkor létezik tömöríthető implementációja hármas megnyúlással, de nyitott kérdés marad, hogy a regularitás a tömöríthető implementáció létezésének nemcsak elégséges, de szükséges feltétele-e. A probléma megoldása felé tett lépést fogalmaz meg a 3.4-es tézis, amennyiben feltételeket mutat arra az esetre, amikor egy útválasztási algebrának semmilyen $k$-ra nincs tömöríthető implementációja $k$ mértékű megnyúlással.

Az *5. fejezet* is a forgalomtovábbítási táblák tömöríthetőségét vizsgálja, abból az észrevételből kiindulva, hogy az előzőekben ismertetett többségében negatív, tömöríthetetlenségi eredmény általános érvényű, azaz a legrosszabb eseteket is magában foglalja, tulajdonképpen azt mutatja meg, hogy létezik legalább egy nehéz eset, legalább egy olyan hálózat, amelyen nem lehetséges minden pontban biztosítani a szublineáris skálázódást. Az internet topológiája azonban nem feltétlenül olyan, mint a legrosszabb esetek topológiája, azaz az előző fejezet negatív eredményeinek ellenére is értelme lehet a forgalomtovábbítási táblák tömörítési lehetőségeit keresni. A fejezetben alkalmazott megközelítés információelméleti: Először definiál egy entrópia jellegű mennyiséget a forgalomtovábbítási táblák méretkomplexitásának jellemezésére, majd kódolási módszereket mutat, amelyek képesek a gyakorlatban is entrópiával arányos tömörítést elérni.

A tézisek első csoportja a strukturálatlan címterek modelljét veszi alapul, melyben a hálózat pontjait egyedi egész számok azonosítják, és az egyes csúcsok útválasztási állapota egy karakterlánccként reprezentálható, a lánc $i$-edik szimbóluma azonosítja az $i$-edik csúcsba vezető preferált úthoz tartozó kimenő élt. A karakterlánccként adott forgalomtovábbítási táblákra ezek után közvetlenül alkalmazhatóak az információelméleti tömörítési korlátok és algoritmusok.

Az első állítás szerint (4.1 tézis) az ún. gráf-független modellben (amikor a gráfról annak méretén kívül más információ nem áll rendelkezésre) a csúcsok forgalomtovábbítási táblájának tárolásához legalább annyi memória szükséges, mint az előző fejezetben vizsgált legrosszabb esetben is szükséges volt. Felmerül azonban a kérdés, hogy több információ birtokában nem lehetne-e jobb tömörítést elérni, amire pozitív választ ad a következő két állítás. A 4.2 tézis szerint az ún. név-független modellben, azaz ha a forgalomtovábbítási tábla mérete mellett az egyes célpontokhoz rendelt preferált kimenő élek is ismertek, akkor a tábla tárolásához szükséges memória annak ún. nulladrendű empirikus entrópiájától és a gráf méretétől függ, és általában jelentősen kisebb mint az előző esetben. A következő állítás, a 4.3 tézis az előzőnél is erősebb ún. névfüggő modellben érvényes, mely feltételezi, hogy a címkiosztás is részét képezi az inputnak, és ezért a kódoló ezt az extra információt is felhasználhatja a tömörítéshez. Ebben az esetben a nulledrendű empirikus entrópiát az ún. $k$-adrendű empirikus entrópiával helyettesíthetjük, ami alapján „megfelelő” címkézés esetén akár több nagyságrendnyi méretcsökkenés is elérhető név-függő kódolás használatával.

Az előző állításban a forgalomtovábbítási táblák magasabb-rendű entrópia

fogalma egyfajta modellezését adta a címek belső struktúrájának, amire a hierarchikus, strukturált címterek esetén nincsen szükség. A 4.4. tézis szerint az előzőhöz hasonló eredmény eléréséhez hierarchikus címterek esetén (ahol a forgalomtovábbítási tábla egy bináris, levélcímkézett prefix fával megadva) elegendő a nulladrendű empirikus entrópiája.

Az IP forgalomtovábbító táblák a korábban leírtak szerint sztringekkel, illetve az imént említett prefix fákkal történő reprezentációja között teremt kapcsolatot a 4.5 tézis, miszerint a sztring reprezentáció tárolásához legalább akkora, de legfeljebb $K$-szor akkora memória szükséges, mint a prefix fa tárolásához, ahol $K$ nagysága attól függ, hány bites címeket használunk.

## Értékelés

A dolgozat rendkívül igényesen megírt munka, minden fejezet a téma részletes bemutatásával, a nehézségek és a kutatási cél megfogalmazásával, a korábban már ismert tények áttekintésével kezdődik, és röviden megfogalmazza az ismertetendő eredményeket is. Ezután részletesen és szemléletesen mutatja be a fejezetekben tárgyalt témát, ismertetve a szükséges hátteret, az új fogalmakat szükség szerint példákkal és ábrákkal illusztrálva.

A dolgozatban bemutatott eredmények imponálóak, jelentőségük kétségtelen, nem csak praktikus szempontból tűnnek fontosnak, de matematikailag is elegánsak. Általában a kutatások az útválasztási feladatok többféle szempontból is általánosított, ezáltal a szokásosnál érdekesebb és nehezebben megoldható változatainak megoldásával foglalkoznak, ezekben érnek el előrelépést.

## Kérdések

A 3. fejezet végén a bemutatott szabályozó gyengéjeként említi, hogy olyan hálózatokban alkalmazható, melyben adott a központi kontroll lehetősége. Láte lehetőséget arra, hogy a bemutatott módszerek alapján esetleg a fejezet végén szintén említett, a központi vezérlésnél „osztottabb”, hibrid útválasztó architektúrák is tervezhetők legyenek?

A 4. fejezetben a 4.2 táblázatban összefoglalt eredményeket tekintve feltűnő, hogy a szigorúan monoton útválasztási algebrákkal leírt szabályrendszerek nem tömöríthetők, míg az a két szabályrendszer tömöríthető ami monoton, de nem szigorúan monoton algebrával írható le. Van-e valami szemléletes jelentése a monotonitás szigorúságának vagy nem szigorúságának a kérdéses algebrával leírt útválasztási szabályrendszerekre nézve, ami ezt az összefüggést indokolhatná?

## Összegzés

Bár a fő tézisek al-állításokra való felosztásának „finomságát”, az állítások bizonyításához szükséges lemmák különálló al-tézisként való megfogalmazását némely esetben indokolatlannak érzem, a bemutatott tézisek mindegyikét elfogadom új tudományos eredményként, melyek alapján javaslom az akadémiai doktori fokozat megszerzésére vonatkozó nyilvános vita kitűzését és Rétvári Gábor számára az MTA doktora cím odaítélését.

Kerepes, 2021. június 4.

Vaszil György