

VÁLASZ DOBRÓKA MIHÁLY, A MŰSZAKI TUDOMÁNY DOKTORA, OPPONENSI VÉLEMÉNYÉRE

Hálásan köszönöm dr. Dobróka Mihály Opponensem kedves, megértő szavait, segítőkész és nagyon hasznos bírálatát. Külön örülök, hogy vette a fáradságot, és alaposan ellenőrizte az egyenleteket, melynek során néhány hiányosságra és hibára felhívta a figyelmemet. Mélyreható kérdéseivel régi eredményeim újragondolására késztetett.

Először megjegyzéseire és korrekcióira, majd kérdéseire válaszolok.

Válasz dr. Dobróka Mihály Opponensem egyes tézisekhez fűzött rövid megjegyzéseire, és korrekcióira

Az 1. Tézissel kapcsolatban:

“Az alacsony- ill. magas frekvenciás határeset feltételének megadásában $k_0 r_0$ ill. $k_0 d$ mennyiségeket [kellene szerepeltetni].”

Válasz: Az Értekezés vonatkozó egyenleteiben (tipikus példa a $k^2 = k_0^2 + \varepsilon^2 \gamma_2 k_0^2 + \varepsilon^2 \frac{k_0^4}{k} \gamma_1^2 \int_0^\infty \exp[ik_0 r] \cdot \sin(kr) \cdot N(r) dr$, (Eq. 26)) a kr szorzat csak a \sin , \exp , stb. függvények argumentumában szerepel (különben nem lenne az argumentum dimenziótlan!), az egyenletekben sokszor látjuk a k változót egymagában. Ezért nem vezettem be egy dimenziótlan kr változót, sem a levezetésekben, sem a határesetek feltüntetésében.

“Az Eq. 4 második tagjában hiányzik az u függvény, Eq. 29a-ban hiányzik a k_0^2 , Eq. 39-2-ben pedig az r_0 szorzó.”

Válasz: Köszönöm! Eq. (4) helyesen $u = u_0 + \varepsilon L^{-1}(L_1 + \varepsilon L_2)u + O(\varepsilon^3)$; Eq. (29a) helyesen $\alpha = \left(\frac{\varepsilon^2}{c_0^2}\right) k_0^2 I_3^3(k_0)$; Eq. (39-2) helyesen $I_2^1(k_0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} r_0 (1 + \exp[-k_0^2/r_0^2])$.

A 3. Tézissel kapcsolatban:

“A [Tézisfüzet] (11) képletében hiányzik az ω^2 szorzó”.

Köszönöm! Az egyenlet helyesen $\alpha(\omega) = \frac{1}{\lambda} \frac{pq}{c_0^2} \frac{(c_1 - c_2)^2}{c_0^2} \omega^2 = r \cdot \frac{pq}{c_0^2} \cdot \frac{(c_1 - c_2)^2}{c_0^2} \omega^2$.

Bírálom – joggal – kifogásolja a “the absorption coefficient is inversely proportional to (the square of the) average velocity” megfogalmazást.

Valóban, pontatlan, nem precíz fogalmazás. Azt értettem alatta, hogy a két mennyiség között “inverz”, vagyis negatív korreláció áll fenn, ha az egyik növekszik, a másik csökken.

“Az Eq. 68 tört kifejezés nevezőjében feltehetőleg k_0^2 kell ω^2 helyett, az utána következő egyenletben hiányzik a $(c_1 - c_2)^2$ szorzó, az Eq. 69 és 70 egyenletekben hiányzik az ω^2 szorzó, a (71) kifejezést ki kell egészíteni a $\rho_0 c_0$ szorzóval.”

Válasz: A (68) kifejezésben a $W_{\varepsilon\varepsilon}$ teljesítmény spektrum Wiener-Khintsin tétele szerint az $R_{\varepsilon\varepsilon}(x)$ autokorrelációs függvény Fourier transzformáltja, ahol x hosszúság dimenziójú, így valóban félrevezető volt “ ω ” - val jelölni $W_{\varepsilon\varepsilon}$ argumentumát, mert ω - át általában frekvencia változóra használjuk. Helyesebb lett volna, ha a $W_{\varepsilon\varepsilon} = pq(c_1 - c_2)^2 \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2\lambda}{k^2 + (2\lambda)^2}$ (Eq. 68) kifejezést

használok. A rákövetkező egyenlet egy speciális eset, helyesen $\alpha(k_0) = \frac{\lambda pq}{c_0^2} \cdot (c_1 - c_2)^2 \cdot \frac{k_0^2}{k_0^2 + \lambda^2}$ (Eq.

68a). A (69) egyenlet helyesen: $\alpha(\omega) = \frac{1}{\lambda} \frac{pq}{c_0^2} \frac{(c_1 - c_2)^2}{c_0^2} \omega^2 = r \cdot \frac{pq}{c_0^2} \cdot \frac{(c_1 - c_2)^2}{c_0^2} \omega^2$, a (70) egyenlet helyesen

$\alpha(\omega) = \frac{2r_1 r_2}{r_1 + r_2} \cdot \frac{pq}{c_0^2} \cdot \frac{(c_1 - c_2)^2}{c_0^2} \omega^2$. Az Ament féle (71) kifejezés helyesen: $\alpha(\omega) = \frac{\omega^2}{9\eta} \cdot \frac{pq(c_1 - c_2)^2}{c_0^2} \cdot \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{\rho_0^2} \cdot r^2$ ahol η a (m^2/sec dimenziójú) kinematikus viszkozitás.

A (71) egyenlet a reflexiós együtthatók autokorrelációs függvénye. Mivel itt csak sebesség- fluktuációkat tekintek, a réteghatáron a reflexiós együttható egyszerűen $(v_2 - v_1)/(v_2 + v_1)$, nem pedig $(v_2 \rho_2 - v_1 \rho_1)/(v_2 \rho_2 + v_1 \rho_1)$, ezért nem szerepel a képletben a ρ sűrűség.

A 6. Tézissel kapcsolatban:

“A C.5 egyenlőtlenség bal oldalán helyesen h^{-2} írandó”.

Köszönöm, az *Értekezés* 36. oldalán a C.5 feltétel helyesen: $\frac{1}{h^2} \ll \gamma_2^2 = \langle \xi_2^2 \rangle = \frac{6\sigma^2}{r_0^4}$

A 8. Tézissel kapcsolatban:

“Miért használta Szerző a (16.a) $c_0/(1 + \varepsilon)$ modelhez az $|\varepsilon| \ll c_0$ feltételt?”

Válasz: Munkáimban felváltva használtam – mindig az adott probléma analitikus tárgyalását legjobban megkönnyítő – $c = c_0 + \varepsilon$; $c = c_0(1 + \varepsilon)$; $c = c_0/(1 + \varepsilon)$ (16a,b,c) modelleket, és a hozzájuk tartozó feltételeket: $|\varepsilon| \ll c_0$ a (16.a) modelre, és $|\varepsilon| \ll 1$ a (16.b,c) modellekre. (Ez megválaszolja Bírálóm másik általános megjegyzését is, miszerint: “Szerző levezetéseiben a (16.a) $c_0/(1 + \varepsilon)$ modelt használja, ... az ε^2 mennyiséget célszerűbb ... az 1-hez hasonlítani”.)

Az Eq. (97) utáni sorban (39. old.) helyesen $c = c_0/(1 + \varepsilon)$, $\langle \varepsilon \rangle = 0$, $\langle \varepsilon(x, y, z)^2 \rangle = \varepsilon^2 \ll 1$ írandó.

“Az Eq. 100 után az a_i kifejezésében az ε_i mennyiséget nem kell négyzetre emelni.”

Válasz: Egyetérték. A kifejezés helyesen $a_i = \frac{k_0 P_0 \varepsilon_i^2}{2\pi r_i^2}$.

Válasz dr. Dobróka Mihály Opponensem egyes tézisekhez fűzött kérdéseire

Az 1. Tézissel kapcsolatban:

“Levezetésének háttérében lineárisan rugalmas közeg feltételezhető. Ha a szeizmikában gyakran alkalmazott konstans Q modellt feltételezzük, hogyan viszonyul egymáshoz (legalább nagyságrendileg) az ennek alapján számolt és a tézisben megadott abszorpciós tényező?”

Fontos és érdekes kérdés. Mivel közetmintákon a két (konstans Q modellnek megfelelő ill. a szóródás által okozott) elnyelődési mechanizmus általában más-más frekvenciasávban figyelhető meg, és különböző (lineáris, illetve hatványfüggvényt követő) frekvencia-függést mutatnak, az abszorpciós tényezők nehezen hasonlíthatók össze. Abban a szerencsés helyzetben vagyok, hogy 1974-ben egy olyan, Nyírlugos környékén mért, szeizmikus reflexiós időszelvényre találtam (ld. Petrovics et al.: Reflexiós szintek korrelációjának vizsgálata digitális szűrés, energia-analízis, abszorpció-számítás felhasználásával. Magyar Geofizika 16(3)1975: 98-105) melyen alapos analízissel (sebességanalízis, spektrál analízis, abszorpciós együttható meghatározás) ugyanarra a 17.5 Hz domináns frekvenciára, egyidejűleg ki lehetett mutatni egy 1000 m vastag, 3.8 km/s intervallum sebességű, rétegben a konstans Q modellnek megfelelő $\alpha = \alpha_0 f$, elnyelődést, és egy mélyebben lévő, kompaktabb, 460 m vastagságú, ~5650m/s intervallum-sebességű, rétegben a szóródási modellnek megfelelő $\alpha = \alpha_0 f^n, n \approx 2$ elnyelődést. A meghatározott paraméterek a következők voltak:

Réteg	Intervallum sebesség	Vastagság	Frekvencia	Abszorpciós együttható	Abszorpciós mechanizmus	Számított elnyelődés $f=17.5$ Hz esetén
#1	3800 m/s	1000 m	17.5 Hz	$\alpha = 1.3 \times 10^{-3} \cdot f^1$ dB/m	Konstans Q	2.4×10^{-2} dB/m
#2	5650 m/s	460 m	17.5 Hz	$7.82 \times 10^{-6} \cdot f^n$, dB/m, $n \approx 2$	Szóródás	2.4×10^{-3} dB/m

Látható, hogy a dB/m egységben mért elnyelődés szóródás esetén, ugyanarra a frekvenciára, egy nagyságrenddel volt kisebb mint a konstans Q modellben, igaz, egy mélyebben lévő, kompaktabb közetre.

Elméleti képleteim a konstans Q modellre nem vonatkoznak, csak az $\alpha \propto f^2$ (szóródás rétegsoron) és $\alpha \propto f^4$ (Rayleigh szóródás kisméretű objektumokon) esetekre. Az átlagos hullámszám $k_0 = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi \cdot 17.5 \text{ Hz}}{5600 \text{ m/s}} = 0.02 \text{ m}^{-1} \ll 1$, fogadjuk el az *Értekezés* 20. old. táblázatából a 2. számú sebességfluktuáció modellt, vagyis $c(x) = c_0(1 + \varepsilon(x))$, $\gamma_1 = -2$, a reális $\sqrt{\langle \varepsilon^2 \rangle} = \varepsilon = 0.1$ választással. Tegyük fel, hogy a sebesség-inhomogenitások autokorrelációs függvénye exponenciális lecsengésű (22. old., 30. egyenlet), a reális nagyságrendű $r_0 = 50$ m korrelációs távolsággal. A 22 old. 39-1 egyenletében $I_1^{\frac{1}{2}}(k_0) \approx r_0$, vagyis (38)-ból $\alpha \approx \varepsilon^2 \gamma_1^2 k_0^2 r_0$, és az elnyelődés 1 méteren $\exp[-0.1^2 \cdot 4 \cdot 0.02^2 \cdot 50]$ vagyis $20 \cdot \log[\exp(-0.0008)] = 7 \times 10^{-3}$ dB/m. Kisebb, $r_0 = 10$ m korrelációs távolságot

választva, az $1.3 \times 10^{-3} \text{ dB/m}$ elnyelődést kapjuk. Mindkét tényező nagyságrenden belül megegyezik a szeizmikus szelvényből nyert $2.4 \times 10^{-3} \text{ dB/m}$ értékkel.

Összefoglalva: (1) ha ugyanazon a frekvencián mindkét mechanizmus megfigyelhető, a szóródás okozta elnyelődés ugyanarra a frekvenciára egy nagyságrenddel kisebb lehet mint az inelasztikus elnyelődés értéke a konstans Q modellben; (2) az elméleti formula nagyságrenden belül megjósolja a szóródás okozta mért elnyelődést.

A 11. Tézissel kapcsolatban:

“Lehetséges-e hasonló gondolatmenettel a Shannon entrópiára alapozva a kőzetek nyomás alatti sebesség-növekedésének magyarázata?”

Igen mély és nehéz kérdés. Publikált kísérletek szerint, növekvő nyomás hatására a homokkővek és mészkővek kompresszibilitása a nyomás hatványfüggvénye szerint, vagy a nyomással *exponenciálisan* csökken (ld. pl. Grazielle L. P. de Oliveira, Marco A. R. De Ceia and Roseane M. Misságia, “Experimental measurements of pore volume compressibility of sandstones and carbonates”. *Thirteenth International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, 2013, Figs. 4-7), ami azt sugallja, hogy a válasz igen.

Kétféleképpen modellezhetjük, hogyan változik egy porózus kőzet belső szerkezete a nyomás hatására. (Feltételezve, hogy a pórusok nem tartalmaznak folyadékot, vagy, hogy a kipréselt folyadék szabadon távozhat.) Az első modellben a kőzetmátrix nem nyomódik össze, csak a pórusok zsugorodnak a rugalmasságtan törvényei szerint. A második modellben (ld. pld. Gassmann, F., 1951, Elastic waves through a packing of spheres. *Geophysics*, 16: 673-685) a gömbalakú szemcsék szabályos hexagonális elrendezésében nyomás hatására a gömbök alakja torzul; ahol két gömb érintkezik, összelapítják egymást, hogy pontszerű érintés helyett kis körlapok mentén érintkezzenek.

Tekintsük az első modellt. Izolált gömbalakú pórus esetén a kompresszibilitás $C_{pc} = \frac{1-\nu}{2G}$, ahol ν a szilárd anyag Poisson állandója, G nyírási rugalmassági modulusa, a “pc” index a “pore compressibility”-re utal (Zimmerman, R. W., 1986. Compressibility of two-dimensional cavities of various shapes. *Journal of Applied Mechanics*, 53: 500-504). Ha vetületben a pórus nem kör alakú, akkor $C_{pc} = \frac{1-\nu}{2G} \cdot \frac{Per}{A}$ ahol Per a vetületben a kerület, A a terület. Így nyomás hatására a pórusok zsugorodása szelektív folyamat, a hosszúkas elnyújtott pórusok jobban (és előbb) nyomódnak össze mint a gömbölyűek. Tekintsünk egy V kellőképpen nagy kőzet-térfogatot adott nyomáson. Ha feltételezzük, hogy összesen $N \gg 1$ pórus van, az *entrópia maximalizálásának* módszerével meghatározhatjuk, hogy adott nyomáson, egy adott V térfogatú kőzetben lévő N pórus-térfogat hogy oszlik meg a *legnagyobb valószínűséggel* a különböző pórus-méretekhez és pórus-alakokhoz tartozó pórus-osztályok között (ld. Doyen, P. E., 1987. Crack geometry of igneous rocks: a maximum entropy inversion of elastic and transport properties. *J. Geophys. Res.* 92 (B8): 8169-8181). A rendszer teljes térfogat-csökkenéséből

megkaphatjuk a kompresszibilitást és a porozitást, utóbbiból a sűrűséget (feltéve, hogy a közetmátrix sűrűsége nem változik a nyomással), ezekből a sebesség nyomásfüggése már adódik.

Másik lehetőség lenne a Gassman modell általánosítása. Gassman modelljében adott mélységben bármely két szomszédos, gömb-alakú szemcse között ugyanakkora erő lép fel. Ha Gassmann szabályos, hexagonális elrendezését gömbök véletlen elrendezésével helyettesítjük, a maximális entrópia elvével bizonyítható, hogy a szomszédos gömbök között ható erők nagysága exponenciális eloszlású lesz (Bagi, K., 2003. Statistical analysis of contact force components in random granular assemblies. *Granular Matter* 5, 45–54), az érintkező gömb-párok a köztük ható erőktől függően, eltérő mértékben laposodnak el az érintkezési pontban. A létrejövő várható térfogatcsökkenésből meghatározható a kompresszibilitás és a porozitás, a porozitásból a sűrűség, mindezekből pedig a P-hullám sebességének nyomásfüggése.

Kis nyomásokra az első, nagy nyomásokra a második modell lenne javasolható. A számításokat nem végeztem el, így nem tudom, milyen sebesség-nyomás összefüggést eredményeznek.

A 12. Tézissel kapcsolatban:

“A doktori mű Eq. 129 utáni bekezdésében definiált valószínűség $p_i = \min\{\text{dist}(r_i, r_j) | j \neq i\}$

ahol r_i a sík P_i pontja és a legközelebbi szomszéd közötti távolság, „dist” pedig az Euklideszi távolságot jelöli, ennek megfelelő mértékegységgel. Hogyan érinti ez a definíció a

$$H = - \sum_{i=1}^W p_i \ln(p_i)$$

Shannon-entrópiának a bekezdés utolsó mondatában deklarált skála függetlenségét?”

Köszönöm kedves Bírálómnak, hogy ezt a hibát észrevette. A bekezdés helyesen így hangzik:

“For a randomly selected point P_i , we define $r_i = \min\{\text{dist}(P_i, P_j) | j \neq i\}$ where dist is the Euclidean distance. Suppose that r_i might assume n different values $\{\rho_1, \dots, \rho_n\}$ with respective probabilities $\{p_1, \dots, p_n\}$, $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, then $H = -\sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$ is a measure of the irregularity of the point distribution. And, (because H only depends on the probabilities, but not on the actual distances) this measure is scale-free.”

A 20.a, b Tézisekkel kapcsolatban:

“Miben látja az ekvivalens pórusmodell tudományos- és gyakorlati jelentőségét? Milyen előnyökkel jár az új modell és a tézisben bemutatott eljárás alkalmazása?”

Az ekvivalens pórusmodellt Nabil Akbar javasolta (N. A. Akbar, Mavko G., Nur A., and Dvorkin J. 1994. "Seismic signatures of reservoir properties and pore fluid distribution", *Geophysics* 59(8):1222–1236), de én voltam az első, aki egyetlen nyomáson végzett porozitás, permeabilitás és elektromos ellenállás mérésekből direkt inverzióval, explicit képletek segítségével meg tudtam határozni az *ekvivalens modell* (homogenizált, ideális közeg, amely azonos méretű, gömb alakú pórusok és az ezeket összekötő egyforma, henger-alakú "nyakak" replikáiból áll, és reprodukálja a magon mért porozitás, permeabilitás, és ellenállás értékeket (ld. *Értekezés* 88. old. 182 a-c egyenletek. Megjegyzem, hogy az ellenállásmérések eredményeiből csak az Archie féle m cementációs kitevőre van szükség, magát az ellenállás értékét, és az n szaturációs kitevőt az egyenletek nem tartalmazzák.). Az egyenletek levezetéséhez reális feltevéseket tettem (ld. felsorolva az *Értekezés* 88. oldalán). A három egyenlet levezetése egzakt, közelítésekre vagy elhanyagolásokra nem volt szükség.

A modell geometriailag, és kiszámítását tekintve is, egyszerűbb Doyen hasonló célra megalkotott kőzet-modelljénél (Doyen, P. E., 1987. "Crack geometry of igneous rocks: a maximum entropy inversion of elastic and transport properties". *J. Geophys. Res.* 92 (B8): 8169-8181), ld. a két modell összehasonlítását az *Értekezés* 88. old. 5.sz. Táblázatában. Unimodális pórus-méret eloszlású, elsődleges porozitás esetén úgy találtam, a jóslott modell-paraméterek nagyságrendben megegyeznek a mikroszkópiusan megfigyelt pórus és pórusnyak méretekkel (ld. *Értekezés* 89. old., 50. ábra). Doyen modelljével szemben, modellem nem alkalmazható tripla porozitású mészkövekre, ahol az elsődleges, szemcsék közötti porozitás mellett másodlagos (repedésekből és kioldott lyukacsokból eredő) porozitás is található, és nem sikerült a modellt erre az esetre kidolgoznom (ld. a modell előnyeinek és gyenge pontjainak felsorolását az *Értekezés* utolsó bekezdésében, 89. old., az 50. ábra után).

Számomra a modell legfontosabb alkalmazása az volt, hogy segítségével könnyen és elegánsan elméleti kapcsolatot (nem csak korrelációt!) lehet teremteni az üledékes kőzetek fizikai tulajdonságai között. (ld. Korvin, G., Oleschko, K. and Abdurraheem, A. 2014. A simple geometric model of sedimentary rock to connect transfer and acoustic properties. *Arabian Journal of Geosciences* 7(3)2014: 1127-1138).



Hejce, 2022 február 6

Dr. Korvin Gábor