VÁLASZ BONDÁR ISTVÁN, AZ MTA DOKTORA, OPPONENSI VÉLEMÉNYÉRE

Hálás vagyok Bondár Istvánnak, az MTA Doktorának, szigorú kritikájáért és nagyon fontos kérdéseiért. Előbb általános megjegyzéseire, majd kérdéseire reflektálok.

VÁLASZOK AZ ÁLTALÁNOS MEGJEGYZÉSEKRE

1. Először is megjegyzem, hogy a doktori szabályzat szerint engedélyt kértem, és kaptam, hogy értekezésemet angol, a tézisfüzetet magyar nyelven adhassam be, arra hivatkozva, hogy pályám nagy részét (30 évet) külföldön töltöttem, cikkeimet angolul publikáltam, és a szaknyelvet angolul jobban ismerem. Nem a "*copy & paste csábitása*" vezetett, ahogy T. Bírálóm feltételezi.

2. "*Az ábrák sokszor más szerzőtől származnak*", állapítja meg T. Bírálóm – ezekkel azt szemléltettem, milyen publikált mérés motiválta kutatásomat, illetve igazolja eredményeimet. Az ábrák korábbi cikkeimben vagy könyvemben már megjelentek, az eredeti szerző , vagy a copyright tulajdonosának, engedélyével.

3. "*Az ábrák minősége az elfogadhatatlanul gyengétől a közepesig változik*", írja T. Bírálóm. Elnézést kérek, hogy ilyenre sikerültek a fekete színnel nyomtatott szöveg fénymásolatai. Talán, ha T. Bírálóm bekéri a Doktori Tanács Titkárságától értekezésem elektronikus ".pdf" változatát, és beletekint, vagy megnézi az MTMT-ről letölthető néhány újabb (2000 utáni) cikkem ábráit, jobb lesz a véleménye. Kérem, lássa be, a legtöbb ábra 30-40 éve készült, többnyire kézzel, akkoriban nemigen használtunk számítógépes grafikát.

4. Tisztelt Bírálóm szerint az első fejezetnek (amit ő "*első éves egyetemi előadás*" szintűnek minősit) "*kevés köze van a többi fejezethez*". Ebben a részben az egész életművemet, valamennyi kutatásomat vezérlő módszertant írtam le (mestereim, Pólya György és Rényi Alfréd stílusában), a heurisztikus lépéseket, melyeket követtem, és ma napig követek.

5. "*Az ábrafeliratok enyhén szólva lakonikusak*", írja T. Bírálóm. Tudom, ma az a szerkesztői gyakorlat, hogy a diszkussziót végezzük el az ábrafeliratokban (is), mert az olvasó csak azokat, és esetleg az *Abstract*-ot, *Introduction*-t és *Conclusions*-t nézi át. Én ezzel nem értek egyet, a fő szövegben magyarázok, nem teszek a ma szokásos módon többsoros magyarázó szövegeket ábráim alá.

6. "*A meglehetősen következetlen lábjegyzet használatot*", amit T. Bírálóm kifogásol, nem tiltja a doktori szabályzat, bölcsész értekezésekben ezek (vagy az utójegyzetek) szokásosak, sőt megköveteltek. Lábjegyzeteim többnyire hivatkozásokat tartalmaznak.

7. "*A jelölések sokszor nincsenek kifejtve*", rója fel nekem T. Bírálóm. Értekezésemet elejétől végéig haladó folyamatos olvasásra szántam, így a jelöléseket, szimbólumokat, csak első megjelenésükkor definiáltam, esetleg, ha jóval később bukkantak fel újra, az olvasó érdekében ezt másodszor is megtettem. A standard jelöléseket nem definiáltam (λ hullámhossz, ω körfrekvencia, Q minőségi tényező, $\langle\cdot\rangle$ várható érték, stb.).

8. “*A jelölések használata nem egységes*”, állapitja meg T. Bírálóm. Ez igaz. Az *Értekezés* képletei megjelent publikációimból származnak, hogy azokkal könnyebben összevethetők legyenek, helyenként megváltoztattam a jelölést. Igy pl. a relatív pórustérfogatra ill. a szilárd anyag térfogatra hol a $\Phi, 1-\Phi$ jelöléseket, hol a p és q jelöléseket használtam.

“*Az egyenletek hol a szövegbe ágyazva, hol külön sorban vannak*” – egyetértek. A megszámozott egyenleteket jobb lett volna külön sorba gépelnem.

9. T. Bírálóm szerint “*sokszor nem világos, miért fontos egy probléma, és a megoldás hogyan viszi előre a fizikai jelenségek megértését*.” Ezt az *Értekezés* keretein belül sajnos nem mindig tehettem meg, csak a minden esetben idézett, vonatkozó dolgozatomban tárgyalom.

10. “*A 3.2.B.2. fejezetnek nincs köze a földtudományokhoz*”, írja T. Bírálóm. Nem értek vele egyet! Az ott kidolgozott innovatív eljárás módot ad arra, hogy egy *V* változót az *X,Y,Z* változók függvényeként háromszög diagramon ábrázoljunk, abban az esetben, ha *X,Y,Z* összemérhetetlen egységekben vannak megadva, esetleg fuzzy, vagy nem numerikus változók. Az eljárás a földtudományokban is hasznos lehet, csak két példát említek: (1) Kőzetek litológiájának ábrázolása a V_P, ρ, T háromszög diagramon (ld. Faust törvény), ahol V_P (km/sec) sebesség, ρ (ohmm) fajlagos ellenállás, *T* (millió év) geológiai kor; (2) A *k* permeabilitás (mD) ábrázolása háromszög diagramon a porozitás, a szemcse eloszlás osztályozottsága , és a szemcseméret függvényében, ahol a szemcseméret lehetséges értékei “agyag”, “iszap”, “homokliszt”, “finom homok”, “közepes homok”, és “durva homok”.

11. “*A 9. Tézis hivatkozásaiban az első szerző Oleschko, ... [a Tézist] nem fogadom el*”, jelenti ki T. Bírálóm. Az említett művek egy nagyszabású, előkelő lapokban publikált talaj-fizikai projektről számolnak be, melynek matematikai konzulense voltam. Klavdia Oleschko mexikói professzorasszony, talajfizikus, volt az interdiszciplináris, internacionális team vezetője, a többi résztvevő feladata a talajtani elemzés, mikroszkópizálás, terepi GPR mérések, egy nagy talajtömb kiásása és egy egész éven át száradásának és tömörődésének megfigyelése volt; programozónk a hullámegyenlet numerikus megoldására írt kódot. Az én feladatom kizárólag a *9. Tézis*ben megfogalmazott nehéz és jelentős matematikai tétel bizonyítása volt, amit sikerült megoldanom a korábban általam kifejlesztett hullám-optikai és fraktál-elméleti módszerekkel. A tézis matematikai jellegű, teljesen saját eredményem, az általam kifejlesztett módszerekkel oldottam meg, ezért tisztelettel kérem T. Bírálómat annak elfogadására.

12. “*A 13. Tézis nem a földtudomány keretébe tartozik*” véli T. Bírálóm, és emiatt nem fogadja el. A 10. válaszomban kifejtett érvek alapján tisztelettel kérem, gondolja át ezt mégegyszer, és fogadja el a Tézist.

VÁLASZOK A KÉRDÉSEKRE

“*A 3.2.B1. fejezetben (12. tézis) leírt entrópián alapuló képfeldolgozási pórus detector innovatív megközelítés, tud-e a szerző a módszer gyakorlatban történő alkalmazásáról*?”

Válasz: Az eljárás matematikai igazolását, és algoritmusának kidolgozását, az UNAM mexikói egyetem talajfizikai kutató csoportjának külső matematikus konzulenseként végeztem, 2011-2012-ben. Az algoritmus alapján orosz és mexikói szakértők programot írtak, és beillesztették a PROGNOZ-PET nevű geológiai képfeldolgozó software-be. Az eljárás tesztelését számos mikroszkópikus- és terepi fényképfelvételen végeztük el, néhány meggyőző példát közöltünk erről dolgozatunkban (Gabor Korvin, Boris Sterligov, Klaudia Oleschko, and Sergey Cherkasov, "Entropy of shortest distance (ESD) as pore detector and pore-shape classifier". *Entropy* 15(2013): 2384-2397), úgy mint: (id. cikk 7. ábra) mészkő kibúvás fényképén az üregek, repedések, kisebb barlangok határfelületének detektálása; (id. cikk 8-9 ábrák) a mészkőfalból kivágott kőzetminta 10X-es nagyítású képén a pórusok körülhatárolása. Az eljárás későbbi, gyakorlati, felhasználásáról sajnos nem láttam újabb jelentést vagy publikációt.

"A 3.3.A fejezetben (14. tézis) a jelölt felteszi a kérdést, hogy van-e fizikai jelentése a t paraméternek az általa levezetett formulában. Ezt szeretném én is megkérdezni."

Válasz: Remek kérdés! A *t* paraméter *formális* szerepe könnyen megérthető. Jelölje V_m, V_{fl}, ($V_m > V_{fl}$) a szilárd kőzetmátrixon, ill. a pórus-folyadékban mért P-hullám sebességeket. Ha $t \neq 0$, a $\overline{V}_t = \left\{(1-\Phi)V_m^t + \Phi V_{fl}^t\right\}^{1/t}$ (1) átlagsebesség formulát kétszer deriválva $\frac{\partial^2}{\partial \Phi^2}\,\overline{V}_t = \frac{1}{t}\cdot\frac{1-t}{t}\left[V_{fl}^t - V_m^t\right]\left\{(1-\Phi)V_m^t + \Phi V_{fl}^t\right\}^{\frac{1-2t}{t}}$ (2). Látható, hogy ha t>1, a görbesereg *t* paraméterü görbéje konvex; ha $t < 1, t \neq 0$ akkor konkáv. Ha t=1, a görbe egy egyenes szakasz. Ha *t*=0, az (1) egyenlet a $t \to 0$ határátmenettel a $\bar{V}_0 = V_m^{1-\Phi}\cdot V_{fl}^{\Phi}$ (3), melynek második deriváltja, $\frac{\partial^2}{\partial \Phi^2}\,\overline{V}_0 = V_m^{1-\Phi}\cdot V_{fl}^{\Phi}\cdot\left[ln\left(\frac{V_{fl}}{V_m}\right)\right]^2 > 0$ (4), vagyis a t=0 paraméterü görbe is konkáv.
Mindez a Jensen egyenlőtlenségből is látható, sőt, a Jensen egyenlőtlenségből az is levezethető, hogy az átlagsebesség, adott Φ porozitás, V_m, V_{fl} esetén a $t\epsilon[-\infty, +\omega]$ paraméter szigorúan monoton függvénye, mely V_{fl}-től V_m-ig növekedik.
Nem sikerült kifejeznem a *t* paramétert a kőzetmátrix, ill. pórusfolyadék rugalmassági együtthatóinak függvényeként, sem pedig a kőzet effektiv rugalmas együtthatóinak függvényeként. Valószinüleg *t* a pórusok alakjától, méreteloszlásától, a pórustér topológiájától függ, de utalhat a litográfiára is, mert - ahogy vonatkozó cikkeimben is dokumentáltam - homokkövekre mindig t <1, míg a legtöbb karbonát mintára $1 \leq t \leq 2$. Másodlagos porozitással rendelkező mészköveken a mért (*V*, Φ) adatok általában nem követik a görbesereg egyik görbéjét sem, ez az anomália figyelmeztetheti a kiértékelőt, hogy később kialakult, oldódásos lyukacsok vannak a mészkőben (l. pl. az oolitikus mészkőrétegben végzett akusztikus karotázs adatok "*Schlumberger z-plot*"-ját Jerry Lucia "*Carbonate Reservoir Characterization. an Integrated Approach*". 2nd ed. Heidelberg: Springer, 2007 c. könyvében, 87. old., Fig. 3.10).

"*A 3.4.B fejezet (17. tézis) eredményei hasznosak bizonyulhatnak mérési hálózatok tervezésében, ahol az egyik design kritérium a korrelációs dimenzió maximalizálása lehet. Mekkora hibát okoz* *a számításokban a földalak gömb közelítése kontinentális méretben (ellipszoid magassági korrekciókkal helyett)?*”

Válasz: Köszönöm az igen érdekes kérdést. Dél Ausztrália (South Australia) állam mintegy 65,000 gravitációs mérési pontjának elhelyezkedését vizsgáltam. A szárazföldi összterület 984.321 km^2 volt, ami Magyarországénál 10-szer nagyobb, de azért még nem kontinentális méret. Mivel a gravitációs feldolgozás során a mért adatokat tengerszintre redukáljuk, kérdés , hogy a vizsgált területen a Föld-alakot euklideszi síkkal, gömbbel, vagy ellipszoiddal közelítsük-e. A sík-közelités nyilván nem jöhet szóba az adott méret esetén.

Definició szerint ha az állomás-pontok eloszlásának fraktál dimenziója D, és egy véletlenül kiragadott, *L>0* karakterisztikus lineáris méretű területen található pontok száma *N(L)* , akkor minden pozitív λ –ra $N(\lambda L) = N(L) \cdot \lambda^D$ ahol $1 \leq D \leq 2$.

Két, P és Q , pontnak a gömbön ill. ellipszoidon számított távolsága közti relativ hiba közismerten (ld. pl.. Earle M.A.: Sphere to spheroid comparisons. *The Journal of Navigation*, 59 (2006), pp. 491-496) a ± 0.5%-on belül van: $dist\ (P, Q)_{ellipszoid} = (1 + \varepsilon) \cdot dist(P, Q)_{gömb}$ ahol ε függ a PQ ív helyzetétől az ellipszoidon, de minden esetben $|\varepsilon| \leq 0.005$.

Becsüljük meg a D_g és D_e (a szferoidon ill. ellipszoidon meghatározott) fraktál-dimenziók eltérését Dél Ausztrália esetére. Ha egy L_g lineáris méretű konvex tartomány a gömb felszinén $N_g(L_g)$ pontot tartalmaz, *T* vetülete az ellipszoidon $L_e = L_g(1 + \varepsilon), |\varepsilon| \ll 1$ méretű lesz és ugyanannyi pontot tartalmaz, így $N_g(1) = N_e(1 + \varepsilon)$. Írjuk az eltérést a kétfajta dimenzió között $D_e = D_g(1 + \delta), |\delta| \ll 1$ alakban. A tartományban lévő pontok száma a gömbön és ellipszoidon ugyanaz: $N_g(1)L^{D_g} = N_e(1)[L(1 + \varepsilon)]^{D_g(1+\delta)}$. Kihasználva, hogy $N_g(1) = N_e(1 + \varepsilon)$, és hogy $|\varepsilon| \ll 1$, $|\delta| \ll 1$, természetes logaritmust véve, sorba fejtve és elhanyagolva az $\varepsilon \cdot \delta D_g$ tagot, adódik, hogy a két dimenzió relatív eltérése $\frac{D_e}{D_g} = (1 + \delta) = 1 - \frac{\varepsilon D_g}{\ln L}$. Dél Ausztrália szárazföldi részén a két pont között lehetséges legnagyobb távolság (ÉK-DNy irányban) 1,821 km, ez esetben L=1,821km; ha $\varepsilon = 0.005$, és D_g =1.4 (ezt az értéket határoztam meg Dél Ausztráliára), azt kapjuk, hogy $\delta = 0.001, |D_g - D_e| = 1.4 \times 10^{-3}$. Az eltérés csökken a mérettel, 100 km-es lineáris méretü tartományra $\delta = 0.002, |D_g - D_e| = 2.8 \times 10^{-3}$.

A D fraktál-dimenzió numerikus meghatározását a sűrűség-korrelációs függvény módszerével végeztem (Grassberger, P. & Procaccia, I., 1983. Measuring the strangeness of strange attractors, *Physica*, 9D, Nos 1 and 2, 189-208; Grassberger, P. & Procaccia, I., 1983. Characterisation of strange attractors, *Phys. Rev. Lett*., 50, 346-349.), vagyis kihasználva, hogy ha egy *T* tartomány D dimenziós, fraktál eloszlású pontokat tartalmaz, akkor az egymáshoz *X* távolságnál közelebb lévő pontpárok száma úgy növekszik, mint $N\{(x_i, x_j)|x_i \epsilon T, x_j \epsilon T, dist(x_i, x_j) \leq X\} = const \cdot X^D$. A módszer *N* pont esetében $N(N-1)/2$ távolság kiszámítását kívánja, esetünkben $\sim 2 \times$

10^9 távolságot. A *University of Adelaide* VAX/VMS 11/780 számitógépén, 1988-ban, szférikus geometriát használva, ez kb. 100 gépórat igényelt. Ellipszoid felületen a távolság számitása jóval idő-igényesebb művelet, akkori eszközeinkkel megoldhatatlan lett volna.

"*A 3.4.C fejezetben (18. tézis) leírja, hogy a blokkok méret paramétereinek empirikus eloszlás függvényeiről szabad szemmel (visual inspection, p. 75, utolsó bekezdés)állapította meg, hogy a Szuezi öböl fenekének fragmentációja nem fraktál eloszlású.Feltételezem, hogy végzett hipotézis tesztet is, ennek alapján milyen konfidenciaszinten vethető el a hipotézis, hogy a fragmentáció fraktál eloszlást követ? Milyen eloszlás illeszthető legjobban a mért értékekre?*"

Válasz: Jogos kérdés! Az *Értekezés* 75. old. utolsó bekezdésében a "*visual inspection of Fig. 35*" a gravitációs térkép szabad szemmel való alapos tanulmányozására utal, ez mindennemű vizsgálkodás első lépése.

Szóhasználatomban az, hogy egy megfigyelt jelenség, vagy objektumok, X, Y mért paraméterei között "fraktál kapcsolat van", mindig azt jelentette, hogy a két változó között jó közelítéssel fennáll az $Y = const \cdot X^{\alpha}$ hatvány-függvény kapcsolat nem egész α kitevővel, az X változó legalább 3 nagyságrendjén keresztül (ha X frekvencia változó, 10 oktávon keresztül). Speciálisan, ha hasonló geológiai objektumok sokaságában az X karakterisztikus méretnél kisebb objektumok szama, $N(X)$ teljesitette az $N(X) = const \cdot X^{\alpha}$ összefüggést, '"fraktál eloszlásról" beszéltem. Az 1980-99-es években ennek megállapítása úgy történt, hogy az empirikus eloszlás függvényt log-log papiron ábrázoltuk, a szabad szemmel lineárisnak ítélt szakaszokhoz vonalzót illesztve egyenest szerkesztettünk, ennek meredeksége adta meg a hatványkitevőt. Ez a módszer sok esetben jobbnak bizonyult, mint az akkor már elérhető EXCEL programmal való plottolás és regresszió, ami nem kezelte jól a trendtől elütő "kieső" pontokat. Ez volt az elfogadott gyakorlat, sem a szerkesztők, sem a dolgozatok bírálói nem hiányolták a hipotézis vizsgálatot.

Az empirikus eloszlásfüggvényeket szokás volt sorra lineáris, fél-logaritmikus, log-log, normál, és log-normál koordinátarendszerekben is ábrázolni, ha valamelyiken "kiegyenesedett", ezt rendre egyenletes, exponenciális, hatvány-függvény-szerű ("Pareto", vagy "fraktál"), normális vagy lognormális eloszlás jelének minősítettük, hipotézisvizsgálat nélkül. Ahogy az 1989-es dolgozatban kifejtettem, egy töredezett anyag darabjainak méreteloszlása esetén a fenti eloszlások mindegyike más törési mechanizmusra utal.

A Szuezi öböl aljzatának töredezett blokkjai esetében, ezek különbözőképpen definiált méretei más-más eloszlást mutattak: pl. a blokkoknak az öböl tengelyével párhuzamos irányú oldalai exponencialis eloszlást, az erre merőleges irányú oldalak lognormál eloszlast, a blokkok köré írható legkisebb kör sugara fraktál eloszlást (Korčak törvény) követett.

Az 1989-es dolgozatban (id. mű p. 300) megjegyeztem, hogy eredményeim statisztikailag nem szignifikánsak, de ezt nem a hipotézisvizsgálat hiányának, hanem az adatok csekély számának (mindössze 242 blokk), és a gravitációs térkép korlátozott felbontóképességének tulajdonítottam.

Tudatában vagyok, hogy ma már szigorúbb követelmények vannak, viszont rendelkezésre állnak a hipotézisvizsgálathoz szükséges programcsomagok. A *Springer Kiadó* ez évben megjelenő “*Encyclopedia of Mathematical Geosciences*” kötetéhez írt “*Allometric Power Laws*” c. fejezetemben én magam felhívom az olvasó figyelmét, mennyire fontos megállapitani a regresszió jóságát, a hatványkitevő hibáját, a szignifikanciát, és ehhez irodalmat és szoftvert is ajánlok.

Hejce, 2022 február 6

Dr. Korvin Gábor