

## Bírálat

*Pozsgay Balázs: Exact methods for the dynamics of integrable models*

című MTA doktori értekezéséről

Az ultrahideg atomokon végrehajtott kísérletek új utat nyitottak a kölcsönható kvantum rendszerek tanulmányozásában. A statikus és egyensúlyi viselkedés vizsgálatán túlmenően lehetőség nyílt a nemegyensúlyi folyamatok tanulmányozására is. Ennek a problémának a tipikus megvalósítása a kvantumos kvencs, amikor a vizsgált rendszer Hamilton operátorát definiáló egy (vagy több) paramétert hirtelen megváltoztatnak, ami például a Feshbach rezonancia felhasználásával elvégezhető. Ilyen esetben a rendszer kezdeti kvantumos állapota a kvencs során megváltozott Hamilton operátor által vezérelt időfejlődésen megy keresztül.

A kísérleti vizsgálatok által motivált intenzív elméleti kutatások indultak el, és a lassan már két évtizede folyó kutatások számos alapvető új ismeretet eredményeztek. Az elméleti vizsgálat során feltett kérdések a kezdeti lecsengési tartomány időfüggésére és a hosszú idő után kialakuló stacionárius állapot jellegére vonatkoznak. Ami a stacionárius állapot tulajdonságait illeti, eltérő viselkedést találtak az általános, nem integrálható rendszerek és a speciális, integrálható rendszerek esetén. Általánosan elfogadott nézet, hogy a nem integrálható rendszerek termikus állapotba relaxálódnak. Ezzel szemben az integrálható rendszerek, melyek végtelenül sok megmaradó mennyiséggel bírnak a stacionárius állapotban az ún. Általánosított Gibbs Sokaság (generalised Gibbs ensemble - GGE) által megadott eloszlást követik. Ezt a hipotézist először szabad (fermion) modellek esetén igazolták. A Bethe ansatz segítségével megoldható modellek, miként az XXZ spinlánc esetén ez az állítás az ún. lokális és kvázilokális töltések figyelembe vételével volt igazolható.

Az integrálható modellek nemegyensúlyi dinamikájának vizsgálata az utóbbi években is változatlan intenzitással folytatódott. A legutóbbi időszakban a transzport folyamatok értelmezése és az azok leírására javasolt ún. általánosított hidrodinamikai leírás került a vizsgálatok homlokterébe. A kísérletekkel való kapcsolatban megemlítjük, hogy ugyan az integrálható modellek a lehetséges modellek között nagyon speciálisak, mégis az egydimenziós hideg atomokra vonatkozó kemény magú bozonok lánc a Lieb-Liniger modellel írható le, mely a Bethe-ansatz-cal megoldható modellek osztályába tartozik.

Pozsgay Balázs MTA doktori értekezését a fentiekben vázolt témakörben, a Bethe Ansatz módszerrel megoldható kvantum spinmodellek dinamikájának témakörében készítette. Az értekezésben ezen gyors fejlődésen átmenő terület utolsó hét-nyolc évében felmerült és aktuálissá vált problémák vizsgálata szerepel. Az értekezés elméleti munka, mely a felmerült problémákat matematikai szigorúsággal tárgyalja. A kitűzött és sikeresen megoldott kérdések általában igen komoly számolási problémákat vetnek fel, melyek vizsgálatával más, konkurrens csoportok is próbálkoztak. A vizsgálatok során a jelölt számos problémának sikeres megoldását az irodalomban elsőként közölte. A fentiek alapján megállapítható, hogy a dolgozat témaválasztása minden szempontból modern és aktuális.

A dolgozat 99 számozott oldalt foglal el, hat fejezetre tagolódik és egy részletes irodalomjegyzéket tartalmaz. Ezek közül az első bevezető fejezet ismerteti az alapvető fogalmakat: a probléma elméleti és kísérleti motivációit, az integrálható spinláncokat és a

kvantummos nemegyensúlyi dinamikát. Részletesebben szól a Bethe Ansatz módszer különböző válfajairól és a megoldásnál kapott spektrum alakjáról. A következő öt fejezet a pályázó elért eredményeit mutatja be. Az egyes fejezetek hűen követik az eredmények időrendiségét. Az eredményeket bemutató fejezetek felépítése egységes. Egy rövid bevezetés után a fejezet megértéséhez szükséges háttéranyag ismertetése következik, majd ehhez szervesen kapcsolódik a saját eredmények tárgyalása. Részletesebb számolások esetén az eredeti publikációkra történik hivatkozás. Az egyes fejezetek végén az elért eredményekhez kapcsolódó további lehetséges vizsgálatokról és nyitott kérdésekről esik szó.

A 2. fejezet az integrálható rendszerek elméletében alapvető szerepet játszó Általánosított Gibbs Sokaságról szól. Itt szerepel a szerzőnek társszerzőkkel írt azon munkája, mely az XXZ spinlánc esetén a lokális töltések figyelembe vételével számolt GGE elégtelenségéről szól. Ugyancsak szó van az ún. csonkolt GGE módszer alkalmazhatóságáról, amikor a kvázi-lokális töltéseket is tartalmazó sokaságban a töltések számát minden határon túl növeljük. Végül az  $SU(3)$  szimmetriával bíró modell esetén szerepel a GGE módszer alkalmazhatóságának analízise. A 3. fejezet az integrálható kezdeti állapotokat tárgyalja. Ennek keretében szerepel az ún. Loschmidt-féle echo számolása és az integrálható Mátrix Szorzat Állapotok elméletének kifejlesztése. A 4. fejezetben egy integrálható kezdeti állapot és a megoldásként nyert Bethe Ansatz állapot átfedését vizsgálja a jelölt. Egzakt átfedéseket határoz meg az XXZ modell és az  $SU(3)$  spinlánc esetén, továbbá az AdS/CFT megfeleltetés alapján az  $SO(5)$ ,  $SO(6)$  szimmetriájú rendszerekre is. Az 5. fejezet gerjesztett állapoti korrelációs függvények számolását tartalmazza, míg a 6. fejezetben a transzport folyamatok leírására szolgáló általánosított hidrodinamika elmélet egy központi állítása és annak háromféle bizonyítása szerepel.

A disszertációban szereplő eredményeit a szerző 29 cikkéhez kapcsolja, melyek 2013 és 2020 között lettek publikálva. Ezek között több egyszerezős munka is van. A többszerzős cikkek esetén a jelölt konkrétan megadja a hozzájárulását. Egyértelműen eldönthető, hogy a jelölt a disszertációban ismertetett eredmények elérésében meghatározó szerepet játszott. Az eredmények nemzetközi visszhangját jelzi a viszonylag rövid idő alatt elnyert nagyszámú hivatkozás is. Ezek alapján is megállapítható, hogy a disszertációban szereplő eredmények többsége beépült az integrálható rendszerek nemegyensúlyi dinamikájával kapcsolatos irodalomba.

A disszertáció angol nyelven íródott, a stílusa olvasmányos a külső kiállítása igényes. Az angol szövegben elírást csak egy-két esetben találtam, ugyanez igaz a matematikai formulákra is. Ugyanakkor megjegyzem, hogy a bevezető fejezet egyenleteinek számozása az (1.20) egyenlettől kezdve rossz, 2-vel kisebb számozással hivatkoznak a későbbiekben. A tézisek magyar nyelven lettek megfogalmazva, itt a szerző a magyarul ritkán használt fogalmakra is megfelelő elnevezést javasolt és használt.

A disszertációval kapcsolatban a szerzőnek a következő kérdéseket teszem fel, amelyek inkább a bíráló kíváncsiságának kielégítésére szolgálnak és nem a disszertáció érdemi bírálatára vonatkoznak.

1. A (2.24) egyenletet követő, a GGE-re vonatkozó analízis az XXZ spinlánc masszív (véges energia-réses) tartományára vonatkozik, ahol  $\Delta > 1$ . Milyen eredmény vonatkozik a kritikus tartományra, amikor  $-1 < \Delta < 1$ ?

2. Milyen eredmények ismeretesek a GGE alkalmazhatóságáról más integrálható problémáknál, mint például a hexagonális rácson értelmezett Kitaev modell esetén?

3. A szabad fermion modellek esetén a GGE az egyes fermion módusokra szolgáltat effektív hőmérséklet értéket, így érvényessége véges rendszerekre is kiterjeszhető. Lehet-e véges-méret korrekciókat a Bethe Ansatz módszerrel integrálható rendszereknél is számolni?

4. A (3.22) alakú egy-pont függvényalak a végtelen rendszer esetén érvényes. Hosszú, de véges láncok esetén alakjukat konform invariancia jósolja meg (*J. Phys. A* 18, L83 (1985)). Lehet-e ezen operátor-profil Bethe Ansatz integrálható spinláncokra is meghatározni?

5. Az értekezésben fontos szerepet játszanak az integrálható kezdeti állapotok. Mennyire könnyű ezeket kísérletileg megvalósítani?

Összességében megállapítom, hogy mind a disszertáció, mind az ahhoz kapcsolódó tézisek a jelölt saját, nemzetközi mércével mérten is kiváló tudományos eredményeit tartalmazzák. A tézisekben szereplő eredmények mindegyikét a jelölt új tudományos eredményének ismerem el. Ezen eredmények minden szempontból elegendőek az MTA doktora cím eléréséhez. A feltett kérdésekre adott válaszoktól függetlenül javaslom a disszertáció nyilvános vitára történő kitérését és - sikeres védelem esetén - az MTA doktora cím odaítélését.

Budapest, 2022. március 8.



Iglói Ferenc  
az MTA doktora