dc_1833_20

MTA doktori mű

Acélhidak innovatív méretezési módszerei

Dr. Kövesdi Balázs Géza

Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Hidak és Szerkezetek Tanszék

Budapest, 2022

Tartalomjegyzék

Köszönetnyilvánítás ……..…….……...…..……...……2
1. Bevezetés 3
2. Trapézlemez-gerincű I-tartók hajlítási ellenállása 6
2.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés 6
2.2 Laboratóriumi kísérletek 9
2.3 Numerikus vizsgálat a keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására 12
2.4 Keresztirányú hajlítónyomaték hatása a hajlítási ellenállásra 18
3. Hosszbordával merevített gerendák beroppanási ellenállása 28
3.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés 28
3.2 Laboratóriumi kísérleti vizsgálatok 33
3.3 Numerikus modell fejlesztése 36
3.4 Helyettesítő geometriai imperfekció meghatározása 39
3.5 Analitikus méretezési eljárás fejlesztése 44
4. Gerinclemezes I-tartók interakciós viselkedése 51
4.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés 51
4.2 Numerikus modell fejlesztése 55
4.3 M-V interakcióra vonatkozó numerikus paramétervizsgálat 59
4.4 M-V-F interakcióra vonatkozó számítási eredmények 66
5. Közvetlen teherrel nem terhelt kereszttartók méretezése 74
5.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés 74
5.2 Numerikus modell fejlesztése 81
5.3 Támaszmerevségi kritérium kidolgozása 83
5.4 Szilárdsági és merevségi kritérium ellenőrzése 87
5.5 Kombinált méretezési eljárás fejlesztése 89
6. Új tudományos eredmények összefoglalása - tézisek 93
7. Irodalomjegyzék 95

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom azon hazai K+F és ipari projekteknek, valamint nemzetközi együttműködésben végrehajtott projekteknek, melyekben részt vehettem az elmúlt 10 évben a BME Hidak és Szerkezetek Tanszéken, és melyek háttérként és anyagi támogatásként szolgáltak a doktori művem elkészítéséhez. Köszönöm azon ösztöndíjakat is – MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, ÚNKP ösztöndíj, Dr. Korányi Imre ösztöndíj, MTA Lendület Program –, melyek elismerésükkel és presztízsükkel inspiráltak a jobb teljesítmény elérésére.

A doktori műben bemutatott kutatás több ponton kapcsolódik PhD hallgatóim – Dr. Somodi Balázs, Dr. Kollár Dénes, Dr. Mecséri Balázs – és a BME Hidak és Szerkezetek Tanszéken dolgozó fiatal kutatók – Dr. Jáger Bence, Dr. Hegyi Péter, Dr. Pap Zsuzsa Borbála – munkájához, akikkel szoros együttműködésben dolgoztunk az elmúlt években. Ezúton szeretném megköszönni munkájukat és a kutatás iránt mutatott elhivatottságukat, melyek közvetlen, vagy közvetett módon segítették a doktori művem elkészítését.

Hálás vagyok korábbi témavezetőmnek, Dr. Dunai László professzor úrnak, aki megtanított kutatni, megszerettette velem a tudományos munkát és megtanította értékelni és felismerni annak eredményeit. Köszönöm neki az egyetemista éveim óta kitartó, folyamatosan inspiráló támogatását, mellyel mindig az egyre jobb eredmény elérésére ösztökélt.

Köszönettel tartozom Dr. Ulrike Kuhlmann-nak, a Stuttgarti Egyetem professzor asszonyának, aki támogatásával és kutatói iránymutatásával motiválta eddigi munkám és bevezetett a nemzetközi kutatói világba. Szintén köszönettel tartozom azon külföldi professzoroknak és ipari szakembereknek – Prof. Leroy Gardner, Prof. Andreas Taras, Prof. Hervé Degée, Prof. Frank Werner, Chris Hendy –, akikkel szoros nemzetközi együttműködésben dolgoztunk az elmúlt 10 évben.

Szeretném megköszönni a BME Hidak és Szerkezetek Tanszék dolgozóinak és különösen annak a szűkebb tanszéki kutató közösségnek – Dr. Horváth László, Dr. Joó Attila László, Dr. Kovács Nauzika, Dr. Vigh László Gergely, Dr. Völgyi István, Mikulásné F. Piroska, Bada Hajnalka – a támogatását, melyben nevelkedtem kutatói pályafutásom során és ahol baráti környezetben végezhettem munkámat az elmúlt 10 évben. Köszönöm a BME Szerkezetvizsgáló Laboratórium dolgozóinak, különös tekintettel Dr. Mansour Kachichiannak és Soltész Attilának a laboratóriumi munkában nyújtott segítségüket.

Hálás vagyok azon professzoroknak és tanáraimnak – Dr. Gáspár Zsolt, Dr. Kollár László Péter, Dr. Bojtár Imre, Dr. Gálos Miklós, Dr. Hegedűs István, Dr. Ádány Sándor, Dr. Szatmári István, Horváth Adrián –, akik a szakterületemen kiemelkedő kutatói és oktatói egyéniségükkel az irányt mutatták és motivációt jelentettek számomra egyetemista koromtól kezdve, támogattak tanulmányaim, majd később kutatómunkám során.

Köszönettel tartozom családomnak és barátaimnak, különös tekintettel feleségemnek, Dr. Seres Noéminek, aki olyan családi hátteret biztosít számomra, melyben hatékony és eredményes szakmai munkát tudok folytatni az ő folyamatos támogatása mellett. Hálás vagyok szüleimnek, akik megtanítottak a tudomány szeretetére, alázatra és kiskoromtól kezdve támogatták ilyen irányú ambícióimat. A doktori művemet az ő emléküknek ajánlom.

1. Bevezetés

Napjainkban az építőipar fejlődésével az acélszerkezetű hidak tervezése és építése is jelentős fejlődésen megy keresztül, melynek három fő mozgatórugója az (i) Ipar 4.0 és az építőipari digitalizáció, (ii) az új acél anyagok és gyártástechnológiák alkalmazása és (iii) az új típusú szerkezeti kialakítások megjelenése a tervezési gyakorlatban. Ezen újítások paradigmaváltást jelentenek az acélhidak tervezésében és megkövetelik a korábbi, hagyományos méretezési módszerek felülvizsgálatát, megújítását. A tervezői gyakorlat jelenleg sok esetben nem szabványos, egyedi megoldásokat alkalmaz az ilyen korszerű szerkezetek statikai ellenőrzésére, illetve amennyiben a hagyományos méretezési módszereket alkalmazza, azok általában nem vezetnek gazdaságos megoldásra. A kutatásaim fő célkitűzése olyan új méretezési módszerek fejlesztése, illetve a hagyományos méretezési módszerek megújítása és pontosítása, melyekkel a korunk igényeinek megfelelő, innovatív acélhidak gazdaságosan és kellő biztonsággal tervezhetők. A kutatómunkámban vizsgált acélhidak esetén az innováció a következő négy területen jelenik meg: (i) újszerű szerkezeti kialakítások és (ii) építési módszerek, (iii) összetett igénybevételállapotra való pontosított méretezés, valamint (iv) új, nagyszilárdságú acél anyagok hídépítési alkalmazása. Ezen újítások közül az MTA doktori disszertációmban az első három jelenik meg, PhD hallgatóimmal közös kutatásaim azonban mind a négy területre kiterjednek. Az általam kidolgozott új méretezési módszerek elméleti mechanikai modellek alapján, kísérleti és numerikus szimulációs háttérrel validálva kerültek kidolgozásra. Több esetben megalkottam új, illetve módosítottam meglévő méretezési eljárások elméleti mechanikai modelljét, hogy pontosabban kövessék a valós fizikai jelenséget.

Az új szerkezeti kialakítások közül a doktori műben a trapézlemez-gerincű tartók szerkezeti viselkedésével és méretezésével foglalkozom, mely a hídépítésben innovatív megoldásnak számít, a hagyományos sík gerinclemezű tartókhoz képest jelentősen eltérő szerkezeti viselkedéssel. Ennek megfelelően méretezésük továbbfejlesztett számítási eljárásokat igényel, mivel a hagyományos, síklemez gerincű tartókra kidolgozott módszerek ezen szerkezetek esetén gazdaságosan és elméletileg megalapozottan nem, vagy csak korlátozottan alkalmazhatók. Magyarországon eddig az M43 autóút Tisza-hídja, a Móra Ferenc híd épült ilyen szerkezeti kialakítással, illetve jelenleg tervezési és kivitelezéselőkészítési fázisban van az új paksi Duna-híd, amelyben szintén ezt a megoldást alkalmazzák, így a kutatási téma kiemelt jelentőségű napjainkban hazánkban is. A kutatásaim a hajlított-nyírt trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállásának meghatározására, a nyíróerőből származó övlemezben kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására és hajlítási ellenállásban való figyelembevételére irányultak. Közismert, hogy a trapézlemez-gerincű tartók feszültségeloszlása jelentősen különbözik a síklemez gerincű tartókétól két hatásból eredően. Az egyik az ún. harmonika-hatás, ami azt jelenti, hogy a trapézlemez-gerincnek a hosszirányú merevsége elhanyagolhatóan kicsi, ezért számottevő normálfeszültség nem keletkezik benne, csak az övlemezekben. A másik hatás, a gerinclemez hullámosságából és a gerinclemezben fellépő nyírófeszültség váltakozó irányából az övlemezben kialakuló alternáló jellegű normálfeszültség-eloszlás. Ennek a hatásnak a figyelembevételére eddig kevesebb vizsgálat készült, holott a jelenlegi méretezési gyakorlat ezt jelentős nyomatéki teherbírás csökkentéssel veszi figyelembe. A kutatásom során azt vizsgáltam, hogy a gerinclemezben fellépő nyírófeszültség hogyan hat az övlemezben kialakuló normálfeszültség-eloszlásra. Kidolgoztam

egy pontosított mechanikai modellt a keresztirányú hajlítónyomaték maximális értékének és a normálfeszültségi szélsőértékek meghatározására, elemeztem az övlemezben a keresztirányú hajlítónyomatékból keletkező feszültségeloszlást befolyásoló tényezők hatását, és meghatároztam, hogy a keresztirányú hajlítónyomaték milyen módon befolyásolja a gerenda nyomatéki teherbírását. A numerikus és laboratóriumi kísérleti kutatás, valamint a pontosított analitikus méretezési eljárás alapján módosítottam a trapézlemez-gerincű tartók nyomatéki ellenállásának számítási módszerét.

Az új építési módok közül értekezésemben az acélhidak – napjainkban jelentősen továbbfejlesztett – betolásos építéstechnológiájával foglalkoztam, mely az egyik legelterjedtebben alkalmazott építési eljárás nagy fesztávolságú acélhidak esetén. Ez az építési mód megköveteli a szerkezetek méretezését a koncentrált keresztirányú erőbevezetéssel szemben, mivel a megtámasztások a híd mozgatása során jelentős keresztirányú hatást eredményeznek. Emellett minden építési fázisban ellenőrizni kell hajlítás-nyírás, valamint a hajlítás-nyírás-keresztirányú erő együttes hatására a szerkezet biztonságát. Kutatásaim során foglalkoztam a hosszbordával merevített acélszerkezetek beroppanási ellenállásának meghatározásával és az összetett feszültségállapotra való méretezéssel is. A beroppanási ellenállásra korábban kidolgozott méretezési módszerek jellemzően merevítetlen gerinclemezes tartókra lettek kidolgozva. Módosított méretezési eljárások találhatók a nemzetközi szakirodalomban az egy hosszbordával merevített szerkezetek beroppanási ellenállására. Több hosszbordás kialakításra jelenleg nem áll rendelkezésre méretezési eljárás, holott ez a gyakorlati esetek többsége. Kutatómunkámban vizsgáltam a több hosszbordával merevített szerkezetek beroppanási ellenállását, bemutattam a jellemző beroppanási viselkedési módjait, és rávilágítottam a szakirodalomban található, korábbi méretezési eljárások hibáira. Kísérleti és numerikus eredményeim alapján kidolgoztam egy új méretezési módszert, amivel a hídépítési gyakorlatban tipikusan alkalmazott merevített szerkezetek beroppanási ellenállása nagy pontossággal meghatározható, és ezek a szerkezetek építési állapotban a jelenleginél jelentősen gazdaságosabban tervezhetők. Az általam javasolt méretezési módszer alkalmazhatóságát azóta a nemzetközi szakirodalomban publikált vizsgálatok is igazolták.

A gerinclemezes hídszerkezetek méretezése szempontjából kiemelt fontosságú az összetett igénybevételre való ellenőrzés. Kutatásom során először a hosszbordával merevített és merevítetlen szerkezetek hajlítás-nyírás (M-V) interakciós viselkedésével foglalkoztam. Korábbi szakirodalmi adatok ellentmondó információkat tartalmaztak a jelenlegi szabványos méretezési módszerek megfelelőségére vonatkozóan. A publikált numerikus és kísérleti kutatások eredményei egyfelől azt mutatták, hogy a jelenleg alkalmazott méretezési képlet nincs minden esetben a biztonság oldalán, más kutatók pedig azt találták, hogy ezek az eljárások jelentősen alulbecsülik a szerkezetek interakciós teherbírását, így gazdaságtalan méretezésre vezetnek. Vizsgálataim során rámutattam a két eltérő következtetés okára, jellemeztem a lemezes szerkezetek interakciós viselkedését, és kidolgoztam egy olyan méretezési eljárást, mellyel az ilyen típusú hídszerkezetek széles paramétertartományban, gazdaságosan tervezhetők. Meghatároztam, hogy a gerinclemezes tartók M-V kölcsönhatási viselkedésének jellege mely geometriai jellemzőktől és keresztmetszeti aránytól függ. Felírtam ennek az arányszámnak és a teherbírásnak az összefüggését, melynek figyelembevételével pontosított méretezési eljárást dolgoztam ki. Az új módszer alkalmazhatóságát igazoltam hosszbordával

merevített és merevítetlen szerkezetek esetén is. Elemeztem továbbá ezen hídszerkezetek viselkedését hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakciójára is. Igazoltam, hogy a jelenlegi Eurocode szabvány alapú teherbírási modellek alkalmazásával egy, a szakirodalomban korábban javasolt, de az összetett feszültségállapotra eddig nem vizsgált méretezési módszer megfelelő pontossággal és biztonsággal alkalmazható a hídépítésre jellemző paramétertartományban. Kidolgoztam egy új, pontosított képletet a teherbírás meghatározására, amely abban az esetben alkalmazandó, ha a nyírási horpadási és a beroppanási ellenállást is numerikus modell és nemlineáris analízis alapján határozzuk meg. Az új M-V-F interakciós képlet megalkotása és validálása hiánypótló a hídépítési szakterületen, mivel erre korábban nem állt rendelkezésre szabványos méretezési eljárás.

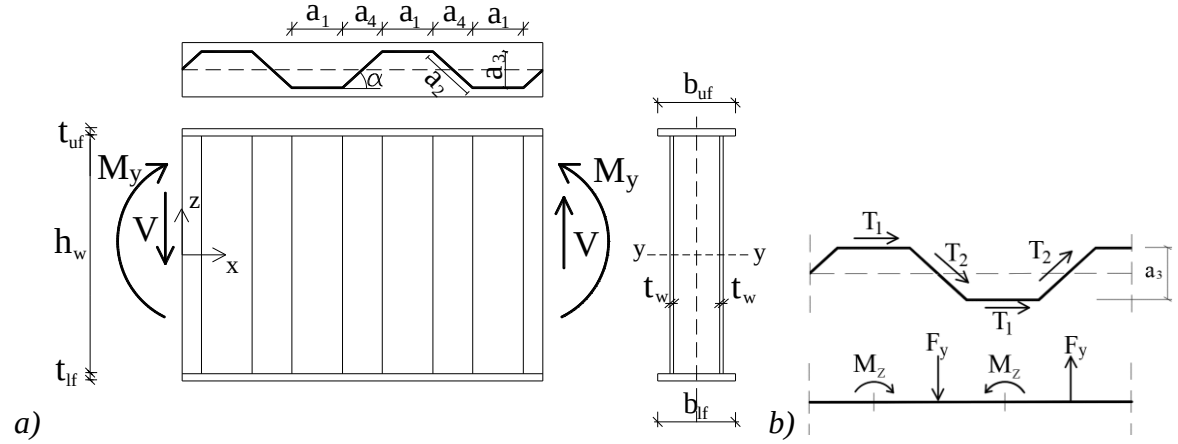
A betolásos építéstechnológiához kapcsolódik a szekrény keresztmetszetű hidakban alkalmazott, közvetlenül nem terhelt merevítőgerendák (fenéklemez-kereszttartók) pontosított méretezési eljárásának fejlesztése. A nyomott, hosszbordákkal merevített, ortotrop fenéklemez síkra merőleges megtámasztását a kereszttartók biztosítják, melyek jellemzően közvetlen hasznos teherrel nem, csak a stabilizáló hatásból származó igénybevétellel és önsúly jellegű hatásokkal terheltek. Ezeket a kereszttartókat merevségre és teherbírásra is méretezni kell. A hazai és nemzetközi méretezési gyakorlat ebben nem egységes, és elméleti hátterében is jelentősen eltérő módszereket alkalmaz. Ezek sok esetben lényegesen eltérő megoldásokra és jelentősen különböző kereszttartóméretekre vezetnek. A jelenlegi európai méretezési gyakorlatban alkalmazott módszer a hídtervezők számára sok esetben kielégíthetetlen feltételekre és gazdaságtalan szerkezetekre vezet. Kutatásom kiindulása a kereszttartók szerkezeti viselkedésének részletes megismerése és jellemzése volt, aminek alapján bemutattam a különböző méretezési módszerek közötti különbségeket és rávilágítottam azok hibáira, hiányosságaira. Pontosított mechanikai modellből kiindulva kidolgoztam egy olyan méretezési módszert a kereszttartók minimális geometriai méreteinek meghatározására, mely kombinálja a merevségi és teherbírási követelményeket és gazdaságosan alkalmazható ortotrop lemezes szekrény keresztmetszetű hídszerkezetek esetén.

A kutatómunkám az elmúlt 10-12 évben szorosan kapcsolódott az EN 1993-1-5 [1] szabvány fejlesztéséhez. Az általam kidolgozott új méretezési eljárások közül többet a CEN/TC250/SC3 európai szabványosítási bizottsága műszakilag helyesnek ítélt, így azok elfogadásra kerültek az acél lemezesszerkezetek tervezésével foglalkozó új, várhatóan 2024-ben megjelenő prEN 1993-1-5:2024 [2] szabványba. Ezek közül négy méretezési eljárás kidolgozása alkotja az MTA doktori művem fő vezérfonalát, melyek a következők: (i) a trapézlemez-gerincű tartókban nyíróerőből kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték meghatározása, (ii) a trapézlemez-gerincű tartók nyomatéki ellenállásának meghatározása, (iii) a lemezes szerkezetek M-V interakciójának ellenőrzése és (iv) a közvetlen teherrel nem terhelt kereszttartók merevségi és teherbírási vizsgálata. A következő fejezetekben bemutatom az új méretezési eljárásokat, ismertetem azok szerkezeti viselkedési hátterét, a fejlesztés legfontosabb részleteit és azok gyakorlati alkalmazhatóságát. A disszertációmat kiegészítik az egyes fejezetekben megjelölt saját publikációim, melyek további részleteket tartalmaznak az új tudományos eredményeim alapjául szolgáló kísérleti vizsgálatok, elméleti levezetések és numerikus számítások tekintetében.

2. Trapézlemez-gerincű I-tartók hajlítási ellenállása

2.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés

A nemzetközi szakirodalomban jelentős számú kutatás található a trapézlemez-gerincű tartók speciális szerkezeti viselkedésének elemzésére, melyek közül a [3]-[8] publikációk adnak átfogó és részletes információkat. Korábbi vizsgálatok eredményei alapján ismert, hogy a trapézlemez-gerincű tartók gerinc- és övlemezében kialakuló feszültségeloszlás jellege számottevően eltér a hagyományos síklemez gerincű tartókétól. A gerinclemezben az ún. „harmonika hatás" következtében a normálfeszültség az övlemez kis környezetét leszámítva leépül, így a trapézlemez-gerincű I-tartók hajlítási ellenállásának meghatározása eltér a hagyományos I-tartókétól. Ismert tény az is, hogy a trapézlemez-gerincben a nyíróerőből származó nyírófeszültség az övlemezben keresztirányú erőt és keresztirányú – az övlemez síkjában ható – hajlítónyomatékot okoz. Vizsgálataimban ezzel a jelenséggel, a keresztirányú hajlítónyomaték nagyságával, és ennek a hajlítási ellenállásra gyakorolt hatásával foglalkoztam. A jelenséget elsőként Lindner vizsgálta [6]-[7] kísérleti és elméleti alapon, mely vizsgálatok eredményei alapján az első mechanikai modellt és méretezési eljárást Aschinger és Lindner dolgozta ki [8] a trapézlemez-gerincű tartók övlemezében a nyíróerőből származó keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására. A jelenséget, annak mechanikai modelljét, és a trapézlemez-gerincű I-tartók esetén alkalmazott jelölésrendszerét az *1. ábra* mutatja be. A trapézlemez-gerincben kialakuló nyírófolyam a gerinclemez geometriájából kifolyólag alternáló jellegű, aminek következtében az övlemezben kialakuló normálfeszültségek is alternáló jellegűek lesznek, amik az *1. ábrán* bemutatott M_z keresztirányú hajlítónyomatékot és F_y keresztirányú nyíróerőt eredményezik.



1. ábra: Trapézlemez-gerincű tartó a) geometriai kialakítás és jelölésrendszer, b) nyírófeszültségből az övlemezben keletkező keresztirányú erő és nyomaték.

A tartó hossza mentén kialakuló maximális keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására Aschinger és Lindner a (2.1)-(2.3) képletek által megadott összefüggést javasolták [8], melyek bekerültek a DASt-Richtlinie 015 német nemzeti méretezési útmutatóba is [9].

$$M_{z,\max} = C_1 \cdot F_y + C_2 \cdot M_z \tag{2.1}$$

$$M_z = \frac{V}{h_w} \cdot a_1 \cdot \frac{a_3}{2} \qquad F_y = \frac{V}{h_w} \cdot a_3 \tag{2.2), (2.3}$$

ahol: V a szerkezetre működő nyíróerő,
a_1, a_3, h_w geometriai paraméterek, jelentésüket az *1. ábra* mutatja,
C_1 és C_2 a terhelés jellegétől függő konstansok az *1. táblázat* alapján.

1. táblázat: C_1 és C_2 konstansok ajánlott értékei [8] alapján.

terhelés jellege	**C_1 [cm]**	**C_2 [-]**
egyenletesen megoszló erő	6.5	0.6
koncentrált erő	13.0	1.5
koncentrált nyomaték	13.0	2.0
háromszög alakú megoszló terhelés	6.5	0.5

A trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállását és a keresztmetszeten belüli feszültségeloszlását Elgaaly és tsai. [10]-[11] is vizsgálták 1997 és 1998 között. Kísérleti és numerikus eredményeik alapján arra a következtetésre jutottak, hogy a trapézlemez-gerincű tartók nyomatéki teherbírásában a gerinclemez ellenállása elhanyagolható mértékű. Megmutatták, hogy a nyírási ellenállást tisztán a gerinclemez, a hajlítónyomatéki ellenállást tisztán az övlemezek adják, így hajlítás-nyírás (M-V) interakciót a trapézlemez-gerincű tartók esetén nem szükséges ellenőrizni a síklemez gerincű tartókkal ellentétben. Kuchta [12] 2006-ban vizsgálta a trapézlemez-gerincű tartók összetett igénybevételre mutatott viselkedését és teherbírását. A kísérleti és numerikus vizsgálatok eredményei alapján arra a következtetésre jutott, hogy a nyíróerő kismértékben csökkenti a trapézlemez-gerincű tartók nyomatéki teherbírását és egy közelítő összefüggést javasolt az M-V interakció figyelembevételére. Ez a méretezési modell azonban nem tartalmazta a nyírásból származó keresztirányú hajlítónyomatékot (M_z), és annak hatását a hajlítási teherbírásra.

További jelentős kísérleti és numerikus vizsgálatot hajtottak végre a témában Abbas és tsai. 2006 és 2007 között [13]-[15]. A trapézlemez-gerincű tartók övlemezében kialakuló feszültségeloszlást vizsgálták különböző síkbeli terhelés hatására. A kísérleti mérések és numerikus számítási eredmények alapján az övlemezben kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték tartó hossza mentén való eloszlását és jellegét vizsgálták, aminek alapján az Aschinger és Lindner mechanikai modelljéhez hasonló méretezési eljárást dolgoztak ki. Az új méretezési modellnek az a lényege, hogy egy, a [14] szakirodalomban megadott p_t intenzitású keresztirányú virtuális teherrel kell terhelni az övlemezt, melynek hatására a kísérleti mérésekkel és a numerikus számításokkal megegyező nagyságú keresztirányú hajlítónyomaték és nyíróerő keletkezik a szerkezetben. Annak ellenére, hogy a kidolgozott méretezési eljárás nagyon jó egyezést adott a laboratóriumi kísérleti eredményekkel, túl bonyolultnak, és ezért gyakorlati felhasználás szempontjából nehezen alkalmazhatónak ítélték. Abbas és tsai. [15] ezért egy analitikus méretezési képletet is kidolgoztak a keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására, melynek levezetésében a trapézlemez-gerincet szinuszhullám alakú gerinccel helyettesítették a könnyebb analitikus kezelhetőség érdekében. A kidolgozott méretezési képletet a (2.4) egyenlet adja meg.

$$M_t^{\sin} = \frac{p_y \cdot L^2 \cdot a_3}{2 \cdot h_w} \cdot \left\{ \frac{1}{\Pi^2} \cdot \left[\left(1 - 2\frac{z}{L} \right) \cdot \Pi \cdot c_\zeta + 2 \cdot s_\zeta + \left(\Pi \cdot c_\Pi - 2 \cdot s_\Pi + \Pi \right) \cdot \frac{z}{L} - \Pi \right] \right\} \qquad (2.4)$$

ahol: p_y a tartóra ható síkbeli, egyenletesen megoszló teher,

L a vizsgált gerenda fesztávja,

a_3 és h_w geometriai paraméterek, jelentését az *1. ábra* mutatja,

$\Pi = 2 \cdot \pi \cdot \mathrm{n} \qquad \mathrm{s}_\Pi = \sin(2 \cdot \pi \cdot \mathrm{n}) \qquad \mathrm{c}_\Pi = \cos(2 \cdot \pi \cdot \mathrm{n})$

$c_\zeta = \cos\left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{z}{L}\right) \qquad s_\zeta = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{z}{L}\right)$

n a trapézlemez hullámainak száma,

z a vizsgált keresztmetszet pozíciója a támaszoktól a tartó hossztengelye mentén mérve.

Mivel az elméleti levezetés szinuszhullám alakú gerinclemezre vonatkozott, Abbas és tsai. [15] egy módosító tényezőt (C) vezettek be, mely megteremti a kapcsolatot a szinuszhullám és a trapézlemez-gerincű tartók keresztirányú hajlítónyomatéki eloszlása között. Különböző gerinclemez geometriák esetére (trapéz, háromszög, négyzet alakú) különböző C tényező értéket javasoltak, melyek alkalmazásával a szinuszhullám alakú tartó alapesetből a trapézlemez-gerincű tartó esete a (2.5) egyenlettel származtatható. A C tényező értékei a [15] szakirodalomban találhatók.

$$M_t^{trap} = C \cdot M_t^{\sin} \tag{2.5}$$

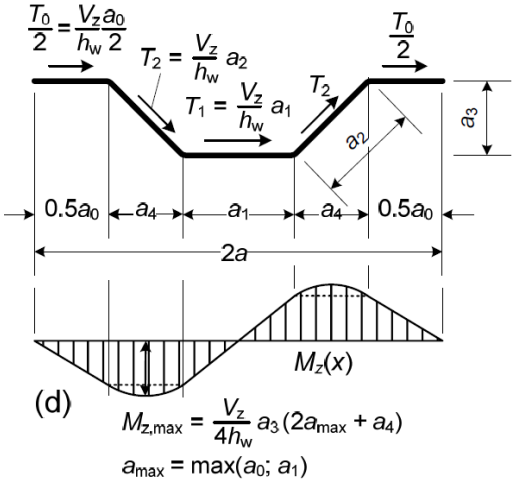
Aschinger és Lindner *1. ábrán* bemutatott mechanikai modelljének továbbfejlesztett változata található meg a [16] szakirodalomban, mely az EN 1993-1-5 [1] szabvány háttérdokumentuma. Ez a méretezési módszer a *2. ábrán* bemutatott mechanikai viselkedésből indul ki, és a keresztirányú $M_{z,max}$ hajlítónyomaték maximális értékére a (2.6) képletben megadott összefüggést adja.

$$M_{z,\max} = \frac{V \cdot a_3}{4 \cdot h_w} \cdot (2 \cdot a_1 + a_4) \tag{2.6}$$

ahol V a szerkezetre működő nyíróerő,

a_1, a_3, a_4 és h_w geometriai paraméterek, jelentésüket az *1.* és *2. ábra* mutatja.

Ebből a képletből kiindulva javasoltak szabványmódosítást az EN 1993-1-5 szabványba Baláž és Koleková 2012-ben [17], illetve ugyanezt a képletet javasolták beépíteni az EN 1999-1-1 [18] szabványba is alumínium szerkezetek tervezéséhez.

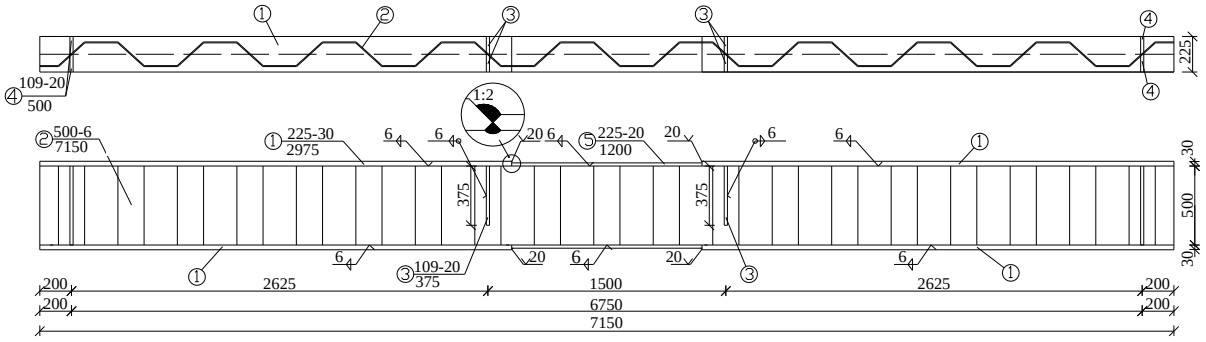


2. ábra: Aschinger és Lindner továbbfejlesztett modellje [16].

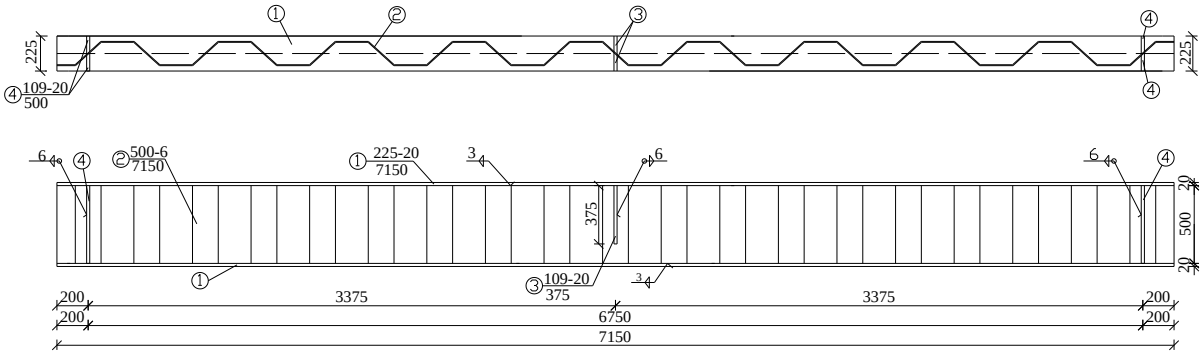
A trapézlemez-gerincű tartók övlemezében kialakuló feszültségeloszlás vizsgálatára és a hajlítónyomatéki, valamint az M-V interakciós teherbírás meghatározására vonatkozó szakirodalmi ajánlásokkal kapcsolatban további részletek a [KB1] és [KB2] publikációk 2. fejezeteiben találhatók. Összefoglalóan elmondható, hogy minden korábbi szakirodalmi kutatás egységes a tekintetben, hogy az övlemezben kialakuló alternáló jellegű feszültségeloszlás eredete a gerinclemezben keletkező, alternáló jellegű nyírófeszültség, mely keresztirányú nyírást és hajlítást okoz a trapézlemez-gerincű tartó övlemezében. Ugyanakkor különböző méretezési módszerek állnak rendelkezésre a keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására, melyek között végeredmény tekintetében akár 100%-os különbségek is lehetnek. Abban sincs kialakult egységes álláspont, hogy a keresztirányú nyomatékból származó normálfeszültséget milyen módon kell figyelembe venni a gerenda hajlítási ellenállásának meghatározásában, illetve kell-e ezen szerkezeteket M-V interakcióra ellenőrizni. A keresztirányú hajlítónyomaték hatásának a figyelembevételét trapézlemez-gerincű tartók esetén több szakirodalom alapján indokoltnak találták ([8], [15], [16]), ugyanakkor Hannebauer kutatási eredményei alapján szinuszhullám-gerincű tartók esetén az elhanyagolását javasolták [19]. Kutatásom célja ezen ellentmondás feloldása, a nyíróerőből származó keresztirányú hajlítónyomaték értékének és eloszlásának pontosabb meghatározása, valamint a hajlítónyomatéki ellenállásra kifejtett hatásának elemzése.

2.2 Laboratóriumi kísérletek

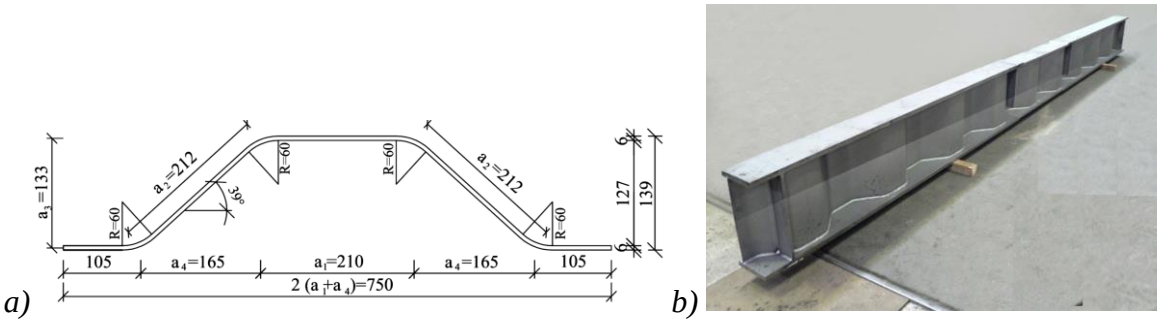
A trapézlemez-gerincű tartókban kialakuló feszültségeloszlás meghatározására először laboratóriumi kísérleteket végeztem a BME Hidak és Szerkezetek Tanszék Szerkezetvizsgáló Laboratóriumában 6 nagyléptékű próbatesten, melyek egy része négy-pontos hajlítással (tiszta hajlítónyomatékkal), másik része három-pontos hajlítással (hajlítás-nyírás kombinációja) volt terhelve. A próbatestek geometriai kialakítását a *3-6. ábrák* mutatják be. A kísérleti próbatestek 7.15 m hosszúságú (6.75 m fesztávú) acél I-gerendák, melyek gerinclemeze 6 mm, övlemeze pedig 20 és 30 mm vastag. Az övlemez szélessége minden esetben 225 mm volt, a gerinclemez magassága 500 mm. A próbatestek anyaga S355 szilárdsági osztályú. A kísérleti programban két gerendát négypontos hajlítással (*3. ábra*), négy gerendát pedig hárompontos hajlítással terheltünk (*4. ábra*). A gerendák gerinclemezét az erőbevezetési helyeken merevítőbordákkal erősítettük meg a lokális tönkremenetel elkerülése érdekében. A trapézlemezprofilt az *5.a) ábra* mutatja, mely mind a hat gerenda esetén azonos volt. Egy próbatest képe az *5.b) ábrán* látható.



3. ábra: Négypontos hajlítással terhelt gerenda geometriai kialakítása (1. és 2. próbatest).

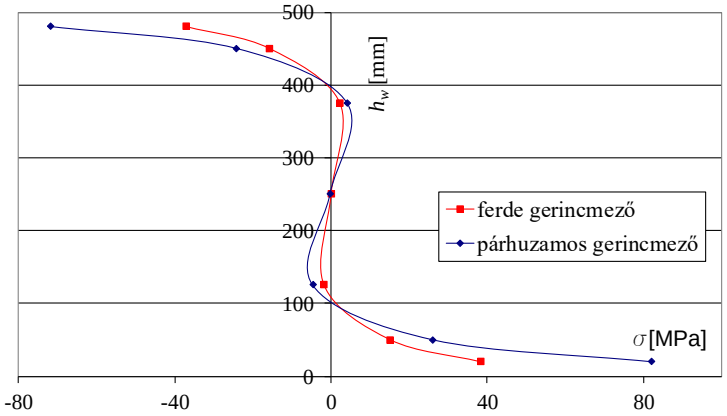


4. ábra: Hárompontos hajlítással terhelt gerenda geometriai kialakítása (3 - 6. próbatest).



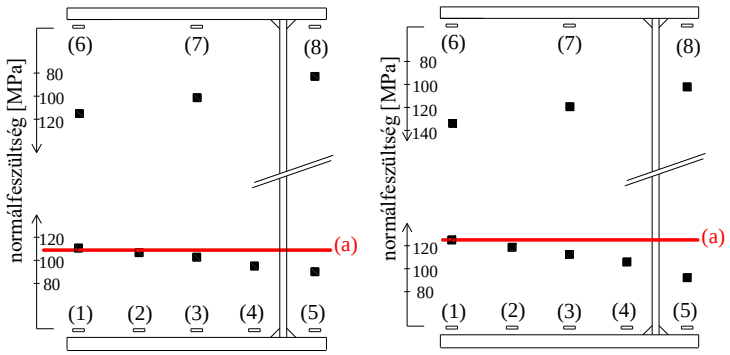
5. ábra: a) Trapézlemezprofil geometriája és b) a kísérleti próbatest képe.

A kísérletek során meghatározásra került a vizsgált gerendákban a tiszta hajlítás (M) és hajlítás-nyírás (M-V) interakciójával terhelt keresztmetszetekben is a szerkezet jellemző normálfeszültség-eloszlása. A gerendákban kialakuló normálfeszültséget nyúlásmérő bélyegekkel mértük, melyek mind a párhuzamos, mind a ferde gerinclemez mezővel rendelkező gerendaszakaszokon is elhelyezésre kerültek a gerendák övlemezein és gerinclemezén is. A tiszta hajlítással terhelt gerendaszakaszon a gerinclemezben a párhuzamos és a ferde gerinclemez szakaszokon mért normálfeszültségek jellemző eloszlását a *6. ábra* mutatja. Az eredmények megegyeznek a hasonló gerendákon végzett korábbi mérések eredményeivel és mutatják a trapézlemez-gerincű tartókra jellemző „harmonika hatást", miszerint a gerinclemezben az övlemezek környezetében alakul csak ki jelentős mértékű hajlítónyomaték, mely a gerinclemez középe része felé lecseng. Ennek következtében a gerinclemez hosszirányú merevsége lényegesen kisebb, mint a hagyományos síklemez gerincű tartók gerinclemeze.

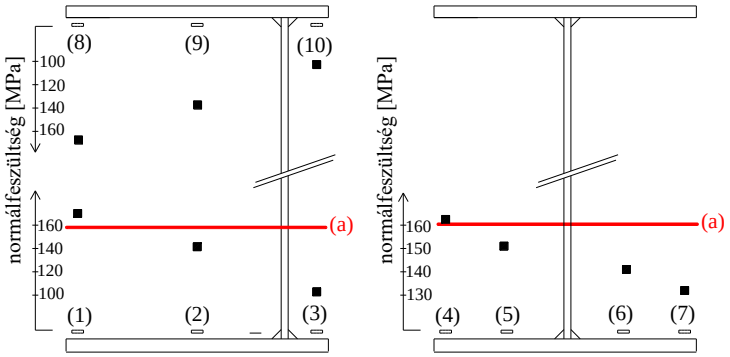


6. ábra: Mért normálfeszültség-eloszlás a gerinclemez magassága mentén.

Az övlemezben mért normálfeszültségek jellemző ábráit és mért értékeit az 1., 2. és a 3. jelű próbatestek esetére a *7-8. ábrák* mutatják be. Az 1. próbatest 2x100 kN, a 2. próbatest 2x115 kN, a 3. próbatest pedig 230 kN függőleges erővel volt terhelve. A mérési eredmények alapján megállapítottam, hogy mind a két típusú terhelés esetén megfigyelhető az övlemezben kialakuló normálfeszültségek egyenletestől eltérő eloszlása, ugyanakkor az M-V interakcióval terhelt próbatest esetén ennek hatása lényegesen nagyobb, mint a tisztán hajlítónyomatékkal terhelt gerendák esetén. Az ábrákon (a)-val jelölt vízszintes vonal az adott keresztmetszetben, az adott terhelés hatására analitikusan számított normálfeszültség értékét mutatja.



7. ábra: Jellemző mért normálfeszültség-eloszlás a tisztán hajlítónyomatékkal (M) terhelt gerendákon (1. és 2. próbatest).

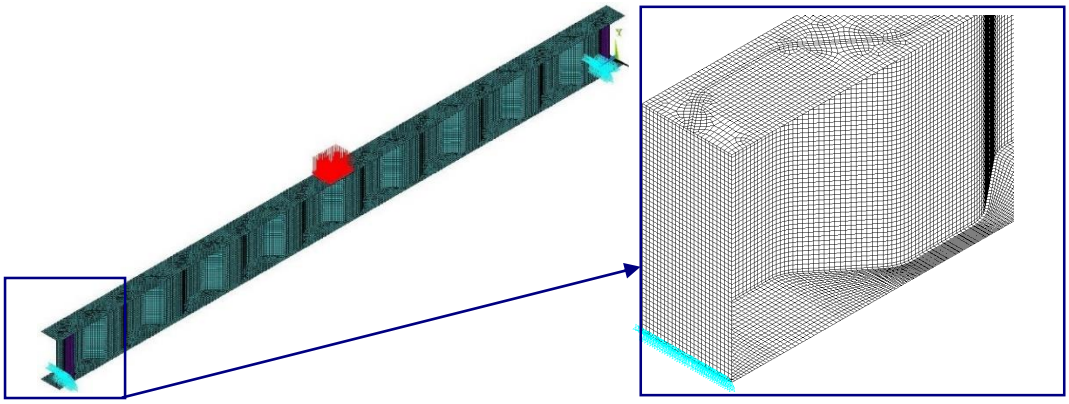


8. ábra: Jellemző mért normálfeszültség-eloszlás a hajlítás-nyírás (M-V) interakciójával terhelt gerendákon (3. próbatest).

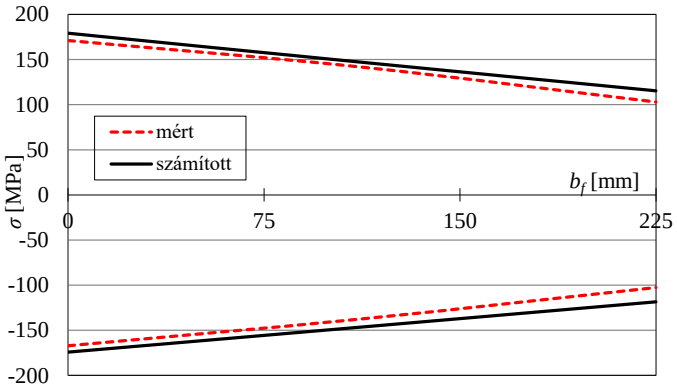
A mérési eredmények alapján a következő következtetéseket vontam le: (i) a tisztán hajlított gerendák esetén az egyenlőtlen normálfeszültség eloszlás kismértékben megjelenik az övlemezekben, melynek oka a ferde és a párhuzamos gerinclemez mezők övlemezzel való együttdolgozási mértékének különbsége, (ii) a nyírással is terhelt próbatestek esetén a normálfeszültségekben tapasztalt egyenlőtlenségek lényegesen nagyobbak, mely a szakirodalomból ismert keresztirányú normálfeszültség hatásából származik, (iii) ezen egyenlőtlenségek a párhuzamos gerinclemez részen jelentősebbek, mint a ferde gerinclemez részen, ami ellentmond a *2. ábrán* bemutatott analitikus modellnek, (iv) a mért normálfeszültségek az övlemez közepén kisebbek az analitikus módszerrel számított értékeknél, ami a gerinclemez együttdolgozásának az analitikus számításból való elhanyagolásából származik; ennek mértéke eltérő a ferde és párhuzamos lemezmezőkben. A kísérletek eredményeiről további részleteket a [KB1] publikáció tartalmaz.

2.3 Numerikus vizsgálat a keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására

A kísérletek alapján a jelenség pontosabb megismerésére és a tapasztalt analitikus modellel való ellentmondás okának megértésére kidolgoztam és validáltam egy numerikus modellt, amelynek segítségével paramétervizsgálat keretében terjesztettem ki a kísérleti eredményeket más keresztmetszeti méretű, geometriai kialakítású és terhelésű tartók esetére. A numerikus modellt ANSYS [20] programkörnyezetben dolgoztam ki. A feszültségeloszlás meghatározására először lineáris analízist hajtottam végre, majd a trapézlemez-gerincű tartók hajlítási teherbírásának meghatározásához anyagi és geometriai nemlineáris analízist végeztem imperfekciók alkalmazásával. A numerikus modell egy héjszerkezeti modell, melyben nyolc csomópontú Mindlin-Reissner típusú végeselemeket alkalmaztam. A modell konvergenciáját verifikációval ellenőriztem, a fizikai jelenség követését pedig kísérleti eredményekkel való összehasonlítás révén validáltam. Az alkalmazott numerikus modellt és a végeselemes hálót a *9. ábra*, a kísérleti eredményekkel való összehasonlítást egy gerenda esetén a *10. ábra* mutatja be a lineáris számítások esetére.

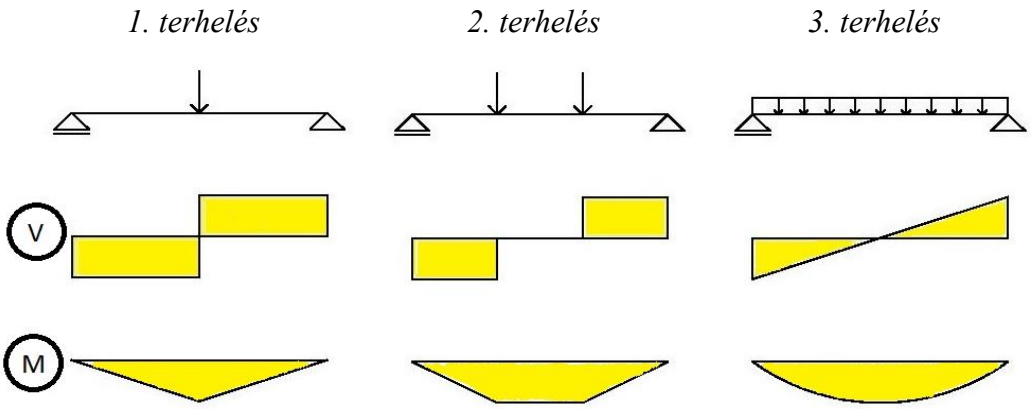


9. ábra: Kidolgozott numerikus modell és az alkalmazott végeselem háló.



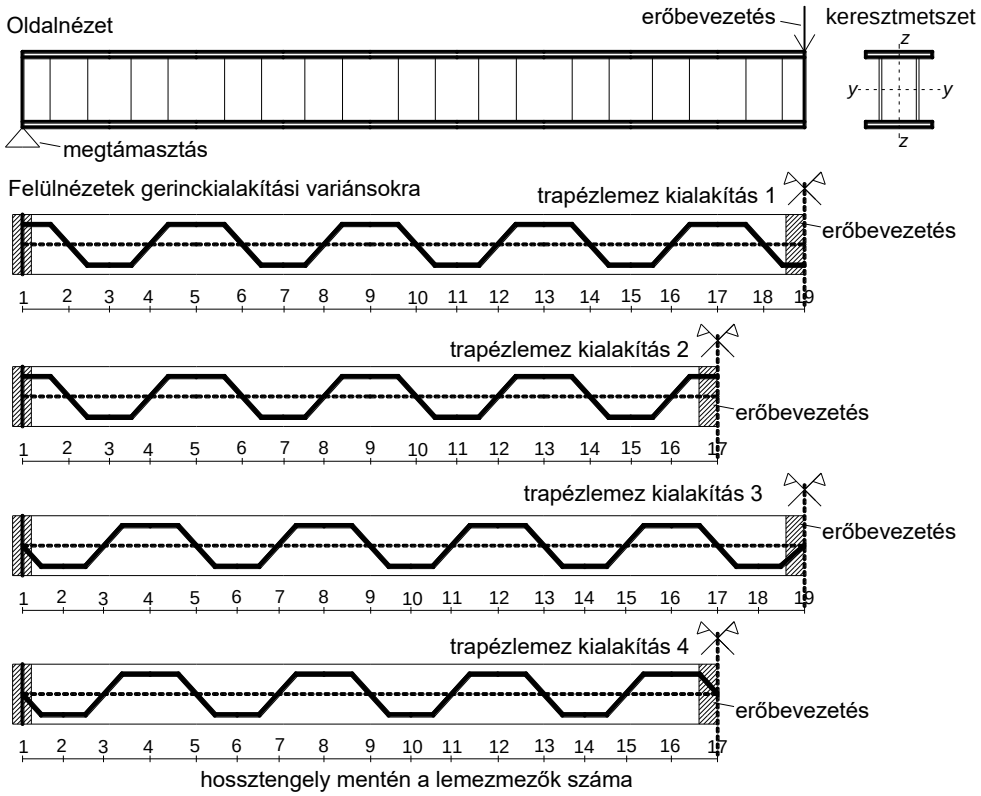
10. ábra: Modellvalidáció – számított és mért normálfeszültségi diagram az övlemezben.

A verifikált és validált numerikus modellt paramétervizsgálatra használtam, melynek keretében több különböző terhelési esetet is vizsgáltam, melyek sematikus ábráit a *11. ábra* mutatja be. Az 1. típusú terhelést alapesetként tekintettem a hajlítás és nyírás interakciós viselkedésének szempontjából, az analitikus modelleket ezzel az esettel hasonlítottam össze és ez alapján pontosítottam őket a meghatározott szerkezeti viselkedés függvényében. A 2. típusú terhelést referenciaként használtam a nyírás hatásának elkülönítése érdekében. A 3. típusú terhelést a pontosított mechanikai modell változó nyíróerőre való általánosításának céljából vizsgáltam.

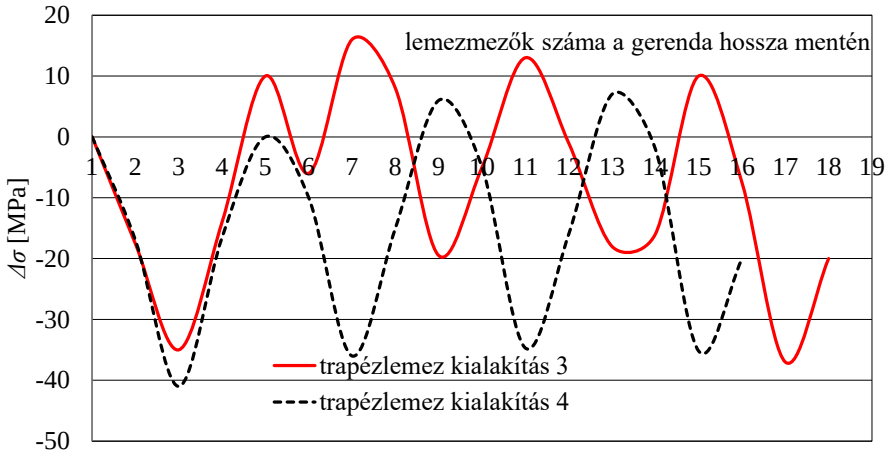


11. ábra: Vizsgált statikai modellek és terhelési esetek.

A kísérleti mérési eredményeim és numerikus számításaim igazolták a *2. ábrán* bemutatott fizikai jelenséget és az övlemezben kialakuló alternáló jellegű normálfeszültség-eloszlást. Ugyanakkor méréseim és számításaim rámutattak a korábban alkalmazott mechanikai modellek hiányosságaira, miszerint azok nem, vagy nem kellő pontossággal veszik figyelembe a szerkezet megtámasztási és terhelési viszonyait, valamint a trapézlemez geometriai kialakításának sajátosságait. A szakirodalomban fellelhető kutatásokat összegző eredmények alapján megállapítható, hogy elsőként mutattam be, hogy azonos statikai vázú gerendák esetén is különböző nagyságú lehet az övlemezben kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték. Továbbá igazoltam, hogy nagysága függ az erőbevezetés és oldalirányú megtámasztás trapézlemez kialakításhoz képesti pozíciójától, illetve a trapézlemez lemezmezőinek darabszámától is. E tekintetből négy különböző kialakításra mutat példát a *12. ábra,* mely gerendák abban különböznek, hogy milyen típusú gerincmező van a gerenda szélén a megtámasztásnál, illetve a gerenda közepén az erőbevezetésnél (ferde, vagy párhuzamos), illetve páros, vagy páratlan számú félhullám alkotja a gerinclemezt a gerenda hossza mentén. A számítási eredményeim azt mutatták, hogy ezek a paraméterek, melyeket korábban nem, vagy nem ilyen alapossággal vizsgáltak, számottevő hatással vannak az övlemezben keletkező keresztirányú hajlítónyomaték nagyságára, melyet az analitikus modellben figyelembe kell venni. Egy mintaszámítást és az analitikus modellel való közvetlen összehasonlítást a [KB1] publikáció 4.2. fejezete mutat be. A számítási eredmények azt mutatták, hogy a trapézlemez-gerinc félhullámainak száma jelentősen befolyásolja az övlemez jobb és bal oldala között tapasztalható feszültségkülönbség értékét, melyet a 3. és a 4. jelű gerenda esetén példaként egy keresztmetszeti geometriára a *13. ábra* mutat be. A diagramon látható, hogy a maximális feszültségkülönbség abban az esetben alakul ki, amennyiben páros számú félhullám alkotja a gerendát. A különbség oka a páratlan esetben kialakuló, kiegyensúlyozatlan keresztirányú erők jelenléte, melyet a gerenda oldalirányú megtámasztásai vesznek fel, melyek jelentősen megzavarják a keresztirányú nyomatékok alternáló jellegét és maximális értékét. A számítási eredményeim azt is megmutatták, hogy azon kialakítás esetén, amikor az erőbevezetés és a támasz a ferde lemezmező közepére kerül (4. jelű gerenda), a keresztirányú nyomatékból származó feszültségváltozás pontosan a duplája azon esethez viszonyítva, amikor a támasz és erőbevezetés a párhuzamos lemezmező közepén helyezkedik el (1. és 2. jelű gerenda), az erre vonatkozó mintaszámítást részletesen a [KB1] publikáció tartalmazza.



12. ábra: Különböző geometriai kialakítású trapézlemez-gerincű gerendák.



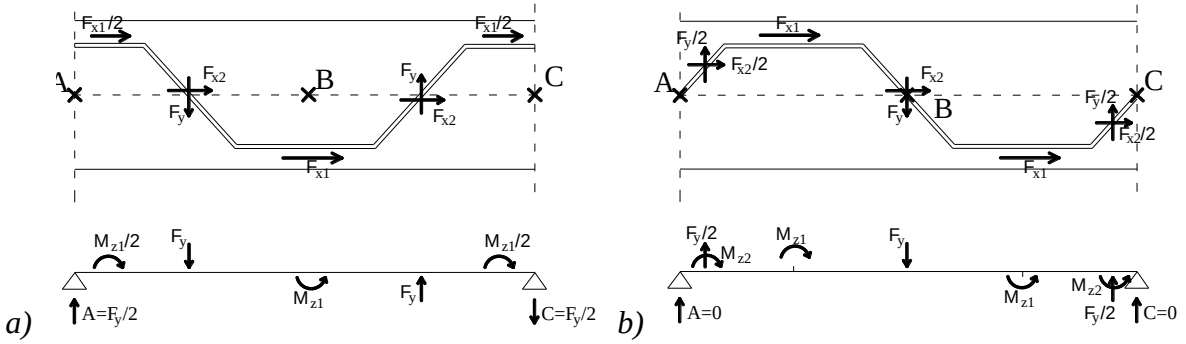
13. ábra: A 3. és a 4. jelű gerendákon számított feszültségváltozás értékei.

Hasonló számításokat végeztem több trapézlemez geometriával és különböző övlemez mérettel kialakított gerendán. Bemutattam a keresztirányú hajlítónyomaték szempontjából a megtámasztások és terhelési viszonyok fontosságát és ennek a trapézlemez geometriai kialakításától és méretétől való függését. A numerikus számításaim alapján elsőként módosítottam a különböző kialakításoknak megfelelő mechanikai modelleket, és bemutattam a közöttük lévő különbségeket, melyekből két példát a *14. ábra* szemléltet. A módosított mechanikai modell lényege, hogy a nyírófeszültségből származó keresztirányú erők (F_y) és nyomatékok (M_{z1} és M_{z2}) csak abban az esetben vannak külső erőbevezetés, vagy megtámasztás nélkül egyensúlyban (A=0, C=0, ahol A és C a *14. ábrán* jelölt támaszokban kialakuló keresztirányú reakcióerő), amennyiben a gerinclemez ferde lemezmezővel indul és végződik. További feltétel még, hogy a gerenda teljes hossza mentén a trapézlemez geometriája páros

számú félszinuszhullámból álljon. Ennek az esetnek a mechanikai modellje a *14.b) ábrán* látható. Minden más esetben keletkezik a gerenda két végén jelölt oldalirányú támaszokban reakcióerő, melyre egy lehetséges példát a *14.a) ábra* mutat. Az ábrákon az F_{xi} erők a nyírófeszültségből keletkező hossztengely irányú erőket, az F_y a keresztirányú erőt, az M_{zi} a keresztirányú hajlítónyomatékokat jelentik, melyek a trapézlemezgerincben lévő nyírófolyam intenzitásából számíthatók ki a (2.7)-(2.9) képletek szerint [16] alapján.

$$M_{z1} = F_{x1} \cdot \frac{a_3}{2} = \frac{V}{h_w} \cdot a_1 \cdot \frac{a_3}{2} \qquad F_y = \frac{V}{h_w} \cdot a_3 \qquad F_{x2} = \frac{V}{h_w} \cdot a_4 \qquad \text{(2.7), (2.8), (2.9)}$$

ahol: V a keresztmetszetben ható nyíróerő,
a_1, a_3 és a_4 a trapézlemezgerinc geometriai méretei (*15. ábra* alapján),
h_w a gerinclemez magassága (*1. ábra* alapján).



14. ábra: Különböző trapézlemez kialakításokból származó igénybevételek az övben: az oldalirányú megtámasztásban a) reakcióerő keletkezik, b) nem keletkezik reakcióerő.

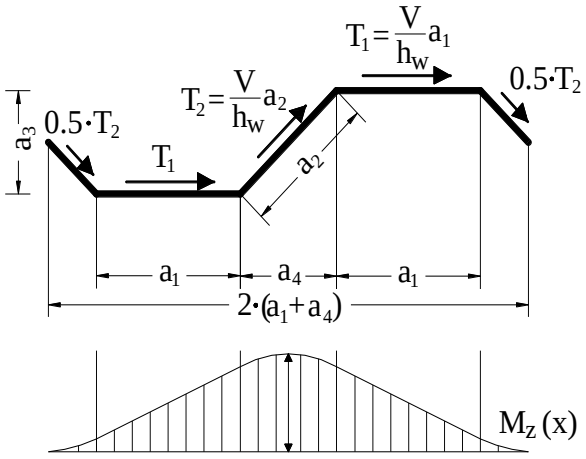
A *14.b) ábrán* látható mechanikai modellen bemutatott keresztirányú hajlítónyomatékokból és keresztirányú erőkből a B pontra felírt nyomatéki egyenlet a (2.10) egyenlet formájában írható fel, ami a (2.11) egyenletben megadott alakra egyszerűsíthető.

$$M_{z,\max} = \frac{V}{h_w} a_1 \frac{a_3}{2} + 2\frac{V}{h_w}\frac{a_4}{2}\frac{a_3}{4} + \frac{V}{h_w}\frac{a_3}{2}\left(a_1 + \frac{3a_4}{4}\right) - \frac{V}{h_w}\frac{a_3}{2}\frac{a_4}{4} \qquad (2.10)$$

$$M_{z,\max} = \frac{V \cdot a_3}{2 \cdot h_w} \cdot \left(2 \cdot a_1 + a_4\right) \qquad (2.11)$$

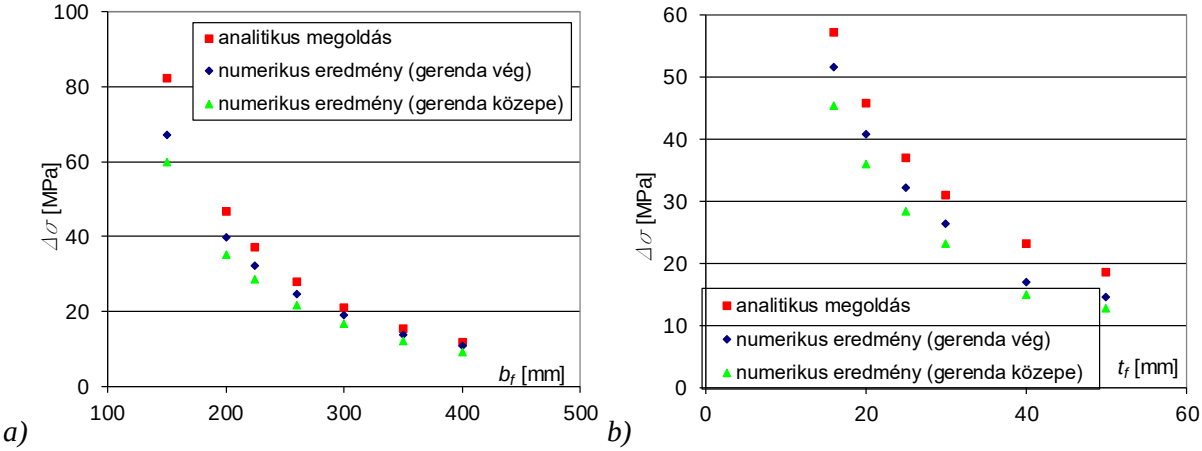
Ennek a mechanikai modellnek megfelelően a trapézlemez hossza mentén kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték fizikailag lehetséges – a legkedvezőtlenebb támasz, terhelés és trapézlemez geometriai kialakítás esetén kialakuló – eloszlását a *15. ábra* mutatja be, a maximális értéke pedig a (2.11) egyenletből számítható. Az így meghatározott maximális keresziránú hajlítónyomatékból az övlemez két széle között kialakuló normálfeszültség-különbséget összehasonlítottam a numerikus paramétervizsgálatban vizsgált gerendákon számított értékekkel. A numerikus paramétervizsgálatban a következő paramétertartományt vizsgáltam:

övlemez: b_f = 150 mm ÷ 400 mm; t_f = 15 mm ÷ 50 mm;
gerinclemez: h_w = 300 mm ÷ 1500 mm;
trapézlemezprofil: a_1 = 150 mm ÷ 300 mm; α = 10° ÷ 60°.



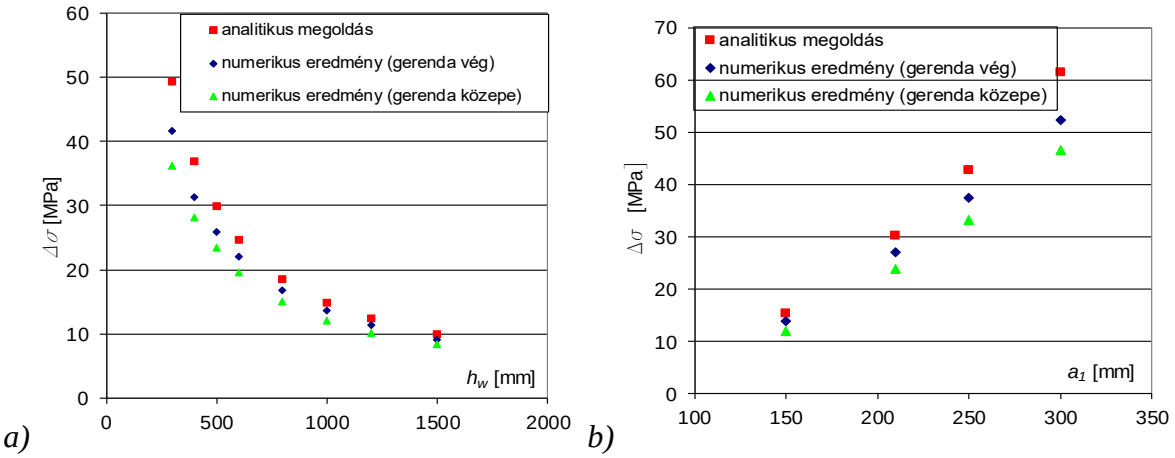
15. ábra: Módosított mechanikai modell és a mértékadó keresztirányú nyomatékeloszlás.

A vizsgálati eredményeket a *16-18. ábrák* mutatják be. A diagramok vízszintes tengelyén rendre a vizsgált paraméter, a függőleges tengelyén a meghatározott feszültségkülönbség látható [MPa] dimenzióban. A diagramok külön adatsorral mutatják a (2.11) képlettel számított analitikus számítások eredményét, valamint a gerenda végén és mezőközépen a második ferde lemezmező középső keresztmetszetében (*15. ábrán* bemutatott $M_{z,max}$ helyén) meghatározott feszültségkülönbségek ($\Delta\sigma$) nagyságát. Az összehasonlítás mindegyik vizsgált paraméter esetén igazolja, hogy az analitikusan meghatározott érték jól követi a numerikus modell eredményeinek a tendenciáját, és a teljes vizsgált paramétertartományban a biztonság oldalán van, tehát felső becslést ad a keresztirányú hajlítónyomatékból származó feszültségkülönbségre.

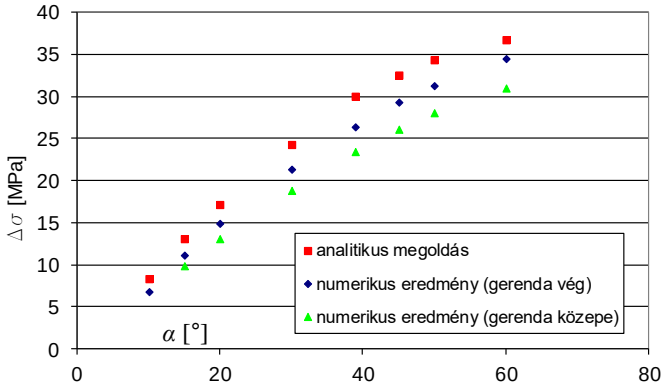


16. ábra: Az a) övlemezszélességnek, b) övlemezvastagságnak a keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség-különbségre gyakorolt hatása.

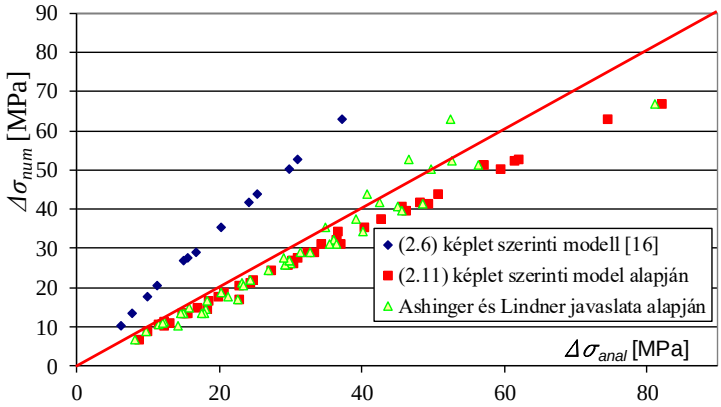
A numerikus számítások igazolták, hogy az övlemezszélesség és vastagság, valamint a gerinclemez-magasság növelésével a normálfeszültség-különbség exponenciálisan csökken. A trapézlemezprofil a_1 méretének, illetve α paraméterének növelése azonban a normálfeszültség-különbség növekedését eredményezi az analitikus megoldással megegyezően. A numerikus számításaim és korábbi szakirodalmi ajánlások eredményeit összehasonlítottam, amelyet a *11. ábrán* bemutatott 1. terhelési esetre vonatkozóan a *19. ábrán* szemléltetek.



17. ábra: A a) gerinclemez méretének, b) párhuzamos lemezmező hosszának a keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség-különbségre gyakorolt hatása.



18. ábra: A trapézlemez hajlítási szögének a keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség-különbségre gyakorolt hatása.



19. ábra: Analitikus eredmények összehasonlítása a numerikus modell eredményeivel.

Kísérleti és numerikus számítási eredmények alapján tehát igazoltam, hogy az általam kidolgozott méretezési képlet kellő pontossággal alkalmazható a hossztengely mentén konstans nyíróerővel terhelt trapézlemez-gerincű I-gerendák övlemezében, a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből származó keresztirányú hajlítónyomaték maximális értékének meghatározására különböző geometriai kialakítások esetén. A numerikus vizsgálati eredményeket kiterjesztettem a különböző nyíróerő eloszlásokra, és igazoltam, hogy a keresztirányú hajlítónyomaték adott keresztmetszet szempontjából lehetséges értékének felső becslését az adott keresztmetszetben fellépő nyíróerőből lehet meghatározni.

2.4 Keresztirányú hajlítónyomaték hatása a hajlítási ellenállásra

A keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség pontos meghatározása után azt vizsgáltam, hogy milyen hatással van a keresztirányú hajlítónyomaték a trapézlemez-gerincű I-gerendák hajlítási ellenállására, milyen módon kell figyelembe venni a hajlítási ellenállás méretezési képletében. A korábbi, hajlított-nyírt trapézlemez-gerincű tartókra kidolgozott hajlítási ellenállás szabványosított képletében [1] szerepel a keresztirányú hajlítónyomaték hatásából származó normálfeszültség, egy f_T redukciós tényező formájában, melyet a (2.12)-(2.14) képletek adnak meg.

$$M_{Rd} = \min\left(\frac{b_{uf} \cdot t_{uf} \cdot f_{yf,r}}{\gamma_{M0}} \cdot \left(h_w + \frac{t_{uf} + t_{lf}}{2} \right); \frac{b_{lf} \cdot t_{lf} \cdot f_{yf,r}}{\gamma_{M0}} \cdot \left(h_w + \frac{t_{uf} + t_{lf}}{2} \right); \frac{b_{uf} \cdot t_{uf} \cdot \chi \cdot f_{yf,r}}{\gamma_{M0}} \cdot \left(h_w + \frac{t_{uf} + t_{lf}}{2} \right) \right) \quad (2.12)$$

ahol: $$f_{yr,r} = f_T \cdot f_{yf} \quad (2.13)$$

$$f_T = 1 - 0{,}4 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x(M_z)}{\frac{f_{yf}}{\gamma_{M0}}}} \quad (2.14)$$

f_{yf} az övlemezek anyagának folyáshatára,

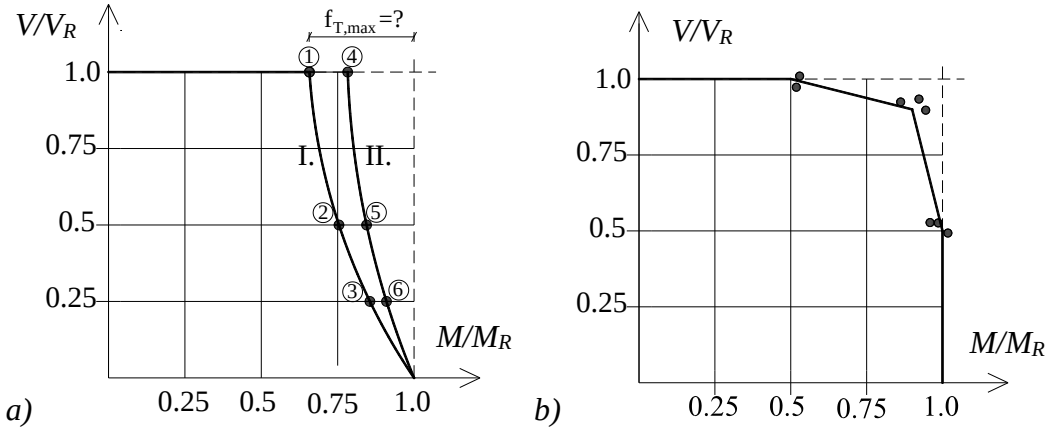
γ_{M0} parciális tényező korlátozatlan folyás határállapotára vonatkozóan,

$\sigma_{x(Mz)}$ a keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség az övlemezben,

χ övlemez síkra merőleges kihajlásához tartozó csökkentő tényező az EN 1993-1-1 6.3 fejezete alapján [22].

Mivel a keresztirányú hajlítónyomaték a nyíróerőből származik, ezért a méretezési eljárás valójában egy M-V interakciós ellenőrzés. A képletnek az elméleti háttere a nemzetközi szakirodalomban tisztázatlan, ugyanakkor a gyakorlatban alkalmazott szerkezetek esetén a méretezési képletben alkalmazott (f_T) redukciós tényező jelentős ellenálláscsökkenésre vezet, melyet a későbbiekben részletesen bemutatok és elemzek. A (2.14) képlettel megadott f_T redukciós tényezőt Lindner [7] javasolta, amely alkalmazásra került a DASt-Richtlinie 015 [9] német műszaki szabályozásban, ahonnan az EN 1993-1-5 [1] szabvány is átvette. A képlet kísérleti eredmények alapján lett kidolgozva, mely hajlítónyomatékkal és nyíróerővel terhelt trapézlemez-gerincű tartók vizsgálatán alapult, ahol a tönkremeneteli mód kifordulás volt. Az f_T redukciós tényező hajlítási ellenállásra kifejtett hatását a nyíróerő függvényében a *20.a) ábra* mutatja be M-V interakciós diagram formájában. Az ①-②-③ pontok által alkotott görbe az $M_{z,max}$ keresztirányú nyomatékra vonatkozó (2.11), a ④-⑤-⑥ pontok által alkotott görbe pedig a (2.6) egyenlet alapján lett meghatározva. A különböző pontok különböző nyírási kihasználtsághoz tartozó értékeket reprezentálnak (25%, 50% és 100%-os kihasználtságnak megfelelően). A *20.a) ábra* alapján látható, hogy az f_T tényező hatása nem a szokásos M-V interakciós viselkedést írja le, hanem egy nyomatéki ellenállást csökkentő faktor, mely a gerendában lévő nyíróerő nagyságától függ. Elgaaly és tsai. 1996-98 között kísérleti és numerikus módon is vizsgálták a trapézlemez-gerincű tartók M-V interakciós viselkedését, melynek eredményeit a [9], [10] és [23] publikációkban foglalták össze. A kísérleti és numerikus számítási eredményeik alapján azt állapították meg, hogy nincs szükség az M-V interakció teherbíráscsökkentő hatásának figyelembevételére, mivel a hajlítónyomatékot dominánsan az övlemezek, a nyíróerőt dominánsan a gerinclemezek viselik, és az ellenállás

számításában az öv- és a gerinclemez szétválasztásra kerül trapézlemez-gerincű tartók esetén. Ezt a megállapítást Pasternak és Hannebauer is megerősítette 2003-ban [24] szinuszhullám-gerincű tartók esetére, és azt javasolták, hogy az f_T csökkentő tényezőt 1.0-ra kell felvenni. Ugyanakkor a szinuszhullám és a trapézlemez-gerincű tartók között jelentős különbség, hogy a tipikus hullámlemez gerincű tartók esetén a hullámmagasság az övlemez szélességéhez képest általában kicsi, így a keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség lényegesen kisebb lehet, mint trapézlemez-gerincű tartók esetén. Ezen vizsgálatokkal párhuzamosan Kuchta 2006-ban egy interakciós képletet javasolt az M-V interakció teherbírást csökkentő hatásának figyelembevételére, melyet kísérleti eredményekkel támasztott alá [12]. Az általa javasolt interakciós képlet nem vette figyelembe a Lindner által javasolt f_T redukciós tényezőt, hanem a *20.b) ábrán* bemutatott interakciós egyeneseket írta le, melyek a legkedvezőtlenebb igénybevétel kombináció esetén maximum 8.3%-os teherbíráscsökkentést eredményeznek a szerkezetben. Ez a modell a hajlítási ellenállás csökkentését a nyíróerő nyírási teherbírás 50%-át meghaladó esetben írja elő. A *20.b). ábrán* bemutatott interakciós diagramon az M_R a trapézlemez-gerincű tartó övlemezeinek képlékeny nyomatéki ellenállása, a V_R a gerinclemez képlékeny nyírási ellenállása. A diagramon jelölt pontok a kísérleti eredményeket mutatják. A vizsgálatok a gerinclemez nyírási horpadási és az övlemez horpadási ellenállását nem vizsgálták.



20. ábra: a) Az f_T redukciós tényező alkalmazásával létrejövő M-V interakciós diagram, b) Kuchta által javasolt M-V interakciós diagram és kísérleti eredmények.

A korábbi kísérleti és numerikus eredmények közti ellentmondások, valamint a *20. ábrán* bemutatott eltérő jellegű interakciós diagramok láttán a kutatásom során azt vizsgáltam, hogy a nyíróerő és az abból származó keresztirányú nyomaték milyen hatással van a hajlítónyomatéki ellenállásra, milyen módon kell a méretezési képletekben figyelembe venni a keresztirányú hajlítónyomatékból származó teherbíráscsökkentést, amennyiben egyáltalán figyelembe kell venni. Továbbá azt vizsgáltam, hogy a *20.a) ábrán* jelölt $f_{T,max}$ értéke mekkora a gyakorlati esetekben, azaz mekkora hatása van az f_T tényezőnek a mindennapi tervezési gyakorlatban. A jelen vizsgálatok során a nyírási és a nyírási horpadási ellenállással, a gerinclemez tönkremenetelét leíró jelenségekkel nem foglalkoztam. Arra vonatkozó további kutatások és a teljes M-V interakciós felületre vonatkozó eredmények Jáger [25] PhD disszertációjában találhatók.

Az f_T tényező maximális értékének vizsgálatára a szakirodalomból összegyűjtöttem megépült trapézlemez-gerincű hidak és magasépítési szerkezetek geometriai adatait és a teljes adatbázist kiértékeltem az f_T redukciós tényezőre való érzékenység szempontjából. Több mint 1900 valós szerkezeti geometriát gyűjtöttem össze a gyakorlatból, melyekre meghatároztam a *20.a) ábrán* ① jelű ponttal jelölt $f_{T,max}$ értéket, ami jellemzi a jelenlegi szabványos M-V interakciós diagramot. Mivel azonban a 100%-os nyírási kihasználtsághoz tartozó érték a gyakorlati alkalmazás szempontjából kis jelentőséggel bír, ezért a számításokat elvégeztem 25%-os és 50%-os nyírási kihasználtságok esetére is (②-③ jelű pontok a *20.a) ábrán*), melyek jellemzően előfordulnak mind a magasépítési, mind a hídépítési gyakorlatban. Összesen 115 különböző kísérleti úton vizsgált trapézlemez-gerincű tartó geometriát találtam a nemzetközi szakirodalomban, illetve további 292 geometriát, melyeket numerikus modellel vizsgáltak. 12 megépült trapézlemez-gerincű hídgeometriát találtam, melyek a következők: Altwipfergrund híd [26], [27], Shinkai híd [28], Matsunoki híd [28], Hondani híd [28], Cognac híd [29], Maupre híd [28], Dole híd [28], Maetani híd [3], Ilsun híd [29] és a Móra Ferenc híd [30]. Több esetben csak a trapézlemezgerincre vonatkozó pontos geometriát adták meg a szakirodalmak, ilyen esetben hídépítésre jellemző tipikus övlemez méreteket rendeltem a szerkezetekhez. Továbbá szinuszhullám-gerincű tartókra vonatkozó tipikus geometriákat is összegyűjtöttem. Összesen 1519 különböző szinuszhullám-gerincű gerenda geometriai kialakítás található a Zeman [31] acélszerkezeti gyártó cég katalógusában, melyeket alkalmazhatnak tervezők a gyakorlatban. A szakirodalomból összegyűjtött gerendák kiértékelése alapján megállapítottam, hogy a szinuszhullám-gerincű tartók hullámmagassága (40-43 mm) és hullámhossza (30-60 mm) jellemzően lényegesen kisebb, mint a trapézlemez-gerincű tartóké, ugyanakkor az alkalmazott gerinclemez vastagság is kisebb (1.5-6 mm). Ezeket a gerendák elsősorban a magasépítésben alkalmazzák, melyre egy példát a *21. ábra* mutat.

21. ábra: Hullámgerincű tartóból épült csarnokszerkezet [31].

Az elsősorban hídépítésben alkalmazott trapézlemez-gerincű tartók esetén a hullámhossz 150-400 mm között változik, ami 5-7-szer nagyobb a szinuszhullám-gerincű tartókénál, illetve a gerinclemez vastagsága is lényegesen meghaladja a magasépítési tartókét. Egy példát a tipikus hídépítési kialakításra a *22. ábra* mutat.

22. ábra: Trapézelem gerincű tartóval épült hídszerkezet [32].

Mivel a trapézlemezgerinc geometriai kialakítása lényeges hatással van a keresztirányú hajlítónyomatékra, és ezáltal az f_T csökkentő tényezőre, ezért a vizsgálataimat két részre bontottam, a tipikus szinuszhullám-gerincű (magasépítési) és a tipikus trapézlemez-gerincű (hídépítési) szerkezetekre, illetve külön kezeltem a már megépült hídszerkezeteket is. A *2. táblázat* mutatja be az adatbázisban lévő gerinclemez geometriák jellemző adatainak minimális, maximális és átlag értékeit mindhárom esetre vonatkozóan. Látható, hogy a trapézlemez-geometriák esetén a tartomány lényegesen nagyobb, ami azzal magyarázható, hogy a trapézlemez-gerincű tartókat lényegesen többet vizsgálták a nemzetközi szakirodalomban. Az is látható, hogy a trapézlemez-gerincű tartók és a megépült hídszerkezetek átlagos geometriai jellemzői jó egyezést mutatnak, így a vizsgált adatbázis reprezentatívnak tekinthető.

2. táblázat: Nemzetközi szakirodalom alapján összeállított adatbázis jellemző értékei.

	hajlítási szög (α) [°]			**a_1 [mm]**			**a_2 [mm]**		
	Min.	Max.	Átlag	Min.	Max.	Átlag	Min.	Max.	Átlag
szinuszhullámgerinc	20	38	37.9	26	100	26.5	65	220	66.1
trapézlemezgerinc	10	90	39.6	20	750	242.6	14	707	233.8
megépült hídszerkezetek	25	39	33.3	250	430	334.8	250	430	340.3

A *3. táblázat* összegzi az összegyűjtött geometriák esetén meghatározott, keresztirányú hajlítónyomatékból a különböző nyíróerő szinteken meghatározott normálfeszültség-különbségek, és az ebből számított f_T csökkentő tényező értékét. Az eredmények alapján megállapítottam, hogy míg szinuszhullám-gerincű tartók esetén a maximális normálfeszültség-különbség értéke nem éri el a 10 MPa-t, addig a trapézlemez-gerincű tartók és hídszerkezetek esetén ez az érték a 100-150 MPa-t is meghaladja, ami a jelenlegi járatos acél szilárdsági osztályok esetén jelentős hatásnak tekinthető. A normálfeszültség-különbségből számított csökkentő tényező maximális értéke szinuszhullám-gerincű tartók esetén jellemzően 7%, trapézlemez-gerincű tartók esetén átlagosan 19-25%, de szélsőséges esetben elérheti akár az 50%-ot is. A gyakorlatban jellemzően előforduló 20-50%-os nyírási kihasználtság esetén is meghatároztam a normálfeszültség-különbség és a csökkentő tényező értékét, az eredményeket a *3. táblázat* mutatja. Az eredmények azt mutatják, hogy szinuszhullám-gerincű tartók esetén a normálfeszültség-különbség átlagos értéke 25%-os nyírási kihasználtság esetén 2.3 MPa, a csökkentő tényező 3%, ami elhanyagolhatónak mondható a tervezési gyakorlatban. Trapézlemez-gerincű tartók esetén azonban ezen értékek 27-39 MPa és 10-12% teherbíráscsökkenést jelentenek. A meghatározott normálfeszültség-változások értékeit

összehasonlítottam az alkalmazott acél anyag folyáshatárával a *4. táblázatban*. Az eredmények alapján látható, hogy szinuszhullám-gerincű tartók esetén az arányszám 1.8-3.6% között, míg trapézlemez- gerincű tartók esetén 7.1-19.8% között változik, ami nem tekinthető elhanyagolhatónak a gyakorlati alkalmazás szempontjából.

3. táblázat: Számított normálfeszültség-különbség és f_T redukciós tényező jellemző értékei.

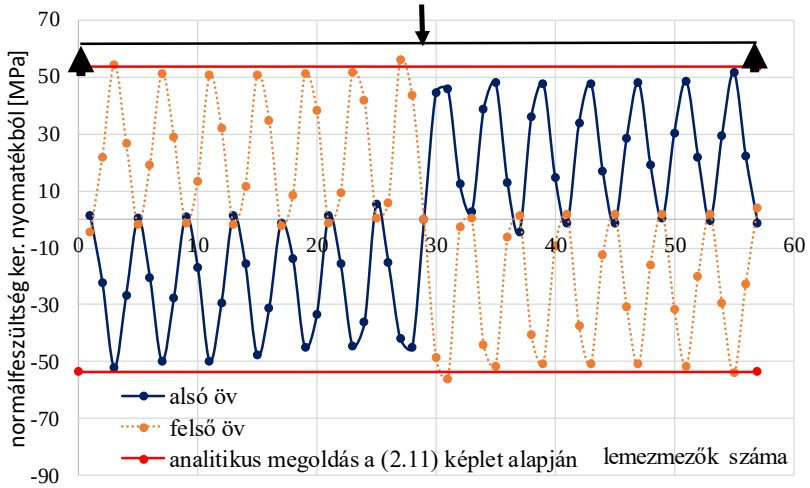
Maximális keresztirányú nyomaték alapján való kiértékelés		normálfeszültség-különbség $\sigma_{x,(Mz)}$ **[MPa]**			redukciós tényező f_T **[-]**		
		Min.	Max.	Átlag	Min.	Max.	Átlag
Pont #1 (100% nyírási kihasznált-ság)	szinuszhullámgerinc	0.34	65.68	**9.18**	0.79	0.98	**0.93**
	trapézlemezgerinc	0.8	488.9	**107.9**	0.58	0.99	**0.81**
	megépült hídszerkezetek	60.4	651.7	**159.6**	0.46	0.84	**0.75**
Pont #2 (50% nyírási kihasznált-ság)	szinuszhullámgerinc	0.2	32.8	**4.6**	0.85	0.99	**0.95**
	trapézlemezgerinc	0.4	244.4	**54.1**	0.71	0.99	**0.87**
	megépült hídszerkezetek	30.2	325.9	**79.8**	0.62	0.88	**0.82**
Pont #3 (25% nyírási kihasznált-ság)	szinuszhullámgerinc	0.1	16.4	**2.3**	0.89	0.99	**0.97**
	trapézlemezgerinc	0.2	122.2	**27.2**	0.79	0.99	**0.90**
	megépült hídszerkezetek	15.1	162.9	**39.9**	**0.73**	0.92	**0.88**

4. táblázat: Számított normálfeszültség-változás és folyáshatár arányának jellemző értékei.

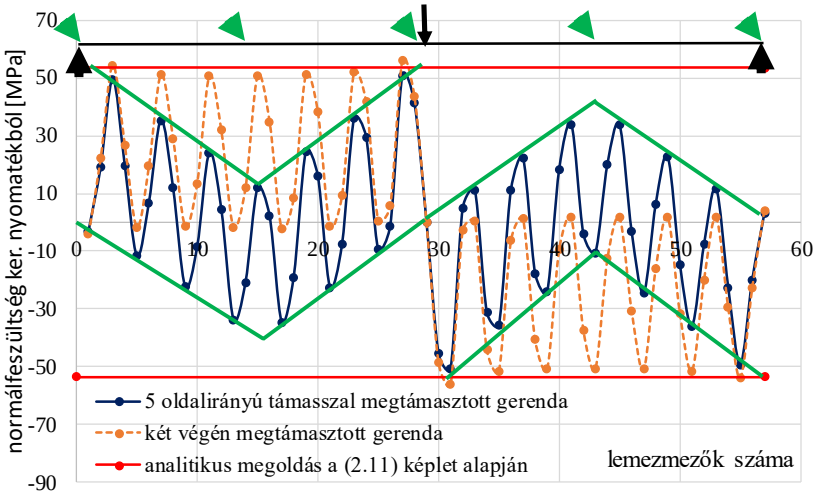
Maximális keresztirányú nyomaték alapján való kiértékelés		$\sigma_{x,(Mz)} / f_y$ **[%]**		
		Min.	Max.	Átlag
Pont #2 (50% nyírási kihasznált-ság)	szinuszhullámgerinc	0.35	17.47	**3.61**
	trapézlemezgerinc	0.06	54.04	**14.18**
	megépült hídszerkezetek	6.89	91.79	**19.80**
Pont #3 (25% nyírási kihasznált-ság)	szinuszhullámgerinc	0.2	8.7	**1.8**
	trapézlemezgerinc	0.0	27.0	**7.1**
	megépült hídszerkezetek	3.4	45.9	**9.9**

Fentiekben igazolva az f_T redukciós tényező gyakorlati geometriai kialakítások esetére való jelentőségét, megvizsgáltam tipikus hídszerkezetekben a nyírófeszültségből az övlemezekben keletkező keresztirányú hajlítónyomatékokat. A numerikus számítások azt mutatták, hogy a (2.11) képlet alapján számított keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség-különbség maximális értéke jó egyezést mutat az általam vizsgált alapesetekkel, azonban a valós hídszerkezetek esetén gyakran alkalmazott oldalirányú megtámasztások (merevítések) jelentősen csökkentik ennek hatását. A szakirodalomban először publikáltam, hogy a keresztirányú megtámasztások milyen módon befolyásolják az övlemezben kialakuló normálfeszültség-különbséget, és igazoltam, hogy a gyakorlatban fellépő keresztirányú hajlítónyomatékból származó hatás lényegesen kisebb lehet, mint az analitikus megoldás által meghatározott maximális érték. Ezzel igazoltam azt is, hogy az analitikus méretezési eljárás minden esetben a biztonság oldalán van. Ugyanakkor, amennyiben a keresztirányú hajlítónyomaték pontos meghatározására van szükség, azt az oldalirányú megtámasztásokat és a terhelési viszonyokat figyelembe vevő numerikus modellel lehet megtenni. A paramétervizsgálat során különböző geometriájú és keresztirányú megtámasztással rendelkező gerendát vizsgáltam, melyek közül az alapesetet a *23. ábra* mutatja be. A diagram vízszintes

tengelyén a gerenda hossztengelye, a függőleges tengelyen a keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség-különbség látható. A piros vízszintes vonal a (2.11) képlettel meghatározott analitikus számítás eredményét mutatja. Látható, hogy a numerikus számítás maximális értékei jó egyezést mutatnak az analitikus számítás eredményeivel, és az alsó, illetve a felső övlemezben azonos mértékű és jellegű normálfeszültségek keletkeznek. A *24. ábra* azt szemlélteti, hogy milyen hatással vannak a diagramon zöld háromszögekkel jelölt helyeken alkalmazott oldalirányú megtámasztások a keresztirányú hajlítónyomatékból az övlemezben kialakuló normálfeszültségekre. A számítási eredmények azt mutatják, hogy az oldalirányú megtámasztások jelentős mértékben csökkentik a megtámasztási hely környezetében kialakuló normálfeszültségeket, a tendenciát a zöld vonalak mutatják.



23. ábra: Normálfeszültség-különbségi ábra két végén csuklós, villásan megtámasztott, mezőközépen koncentrált erővel terhelt gerenda esetén.

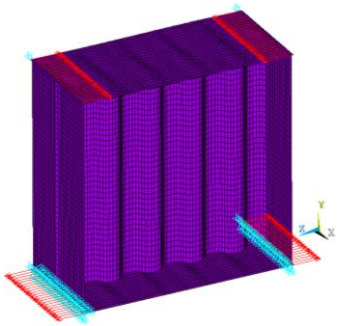


24. ábra: Normálfeszültség-különbségi ábra két végén csuklós, villásan és közbenső merevítéseket tartalmazó, mezőközépen koncentrált erővel terhelt gerenda esetén.

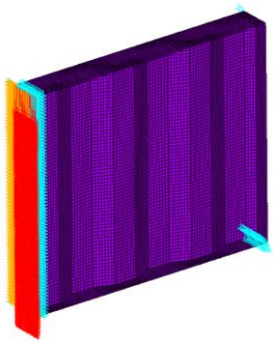
A jelenség fizikai magyarázata az, hogy az oldalirányú megtámasztás közvetlenül felveszi az F_y keresztirányú erőt, és részben egyensúlyozza a megtámasztások helyzetének függvényében a M_{zi} keresztirányú hajlítónyomaték hatását. További jellemző oldalirányú megtámasztásokra vonatkozó számítási eredményeket a [KB2] publikáció tartalmaz. A számítási eredmények

alapján tehát megmutattam az oldalirányú megtámasztások (merevítések) keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültségek nagyságára kifejtett hatását. Igazoltam ennek jelentőségét a gyakorlat számára, aminek eredménye, hogy a gyakorlati esetben a keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség lényegesen kisebb lehet a megtámasztások függvényében, mint a (2.11) egyenletből meghatározott elméleti maximális érték. A pontos érték meghatározása olyan héj-, vagy testelemekből álló numerikus modellel lehetséges, mely képes figyelembe venni mind a trapézlemez geometriai adottságaiból, mind a megtámasztási viszonyokból származó jellegzetességeket.

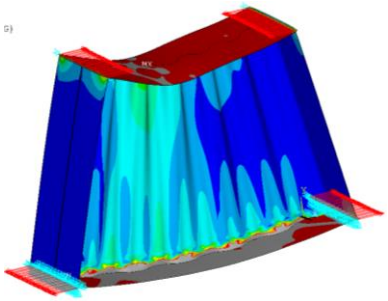
A továbbiakban azt vizsgáltam, hogy mekkora hatása van a keresztirányú hajlítónyomatéknak a gerenda hajlítási ellenállására. A kidolgozott numerikus modellen, anyagi és geometriai nemlineáris analízis alkalmazásával meghatároztam a gerenda hajlítási ellenállását. A numerikus modellt a *25. ábra* mutatja be tiszta hajlításra (*25.a) ábra*) és hajlítás-nyírás interakciójára (*25.b) ábra*). A modell konvergenciáját ellenőriztem, a fizikai jelenség követését szakirodalmi kísérletek alapján validáltam. Elgaaly és tsai. [10] kísérleti programját használtam fel tiszta hajlítási ellenállás, illetve Moon és tsai. [28] kísérleteit a nyírási horpadási ellenállás validálására (annak ellenére, hogy a nyírási horpadási ellenállás meghatározása nem témája a kutatási programomnak, a modell fizikai viselkedését ezzel a vizsgálattal igazoltam). A numerikus modellben a kísérleti gerendáknak megfelelő megtámasztást, a numerikus paramétervizsgálatban pedig a *25.b) ábra* szerinti támasz- és tehermodellt alkalmaztam, az övlemezre tett hajlítónyomatékot reprezentáló dinámmal kiegészítve. Az anyagmodell lineárisan rugalmas – keményedően képlékeny, Huber-Mises-Hencky folyási feltétel és izotrop keményedés figyelembevételével. Az alkalmazott acél rugalmas anyagjellemzői a következők: E=210000 MPa, ν=0.3. A képlékeny szakaszon a folyáshatár elérése után a szakítószilárdság eléréséig (10% nyúlásig) lineáris keményedést, azután pedig tökéletesen képlékeny viselkedést tételeztem fel. A folyáshatár (f_y) és szakítószilárdság (f_u) értékét a modellvalidáció során a kísérletekben mért értéknek megfelelően vettem fel, míg a numerikus paramétervizsgálatban az analitikus megoldással való összehasonlítások során az S355 szilárdságú acélnak megfelelő nominális értékeket alkalmaztam (f_y=355 MPa és f_u=510 MPa). A numerikus modellben első stabilitási sajátalak formájú helyettesítő geometriai imperfekciót alkalmaztam, amely figyelembe tudja venni a hajlítónyomaték és nyíróerő arányának függvényében az imperfekciós alak változását. Több korábbi szakirodalmi vizsgálat igazolta, hogy az első sajátalak alkalmazása imperfekcióként a geometriai és anyagi nemlineáris analízisben (GMNIA) a biztonság oldalán tett közelítésre vezet, ezért én is ezt alkalmaztam a vizsgálataim során. A numerikus modellt hálóérzékenység vizsgálattal verifikáltam. Ezt követte a modell validációja kísérleti eredmények alapján. A modell validációja során meghatározott tönkremeneteli alakot a tiszta hajlítás és domináns nyírás esetére a *25.c)* és *25.d) ábra* mutatja be. A meghatározott hajlítási és nyírási teherbírásokat, és azoknak a kísérlet során mért értékekkel való összehasonlítását az *5. táblázat* mutatja. Mivel a kutatási program fókusza a hajlítási ellenállás, ezért hajlítás szempontjából 6 kísérleti eredménnyel is összehasonlítottam a numerikus modellen számított értékeket. Az összehasonlítás alapján megállapítható, hogy a hajlítási ellenállás szempontjából a mért és számított eredmények átlagos különbsége 1% alatti, jellemzően ±3%-os tartományban mozog. Továbbá minden vizsgált esetben meggyőződtem róla, hogy a modellel meghatározott tönkremeneteli mód megfelel a kísérletben tapasztalttal.



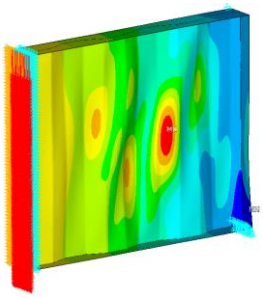
a) Elgaaly próbatestjének modellje



b) Moon próbatestjének fél modellje



c) tiszta hajlítási tönkremenetel



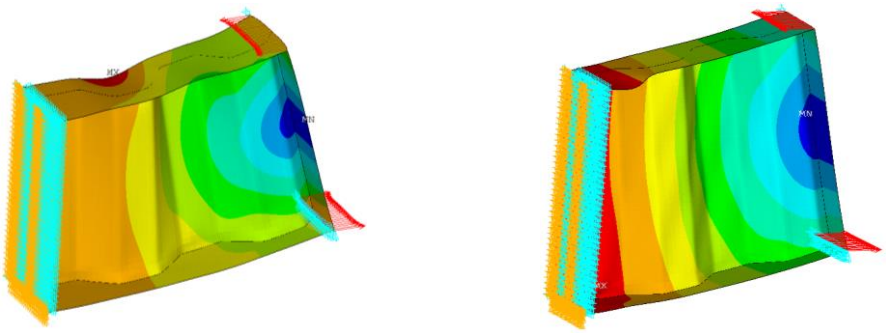
d) domináns nyírási tönkremenetel

25. ábra: Numerikus modell és jellemző tönkremeneteli alakok.

5. táblázat: Numerikus modellben alkalmazott paraméterek és modellvalidáció.

	t_f [mm]	b_f [mm]	h_w [mm]	t_w [mm]	$L/2$ [mm]	α [°]	a_1 [mm]	a_2 [mm]	a_4 [mm]	a_3 [mm]	f_{yf} [MPa]	f_{yw} [MPa]	V_{test} [kN]	M_{test} [kN]	V_{num} [kN]	M_{num} [kN]	V_{test} / V_{num}	M_{test} / M_{num}
Elgaaly és tsai. kísérleti eredményei																		
1	12.7	152.4	304.8	0.607	304.8	50	19.8	18.53	12	14	289	682	-	180.9	-	178.9	-	1.01
2	12.7	152.4	304.8	0.607	304.8	45	38.1	35.92	25	25	289	682	-	193.3	-	181.4	-	1.07
3	12.7	152.4	304.8	0.607	304.8	55	41.9	40.7	23	33	289	682	-	175	-	178.8	-	0.98
4	12.7	152.4	304.8	0.607	304.8	62.5	49.8	57.25	26	51	289	682	-	175.2	-	178.7	-	0.98
5	12.7	152.4	304.8	0.76	304.8	55	41.9	40.7	23	33	376	682	-	237.8	-	231.1	-	1.03
6	12.7	152.4	304.8	0.76	304.8	62.5	49.8	57.25	26	51	376	682	-	223.2	-	229.4	-	0.97
Moon és tsai. kísérleti eredményei																		
7	30	300	2000	4	3110	22.6	220	195	180	75	296	296	1052.8	-	1003	-	1.05	-

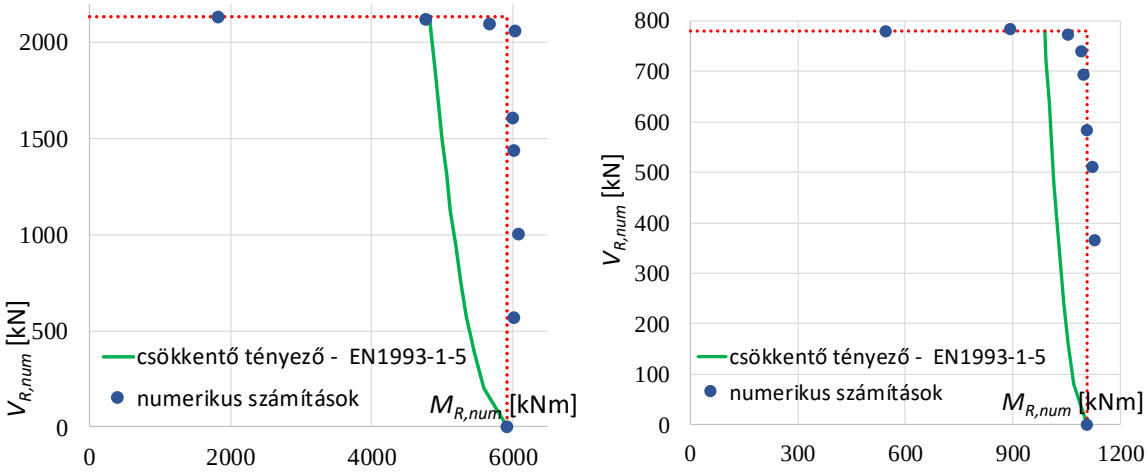
A verifikált és validált numerikus modellel végrehajtottam egy numerikus paramétervizsgálatot különböző geometriájú, hajlítónyomatékkal és nyíróerővel terhelt gerendák hajlítási ellenállásának meghatározására. A vizsgálathoz a nemzetközi szakirodalomból összegyűjtött jellemző geometriai paramétertartományból választottam jellemző kialakításokat, melyek közül azonos súllyal szerepeltek magasépítési és hídépítési geometriák is. A vizsgált jellemző tönkremeneteli alakokat a *26. ábra* mutatja be: a *26.a) ábra* egy jellemző hajlítási tönkremenetelt, a *26.b) ábra* pedig egy jellemző interakciós tönkremenetelt mutat. Mivel a rugalmas analízis azt mutatta, hogy a keresztirányú hajlítónyomaték szempontjából nagy hatása van a szerkezet geometria kialakításának és a támaszok, valamint az erőbevezetés trapézlemez geometriai kialakításához képesti viszonyának, ezért figyeltem arra, hogy a vizsgált kialakítások minden esetben a legkedvezőtlenebb esetet reprezentálják (*12. ábra* - 4. trapézlemez kialakítás). Ebben az esetben a numerikus és az analitikus számítások jó egyezést mutattak.



a) hajlítási tönkremenetel *b) interakciós tönkremenetel*

26. ábra: Numerikus modellben vizsgált jellemző tönkremeneteli alakok.

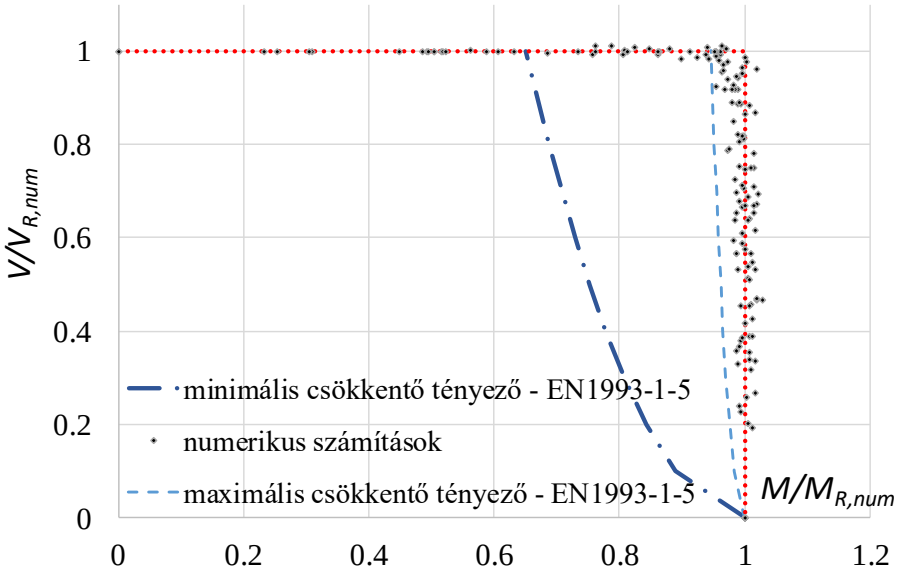
A növelt nyíróerő hajlítási ellenállására való hatását egy hídépítési (*27.a) ábra*) és egy magasépítési (*27.b) ábra*) geometriájú gerenda esetén a *27. ábra* mutatja be. A piros szaggatott vonalak a tiszta esetekhez tartozó hajlítási és nyírási teherbírások értékeit mutatják. A számítási eredmények alapján látható, hogy annak ellenére, hogy a lineáris viselkedés tartományában jelentős különbséget tapasztaltam a tipikus hídépítési és magasépítési geometriájú gerendák esetén, a nemlineáris modellel meghatározott hajlítási ellenállásban jelentős különbség a két kialakítás között nem tapasztalható.



a) hídépítésre jellemző geometria *b) magasépítésre jellemző geometria*

27. ábra: Nyíróerő hatása a trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállására.

Az eredmények azt is mutatják, hogy a nyíróerőnek nincs jelentős, numerikus hibát meghaladó mértéknél nagyobb hatása a trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállására és ez a következtetés független a trapézlemez geometriai kialakítási sajátosságaitól. A numerikus paramétervizsgálat összegzett eredményeit a *28. ábra* mutatja be. A diagramon feltüntettem az EN 1993-1-5 [1] szabvány által megadott f_T redukciós tényezővel meghatározott minimális és maximális teherbíráscsökkentés mértékét is. Látható, hogy a jelenlegi szabványos méretezési módszer jelentősen alulbecsüli a trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállását, amennyiben jelentős nagyságú nyíróerő is hat a szerkezetre. A numerikus számítások során tapasztalt legnagyobb teherbíráscsökkenés értéke kisebb, mint 5% a vizsgált, gyakorlatban alkalmazott paramétertartományban.



28. ábra: Nyíróerő hajlítási teherbírást befolyásoló hatásának vizsgálata – numerikus számítási eredmények.

A vizsgálataim során igazoltam, hogy a nyíróerőből származó keresztirányú hajlítónyomaték a nyíróerő intenzitásának növelésével lineárisan változik, azonban ez nem okoz érdemi csökkenést a gerenda hajlítási teherbírásában. Megállapítottam, hogy a numerikus modellben tapasztalt hajlítási teherbíráscsökkenés mértéke nem haladja meg a trapézlemezgerinc hajlítási ellenálláshoz való hozzájárulásának mértékét. Így amennyiben azt az analitikus méretezési eljárásban elhanyagoljuk, a nyíróerőből származó teherbíráscsökkenést nem szükséges figyelembe venni a hajlítási ellenállás meghatározásában. Ezzel igazoltam azt is, hogy a trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállása a (2.15) képlet alapján, a (2.14) képletben megadott f_T tényező figyelmen kívül hagyásával határozható meg.

$$M_{Rd} = f_{yf}\left(h_w + \frac{t_{uf}+t_{lf}}{2}\right)\min\left(\frac{b_{uf}\cdot t_{uf}}{\gamma_{M0}};\frac{b_{lf}\cdot t_{lf}}{\gamma_{M0}};\frac{\chi\cdot b_{uf}\cdot t_{uf}}{\gamma_{M1}}\cdot\right) \tag{2.15}$$

A (2.15) képletben szereplő tagok jelentése megegyezik a (2.12)-(2.14) képletsorozatban megadott jelölésekkel. A kutatási eredményeim alapján a második generációs prEN 1993-1-5 [2] szabványba a módosított, a tényleges teherbírást pontosabban leíró teherbírási modell került elfogadásra. Továbbá számítási eredményeim alapján a szabvány keresztirányú hajlítónyomaték maximális értékének meghatározására vonatkozó ajánlása is módosításra került a (2.11) képletnek megfelelően, valamint a képlet alkalmazási területe is pontosítva lett (pl: fáradásvizsgálat, elsőfolyás-határállapot vizsgálata).

3. Hosszbordával merevített gerendák beroppanási ellenállása

3.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés

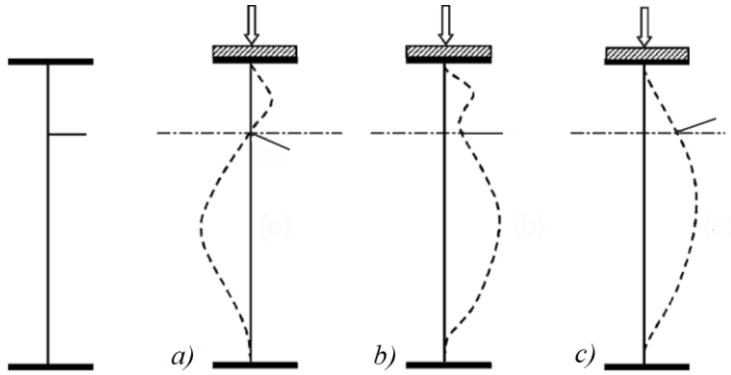
Napjainkban az acélhidak szerelése során tipikusan alkalmazott a betolásos építési mód, amelyet az utóbbi évtizedben jelentősen továbbfejlesztettek a kivitelezés hatékonyságának növelése érdekében. A módszerből adódóan a támaszok feletti keresztmetszetet (*29.a) ábra*) egyidejű hajlítónyomaték, nyíróerő és keresztirányú erő terheli, melyek együttes hatására méretezni kell a szerkezetet szilárdsági és stabilitási szempontból is. A hazai hídépítési gyakorlatban a közvetlen erőbevezetés környezetében sűrűn elhelyezett merevítőbordákat alkalmaznak a lokális stabilitási ellenállás növelésére (*29.b) ábra*), mivel szabványos méretezési módszerrel általában nem lehet kimutatni ezen szerkezeti részletek megerősítés nélküli kellő teherbírását a hídépítésben alkalmazott járatos gerinclemez és hosszbordaméretekkel. A kiegészítő bordák elhelyezése jelentős többletköltséggel jár, ugyanakkor a pontosított számítások azt mutatják, hogy legtöbb esetben alkalmazásuk elkerülhető lenne. Ehhez szükséges egy, a jelenlegieknél pontosabb és megbízhatóan alkalmazható méretezési módszer a hosszbordákkal merevített gerinclemezes tartók beroppanási ellenállásának meghatározására, ami a kutatásom fő motivációját adta.

a) *b)*

29. ábra: a) Szekrény keresztmetszetű híd betolása, b) erősítő keresztbordák kialakítása.

Jelenleg a nemzetközi szakirodalomban elérhető méretezési eljárások [33]-[36] elsősorban hosszborda nélküli, merevítetlen gerinclemezes szerkezetekre lettek kidolgozva, melyek általában kellő pontossággal követik a szerkezeti viselkedést és a beroppanási ellenállást. A hosszborda nélküli gerinclemezes tartók beroppanási ellenállásának meghatározására végzett korábbi vizsgálatok és a jelenleg egyik legpontosabbnak tartott méretezési eljárás statisztikai ellenőrzésének, valamint az Eurocode alapú megbízhatósági analízisének összefoglalója a [33] szakirodalomban található. A hosszbordával merevített tartók esetén azonban a korábbi szakirodalmi adatok, saját kísérleteim és numerikus vizsgálataim alapján megállapítható, hogy a szabványos méretezési eljárás nem követi kellő pontossággal a valós szerkezeti viselkedést és jelentősen alulbecsüli a beroppanási ellenállást. Ez vezet a fent bemutatott, gyakorlati esetekben gazdaságtalan szerkezeti kialakításhoz. A hosszbordával merevített gerinclemezes tartók beroppanási ellenállásának pontosabb meghatározására ezért az elmúlt években számos kutatás készült, melyeket a [37]-[50] szakirodalmak ismertetnek. Globális összefoglalást a korábbi kutatási eredményekről és méretezési eljárásokról a [47] szakirodalom ad. A szakirodalmi áttekintés alapján azonban egyértelműen látható, hogy a nagyszámú korábbi vizsgálat ellenére sem sikerült teljeskörű és általános megoldást adni eddig a hosszbordákkal merevített tartók beroppanási jelenségének pontosabb leírására, a szabványos teherbírás

meghatározására. Az analitikus eljárások által meghatározott, valamint a numerikus modellel számított, vagy kísérletek során mért beroppanási ellenállások között általában jelentős különbségeket tapasztaltak. Jelenleg a nemzetközi szakirodalom Davaine [42], valamint Graciano és Mendes [45] méretezési módszereit tekinti a leginkább elfogadottnak, melyek jellegükben jobban követik a hosszbordával merevített szerkezetek összetett szerkezeti viselkedését, azonban csak egy hosszbordával kialakított szerkezetek esetére lettek kidolgozva, validálva. A korábbi szakirodalmi és saját vizsgálati eredményeim is rámutattak arra, hogy a hosszbordával merevített szerkezetek esetén három különböző tönkremeneteli mód tud kialakulni a hosszborda pozíciója, valamint a hosszborda és a gerinclemez síkra merőleges merevségi arányának függvényében, melyekről a *30. ábra* ad sematikus áttekintést. Erős merevítőbordák esetén, melyek képesek a gerinclemezt a hosszborda magasságában helyben tartani, jellemzően az övlemez és a hosszbordák közötti almező lokális horpadása következik be (*30.a) ábra*), mely a hosszborda pozíciójának, illetve a gerenda keresztmetszetének és az erőbevezetés geometriai kialakításának függvényében kialakulhat a felső és az alsó mezőben is. Gyenge hosszbordák esetén jellemzően globális horpadás a tönkremeneteli mód, melyet a *30.c) ábra* szemléltet. Ugyanakkor a hosszborda merevsége számottevő hatással lehet a globális szerkezeti viselkedésre, aminek következtében a globális és a lokális horpadás interakcióba léphet, amint ezt a *30.b) ábra* mutatja.

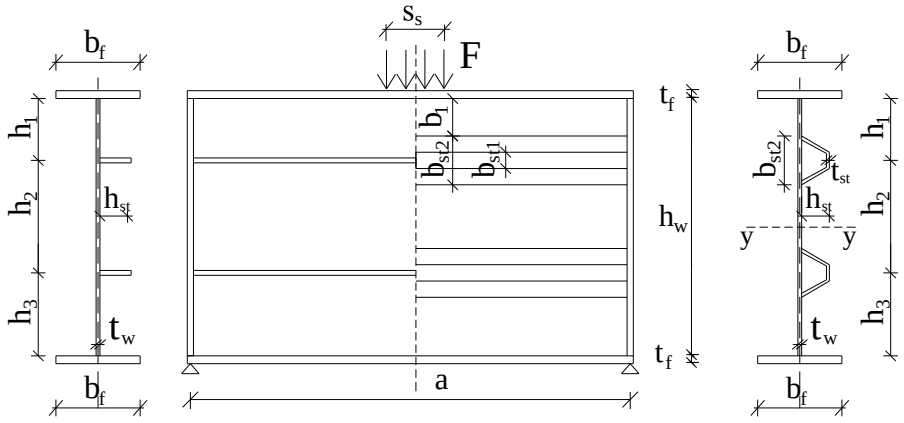


a) lokális horpadás b) interakciós tönkremenetel c) globális horpadás

30. ábra: Merevített gerendák jellemző beroppanási tönkremeneteli módjai [44].

A nemzetközi szakirodalomban fellelhető, korábban kidolgozott méretezési módszereknek az a közös jellemzője, hogy a három különböző stabilitási jelenséget egy méretezési képlettel próbálják leírni, mely jellemzően a vizsgált paramétertartományban működik, de nem ad kellően pontos megoldást általános esetben. Ezért korábbi tanulmányokban a vizsgált paramétertartománytól függően találták az egyik, vagy a másik méretezési eljárást pontosabbnak. A korábbi vizsgálatokra az is jellemző, hogy a gerinc magassága mentén mindig egy hosszbordát alkalmaztak, és annak a beroppanási ellenállásra való hatását vizsgálták. A hídépítési gyakorlatban azonban döntő többségben vannak azon szerkezeti kialakítások, melyeknél a gerinclemez magassága mentén több hosszbordát, közel egyenletesen kiosztva alkalmaznak. Ilyen kialakítások esetén az egy hosszbordára kidolgozott, és a lokális - globális tönkremenetelt kombináló méretezési módszerek nem alkalmazhatók, illetve csak nagyon a biztonság oldali közelítésnek tekinthetők. A korábbi méretezési eljárásokra az is jellemző, hogy a hosszborda merevségét a k_F horpadási tényezőben javasolták figyelembe venni a terhelt lemezmező beroppanási kritikus teherparaméterének (F_{cr}) meghatározása során. Ennek

megfelelően a hosszborda merevségének növelése a kritikus teher és a beroppanási ellenállás növekedését is eredményezi. Ugyanakkor, amennyiben valamelyik almező lokális horpadása a mértékadó tönkremeneteli mód, a hosszborda merevségének növelése nincs hatással a beroppanási ellenállásra. Így könnyen belátható, hogy a tisztán lokális horpadási tönkremeneteli mód esetén a korábbi szakirodalmi képletek nem alkalmazhatók. Ismerve a korábbi méretezési módszerek hiányosságait, vizsgálataim eredményeként a nemzetközi szakirodalomban elsőként javasoltam a tönkremeneteli módok szétválasztását és jellemeztem ezek határait. Ez alapján a gyakorlatban tipikusan elterjedt, több erős merevítőbordával kialakított szerkezetek esetén kialakuló lokális horpadási ellenállás meghatározására dolgoztam ki az eddigieknél pontosabb méretezési eljárást. Az általam vizsgált szerkezeti kialakítást és a továbbiakban alkalmazott jelöléseket a *31. ábra* mutatja nyitott és zárt hosszbordás esetre is.



31. ábra: Vizsgált szerkezeti kialakítás és alkalmazott jelölések.

A hosszbordával merevített gerinclemezes tartók beroppanási ellenállására kidolgozott méretezési eljárások jellemzően két megoldási stratégiát követnek: (i) az ún. növelő tényezős eljárások, melyek a hosszborda nélküli szerkezet beroppanási ellenállásából egy növelő tényezővel származtatják a teherbírást, és (ii) az ún. csökkentő tényezős eljárások, melyek a beroppanási tönkremenetelhez tartozó relatív karcsúságban veszik figyelembe a hosszborda hatását, és horpadási görbét alkalmazva csökkentő tényezővel számítják a teherbírást a képlékeny ellenállásból. Az első módszert követte Bergfelt [51], Markovic és Hajdin [52], Kutmanová és Skaloud [53], illetve Graciano [37]. A csökkentő tényezős módszerek közül a hosszborda nélküli szerkezeti kialakítások esetén az EN 1993-1-5 [1] által javasolt méretezési eljárást mutatom be először, mivel ez a méretezési módszer megalapozott elméleti, kísérleti és numerikus háttérrel rendelkezik, melyet a [34]-[39] szakirodalmak igazolnak. Ezért én is ezt az eljárást alkalmaztam a pontosított méretezési eljárásom alapjául. Ennek értelmében a beroppanási ellenállás a (3.1) egyenlettel számítható.

$$F_{Rd} = \chi_F \cdot \frac{l_y \cdot f_{yw} \cdot t_w}{\gamma_{M1}} \leq 1.0 \tag{3.1}$$

ahol a csökkentő tényező (χ_F) a (3.2)-(3.5) képletek, az effektív terhelt hossz (l_y) pedig a (3.6) képlet alapján számítható.

$$\chi_F = \frac{1.0}{\varphi_F + \sqrt{\varphi_F^2 - \overline{\lambda}_F}} \leq 1.0 \tag{3.2}$$

$$\varphi_F = \frac{1}{2}\left(1 + \alpha_{F0} \cdot \left(\overline{\lambda}_F - \overline{\lambda}_{F0}\right) + \overline{\lambda}_F\right) \tag{3.3}$$

$$\overline{\lambda}_F = \sqrt{\frac{l_y \cdot t_w \cdot f_{yw}}{F_{cr}}} \tag{3.4}$$

$$\alpha_{F0} = 0.75 \qquad \overline{\lambda}_{F0} = 0.50 \quad \text{amennyiben} \quad \gamma_{M1} = 1.10 \tag{3.5}$$

$$l_y = s_s + 2 \cdot t_f \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{b_f}{t_w}}\right) \tag{3.6}$$

ahol: f_{yw} a gerinclemez folyáshatára,
t_w a gerinclemez vastagsága,
b_f a terhelt övlemez szélessége,
t_f a terhelt övlemez vastagsága,
s_s az erőbevezetési hossz,
γ_{M1} a stabilitási tönkremenetelhez tartozó parciális tényező.

A relatív karcsúság számításában szereplő kritikus teher (F_{cr}) a (3.7) egyenlettel számítható; a képletben a horpadási tényező merevítőborda nélküli esetben a (3.8), merevítőbordával rendelkező esetben pedig a (3.9) képlet alapján határozható meg. Mindkét képlet a hídépítési gyakorlatban leggyakrabban előforduló, egyoldalról terhelt és nem konzolos lemezmezőkre vonatkozik, az EN 1993-1-5 [1] 6.1 ábra „a típusú” terhelésének megfelelően.

$$F_{cr} = 0{,}9 \cdot k_F \cdot E \cdot \frac{t_w^{\,3}}{h_w} \tag{3.7}$$

$$k_F = 6 + 2 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \quad \text{merevítőborda nélküli esetben} \tag{3.8}$$

$$k_F = 6 + 2 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + \left(5.44 \cdot \frac{b_1}{a} - 0.21\right) \cdot \sqrt{\gamma_s} \quad \text{merevítőbordával} \tag{3.9}$$

ahol: $$\gamma_s = 10.9 \cdot \frac{I_{sl}}{h_w \cdot t_w^{\,3}} \le 13 \cdot \left(\frac{a}{h_w}\right)^3 + 210 \cdot \left(0.3 - \frac{b_1}{a}\right) \tag{3.10}$$

E az acél rugalmassági modulusa,
I_{sl} a hosszborda síkra merőleges inerciája az együttdolgozó gerinclemez résszel együtt,
b_1 a terhelt övlemez és hosszborda közötti almező magassága,
h_w a gerinclemez magassága,
a a kereszttartók, illetve keresztbordák közti távolság, vagy a gerenda fesztávja.

A COMBRI RFCS kutatási projekt [40] keretében intenzív vizsgálatokat végeztek ennek a méretezési eljárásnak a hosszbordás esetre való kiterjesztésére és az erőbevezetési hossz beroppanási ellenállásra való hatásának vizsgálatára. Ezen kutatások eredményeként Seitz [41] hajtott végre laboratóriumi vizsgálatokat, dolgozott ki és validált numerikus modellt, melyen elvégzett paramétervizsgálat eredményei alapján javasolt egy új méretezési eljárást. Módszerében a hosszbordával merevített szerkezetekre jellemző oszlopszerű és lemezszerű tönkremeneteli módok közötti interpolációval határozta meg a beroppanási ellenállást. Annak ellenére, hogy a javasolt méretezési eljárás tartalmazta a lokális és a globális tönkremeneteli

módra való ellenőrzést is, túl bonyolult volt a gyakorlati alkalmazás számára. Seitz vizsgálataival párhuzamosan Davaine [42] végzett további, széleskörű paramétervizsgálatot az egy hosszbordával merevített gerendák beroppanási ellenállásának meghatározására. Davaine rámutatott a jelenlegi szabványos méretezési módszer hiányosságaira, miszerint nem követi a numerikus számítások trendjét abban az esetben, ha a merevítőborda kellően távol esik a terhelt övlemeztől. Rámutatott, hogy a jelenlegi méretezési eljárás alapján, amennyiben a hosszbordát távolítjuk a terhelt övlemeztől, a beroppanási ellenállás értéke nő. A numerikus számítások alapján ez a trend azonban megfordul, amikor a tönkremenetel nem a hosszborda alatti, hanem az a feletti lemezmezőben következik be, melynek szempontjából a hosszborda további távolítása az övlemeztől teherbíráscsökkenést eredményez; ezt a jelenséget az analitikus méretezési eljárás nem képes figyelembe venni. Ezért a kritikus teherparaméter étékének módosítását javasolta a (3.11)-(3.13) képleteknek megfelelően, ahol $F_{cr,1}$ a (3.7) képlettel meghatározott kritikus erő, $F_{cr,2}$ pedig a terhelt övlemez és hosszborda közötti lemezmező horpadásához tartozó kritikus erő.

$$k_{F,2} = \left(0.8 \cdot \frac{s_s + 2 \cdot t_f}{a} + 0.6\right) \cdot \left(\frac{a}{b_1}\right)^{\left(0.6 \cdot \frac{s_s + 2 \cdot t_f}{a} + 0.5\right)} \tag{3.11}$$

$$F_{cr,2} = k_{F,2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot \left(1 - \upsilon^2\right)} \cdot \frac{{t_w}^3}{b_1} \tag{3.12}$$

$$F_{cr} = \frac{F_{cr,1} \cdot F_{cr,2}}{F_{cr,1} + F_{cr,2}} \tag{3.13}$$

A Davaine által kidolgozott méretezési eljárás tehát kombinálja az alsó és a felső lemezmező kritikus teherparaméterét, így megalapozottan alkalmazható az egy hosszbordával kialakított szerkezetek esetén. Clarin [43] összehasonlító módon vizsgálta a különböző beroppanási ellenállásmodelleket, és ez alapján javasolt egy új ellenállásmodellt az egy hosszbordával merevített tartókra. Chacón hibrid gerendák beroppanási ellenállását vizsgálta és megállapította, hogy az övlemez és a gerinclemez folyáshatára közötti különbség érdemben nem befolyásolja a beroppanási ellenállást, így az ún. hibridségi fokot nem szükséges figyelembe venni a méretezési képletben. Jelentős kísérleti programot hajtott végre Kárníková és Skaloud 1989-ben, aminek keretében a hosszborda helyzetének és méretének a beroppanási ellenállásra gyakorolt hatását vizsgálták. A hosszborda pozíciójának és merevségének vizsgálatára további vizsgálatok is születtek: Dall'Aglio [56], Benedetti és Dall'Aglio [60], Navarro-Manso és tsai. [57], Walbridge és Lebet [58], Graciano és Edlund [59], Loaiza és tsai. [61]-[62]. Ezen vizsgálatok mindegyike a hosszborda geometriai kialakításának, méretének és helyzetének teherbírást befolyásoló hatását vizsgálták. Graciano és Lagerqvist [44] végzett széleskörű numerikus paramétervizsgálatot a kritikus teher meghatározására 2003-ban. Vizsgálataikat Graciano és Mendes [45] folytatta 2014-ben, aminek eredményeként egy pontosított képletet dolgoztak ki a k_F horpadási tényező meghatározására, melyet a (3.14)-(3.15) képletek adnak meg.

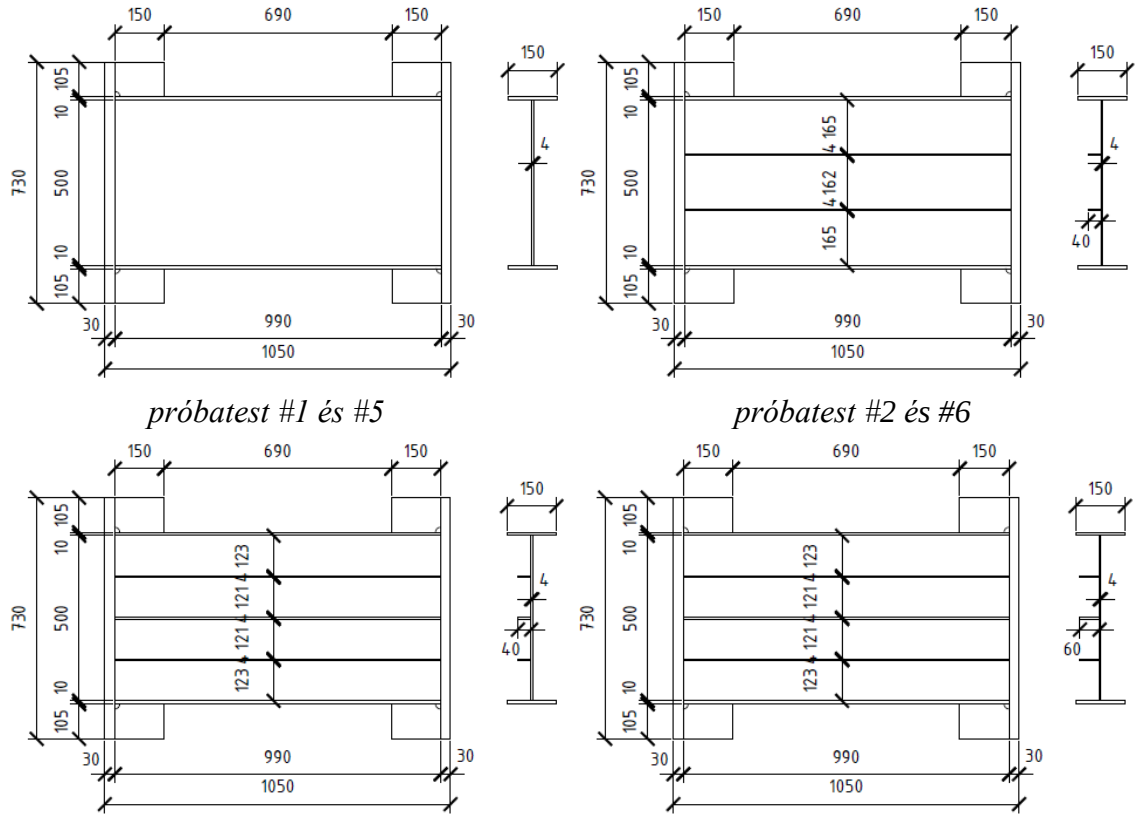
$$k_{sl} = -1.87 + 36.94 \cdot \left(\frac{b_1}{h_w}\right) - 62.86 \cdot \left(\frac{b_1}{h_w}\right)^2 - 8.09 \cdot \left(\frac{s_s}{a}\right) + 16.38 \cdot \left(\frac{s_s}{a}\right)^2 - 0.0036 \cdot \gamma_s + 0.44 \cdot \left(\frac{t_f}{t_w}\right) + 30.95 \cdot \left(\frac{b_1}{h_w}\right) \cdot \left(\frac{s_s}{a}\right) + 0.031 \cdot \left(\frac{b_1}{h_w}\right) \cdot \gamma_s + 0.0035 \cdot \left(\frac{s_s}{a}\right) \cdot \gamma_s \quad (3.14)$$

$$k_F = 6 + 2 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{sl} \quad (3.15)$$

Graciano későbbi vizsgálatai [47] arra is rávilágítottak, hogy ezek a képletek is további pontosításra szorulnak. Az általa elvégzett összehasonlító elemzés eredményei azt mutatták, hogy a nemzetközi szakirodalomban található legjobb méretezési eljárások is 20-60%-kal alul becsülhetik a beroppanási ellenállást, melyet kísérleti eredményekkel támasztott alá. A szakirodalmi áttekintés alapján látható tehát, hogy az egy hosszbordával merevített tartók esetére sincs kiforrott és egységes méretezési eljárás a beroppanási ellenállás meghatározására, a több hosszbordával merevített szerkezetek méretezésére vonatkozó eljárás pedig teljes mértékben hiányzik a nemzetközi szakirodalomból. Kutatásom során erre a kialakításra fókuszálva hajtottam végre laboratóriumi kísérleteket és széleskörű numerikus vizsgálatokat, melyek alapján a korábbiaknál pontosabb méretezési módszert dolgoztam ki a beroppanási ellenállásra.

3.2 Laboratóriumi kísérleti vizsgálatok

Megterveztem és végrehajtottam egy laboratóriumi kísérletsorozatot a több, gerinclemez magassága mentén egyenletesen elosztott hosszbordával merevített tartók beroppanási ellenállásának meghatározására a BME Hidak és Szerkezetek Tanszék Szerkezetvizsgáló Laboratóriumában. A kísérleti program 8 nagyléptékű próbatestet tartalmazott, melyek közül 6 db hosszbordával merevített, kettő pedig merevítetlen, referencia-próbatest volt. A hosszbordával merevített próbatestek közül 4 próbatest 3 merevítőbordával, 2 próbatest pedig két merevítőbordával került kialakításra. A három merevítőbordás kialakítást két különböző hosszbordamerevséggel vizsgáltuk, így minden típusú próbatestből 2-2 db került legyártásra. A kísérleti programban minden próbatest típust két különböző erőbevezetési hosszal vizsgáltuk: s_s=100 mm és 200 mm. Ennek megfelelően a vizsgált paraméterek (i) a hosszbordák darabszáma – merevítetlen lemezmező magassága, (ii) a hosszbordák merevsége és (iii) az erőbevezetési hossz voltak. A kísérletek célja minden esetben a beroppanási ellenállás meghatározása volt. A próbatestek S355 szilárdsági osztályú acélból készültek, melyek geometriai kialakításáról a *32. ábra* ad áttekintést. A vizsgált gerendák gerinclemezének magassága minden esetben 500 mm, falvastagsága 4 mm, az övlemezek mérete 150x10 mm. A gerenda hossza 990 mm, ami a vizsgált erőbevezetési hosszakhoz képest kellően nagy, hogy a gerenda megtámasztási viszonyai érdemben ne befolyásolják a beroppanási ellenállást. Az alkalmazott hosszbordák 40x4 mm, illetve 60x4 mm laposacél bordák, melyek a gerinclemezt úgy osztották fel, hogy a merevítetlen gerinclemez rész 123 mm, illetve 165 mm magas legyen, ami 30-42 közötti *b/t* aránynak felel meg. A próbatestek kísérleti elrendezését a *33. ábra* mutatja be. A gerendák végei csuklós, villás módon lettek megtámasztva annak érdekében, hogy a gerenda síkra merőleges deformációja ne befolyásolja a beroppanási ellenállást.



próbatest #1 és #5 *próbatest #2 és #6*

próbatest #3 és #7 *próbatest #4 és #8*

32. ábra: Próbatestek geometriai kialakítása és mérete [mm] mértékegységben.

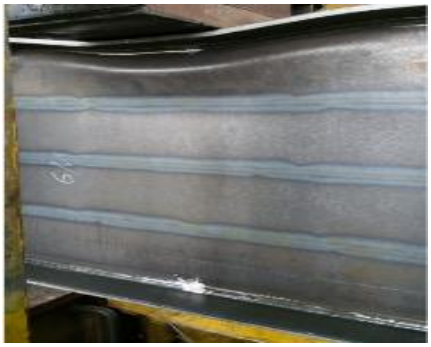
33. ábra: Alkalmazott kísérleti elrendezés, próbatest #1.

A kísérleti próbatestek mért anyagjellemzőit, jellemző paramétereit és a kísérletek során mért beroppanási ellenállások ($F_{R,test}$) értékét a *6. táblázat* foglalja össze. A mérési eredmények azt mutatták, hogy a gerinclemez (t_w=4 mm) anyagának folyáshatára és szakítószilárdsága lényegesen magasabb, mint az övlemezé (t_f=10 mm): az övlemez esetén a folyáshatár és a szakítószilárdság átlagos értéke 276.5 MPa és 378.4 MPa, míg a gerinclemez esetén ezen értékek 311.3 MPa és 403.1 MPa. A hosszbordák és a gerinclemez anyagjellemzői azonosak, mivel azonos anyagból készültek. A kísérleti eredmények során minden próbatest anyagjellemzői külön-külön meg lettek határozva, és ezen értékekkel módosítottam a mért beroppanási ellenállást a közvetlen összehasonlíthatóság érdekében; ezeket az eredményeket ($F_{R,test,mod}$) a *6. táblázat* utolsó oszlopa tartalmazza.

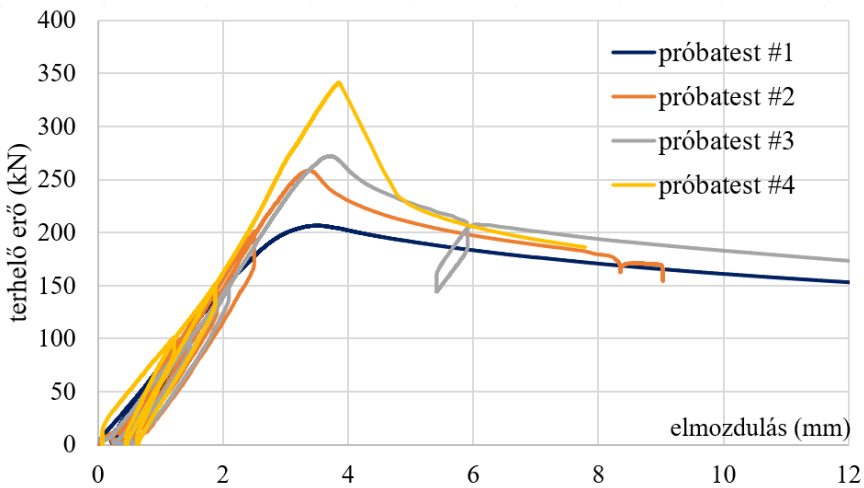
6. táblázat: Mért anyagjellemzők és beroppanási ellenállás értékek.

próbatest	borda száma	borda mérete	γ_s	s_s [mm]	f_{yf} [MPa]	f_{uf} [MPa]	f_{yw} [MPa]	f_{uw} [MPa]	$F_{R,test}$ [kN]	$F_{R,test,mod}$ [kN]
#1	0	-	0	200	288	385	286	392	206.4	224.6
#2	2	40-4	27.27	200	268	377	318	405	258.4	252.9
#3	3	40-4	27.27	200	266	373	311	400	270.9	271.2
#4	3	60-4	80.55	200	283	386	314	405	320.4	317.6
#5	0	-	0	100	272	368	308	392	180.2	182.1
#6	2	40-4	27.27	100	262	370	343	444	214.3	194.5
#7	3	40-4	27.27	100	285	384	299	394	218.4	227.4
#8	3	60-4	80.55	100	288	384	311	393	223.8	223.9

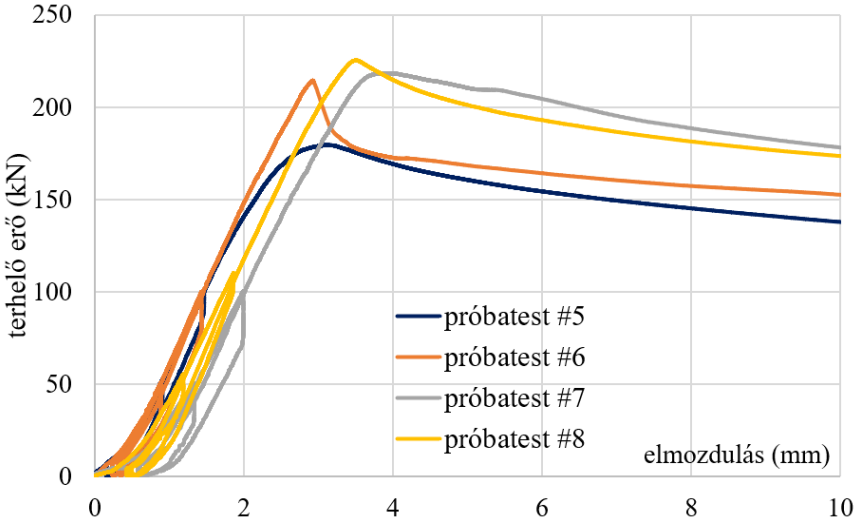
A kísérletek során két jellemző tönkremeneteli módot tapasztaltam: (i) a merevítetlen gerincű tartók esetén a gerinclemez erőbevezetés környezetében bekövetkező lokális horpadását (*34.a) ábra*), valamint (ii) a hosszbordával merevített gerendák esetén a terhelt övlemezhez közelebbi almező lokális horpadását (*34.b) ábra*). A kísérleti programban a hosszbordával merevített esetekben kizárólag lokális horpadási tönkremenetel jelent meg, globális horpadást egyetlen próbatesten sem tapasztaltam. A kísérlet során mért erő-elmozdulás diagramokat a *35-36. ábrák* mutatják be, amelyben a terhelő erő alatt mért függőleges elmozdulás szerepel.

a) b) 

34. ábra: Beroppanási tönkremenetel a kísérletek során a) merevítetlen gerincű, b) három bordával merevített gerinclemezű tartón.



35. ábra: Mért erő-elmozdulás diagramok, próbatest #1-4.

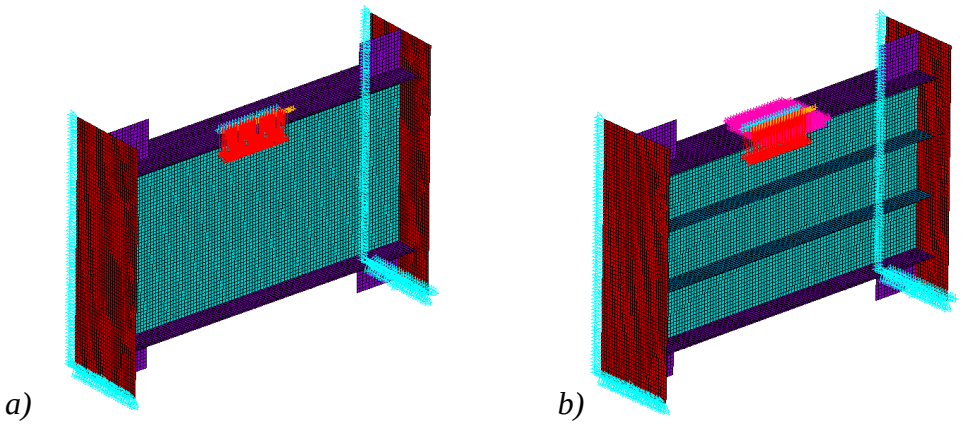


36. ábra: Mért erő-elmozdulás diagramok, próbatest #5-8.

A kísérletek az előzetes várakozásokkal ellentétben rámutattak arra, hogy viszonylag kis merevségű hosszbordák is képesek a gerinclemezt hatékonyan megtámasztani, a globális horpadási tönkremenetelt elkerülni, és a stabilitásvesztési jelenséget az almezőben lokalizálni. A kísérleti eredmények továbbá azt is megmutatták, hogy a 200 mm erőbevezetési hosszal terhelt próbatestek beroppanási ellenállása 20-30%-al nagyobb, mint a 100 mm hosszal terhelteké, a teherbírásnövekedés mértéke pedig hozzávetőlegesen azonos a merevítetlen és a hosszbordával merevített kialakítások esetén. A mérési eredmények alapján a két merevítőbordás kialakítás beroppanási ellenállása 6-12%-kal, a három merevítőbordás kialakítás teherbírása jellemzően 20-25%-kal magasabb, mint a merevítetlen gerenda teherbírása. Ezen eredmények egyértelműen mutatják az övlemez és a hosszborda közötti lemezmező magasságának beroppanási ellenállást befolyásoló hatását.

3.3 Numerikus modell fejlesztése

A kísérleti eredmények alapján kidolgoztam és validáltam egy numerikus modellt, mely alkalmas a beroppanási ellenállás meghatározására. A numerikus modell kettős célt szolgált: (i) egyrészt alkalmaztam a beroppanási ellenállás pontosított meghatározására és ezek alapján analitikus méretezési eljárás kidolgozására, (ii) továbbá imperfekcióérzékenység-vizsgálat és a kísérleti eredmények alapján ajánlást dolgoztam ki az ilyen típusú tartók lokális horpadási tönkremeneteléhez tartozó helyettesítő geometriai imperfekció amplitúdójának meghatározására, ami a numerikus modell alapú tervezés egyik fő bemenő adata és ennek meghatározási módja is hiányzott eddig a nemzetközi szakirodalomból. A numerikus modell egy héj végeselemes modell, melyet ANSYS [20] programkörnyezetben dolgoztam ki; a merevítetlen és hosszbordával merevített kialakítás modelljeit a *37. ábra* mutatja be. A numerikus modellben nyolccsomópontú, Mindlin-Reissner típusú héj végeselemeket alkalmaztam. A megtámasztási viszonyok megegyeztek a kísérleti elrendezésben alkalmazottal. Az erőbevezetést a gerinc felett egyenletesen megoszló teherként vettem figyelembe, a terhelő lemez övlemezhez képest jelentősen nagyobb merevségét pedig a terhelő lemez geometriai méreteinek megfelelő szélességben merev testek alkalmazásával vettem figyelembe, melyek meggátolták az övlemez síkra merőleges elcsavarodását, követve a kísérleti vizsgálatok tapasztalatait.

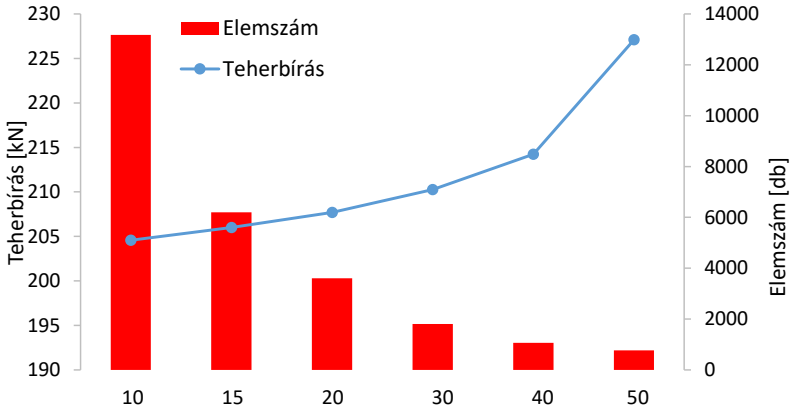


a) *b)*

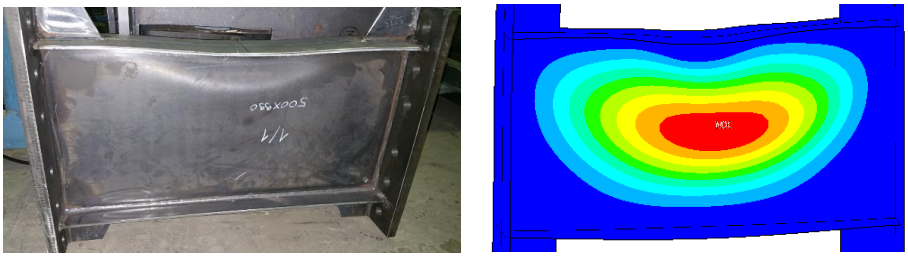
37. ábra: Numerikus modell a) merevítetlen, b) hosszbordával merevített esetre.

Az anyagmodell lineárisan rugalmas – keményedően képlékeny, Huber-Mises-Hencky folyási feltétel és izotrop keményedés figyelembevételével. Az alkalmazott acél rugalmas anyagjellemzői a következők: E=210000 MPa, ν=0.3. A képlékeny szakaszon a folyáshatár elérése után a folyási plató hosszát 1% maradó nyúlással definiáltam, amit követően a szakítószilárdság eléréséig (15% nyúlásig) lineáris keményedést, azután pedig tökéletesen képlékeny viselkedést tételeztem fel. A folyáshatárt (f_y) és szakítószilárdságot (f_u) a modell validációja során a kísérletekben mért értéknek megfelelően vettem fel, míg a numerikus paramétervizsgálatban az analitikus megoldással való összehasonlítások során az S355 szilárdságú acélnak megfelelő nominális értékeket alkalmaztam (f_y=355 MPa és f_u=510 MPa).

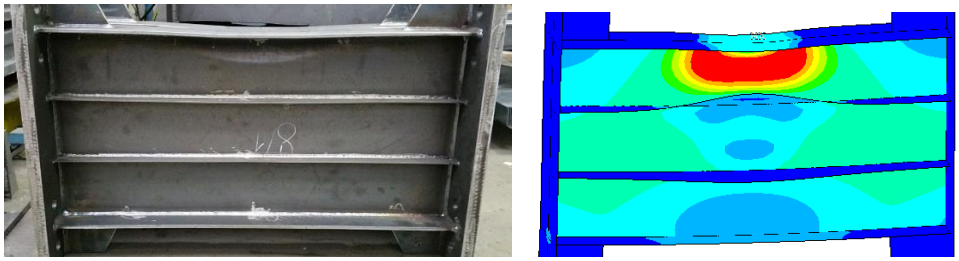
A beroppanási ellenállást anyagi és geometriai nemlineáris analízis alapján határoztam meg, helyettesítő geometriai imperfekció alkalmazásával. A kísérleti vizsgálatok szimulációjához, a modell validációjához elmozdulásvezérelt analízis alkalmaztam, mivel ez felelt meg a kísérleti kialakításnak. Ugyanakkor az analitikus méretezési módszer alapjául szolgáló beroppanási ellenállás meghatározására a numerikus paramétervizsgálatban erővezérelt analízist alkalmaztam, mert ez vezet a biztonság oldalán való méretezéshez. Köztudott, hogy a beroppanási ellenállás meghatározása szempontjából az erőbevezetés modellezésének és a teherátadó lemez merevségének kiemelt hatása van, ezért a modellezésben erre kiemelt figyelmet fordítottam. A kidolgozott numerikus modellt először verifikáltam, a hálóérzékenység-vizsgálat eredményét egy modell esetére a *38. ábra* mutatja be. Ez alapján meghatároztam, hogy milyen minimális végeselem méretet kell alkalmazni a vizsgált lemezmező méretéhez képest a beroppanási ellenállás megfelelő pontosságú becsléséhez. A numerikus modellt a kísérleti eredményekkel való összehasonlítás alapján validáltam. Két próbatest esetére a kísérlet során tapasztalt és a numerikus modellel számított tönkremeneteli alakot a *39-40. ábra,* a mért és számított beroppanási ellenállásokat a *7. táblázat* mutatja. Látható, hogy 6 esetben jó az egyezés a mért és számított értékek között, 2 esetben tapasztaltam nagyobb (12-16%) eltérést. A későbbi numerikus vizsgálatok eredményei rávilágítottak, hogy ezen két próbatest esetén kisebbek voltak a geometriai imperfekciók, amik nagyobb kísérleti teherbírásértékre vezettek. Az eredmények alapján tehát összességében megállapítottam, hogy a numerikus modell képes a kísérletben vizsgált tönkremeneteli mód követésére és a beroppanási ellenállás kellő pontosságú meghatározására. A modellel kapcsolatban további részleteket a [KB3] publikáció tartalmaz.



38. ábra: Hálóérzékenység-vizsgálat eredménye.



39. ábra: A kísérleti és numerikus tönkremeneteli mód összehasonlítása – 1 (próbatest #1).



40. ábra: A kísérleti és numerikus tönkremeneteli mód összehasonlítása – 2 (próbatest #2).

7. táblázat: A mért és számított beroppanási ellenállások összehasonlítása.

	$F_{R,test}$ [kN]	$F_{R,num}$ [kN]	különbség [%]
próbatest #1	206.4	204.6	-0.87
próbatest #2	258.4	254.8	-1.34
próbatest #3	270.96	266.8	-1.54
próbatest #4	320.4	268.2	-16.29
próbatest #5	180.2	176.5	-2.05
próbatest #6	214.3	207.9	-3.25
próbatest #7	218.4	191.6	-12.27
próbatest #8	223.8	208.9	-6.66

A következő fejezetekben a beroppanási ellenállás meghatározására kidolgozott két méretezési eljárást mutatok be, melyeket a numerikus modellem eredményei alapján pontosítottam. Az első egy numerikus modell alapú méretezési eljárás, ezt mutatom be először, a második pedig analitikus méretezési eljárás, ezt mutatom be másodiknak. A két méretezési eljárás ekvivalens, mindkettő alkalmazható a hosszbordával merevített gerendák beroppanási ellenállásának meghatározásra és a korábbi méretezési eljárásoknál pontosabb eredményre vezet.

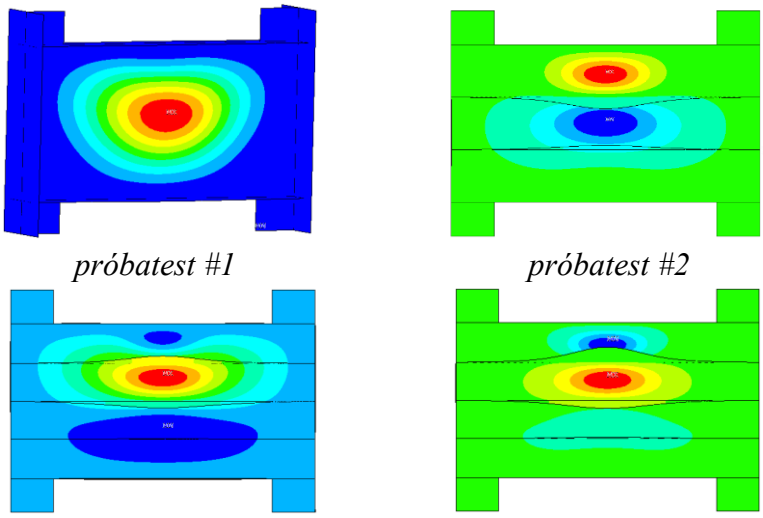
3.4 Helyettesítő geometriai imperfekció meghatározása

A teherbírás szabványos meghatározására fejlett, numerikus modell alapú teherbírásvizsgálati módszerek is rendelkezésre állnak. Ezen méretezési módszerek is szabványos eljárások, amennyiben a modell bemenő adatait szabványos módon vesszük fel és így végezzük el a számítás kiértékelését is. Az előzőekben bemutatott, lokális beroppanási tönkremenetel numerikus szimuláció alapú méretezéséhez azonban jelenleg nem áll rendelkezése szabványos előírás, csak a lemezmezők lokális horpadásához tartozó, szinuszhullám alakú, min(a/200, b_i/200) amplitúdójú helyettesítő geometriai imperfekciót lehet alkalmazni a tervezési gyakorlatban, ahol a és b_i a lemezmező hosszúsága és szélessége. Ez az imperfekció azonban beroppanási tönkremenetel szempontjából nincs ellenőrizve. A numerikus modell alapú méretezés alkalmazása esetén, amennyiben a beroppanási ellenállást ún. közvetlen teherbírásvizsgálattal szeretnénk meghatározni, GMNIA analízist kell végrehajtani, kísérletek alapján validált helyettesítő geometriai imperfekciók alkalmazásával. A beroppanási ellenállás meghatározására a nemzetközi szakirodalomban nem találtam olyan korábbi vizsgálatot, amelyik azt vizsgálná, hogy milyen nagyságú helyettesítő geometria imperfekciót kell alkalmazni a numerikus modellben a kísérleti teherbírás szimulációja során. A 8 kísérleti eredményem alapján meghatároztam, hogy a numerikus modellben milyen amplitúdójú és geometriájú helyettesítő geometriai imperfekció esetén kapom vissza a mért beroppanási ellenállást és elemeztem, hogy ez az amplitúdó milyen viszonyban van az EN 1993-1-5 [1] szabvány által almező horpadásra javasolt, jelenleg a tervezési gyakorlatban alkalmazott imperfekció nagyságával. A vizsgálataim során minden esetben helyettesítő geometriai imperfekciót alkalmaztam, amely magában foglalja a geometriai imperfekció és a sajátfeszültségek együttes teherbírást befolyásoló hatását. A helyettesítő geometriai imperfekció eloszlására jellemzően három alak alkalmazása ajánlott: (i) stabilitási sajátalak formájú (numerikus modellel számított), (ii) trigonometrikus függvénnyel megadott (manuálisan generált) és (iii) tönkremeneteli alak formájú imperfekció. Ezen alakdefiniálási módok közül jelen vizsgálataim során az első két verziót vizsgáltam. Korábbi szakirodalmi adatok azt mutatják, hogy a sajátalak formájú imperfekció általános esetben a biztonság oldalán lévő teherbírásra vezet és alkalmazása széles körben elterjedt, mert a stabilitási jelenséget megalapozott módon képes követni. A számítások automatizálhatósága miatt ennek az imperfekciónak az alkalmazása várható a gyakorlati esetek túlnyomó többségében. A trigonometrikus függvénnyel definiált imperfekció létjogosultsága abban áll, hogy ezzel a módszerrel lehet olyan modelleket létrehozni, melyben pontosan lehet kombinálni a globális és a lokális imperfekciókat, melyek a sajátalak formájú imperfekciók esetén sok esetben nehezen szétválaszthatók. A tönkremeneteli mód alapú imperfekció elméleti háttere még nem kellően megalapozott, kevés tapasztalat áll rendelkezésre és ennek az imperfekciónak az alkalmazásához 2 független GMNIA analízist kell végrehajtani, mely a gyakorlati alkalmazás szempontjából nehézkes lehet, így a jelen vizsgálataim során ezzel nem foglalkoztam. Mivel a hosszbordával merevített gerendák tönkremeneteli módjában kombinálódhat a lokális és a globális tönkremenetel is, ezért a numerikus modellben mindkét imperfekciótípust alkalmazni kell. Ennek megfelelően vizsgálataim során 5 különböző imperfekció, illetve imperfekció kombináció beroppanási ellenállásra gyakorolt hatását vizsgáltam meg, az alábbiak szerint:

- első sajátalak formájú imperfekció,

- szinuszhullám alakú globális imperfekció,
- szinuszhullám alakú lokális imperfekció minden lemezmezőben,
- 100% globális + 70% lokális imperfekció,
- 70% globális + 100% lokális imperfekció.

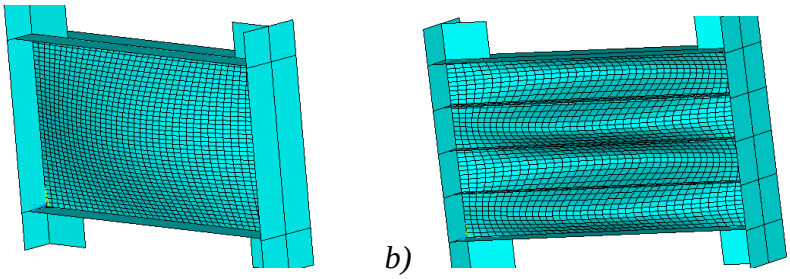
Az imperfekciókombinációkban a 100% az EN 1993-1-5 [1] szabvány által javasolt imperfekcióamplitúdó értékét jelenti, melyet 100% esetén teljes értékkel vettem figyelembe a számítások során. Minden egyes imperfekciótípus esetére külön-külön imperfekcióérzékenység-vizsgálatot hajtottam végre, melyek alapján meghatározható a kísérleti teherbírás követéséhez szükséges imperfekcióamplitúdó. A négy különböző típusú próbatesthez tartozó első sajátalakot, melyeket a számítás során imperfekcióként alkalmaztam, a *41. ábra* mutatja be. A trigonometrikus függvénnyel definiált globális és lokális imperfekciók alakjait egy-egy numerikus modellen a *42. ábra* szemlélteti.



próbatest #1 *próbatest #2*

próbatest #3 *próbatest #4*

41. ábra: Első sajátalak formájú imperfekciók - próbatest #1 - #4.

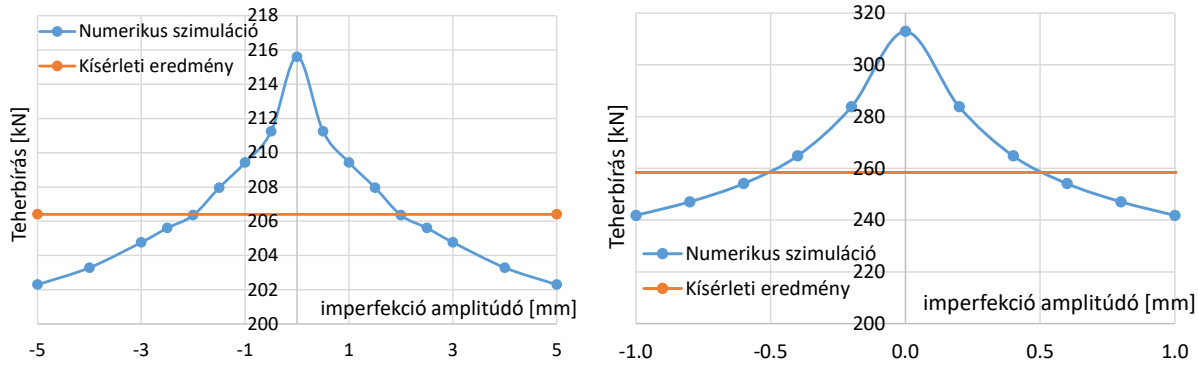


a) *b)*

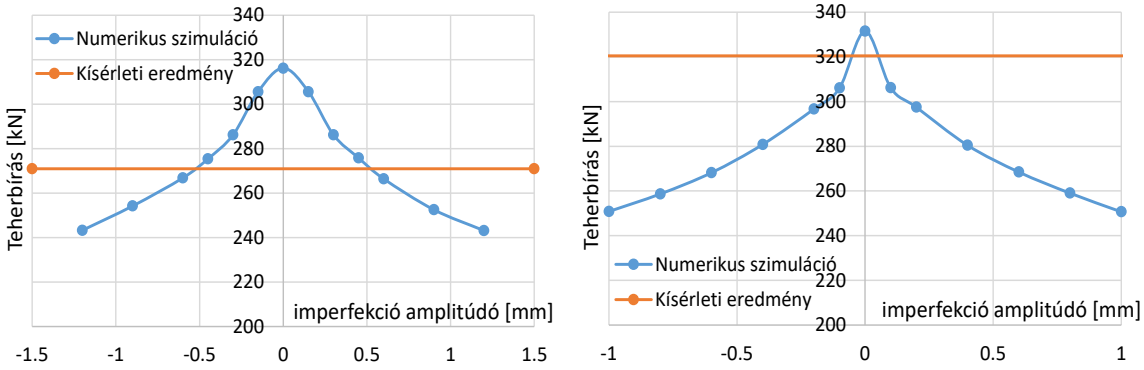
42. ábra: Helyettesítő geometriai imperfekció: a) globális és b) lokális horpadás esetére.

A *41-42. ábrákon* bemutatott imperfekciók és ezek kombinációinak alkalmazásával minden próbatest esetére végrehajtottam 5 különböző imperfekcióérzékenység-vizsgálatot és meghatároztam a kísérleti próbatestek adott imperfekcióra vonatkozó érzékenységét, valamint azt a szükséges amplitúdót, amivel a kísérleti eredményt kapjuk vissza. Mivel a próbatestek geometriai méretei és anyagjellemzői mérések alapján lettek meghatározva, az imperfekcióamplitúdó vizsgálata kellő pontossággal szolgáltat információt a szükséges helyettesítő geometriai imperfekció értékére. A numerikus paramétervizsgálat során minden imperfekciót kétirányban működtettem, ezzel vizsgálva az iránynak a beroppanási ellenállásra

gyakorolt hatását, mivel a próbatestek nem voltak szimmetrikusak. A sajátalak formájú imperfekcióval végzett érzékenységvizsgálat eredményét a *43-44. ábra* mutatja be négy próbatest esetére. A diagramok vízszintes tengelyén rendre az imperfekcióamplitúdó, a függőleges tengelyen a beroppanási ellenállás látható. A narancssárga vízszintes vonal a kísérletek során mért beroppanási ellenállást mutatja, a kék pontok pedig a különböző nagyságú helyettesítő geometriai imperfekcióval végzett számítások eredményét mutatják. A numerikus számítási eredményeket reprezentáló kék görbe, illetve a kísérleti eredményt mutató vízszintes vonal metszéspontjából határoztam meg minden esetben a szükséges amplitúdó értékét. Mind a nyolc próbatest esetére az ilyen módon meghatározott amplitúdót, illetve az imperfekció nélkül végzett számításhoz képesti teherbíráscsökkenés mértékét a *8. táblázat* mutatja be.



43. ábra: Imperfekcióérzékenység-vizsgálat eredménye első sajátalak formájú imperfekció alkalmazásával - próbatest #1 és #2.



44. ábra: Imperfekcióérzékenység-vizsgálat eredménye első sajátalak formájú imperfekció alkalmazásával - próbatest #3 és #4.

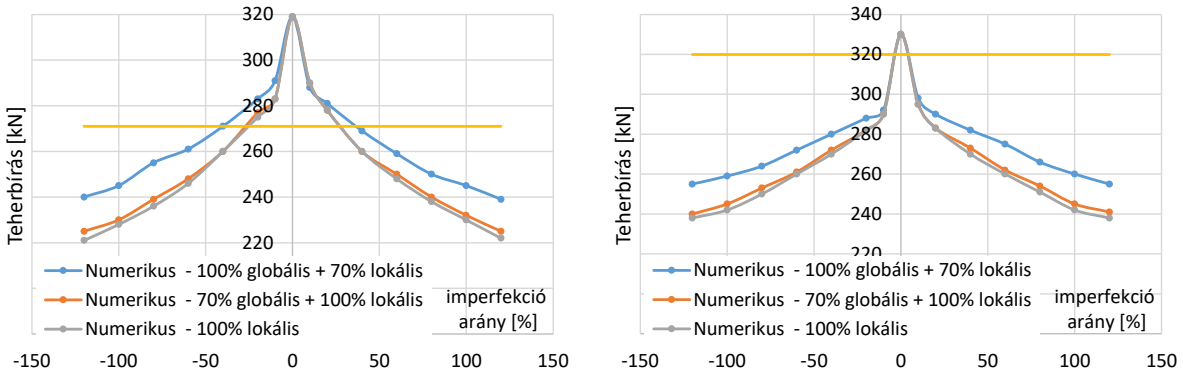
8. táblázat: Sajátalak formájú imperfekció szükséges amplitúdói.

próbatest	imperfekció-amplitúdó	teherbírás-csökkenés	próbatest	imperfekció-amplitúdó	teherbírás-csökkenés
#1	$h_w/250$	4.6%	#5	$h_w/333$	12.2%
#2	$b_1/333$	17.8%	#6	$b_1/553$	18.5%
#3	$b_1/250$	15.3%	#7	$b_1/2500$	13.4%
#4	$b_1/4000$	3.2%	#8	$b_1/830$	16.3%

A számítási eredmények azt mutatják, hogy a merevítetlen próbatestek (próbatest #1 és #5) esetén a szükséges helyettesítő geometriai imperfekcióamplitúdók nagysága $h_w/250$ – $h_w/333$,

melyek kisebbek, mint az EN 1993-1-5 [1] szabvány által lemezhorpadás esetére javasolt $h_w/200$ érték. A hosszbordával merevített esetben a kiértékelés alapja nem a gerinclemez magassága, hanem a terhelt övlemez és hosszborda közötti távolság volt. Ezen próbatestek esetén a szükséges imperfekció amplitúdója $b_1/250$ – $b_1/4000$ értékek között változott, $b_1/1520$ átlagértékkel. Ennek megfelelően a számításaim igazolják, hogy az EN 1993-1-5 [1] szabvány által az almezőkre megadott $b_i/200$ amplitúdó alkalmazása mind a nyolc vizsgált esetben a biztonság oldalán lévő beroppanási ellenállásra vezet. Az imperfekció nélküli vizsgálatok alapján meghatározott teherbíráscsökkenés átlagos értéke a vizsgált esetekben 12.7%, ami jó összhangban van a korábbi szakirodalmi adatokkal [54].

A *42. ábrán* bemutatott trigonometrikus függvényekkel definiált helyettesítő geometriai imperfekciók és azok kombinációjával végzett érzékenységvizsgálat eredményét két próbatest esetére a *45. ábra* mutatja. A diagramokon a vízszintes tengely rendre a szabványos és az alkalmazott imperfekcióamplitúdó aránya van feltüntetve (szabványos imperfekcióként $h_w/200$ globális és $b_1/200$ lokális imperfekciót alkalmazva), mert ezzel a jelzőszámmal a teljes imperfekció kombináció nagysága jellemezhető. A diagramokon feltüntettem a (i) csak lokális geometriai imperfekció, (ii) a 100% lokális és egyidejű 70%-os globális imperfekció, illetve (iii) a 100% globális és egyidejű 70%-os lokális imperfekció kombináció eseteit is.



45. ábra: Imperfekcióérzékenység-vizsgálat eredménye különböző imperfekció kombinációk alkalmazásával – próbatest #3 és #4.

A számítási eredmények azt mutatták, hogy a vizsgált próbatestek esetén a globális imperfekciónak nincs jelentős hatása a beroppanási ellenállásra, így a lokális geometriai imperfekció szempontjából értékeltem ki az eredményeket, melyet mind a 6 hosszbordával merevített próbatest esetére a *9. táblázat* foglal össze. Az eredmények azt mutatják, hogy a legnagyobb szükséges imperfekcióamplitúdó értéke a vizsgált esetekben $b_1/600$, így mindegyik vizsgált próbatest esetén a szükséges imperfekció nagysága kisebb, mint a szabvány által megadott $b_1/200$ érték.

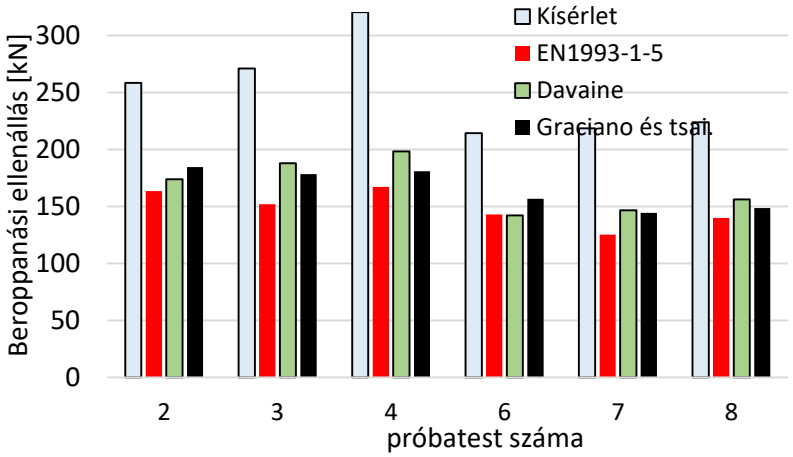
9. táblázat: Lokális horpadási imperfekció szükséges amplitúdói.

próbatest	imperfekció-amplitúdó	próbatest	imperfekció-amplitúdó
#2	$b_1/600$	#6	$b_1/1500$
#3	$b_1/450$	#7	$b_1/4000$
#4	$b_1/6500$	#8	$b_1/2250$

Számítási eredményeim alapján tehát igazoltam, hogy a hosszbordákkal merevített gerinclemezes tartók beroppanási ellenállása numerikus szimuláció alapján az első sajátalak formájú helyettesítő geometriai imperfekció alkalmazása esetén a lemezmező magasság kétszázada (b_1/200) nagyságú imperfekcióval minden vizsgált esetben a biztonság oldalán meghatározható, amennyiben a beroppanási tönkremenetel a terhelt övlemez és az övlemezhez legközelebbi hosszborda közötti lemezmező lokális horpadásával következik be. Igazoltam, hogy ennél a tönkremeneteli módnál a manuálisan definiált lemezmező magasság kétszázada (b_1/200) maximális amplitúdójú, szinuszhullám alakú helyettesítő geometriai imperfekció alkalmazása szintén a biztonság oldalán közelíti a beroppanási ellenállást. Ezután összehasonlítottam a kísérleti eredmények és a numerikus modellen a szabványos imperfekciókkal meghatározott teherbírás értékeket a szakirodalomban található három különböző analitikus méretezési eljárás által számított beroppanási ellenállásokkal. Az összehasonlítást a *10. táblázat* és a *46. ábra* mutatja be. Az analitikus méretezési eljárások közül az EN 1993-1-5 szabvány [1], Davaine [42] és Graciano és Mendes [45] által javasolt méretezési eljárásokat értékeltem ki.

10. táblázat: Kísérleti eredmények numerikus és analitikus módon számított beroppanási ellenállásokkal való összehasonlítása [kN].

próbatest	$F_{R,test}$	$F_{R,num}$	$F_{R,EN1993\text{-}1\text{-}5}$		$F_{R,Davaine}$		$F_{R,Graciano}$	
			teherbírás	*arány*	*teherbírás*	*arány*	*teherbírás*	*arány*
1	206.4	204.6	124.1	0.60	-	-	-	-
2	258.4	254.8	163.5	0.63	173.7	0.67	184.6	0.71
3	270.96	266.8	151.9	0.56	187.9	0.69	178.2	0.65
4	320.4	268.2	166.9	0.52	198.2	0.62	180.9	0.56
5	180.2	176.5	108.4	0.60	-	-	-	0
6	214.3	207.9	142.9	0.67	142.1	0.66	156.7	0.73
7	218.4	191.6	125.3	0.57	146. 7	0.67	144.2	0.66
8	223.8	208.9	139.8	0.62	156.2	0.69	148.6	0.66



46. ábra: Kísérleti eredmények numerikus és analitikus módon számított beroppanási ellenállásokkal való összehasonlítása.

Az eredmények azt mutatják, hogy a numerikus analízis alapú teherbírásvizsgálat nagy pontossággal képes a beroppanási ellenállás meghatározására, ugyanakkor a szakirodalmi analitikus méretezési eljárások jelentősen alulbecsülik a vizsgált szerkezeti kialakítások esetén a beroppanási ellenállást. További kutatási tevékenységem ezért egy pontosított analitikus méretezési eljárás kidolgozására irányult, melyet a következő fejezetben mutatok be.

3.5 Analitikus méretezési eljárás fejlesztése

A kísérleti és numerikus eredmények rámutattak arra, hogy az általános esetben összetett stabilitási jelenség (lokális és globális horpadás, illetve a kettő interakciója) a gyakorlati esetek szempontjából szétválasztható. Rámutattam, hogy a beroppanási ellenállás a több hosszbordával merevített gerinclemezes szerkezetek esetén bordamerevségi kritérium bevezetésével az erőbevezetés közvetlen környezetében lévő, közvetlenül terhelt almező lokális horpadási ellenállásával jellemezhető. A szakirodalomban elsőként tettem javaslatot az összetett stabilitási jelenség bordamerevség alapján való szétválasztására, és az egyes alesetekre külön-külön méretezési képlet kidolgozására.

A validált numerikus modell segítségével kiterjesztettem a kísérleti eredményeket különböző geometriai méretű és hosszborda konfigurációval rendelkező gerendák beroppanási ellenállásának meghatározására. Ennek keretében több mint 2500 különböző geometriai kialakítású és hosszbordamerevségű tartó beroppanási ellenállását számítottam ki. Külön vizsgáltam a zárt és a nyitott hosszbordával rendelkező szerkezeti kialakításokat. Zárt hosszbordaként trapézbordákat, nyitott bordaként laposacél bordákat alkalmaztam, melyek méretét széles paramétertartományban változtattam. A paramétervizsgálat során egy, két, három és négy hosszbordával kialakított gerendákat vizsgáltam. A 2-4 hosszbordás kialakítások esetén a hosszbordák minden esetben egyenlő részre osztották fel a gerinclemezt a gerenda magassága mentén. A paramétervizsgálatban a hosszbordákon kívül változtattam a gerenda gerinclemezének méreteit (a, h_w, t_w), az övlemez méretét (b_f, t_f), az erőbevezetési hosszat (s_s), a hosszbordák pozícióját – terhelt övlemeztől való távolságát (b_1) és a hosszbordák méretét (h_{st}, t_{st}). Az egyes paraméterek jelentését a *31. ábra* mutatja be. A paramétervizsgálatban vizsgált paraméterek minimális és maximális méreteit a *11. táblázat* foglalja össze. A paraméterek kombinálása során olyan geometriai kialakításokat vizsgáltam, melyek megfeleltek a következő paramétertartományoknak: $b_1/h_w = 0.15 – 0.45$, $h_w/t_w = 80 – 500$, $b_1/t_w = 25 – 167$ and $s_s/a = 0.2 – 0.8$, amelyek a hídépítési gyakorlatban jellemző méreteket fedik le.

11. táblázat: Vizsgált paramétertartomány a beroppanási ellenállás meghatározására.

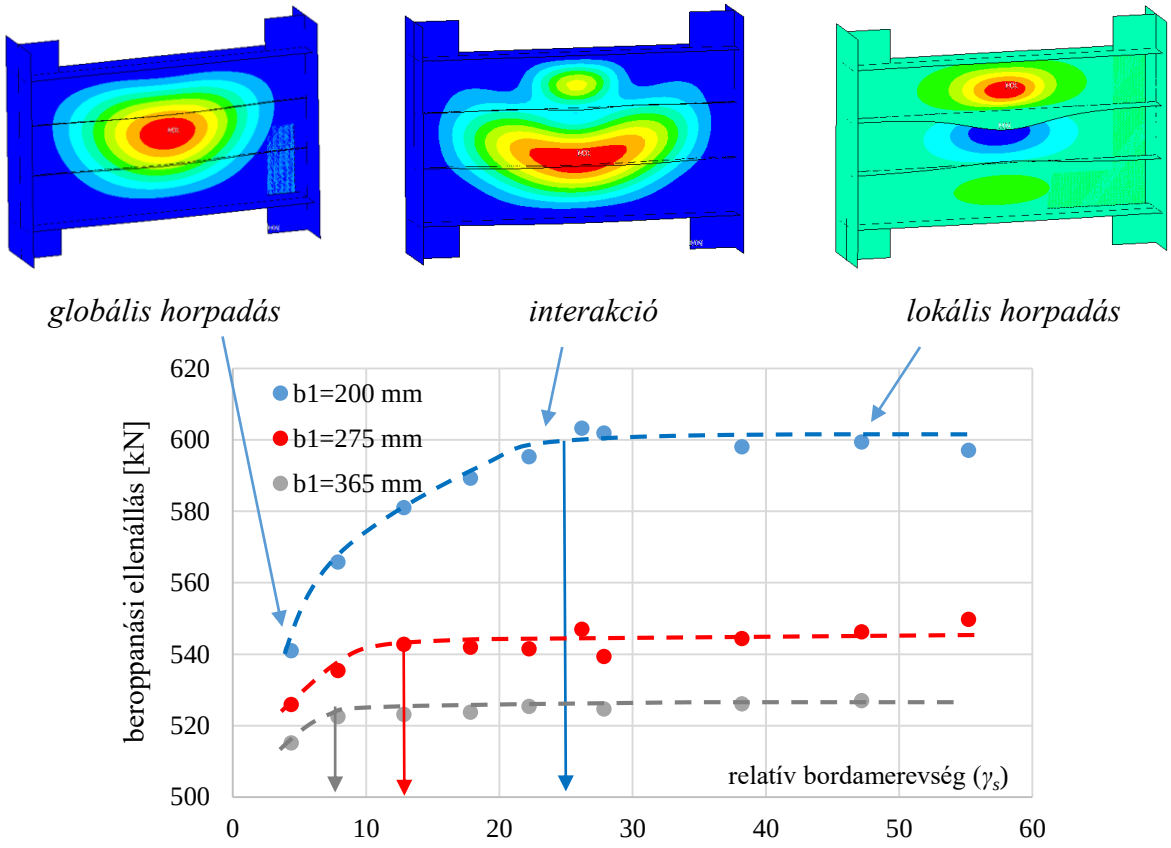
	a [mm]	h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	s_s [mm]	b_1 [mm]	h_{st} [mm]	t_{st} [mm]	γ_s	b_1/h_w	h_w/t_w	b_1/t_w
Min.	2400	1200	3	260	12	200	250	80	4	60	0.15	80	25
Max.	6000	4000	20	600	40	2000	1000	290	20	4600	0.45	500	167

A numerikus paramétervizsgálat során először azt vizsgáltam, hogy milyen minimális bordamerevség szükséges a tönkremeneteli módok szétválasztásához ahhoz, hogy a beroppanás a terhelt övlemez és a merevítőborda közötti almezőre koncentrálódjon, azaz a hosszborda kellő merevséggel rendelkezzen ahhoz, hogy megtámasztást tudjon adni a gerinclemeznek. Ennek érdekében több gerinc- és övlemez kialakítás, illetve bordapozíció esetén is a hosszborda merevségét növeltem minden más paraméter változatlanul hagyása mellett. A számítások során azt tapasztaltam, hogy a hosszborda merevségének növelésével a beroppanási ellenállás egy bizonyos bordamerevség eléréséig nő, utána azonban további merevségnövelésnek nincs érdemi hatása a beroppanási ellenállásra. Három különböző almező magasság esetére a *47. ábra* mutat be néhány jellemző számítási eredményt, a minimális bordamerevség meghatározásának módját és az egyes bordamerevségi arányok esetén tapasztalt jellemző tönkremeneteli módokat.

A diagram vízszintes tengelyén a hosszborda relatív merevsége (γ_s) látható, melyet a (3.16) egyenlettel határoztam meg (a képletben alkalmazott jelölések a korábbiak szerintiek).

$$\gamma_s = 10.9 \cdot \frac{I_{sl}}{h_w \cdot t_w^{\ 3}} \tag{3.16}$$

A diagram függőleges tengelye a számított beroppanási ellenállást mutatja. A vizsgálat során azt a minimális bordamerevséget kerestem, amelynek elérése után a beroppanási ellenállás a bordamerevség további növelésének hatására érdemben nem változik. Ezt tekintettem annak a minimális értéknek, mely alapján lehetséges a *47. ábrán* bemutatott tönkremeneteli módokat szeparálni.



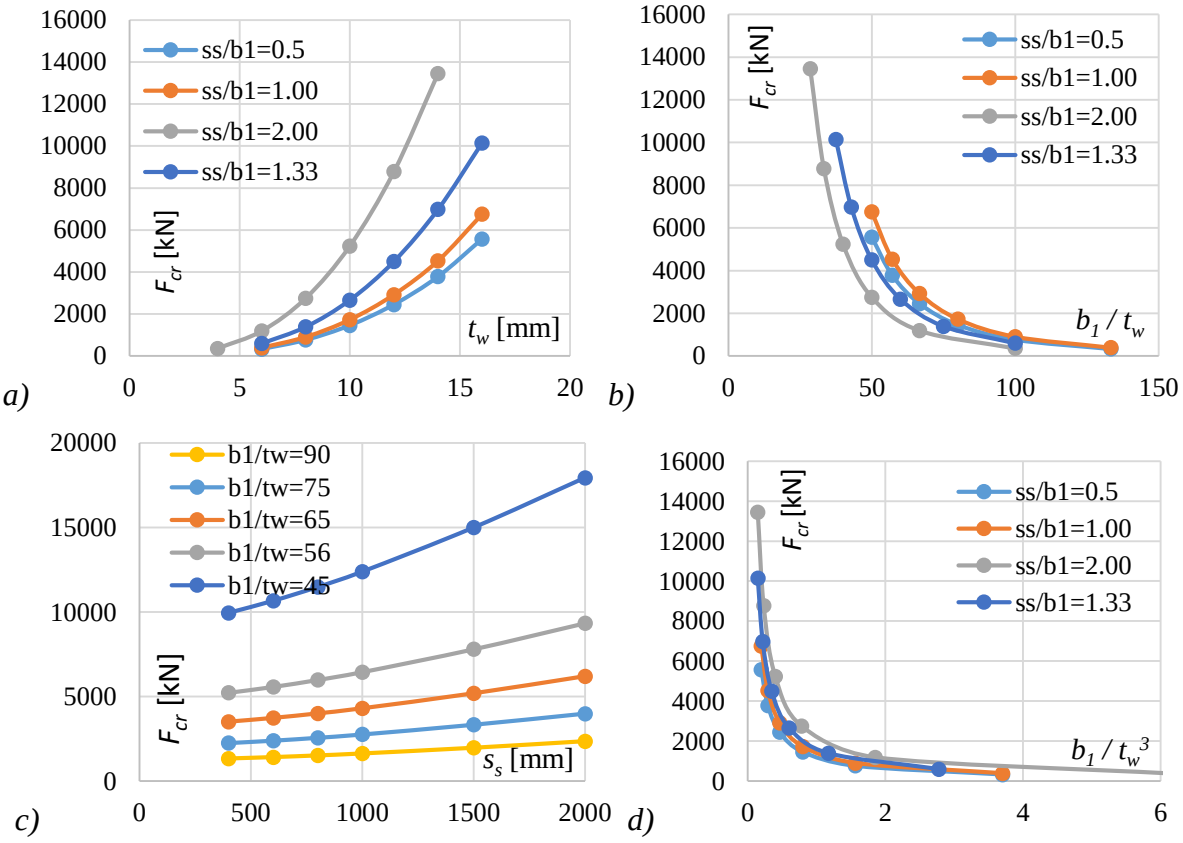
47. ábra: Bordamerevség hatása a beroppanási ellenállásra.

Minden vizsgált geometriai kialakítás esetén igaz, hogy ennél a bordamerevségnél erősebb bordák alkalmazása esetén a tönkremeneteli mód a *47. ábra* jobb oldalán bemutatott lokális horpadás, lényegesen gyengébb bordák esetén pedig a bal oldalon látható globális horpadás. Az összes vizsgált geometriai kialakítás eredményeinek kiértékelése azt mutatta, hogy a (3.17) egyenlettel megadott, az EN 1993-1-5 [1] szabvány által maximális bordamerevségként definiált mennyiség minden esetben nagyobb értéket ad, mint a numerikus paramétervizsgálat során meghatározott minimálisan szükséges bordamerevség, így ez az összefüggés alkalmazható a hosszbordák merevségének osztályzására. A számítási eredményeim igazolták, hogy amennyiben az alkalmazott hosszbordák relatív merevsége meghaladja a (3.17) képlettel megadott merevséget, a hosszbordát „erős hosszbordának” tekintjük és a tönkremenetel minden esetben lokális horpadás lesz. Ebben az esetben a beroppanási ellenállás független a hosszborda

merevségétől. A szakirodalomban elsőként publikáltam, hogy ennek a képletnek a jobb oldali kifejezése alkalmas a beroppanási tönkremeneteli módok hosszbordamerevség alapú szétválasztására is.

$$\gamma_{s.\lim} \le 13 \cdot \left(\frac{a}{h_w}\right)^3 + 210 \cdot \left(0.3 - \frac{b_1}{a}\right) \tag{3.17}$$

Mivel célom a tönkremeneteli módok szeparálása és a hídépítési gyakorlatban legtöbbször előforduló lokális horpadási ellenállás meghatározása volt, ezért a további paramétervizsgálatban kizárólag „erős hosszbordával” kialakított geometriai kialakításokat vizsgáltam, és elemeztem a többi geometriai jellemző beroppanási ellenállást befolyásoló hatását. Az egyes geometriai jellemzők szerkezeti viselkedést befolyásoló hatását külön értékeltem a numerikus modellel meghatározott kritikus erő (F_{cr}) és a karakterisztikus beroppanási ellenállás (F_{Rk}) szintjén is, mind a 2500 vizsgált geometria esetén. A számításokból a jellemző tendenciákat bemutató diagramokat a *48. ábra* ismerteti. A diagramok vízszintes tengelyén rendre a vizsgált geometriai paraméter (gerinclemez vastagsága t_w; felső lemezmező magasság/vastagság aránya b_1/t_w; erőbevezetési hossz s_s) látható, melyek a paramétervizsgálat alapján legnagyobb mértékben vannak hatással a beroppanási kritikus erőre.



48. ábra: Jellemző geometriai paraméterek hatása a beroppanási kritikus teherre.

A számítások azt mutatták, hogy a gerinclemez vastagságának növelésével (*48.a) ábra*) exponenciálisan nő a kritkus erő, a b_1/t_w arány növelésével (*48.b) ábra*) azonban exponenciálisan csökken. A *48.c) ábra* alapján látható, hogy az erőbeveztési hossznak is jelentős hatása van a kritkus erőre, ennek hatása közel lineáris. A számítások azt is mutatták,

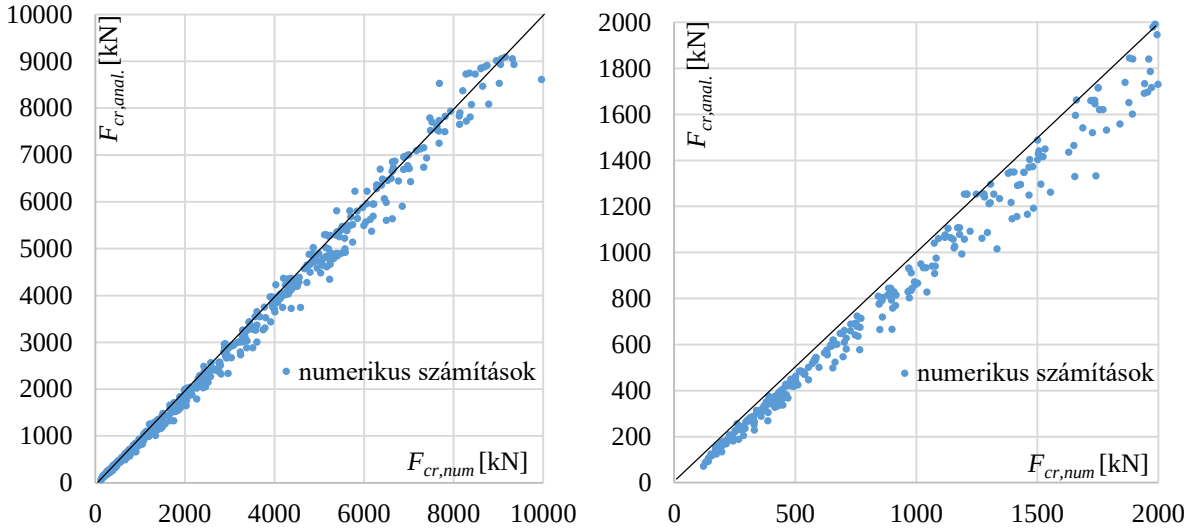
hogy ezeken a domináns paramétereken kívül a terhelt övlemez méretének (b_f, t_f) növelése a kritikus erő növekedését eredményezi. A kiértékelést és az egyes paraméterek kritkus erőt befolyásoló hatását minden esetben úgy értékeltem ki, hogy csak egy paramétert változtattam, így meghatározható volt a vizsgált paraméter hatása. A számítási eredményeim azt mutatták, hogy a merevítetlen tartók beroppanási kritikus erejének meghatározására kidolgozott és több kutató által is validát (3.7) egyenlethez hasonló módon viselkednek az erős merevítőbordákkal kialakított szerkezetek is, de a gerincmagasság (h_w) helyére az egyenletbe a terhelt övlemez és az első hosszborda távolságát (b_1) kell helyettesíteni. Ennek a megfigyelésnek az igazolására értékeltem ki a számított kritikus erőt t_w/b_w^3 függvényében, és kaptam a *48.d) ábrán* bemutatott tendenciát. Ez azt mutatta, hogy az eredetileg a (3.7) képletben szereplő t_w/h_w^3 arányszám módosítandó t_w/b_1^3 arányszámra, a (3.18) képlet formájában.

$$F_{cr} = 0.9 \cdot k_F \cdot E \cdot \frac{t_w^3}{b_1} \tag{3.18}$$

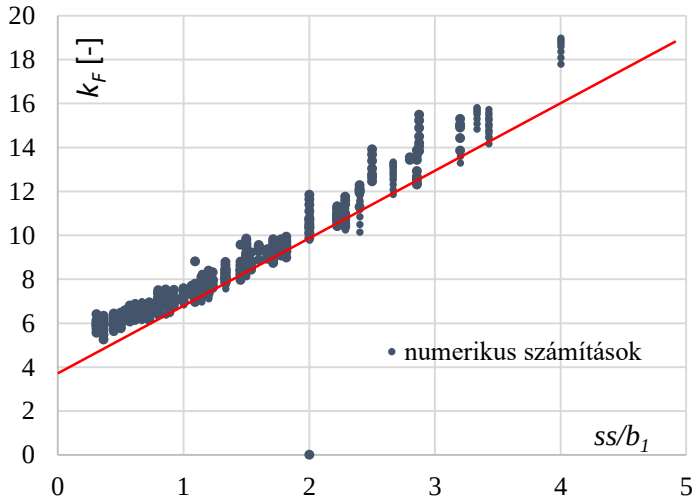
Ezután a numerikus modell alapján számított kritikus teherparaméterből visszaszámítottam a (3.18) képletnek megfelelő módon a k_F horpadási tényezőt. Ennek eredménye alapján bemutattam, hogy a (3.17) képlet szerint erősnek kategorizált hosszbordák alkalmazása esetén a lokális beroppanási jelenséghez tartozó k_F horpadási tényező függ (i) az erőbevezetési hossz és a lokális almező magasságának arányától (s_s/b_1), (ii) a lokális almező magasságának és vastagságának arányától (b_1/t_w), valamint (iii) az övlemez és gerinclemez síkra merőleges hajlítási merevségének arányától ($(b_f \cdot t_f^3)/(b_1 \cdot t_w^3)$). Ebből kiindulva kidolgoztam egy képletet a zártszelvényű, egyenletesen kiosztott (egymástól azonos távolságra elhelyezett) erős hosszbordákkal merevített gerendák esetén a beroppanási kritikus erő meghatározására, melyet a (3.18)-(3.19) képletek adnak meg.

$$k_F = 4.0 + 3.0 \cdot \frac{s_s}{b_1} - 0.01 \cdot \frac{b_1}{t_w} + 0.2 \cdot \sqrt[4]{\frac{b_f \cdot t_f^3}{b_1 \cdot t_w^3}} \tag{3.19}$$

A (3.18)-(3.19) képletek által számított és a numerikus modellel meghatározott kritikus teher értékeinek összehasonlítását a *49. ábra* mutatja be. Az ábrán a bal oldali diagram a teljes adatbázist, a jobb oldali diagram pedig a 2000 kN alatti tartományban lévő eredményeket mutatja be. A teljes adatbázis statisztikai kiértékelése alapján az analitikus képlet numerikus számítástól való átlagos eltérése 4.3%, a biztonság oldalán, 0.05 relatív szórás mellett. A biztonság oldalán lévő legnagyobb eltérés 17.3%, a biztonság kárán lévő legnagyobb eltérés 11.2%. A számítási eredményeim azt is megmutatták, hogy a (3.19) képletben a legdominánsabb paraméter az s_s/b_1 arány, aminek függvényében a k_F tényező értékét az *50. ábra* mutatja be. A diagram vízszintes tengelye az s_s/b_1 arányt, a függőleges tengely a numerikus eredményekből visszaszámított k_F tényezőt mutatja be. Látható, hogy a horpadási tényező viszonylag kis szórást mutat, amennyiben egyedül az s_s/b_1 arányszám a vizsgált paraméter. Ennek megfelelően a gyakorlati alkalmazás számára a (3.19) egyenletet a (3.20) egyenlet formájára egyszerűsítettem.



49. ábra: A numerikus és analitikus módon számított kritikus teher értéke.



50. ábra: Beroppanáshoz tartozó k_F horpadási tényező visszaszámított értéke.

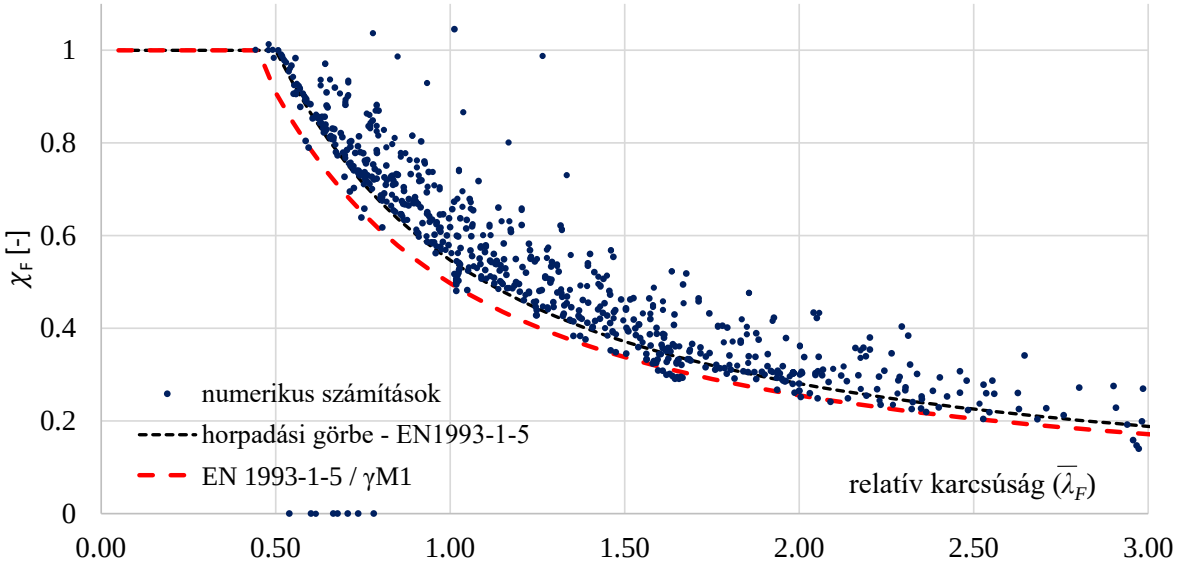
$$k_F = 4.0 + 3.0 \cdot \frac{s_s}{b_1} \tag{3.20}$$

A számítási eredményeimet kiterjesztettem nyitott hosszbordák esetére is. Igazoltam, hogy az eltérő csavarómerevségek következtében a zártbordákkal kialakított gerendák beroppanási kritikus teherparamétere nagyobb, mint a nyitott bordás kialakításé. Ennek megfelelően a nyitott szelvényű hosszbordák esetén a méretezési képletet a (3.21) egyenletnek megfelelően módosítottam.

$$k_F = 4.0 + 1.5 \cdot \frac{s_s}{b_1} \tag{3.21}$$

A nyitott hosszbordák esetére az analitikus és a numerikus számítási eredmények közti arány átlagos értéke 101.9%, ami 1.9%-os átlagos eltérést jelent a numerikus számítási eredményektől, 0.1 relatív szórás mellett. A numerikus számítástól való legnagyobb eltérés értéke a biztonság oldalán 19.3%, a biztonság kárán lévő legnagyobb eltérés pedig 21.2%. A kritikus erő pontosított meghatározása után kiértékeltem a beroppanási ellenállásokat is. Először a pontosított kritikus erő (F_{cr}) alkalmazásával meghatároztam minden vizsgált geometriai kialakításhoz a (3.4) és (3.6) képletek alapján a beroppanási relatív karcsúság

értékét. Második lépésben a numerikus modellel meghatározott beroppanási ellenállásokból visszaszámoltam a (3.1) képlet átalakításával a χ_F csökkentő tényezőt, melyet az EN 1993-1-5 [5] szabvány által a beroppanási tönkremenetelre adott horpadási görbével hasonlítottam össze. Az összehasonlítást az *51. ábra* mutatja be. Az adatbázis statisztikai kiértékelése azt mutatta, hogy az analitikus és numerikus számítással meghatározott csökkentő tényező arányának átlagos értéke 0.84 (16%-os átlagos teherbírás alul becslés), ugyanakkor a relatív szórás 0.141, ami jelentősnek mondható stabilitásvizsgálati méretezési eljárások esetén.



51. ábra: Numerikus eredmények és az EN 1993-1-5 horpadási görbéjének összehasonlítása.

A diagramról látható, hogy az EN 1993-1-5 [1] szabvány által megadott, beroppanásra vonatkozó horpadási görbe a γ_{M1}=1.1 értékű parciális tényező alkalmazása esetén alsó burkoló görbét ad a numerikus számítási eredményeknek. Ez alapján igazoltam, hogy az általam javasolt kritikus erőből számított relatív karcsúság alkalmazásával a beroppanási csökkentő tényező a merevítetlen gerinclemezes szerkezetekkel azonos módon számítható. Így a merevítetlen gerinclemezes tartókra kidolgozott, az EN 1993-1-5 [1] szabvány által javasolt horpadási görbe is alkalmazható lenne a több, gerinclemez magassága mentén egyenletesen elhelyezett, erős hosszbordákkal kialakított gerinclemezes tartók beroppanási ellenállásának meghatározására. Ugyanakkor látható, hogy az eredmények jelentős szórással rendelkeznek, ezért a relatív karcsúság számításának módszerét tovább pontosítottam. Mivel a diagram függőleges, és vízszintes tengelyén ábrázolt mennyiségekben is az ($l_y \cdot f_{yw} \cdot t_w$) szorzat szerepel, minden más paraméter (F_{Rd} és F_{cr}) a numerikus számítások alapján pontosnak tekinthető. Az f_{yw} és a t_w egzakt paraméterek valamennyi vizsgált geometria esetén, ezért az l_y értékének számítási módszerét vizsgáltam felül. Ennek érdekében minden egyes geometriai kialakításhoz meghatároztam egyenként azt az l_y értéket, ami szükséges lenne ahhoz, hogy a megfelelő relatív karcsúság és csökkentő tényező kombinációt leíró pontfelhő illeszkedjen az EN 1993-1-5 által javasolt beroppanási horpadási görbére, azaz az *50. ábrán* bemutatott jelentős szórást csökkenteni tudjam, és a numerikus eredményeket reprezentáló pontok közelebb kerüljenek a szaggatott görbéhez. A (3.6) képlettel meghatározott effektív terhelt hossz két tagból áll, az erőbevezetési hosszból (s_s) és egy többletényezőből (l_{add}), ami az övlemez vastagságától, valamint a gerenda b_f/t_w arányától függ. Mivel az erőbevezetési hossz alapvető bemenő

paramétere a számításnak, ezért a (3.22) képletnek megfelelően meghatároztam valamennyi vizsgált geometria esetén azt a többlethosszt, amit az s_s hosszon felül szükséges figyelembe venni a kellő l_y érték eléréséhez, és ezeket értékeltem ki az adatbázison.

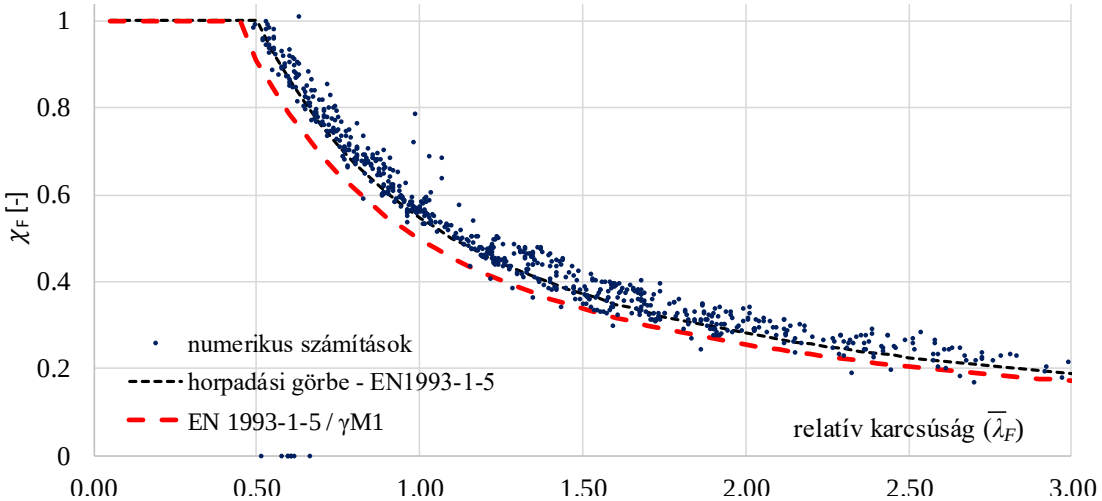
$$l_y = s_s + 2 \cdot t_f \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} \right) = s_s + l_{add} \tag{3.22}$$

A számítási eredmények azt mutatták, hogy a figyelembe veendő többlethossz a következő paraméterektől függ:

- övlemezvastagság (t_f) – a tendencia a (3.6) képlettel ellentétben nem lineáris,
- gerinclemez és övlemez vastagságának aránya (t_w/t_f),
- erőbevezetési hossz és almező magasságának aránya (s_s/b_1),
- almező magasságának és gerinclemez vastagságának aránya (b_1/t_w).

Az eredményeknek megfelelően a (3.6) képletet módosítottam, és a (3.23) képlet alakjában írtam fel a pontosított effektív terhelt hossz számítási képletét. A pontosított effektív hossz természetesen hatással van a vizsgált tartó beroppanási relatív karcsúságára, illetve a beroppanási ellenállásra is, így az *51. ábrán* bemutatott pontok az új képletnek megfelelően mind a függőleges, mind a vízszintes tengely mentén elmozdultak. Az új összehasonlítást az *52. ábra* mutatja be.

$$l_y = \begin{cases} s_s + 2 \cdot t_f \cdot \left[\sqrt{\frac{t_w}{t_f}} \cdot \left(0.5 \cdot \frac{b_1}{t_w} - 10 \right) \right] & ha \quad 20 < \frac{b_1}{t_w} \le 70 \\ s_s + 2 \cdot t_f \cdot \left[\sqrt{\frac{t_w}{t_f}} \cdot 0.2 \cdot \frac{b_1}{t_w} \cdot \frac{b_1}{s_s} \right] & ha \quad \frac{b_1}{t_w} > 70 \end{cases} \tag{3.23}$$



52. ábra: Numerikus eredmények és az EN 1993-1-5 horpadási görbéjének összehasonlítása a pontosított kritikus erő és effektív terhelt hossz alapján.

A diagram alapján látható, hogy az eredmények szórása lényegesen kisebb a pontosított képletek alapján megadott számításnak köszönhetően. Az EN 1993-1-5 [1] szabvány által adott horpadási görbe továbbra is alsó burkoló görbét ad a numerikus számítási eredményeknek, viszont a csökkentő tényezőre vonatkozó analitikus és numerikus értékek közötti arányszám átlagos értékét 0.91-re, a relatív szórást pedig 0.069-re csökkenti. Ez a korábbi méretezési módszerekhez képest jelentősen pontosabb és megbízhatóbb beroppanási ellenállásra vezet.

4. Gerinclemezes I-tartók interakciós viselkedése

4.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés

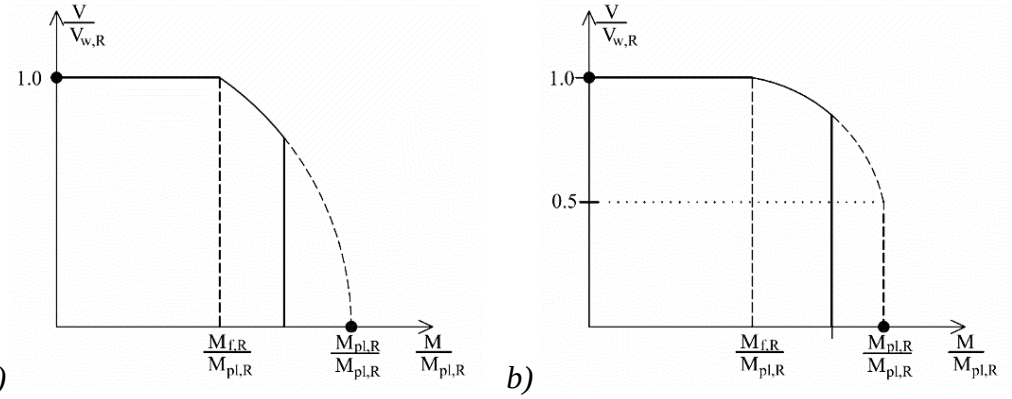
Az új építési módok közül a betolásos építésmód alkalmazása megköveteli az acélhidak méretezését az összetett igénybevételállapotokra is. Kutatómunkám során a karcsú gerinclemezes I-tartók hajlítás-nyírás (M-V) és hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakciós viselkedésével foglalkoztam, mivel ezen összetett stabilitásvesztési módok figyelembevételével kapcsolatban több ellentmondás és tisztázatlan kérdés merült fel a nemzetközi szakirodalomban.

A hosszbordákkal merevített karcsú gerinclemezes acél gerendák esetén a korábbi szakirodalmi kísérletek és numerikus számítások eredményei jelentősen eltérő következtetéseket fogalmaztak meg a hajlítás-nyírás (M-V) kölcsönhatási viselkedésével és Eurocode alapú teherbírásvizsgálatával kapcsolatban. Hendy és Presta [63] vizsgálatai, melyet tipikus hídszerkezeti gerendákon hajtottak végre, azt mutatták, hogy a szakirodalomban és az EN 1993-1-5-ben [1] található interakciós méretezési eljárások jelentősen alulbecsülik a szerkezetek teherbírását. A szabványos méretezési módszer túlságosan a biztonság oldalán van, mivel a nyírási horpadási ellenállásban nem veszi figyelembe az övlemezek nyírási teherbírást növelő hatását. Ezért a méretezési eljárás felülvizsgálatát, az interakciós képlet módosítását javasolták. Ezzel szemben Sinur és Beg [64] széles paramétertartományon végrehajtott kísérleti és numerikus számítási eredményei azt mutatták, hogy hosszbordával merevített gerinclemezes I-tartók esetén a jelenlegi szabványos méretezési eljárás nincs minden geometriai konfiguráció esetén a biztonság oldalán, ezért a méretezési eljárás módosítását, az M-V interakciós egyenlet szigorítását javasolták. Ezen egymásnak ellentmondó szakirodalmi eredmények alapján a kutatásom elsődleges célja ennek feloldása és pontosított méretezési eljárás kidolgozása volt.

Az M-V interakció mellett a betolással épülő acélhidak támasz felett áttolt keresztmetszetei hajlítás-nyírás-keresztirányú erő hármas interakciójával (M-V-F) is terhelve vannak, melyre a szerkezetet méretezni kell. A korábbi szakirodalmi és saját vizsgálataim is azt igazolták, hogy a valós szerkezeti kialakítások és jellemző igénybevétel kombinációk esetén a hármas interakció teherbíráscsökkentő hatása a méretezési gyakorlatban nem hanyagolható el. Ugyanakkor az Eurocode szabvány nem tartalmazott korábban méretezési eljárást az M-V-F kölcsönhatás ellenőrzésére, ami azzal magyarázható, hogy nagyon kevés kísérleti és numerikus kutatást publikáltak a nemzetközi szakirodalomban a viselkedés vizsgálatáról. Számottevő vizsgálatokat Braun [65] végzett 2010-ben, illetve Graciano és Ayestarán [66] 2013-ban. Braun eredeti kutatási célja a gerinclemezes tartók hajlítás és keresztirányú erő (M-F), illetve nyírás és keresztirányú erő (V-F) együttes viselkedésének vizsgálata és méretezési képlet kidolgozása volt. Emellett a korábbi M-V interakciós egyenlet felhasználásával javaslatot tett az M-V-F hármas interakció ellenőrzésére is. Az így előállított új 3D-s interakciós felület azonban kizárólag az M-F és V-F tartományokban lett validálva, a vizsgálatokat nem terjesztette ki a teljes M-V-F kölcsönhatási tartomány ellenőrzésére. Kutatásomban az volt a célom, hogy a Braun által kidolgozott M-V-F interakciós képletet ellenőrizzem, vizsgálatait kiterjesszem széles paramétertartományra. A kutatásaimmal egyidőben, azzal gyakorlatilag párhuzamosan készültek Graciano és Ayestarán [66] vizsgálatai is. A két kutatási program kiegészíti egymást, mivel Graciano és Ayestarán vizsgálatai hosszbordával merevítetlen szerkezetekre

vonatkoztak, az én vizsgálataim együttesen kezelték a merevítetlen és hosszbordákkal merevített szerkezeti kialakítások ellenőrzését. Továbbá az ő kutatásukban a hajlítási, nyírási horpadási, valamint beroppanási ellenállást a numerikus modellből meghatározott tiszta ellenállásokkal vették figyelembe, melyet nem építettek be szabványos méretezési eljárásokba; az én vizsgálataim erre is kiterjedtek.

Az M-V és az M-V-F kölcsönhatás szerkezeti viselkedésének vizsgálatát először az M-V interakciós viselkedés elemzésével kezdtem. A korábbi M-V interakciós méretezési eljárások hátteréről Sinur PhD disszertációja [67] ad átfogó összefoglalót. Az első, feszültség alapú méretezési módszereket Way [68], Gerard és Becker [69], illetve Rockey [70] dolgozták ki. Basler [71] javasolta először 1961-ben, hogy az ellenőrzést ne feszültség alapon, hanem ellenállás alapon végezzük, és kidolgozott egy M-V interakciós képletet, melyet a (4.1) egyenlet ad meg, illetve az *53.a) ábra* szemléltet. Ezt az eljárást alkalmazza kismértékben módosított formában az EN 1993-1-5 [1] szabvány is, melyet a (4.2) képlet és az *53.b) ábra* mutat be.



53. ábra: a) Basler méretezési modellje [71] b) EN1993-1-5 méretezési modellje [1].

$$\frac{M}{M_{pl,R}}+\left(1-\frac{M_{f,R}}{M_{pl,R}}\right)\left(\frac{V}{V_{bw,R}}\right)^2 \le 1.0 \text{ ha } M < M_{c,R} \tag{4.1}$$

$$\frac{M}{M_{pl,R}}+\left(1-\frac{M_{f,R}}{M_{pl,R}}\right)\left(2\cdot\frac{V}{V_{bw,R}}-1\right)^2 \le 1.0 \text{ ha } M < M_{c,R} \tag{4.2}$$

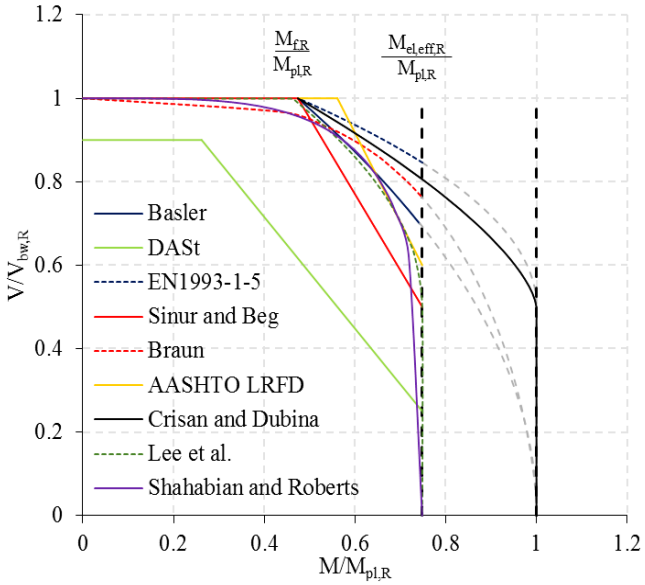
ahol: $M_{f,R}$ az övlemezek effektív részének képlékeny nyomatéki teherbírása,
$M_{pl,R}$ képlékeny nyomatéki ellenállás az effektív övlemezek és a teljes gerinclemez figyelembevételével,
$M_{c,R}$ a keresztmetszeti osztálynak megfelelő karakterisztikus nyomatéki teherbírás,
$V_{bw,R}$ a gerinclemez nyírási horpadási teherbírása,
M, V a vizsgálat keresztmetszetben ható hajlítónyomaték és nyíróerő.

Hasonló, igénybevétel alapú méretezési képleteket dolgoztak ki Fuji és tsai. [72] 1971-ben, Herzog [73] 1974-ben, Shahabian és Roberts [74]-[75] 1999 és 2008 között. További interakciós modellek találhatók az AASTHO [76], AISC [77], illetve a DASt Richtlinie 015 [9] szabványokban is, melyet Lee és tsai. [78] vizsgáltak felül és javasoltak helyettük pontosított képletet. Zömök, 1-2 keresztmetszeti osztályú szerkezetek esetére a jelenlegi legfejlettebb modellt Crisan és Dubina [79] dolgozta ki 2014-ben. A 4-es keresztmetszeti osztályú, illetve merevített szerkezetek esetére a legkiterjedtebb vizsgálatokat Sinur és Beg hajtotta végre [64]

2010-2013 között. Kísérleti eredményekkel validált numerikus modellen nagyszámú paramétervizsgálatot hajtottak végre, melyek eredményei alapján kidolgozták a (4.3) egyenlettel megadott módosított interakciós képletet.

$$\frac{M}{M_{el,eff,R}}+\left(1-\frac{M_{f,R}}{M_{el,eff,R}}\right)\left(\frac{2\cdot V}{V_{bw,R}}-1\right)^{\kappa}\le 1.0 \quad \text{ha} \quad V\ge 0.5\cdot V_{bw,R} \tag{4.3}$$

A jelölések megegyeznek a (4.1) és (4.2) képletekben alkalmazottakkal, azonban a képlékeny nyomatéki teherbírás ($M_{pl,R}$) helyett a keresztmetszeti osztályt figyelembe vevő rugalmas nyomatéki teherbírás ($M_{el,eff,R}$) alkalmazását javasolták. A kitevőben pedig a korábban alkalmazott konstans érték helyett bevezettek egy új paramétert (κ), melynek értékét 1.0-ra javasolták felvenni. A korábbi vizsgálatok alapján javasolt M-V kölcsönhatási görbéket az *54. ábrán* látható diagram mutatja be. A diagram vízszintes tengelyén a keresztmetszet hajlítási, a függőleges tengelyen a nyírási kihasználtsága látható. Különböző színnel jelzett görbék a különböző szakirodalmi interakciós méretezési eljárásokat jelölik. A diagramon jelölt függőleges szaggatott vonalak a keresztmetszet rugalmas és képlékeny hajlítási ellenállását mutatják egy példa esetén, melyet szintén ellenőrizni kell a méretezés során a keresztmetszeti osztály függvényében. Az összehasonlítás alapján látható, hogy a jelenlegi EN 1993-1-5 [1] szabvány szerinti méretezési eljárás adja a legmagasabb teherbírást az összes szakirodalmi ajánlás közül, míg Sinur és Beg [64] javaslata az egyik legkonzervatívabb módszer.



54. ábra: Szakirodalmi interakciós méretezési eljárások összehasonlítása.

Az M-V-F kölcsönhatás vizsgálatára elsőként Braun dolgozott ki interakciós egyenletet, melyet a (4.4) képlet ad meg.

$$\left(\frac{M}{M_{pl,R}}\right)^{3.6}+\left(\frac{V-0.5\cdot F}{V_R}\right)^{1.6}+\left(\frac{F}{F_R}\right)\le 1.0 \tag{4.4}$$

ahol: $M_{pl,R}$ képlékeny nyomatéki ellenállás az effektív övlemezek és a teljes gerinclemez figyelembevételével,

V_R a gerinclemez nyírási horpadási ellenállása,

F_R beroppanási ellenállás,
M, V, F a vizsgált keresztmetszetben ható hajlítónyomaték, nyíróerő és keresztirányú erő.

Braun kiterjedt numerikus vizsgálatsorozatot hajtott végre először az M-F, majd a V-F kölcsönhatások vizsgálatára. Elemezte az ezen síkokban végzett korábbi szakirodalmi vizsgálatok eredményeit, és nagyszámú numerikus vizsgálat statisztikai kértékelése alapján a (4.5) és (4.6) egyenletekkel megadott képleteket dolgozta ki. A jelölések megegyeznek a (4.4) képletben alkalmazottakkal. Jelenleg ezen egyenletek tekinthetők a legpontosabb méretezési képleteknek az interakciós viselkedés leírására az M-F és V-F síkokban.

$$\left(\frac{F}{F_R}\right)+\left(\frac{M}{M_{pl,R}}\right)^{3.6} \le 1.0 \tag{4.5}$$

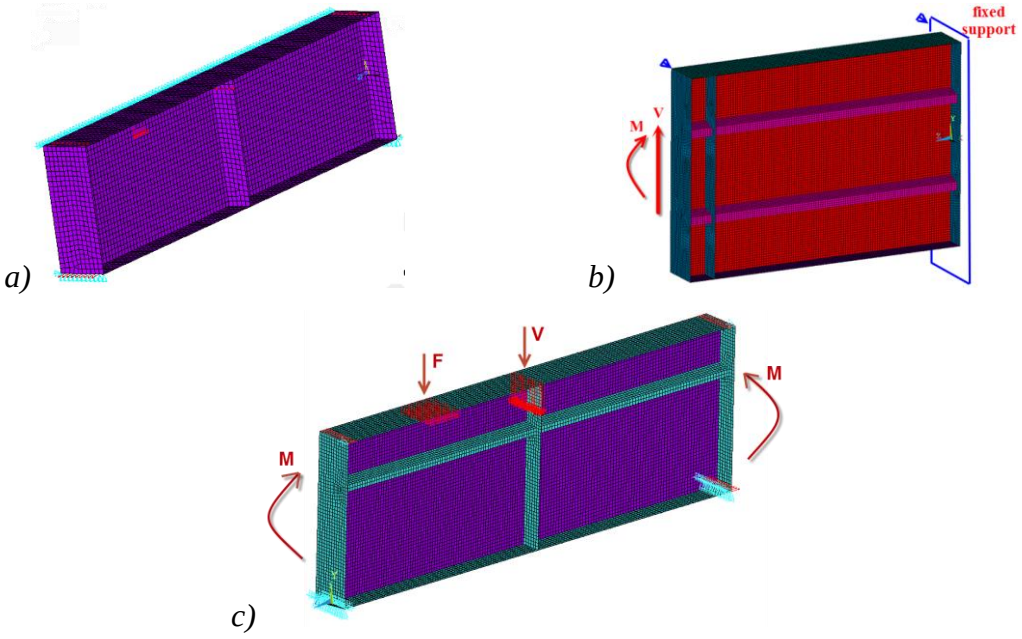
$$\left(\frac{V-0.5\cdot F}{V_R}\right)^{1.6}+\left(\frac{F}{F_R}\right) \le 1.0 \tag{4.6}$$

A (4.5)-(4.6) képletek a korábbi szakirodalmi ajánlásokkal összehasonlítva lényegesen nagyobb paramétertartományra vonatkoznak, és a korábbi méretezési modelleknél alacsonyabb teherbírásértékeket adnak. A három síkban végzett korábbi vizsgálatokat és a nemzetközi szakirodalomból összegyűjtött egyenleteket a [KB7] és [KB8] publikációk mutatják be. Braun ezen egyenletek felhasználásával dolgozta ki a (4.4) egyenletet és azt állapította meg, hogy az általuk nem vizsgált M-V síkban a javasolt 3D-s interakciós egyenlet a jelenlegi EN 1993-1-5 [1] szabvány által megadott interakciós görbénél konzervatívabb ellenállásra vezet, így alkalmazható a hármas kölcsönhatás ellenőrzésére is. Ugyanakkor ennek helyességét sem kísérletekkel, sem numerikus vizsgálattal nem igazolta. A kutatási célom ezért az általuk javasolt M-V-F kölcsönhatás ellenőrzésére vonatkozó méretezési modell széles paramétertartományban való ellenőrzése, a szabványos hajlítási, nyírási horpadási és beroppanási ellenállásmodellekkel együttes alkalmazhatóságának igazolása volt.

Kutatásom során először egy fejlett numerikus modellt dolgoztam ki, amelyet szakirodalmi kísérleti eredmények alapján validáltam. Majd a numerikus modell alkalmazásával paramétervizsgálatot hajtottam végre, melynek keretében először a három interakciós síkot vizsgáltam külön-külön, kiemelt figyelemmel az M-V interakciós viselkedésre. A vizsgálati eredményeim alapján rámutattam a korábbi szakirodalmi ellenmondások okára és kidolgoztam egy pontosított méretezési képletet az M-V kölcsönhatás ellenőrzésére. Ezután a vizsgálataimat kiterjesztettem az M-V-F hármas interakciós viselkedésre és elemeztem a Braun által javasolt interakciós képletet, valamint javaslatot dolgoztam ki az interakciós képlet pontosítására. A számításaimat végrehajtottam merevítetlen és hosszbordával merevített gerinclemezes I-tartók esetére is. A vizsgálatok során a *31. ábrán* bemutatott jelölésrendszert használtam.

4.2 Numerikus modell fejlesztése

Héjszerkezeti végeselemes modelleket dolgoztam ki a merevítetlen és hosszbordával merevített gerinclemezes tartók viselkedésének vizsgálatára, a 2. és 3. fejezetben bemutatott alapelvek, végeselemek és analízistípusok alkalmazásával. A numerikus modelljeimet validáltam mind a merevítetlen, mind a hosszbordával merevített esetekre is, más-más kísérleti programok alapján, illetve figyeltem arra, hogy a modellvalidáció a lehető legteljesebben lefedje a vizsgált tönkremeneteli módokat. Ennek érdekében több különböző numerikus modellt dolgoztam ki, melyekről áttekintést az *55. ábra* mutat be. Az *55.a) ábrán* látható numerikus modellt alkalmaztam a merevítetlen szerkezeti kialakítás M-V és M-V-F interakciós viselkedésének vizsgálatára, az *55.b) ábrán* bemutatott modellt pedig a hosszbordával merevített szerkezeti kialakítás validálására, illetve az M-V interakciós viselkedés elemzésére. Az *55.c) ábrán* látható modellt a merevített szerkezetek M-V-F kölcsönhatásának vizsgálatára dolgoztam ki, melyen az alkalmazott igénybevételek jellegét, pozícióját és jelölését is feltüntettem. A modellekben a hosszbordák száma és pozíciója is változóként volt definiálva, a kutatási programban a bordák számát 1-4 között változtattam, ami megfelel a jellemző gyakorlati alkalmazási tartománynak.

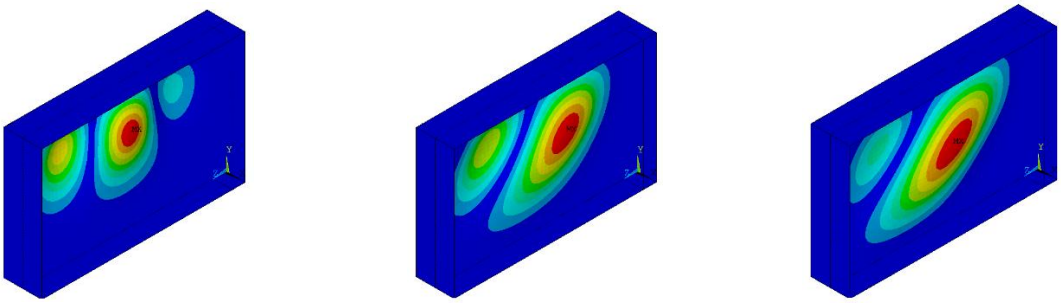


55. ábra: Alkalmazott numerikus modellek: a) merevítetlen gerenda modellje, b) hosszbordával merevített gerenda modellje validációhoz és M-V interakcióhoz, c) hosszbordával merevített gerenda modellje M-V-F interakciós viselkedéshez.

A numerikus modelleken először minden esetben meghatároztam a kritikus teherparamétert az imperfekció nélküli modellen, lineárisan rugalmas anyagmodell alkalmazásával. Ezután minden modellen geometriai és anyagi nemlineáris analízist hajtottam végre imperfekciók alkalmazásával (GMNIA) a teherbírás meghatározására. A nemlineáris analízis során a 3.3 fejezetben ismertetett anyagmodellt alkalmaztam. A modell validálásához a kísérletek során mért, a paramétervizsgálatban és az analitikus méretezési eljárás kidolgozásához alkalmazott vizsgálat során pedig nominális anyagjellemzőket használtam, a 3. fejezetben bemutatottakkal azonos módon. Mivel a numerikus modellezési beállítások és az analízistípusok megegyeznek a 3. fejezetben is alkalmazottal, így ennek specifikumait nem ismétlem meg. A beállítások

részleteit a [KB5]-[KB8] publikációk tartalmazzák külön az M-V és M-V-F interakcióra, illetve külön a merevítetlen és merevített gerinclemezes tartók esetére. A jelen doktori műben a numerikus modellen alkalmazott helyettesítő geometriai imperfekciókat és a modellvalidációt mutatom be, mivel ezen pontokban különböznek érdemben a kidolgozott modellek a 3. fejezetben leírtaktól.

A helyettesítő geometriai imperfekciók numerikus modellben való definiálásának három lehetséges módja van: (i) sajátalak formájú, (ii) manuálisan definiált trigonometrikus függvény alapú és (iii) tönkremeneteli alak formájú tökéletlenség. Mivel általában a kölcsönhatásos tönkremeneteli módra az alkalmazott imperfekció alakja és amplitúdója is nagy hatással van, így ennek definiálására kiemelt figyelmet fordítottam. Vizsgálataim során mind a három definiálási módot alkalmaztam, majd a számítások eredményeit összehasonlítottam mind a merevítetlen, mind a hosszbordával merevített kialakítások esetén. A merevítetlen szerkezeti kialakítás esetén a számításaim azt mutatták, hogy a vizsgált paramétertartományban 2%-nál kisebb különbséget okoz az imperfekciódefiniálás módja, azonos nagyságú amplitúdó esetén (a számítás részleteit a [KB7] publikáció mutatja be). A számítások végeredményeként a merevítetlen szerkezeti kialakítás esetén a paramétervizsgálatot sajátalak formájú imperfekciókkal hajtottam végre, mely képes követni a különböző terhelési esetekhez tartozó stabilitásvesztési módot. A hajlítás-nyírás kölcsönhatási viselkedésének vizsgálatára alkalmazott sajátalak formájú imperfekcióra az *56. ábra* mutat példát. A sajátalak formájú imperfekciót minden esetben min(h_w/200, a/200) értékre skáláztam, ahol h_w a gerinclemez magassága, a a vizsgált lemezmező keresztirányú merevítőbordák közötti hossza.



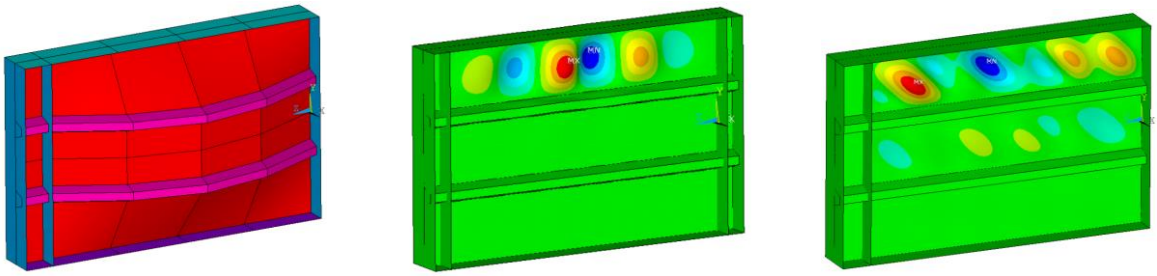
a) hajlítás *b) hajlítás-nyírás kölcsönhatása* *c) domináns nyírás*

56. ábra: Jellemző sajátalak formájú imperfekciók a merevítetlen modellen.

A hosszbordával merevített szerkezeti kialakítás esetén szintén megvizsgáltam a különböző imperfekciódefiniálási-módok teherbírásra és szerkezeti viselkedésre gyakorolt hatását. A merevítetlen szerkezetekhez képest itt különválasztottam a hosszbordák globális és a hosszbordák közötti lemezmezők lokális tökéletlenségeit, melyeket külön-külön, illetve egymással kombinálva is alkalmaztam a modellben. A kombinációk esetén megvizsgáltam a tökéletlenség irányának teherbírásra gyakorolt hatását is, és meghatároztam azt a kombinációt, ami a legkisebb teherbírásra vezet (a számítás részleteit a [KB8] publikáció tartalmazza).

A számítási eredményeim alapján a paramétervizsgálatban a következő stratégiát alkalmaztam. A hosszbordák stabilitásvesztéséhez tartozó globális imperfekciót manuálisan definiált szinuszhullám alakkal definiáltam, melyre az *57.a) ábra* mutat példát. Az almezők lokális tökéletlenségeit sajátalak formában vettem figyelembe (*57.b)-c) ábrák*), amely követni tudja a változó igénybevételeloszláshoz tartozó tönkremeneteli módot és az egyes almezők terhelési és

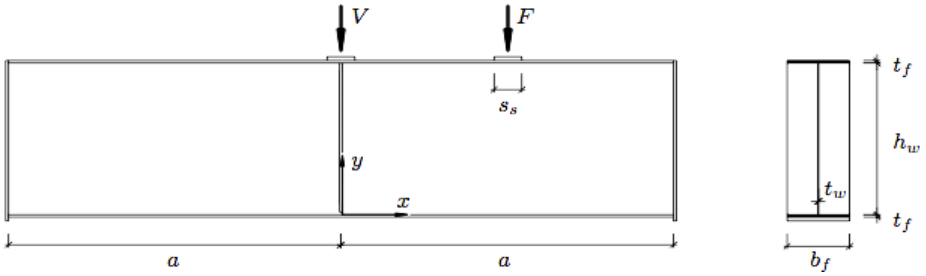
szerkezeti viselkedési sajátosságait. Természetesen azon szerkezeti kialakítások esetén, melyekben az első sajátalak a hosszbordák globális stabilitásvesztéséhez tartozott, nem használtam a manuálisan definiált imperfekciót. A hosszbordák globális tökéletlenségeként min(a/400, h_w/400) amplitúdójú hajlítási és 1/50 amplitúdójú elfordulási imperfekciót alkalmaztam az EN 1993-1-5 [1] szabvány ajánlásának megfelelően. Az almezők lokális tökéletlenségeként min(b_i/200, a/200) nagyságú imperfekciót vettem fel, ahol b_i az almező magassága. A tökéletlenségek felvételénél és az érzékenységre vonatkozó számításaim elvégzésénél Seitz [41], illetve Pavlovčič és tsai. [80] összetett igénybevételeloszlás esetére vonatkozó imperfekcióérzékenységi vizsgálatának eredményeit is figyelembe vettem.



a) globális *b) lokális hajlítás* *c) lokális hajlítás-nyírás*

57. ábra: Alkalmazott imperfekciók hosszbordával merevített modellben.

A merevítetlen szerkezeti kialakítás numerikus modelljének validálását a COMBRI RFCS projektben [40], a Luleåi Műszaki Egyetemen végzett kísérletek alapján végeztem el. A vizsgált próbatest és kísérleti elrendezés sematikus ábráját az *58. ábra* szemlélteti, a vizsgált geometriai jellemzőket a *12. táblázat* tartalmazza.



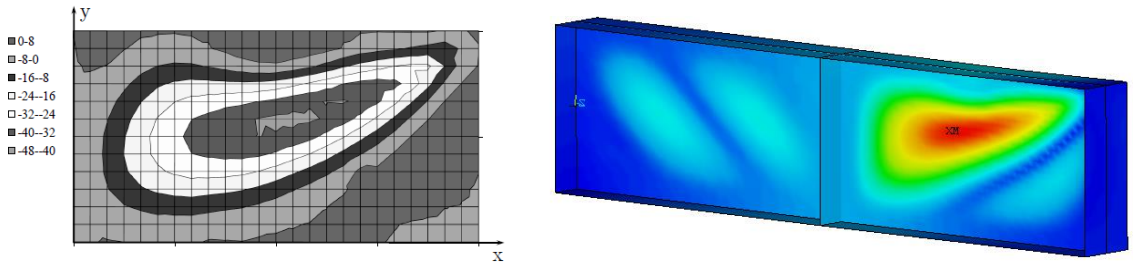
58. ábra: A kísérleti próbatest sematikus képe [40].

12. táblázat: Kísérleti programban vizsgált próbatestek geometriája és anyagjellemzői [40].

próbatest jele	gerinclemez			övlemez		erőbevezetés	anyagjellemzők			
	a [mm]	h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	s_s [mm]	f_{yw} [MPa]	f_{uw} [MPa]	f_{yf} [MPa]	f_{uf} [MPa]
SP600	2390	600	6	450	20	200	383	543	354	519
SP1200	2390	1200	6	450	20	200				

A kísérleti program során mérték a gerendák lehajlását, a terhelő erőt, valamint különböző terhelési szinteken meghatározták a gerinclemez deformált alakját is. Az SP1200 jelű gerenda kísérleti teherbírása 1030 kN, az SP600 jelűé pedig 846 kN volt. A numerikus modellel általam meghatározott teherbírás az SP1200 jelű próbatest esetén 988 kN, az SP600 jelűn pedig 846 kN, ami 96-99%-os egyezésnek felel meg. A kísérlet során mért és a numerikus modellel

meghatározott tönkremeneteli alakot az *59. ábra* mutatja be az SP600-as gerenda esetére. Látható, hogy a numerikus modell jól követi a kísérletben tapasztalt tönkremeneteli módot, és jó egyezést mutat a kísérlet során mért teherbírás értékekkel is.



59. ábra: Kísérletben mért és a numerikus modellel számított tönkremeneteli alakok összehasonlítása az SP600 jelű próbatest esetén.

Mivel a merevített gerinclemezes tartókon végzett vizsgálataimat elvégeztem nyitott és zárt hosszbordák alkalmazásával is, ezért a numerikus modellt mindkét kialakítás esetére validáltam. A zártszelvényű hosszbordás kialakítás validációját Pavlovčič és tsai. [80]-[81] kísérleti programja, a nyitott hosszbordás kialakítását pedig Sinur és Beg [82] kísérleti eredményei alapján végeztem el. Pavlovčič és tsai. kísérleti programjának célja a hosszbordával merevített gerinclemezes tartók nyírási horpadási ellenállásának meghatározása volt, amihez hajlítás és nyírás interakciójával terhelték a próbatesteket, míg Sinur és Beg kísérleti programjában a hosszbordával merevített gerinclemezes tartók hajlítás-nyírás kölcsönhatását vizsgálták. Így mindkét kísérleti program ideálisan kapcsolható volt az én vizsgálataimhoz. A modell validációját összesen 6 próbatestre végeztem el, melyek geometriai jellemzőit a merevítetlen tartókkal azonos jelölésrendszerben a *13. táblázat* tartalmazza.

13. táblázat: Kísérleti programban vizsgált próbatestek geometriája és anyagjellemzői.

próbatest jele	gerinclemez			övlemez		borda pozíció	anyagjellemzők [MPa]					
	a [mm]	h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	h_1 [mm]	f_{yw}	f_{uw}	f_{yf}	f_{uf}	f_{yst}	f_{ust}
G1 [80]	1875	1500	6	270	25	750	256	376	231	403	270	376
G2 [80]	1875	1500	6	270	25	750						
G3 [80]	1875	1500	6	270	25	500						
G4 [80]	1875	1500	6	270	25	500						
SO [82]	1500	1500	7	320	22	350	391	561	354	536	395	542
UO [82]	1800	1800	6	250	20	350+350	405	539	375	543	395	542

Mindkét kísérleti programban a gerinclemez magassága mentén 1-1 hosszbordát alkalmaztak, melynek középvonala és a felső övlemez közötti távolságot jelöli a *13. táblázatban* megadott h_1 paraméter, a *31. ábrának* megfelelően. A kísérleti programok további részletei, illetve a pontos geometriai kialakítás a [80]-[83], valamint a [KB6] publikációkban találhatók. A kísérlet során mért ($F_{R,test}$) és a numerikus modellel számított ($F_{R,num}$) teherbírásértékeket, illetve azok

arányát a *14. táblázat* mutatja be. Az eredmények alapján látható, hogy a numerikus modell által meghatározott és a kísérlet során mért teherbírásértékek közötti legnagyobb eltérés 3,8%, az átlagos eltérés pedig kisebb, mint 1,0%, ami igazolja az általam kidolgozott numerikus modell pontosságát a vizsgált tönkremeneteli módok esetén. Továbbá meggyőződtem arról is valamennyi próbatest esetén, hogy a kísérlet során tapasztalt és a modell által számított tönkremeneteli módok is jó egyezést mutatnak.

14. táblázat: Mért és számított teherbírásértékek hosszbordával kialakított próbatestek esetén.

próbatest jele	$F_{R,test}$ [kN]	$F_{R,num}$ [kN]	$F_{R,test}$ / $F_{R,num}$
G1 [80]	1453	1485	1.022
G2 [80]	1569	1553.4	0.990
G3 [80]	1412	1467	1.038
G4 [80]	1591	1521	0.956
SO [82]	1994	2050	1.028
UO [82]	2230	2175	0.975

4.3 M-V interakcióra vonatkozó numerikus paramétervizsgálat

A validált numerikus modellel egy széles paramétertartományt vizsgáltam a hajlítási, a nyírási horpadási és különböző arányú interakciós teherbírásértékek meghatározására. Összesen 50 különböző keresztmetszeti kialakítást elemeztem merevítetlen, és 121 kialakítást a hosszbordával merevített gerendákon. A lefedett paramétertartományt a *15. táblázatban* megadott geometriai jellemzők és lemezarányok mutatják be, melyek egyben definiálják a kidolgozott analitikus méretezési modellek érvényességi tartományát is.

15. táblázat: Vizsgált paramétertartomány.

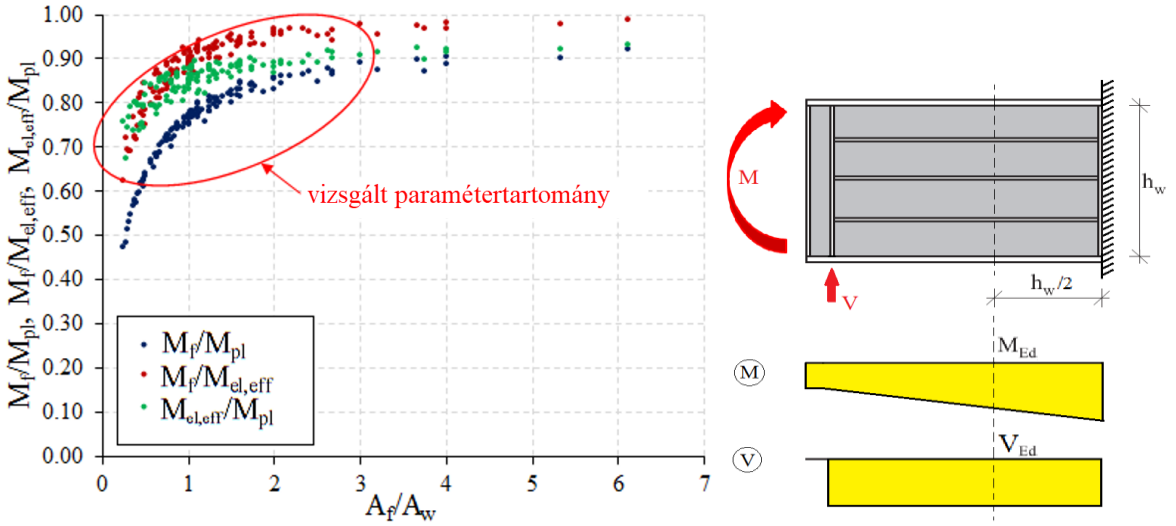
paraméter		tartomány	paraméter	tartomány
gerinclemez	h_w	300 – 1500 mm	t_w	3 – 16 mm
övlemez	b_f	200 – 550 mm	t_f	10 – 50 mm
lemezarányok	b_1/t_w	50 – 200	b_f/t_f	7.5 – 22.5
	α	1.5 – 2.0	A_f/A_w	0.22 – 6.11
bordamerevség	γ_s	23–8000	zárt bordás kialakítás esetén	
	γ_s	11–2300	nyitott bordás kialakítás esetén	

Az alkalmazott jelölésrendszer megfelel a 3. fejezetben alkalmazott és a *31. ábrán* megadott jelöléseknek; a bordamerevség a (3.16) képlettel definiált; az A_f az övlemez, az A_w a gerinclemez keresztmetszeti területét jelöli. A számításaim azt mutatták, hogy az A_f/A_w arányszám meghatározó az M-V interakciós viselkedés szempontjából, így kiemelt figyelmet kapott a vizsgálataim során. A numerikus paramétervizsgálat során alkalmazott geometriai kialakítások minden esetben 3. és 4. keresztmetszeti osztályú szerkezeteket eredményeztek. Továbbá a gerinclemezekre érvényes az Eurocode (4.7) egyenlettel megadott feltétele is, így a gerendák nyírási horpadásra is érzékenyek voltak.

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72 \cdot \varepsilon}{\eta} \tag{4.7}$$

ahol: $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y[MPa]}}$ és $\eta=1.2$ (4.8)

A szakirodalmi tapasztalatok és a numerikus szimulációk eredményei is azt mutatták, hogy A_f/A_w arányszám mellett a $M_{f,R}/M_{pl,R}$ és $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszámok is jelentős hatással vannak a hajlítás-nyírás kölcsönhatására, így a vizsgált keresztmetszetek jellemzőit ezen arányok függvényében mutatom be a *60.a) ábrán*. A diagram vízszintes tengelye a keresztmetszetek A_f/A_w arányát, a függőleges tengely az előbb említett teherbírási arányszámokat mutatja. Látható, hogy a szerkezeti kialakítások A_f/A_w arányszáma 0.25 – 6.1 között, az $M_{f,R}/M_{pl,R}$ arányszám 0.5 – 0.9 között változott, ami nagyon széles paramétertartománynak számít, és lefedi a jelenlegi építőmérnöki gyakorlatban alkalmazott szerkezeteket.

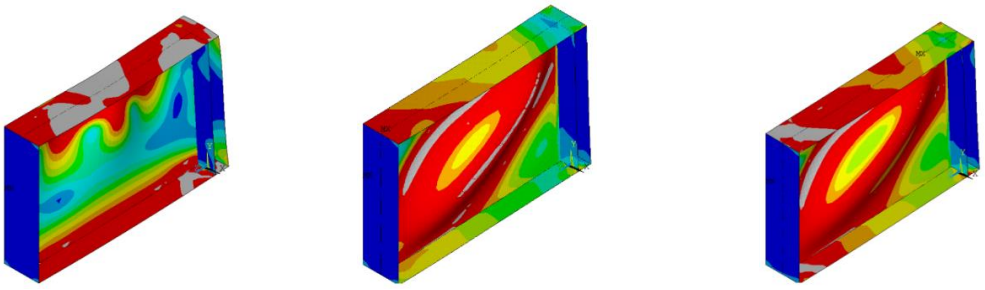


60. ábra: a) Vizsgált paramétertartomány, b) kiértékelés helye a gerenda hossza mentén.

Mivel a vizsgált gerendák hossza mentén változik a nyomaték, a numerikus modell pedig a teljes gerendára egy teherbírásértéket határoz meg, ami jellemzi a nyomaték-nyírás interakcióját, ezért a kiértékelés szempontjából nagy jelentősége van annak, hogy melyik keresztmetszetben végezzük el az ellenőrzését. Általános elv, hogy hajlítónyomaték és nyírás szempontjából is a legjobban kihasznált (konstans keresztmetszetű tartók esetén a legnagyobb igénybevétel helyén lévő) keresztmetszetben kell az ellenőrzést végrehajtani. Az M-V interakció esetén azonban korábbi szakirodalmi ajánlások alapján a merevítőbordától $h_w/2$ távolságra kell az ellenőrzést elvégezni, melyet sematikusan a *60.b) ábra* mutat. Vizsgálataim során ezt az ajánlást alkalmaztam.

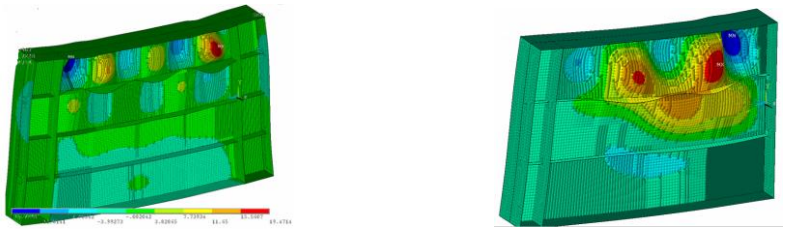
A paramétervizsgálat során először a tiszta hajlítási, majd a tiszta nyírási horpadási ellenállásokat határoztam meg, melyek a hajlítási ellenállás esetén jellemzően jó egyezést mutattak az EN 1993-1-5 [1] szabvány ellenállásmodelljével. A nyírási horpadási ellenállás esetén a különbség lényegesen nagyobb volt. Megmutattam, hogy ennek oka az övlemezek nyírási ellenállásának meghatározásában van. Számításaim azt mutatták, hogy a nyírási horpadási ellenállás számítási modellje a gerinclemez horpadási ellenállását jellemzően alulbecsüli, míg az övlemez hozzájárulását $A_f/A_w>3$ arányszám esetén jelentősen túlbecsüli. Ugyanakkor a szabványos méretezési módszer minden esetben a biztonság oldalán közelít. A

tiszta hajlítás és nyírási horpadás esetére vonatkozó számítási eredményeimet, és annak részletes kiértékelését a [KB5] és [KB6] publikációk tartalmazzák. Az M-V interakciós viselkedés elemzésénél a numerikus modellel vizsgált jellemző tönkremeneteli módokat merevítetlen gerendák esetére a *61. ábra*, hosszbordákkal merevített gerendákra pedig a *62. ábra* szemlélteti, külön példát mutatva a hosszbordák közötti lokális és a hosszbordát is magába foglaló globális tönkremeneteli módokra. A vizsgálataim és a következőkben bemutatott eredményeim valamennyi itt bemutatott tönkremeneteli mód esetén érvényesek.

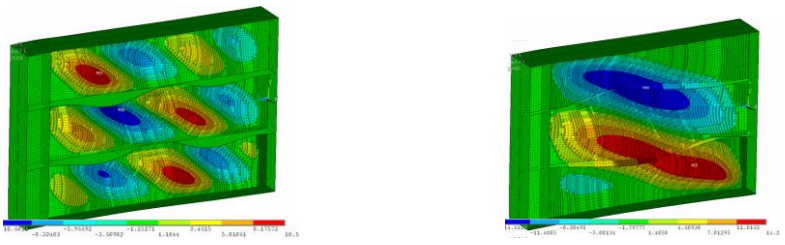


a) hajlítási tönkremenetel *b) nyírási horpadás* *c) interakciós tönkremenetel*

61. ábra: Numerikus modellel vizsgált jellemző tönkremeneteli módok merevítetlen gerendán.



a) lokális hajlítási tönkremenetel *b) globális hajlítási tönkremenetel*

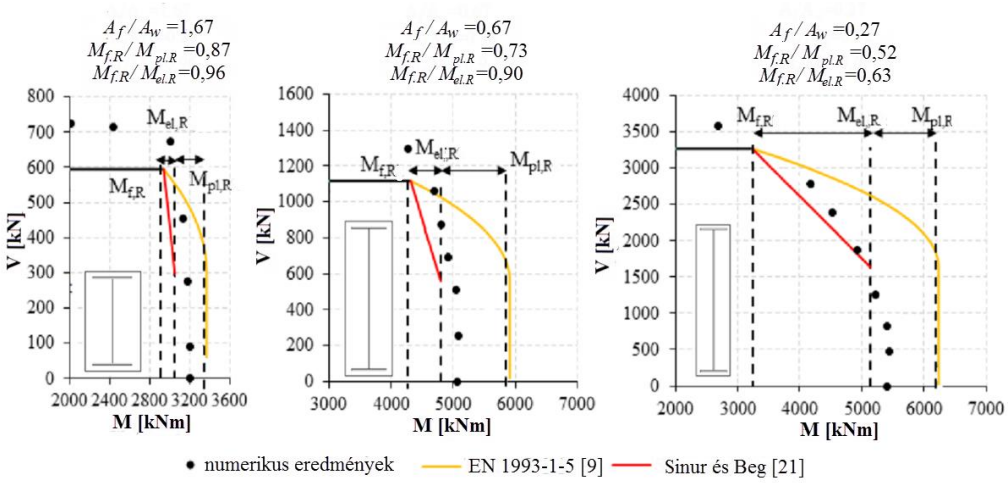


c) lokális nyírási horpadás *d) globális nyírási horpadás*

62. ábra: Numerikus modellel vizsgált jellemző tönkremeneteli módok merevített gerendán.

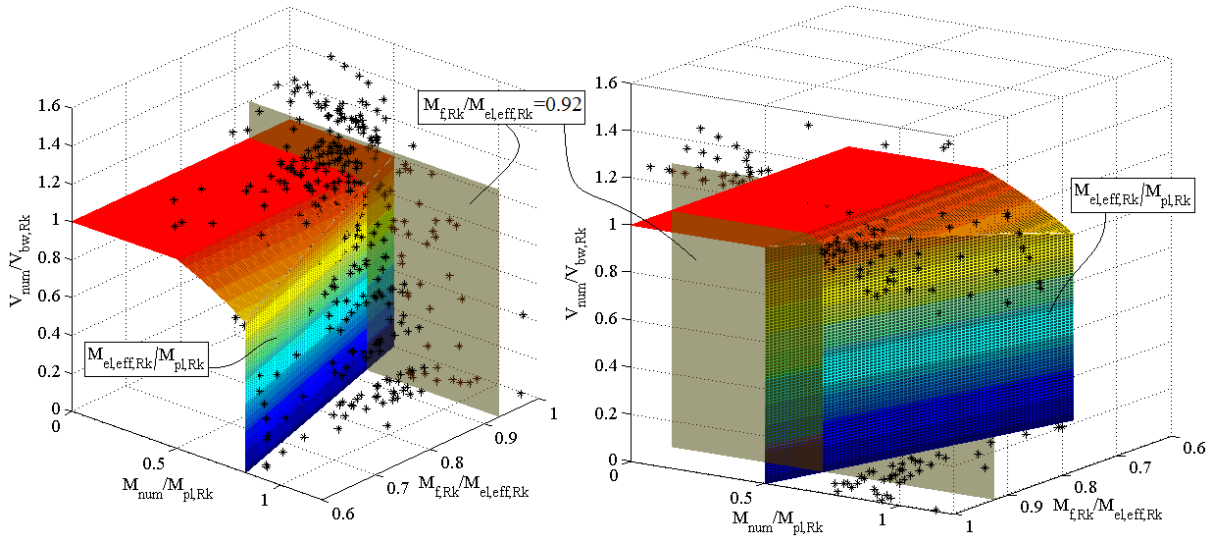
A numerikus vizsgálataim eredményeként a szakirodalomban elsőként mutattam meg, hogy az M-V interakciós viselkedés jellege jelentősen függ a szelvény öv- és gerinclemez területének (A_f/A_w), valamint az övlemezek és a teljes szelvény hajlítási ellenállásának arányától. Ez az arányszám értelmezhető mind a képlékeny ($M_{f,R}/M_{pl,R}$), mind pedig a rugalmas hajlítási ellenállásra ($M_{f,R}/M_{el,R}$) vonatkozóan is. Igazoltam, hogy azon keresztmetszetek esetén, melyeknél ezek az arányszámok kisebbek, a jelenlegi méretezési eljárás nagyobb mértékben van a biztonság kárán, mint azon keresztmetszetek esetén, melyeknél nagyobbak. Egy példát a *63. ábra* mutat be három jelentősen különböző geometriájú I-tartó esetére. A diagramokon a vízszintes tengely a hajlítónyomatéki, a függőleges tengely pedig a nyírási horpadási ellenállást mutatja. Sárga vonal jelöli a jelenlegi szabványos méretezési eljárást, míg a piros Sinur és Beg [64] konzervatívnak számító ajánlását mutatja. Fekete pontokkal vannak jelölve a diagramokon

a numerikus számításaim eredményei, melyek alapján megállapítottam, hogy azon keresztmetszetek, melyek $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszáma nagy, mindkét méretezési ajánlás a biztonság oldalán vannak. Azon keresztmetszetek eredményei, melyek $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszáma kicsi, a jelenlegi szabványos interakciós görbe alatt vannak, így az a biztonság kárára téved. Ugyanakkor a Sinur és Beg által javasolt méretezési görbe minden esetben a biztonság oldalán van.



63. ábra: Szerkezeti viselkedést befolyásoló arányszámok (A_f/A_w; $M_{f,R}/M_{pl,R}$; $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$) hatása az interakciós viselkedésre.

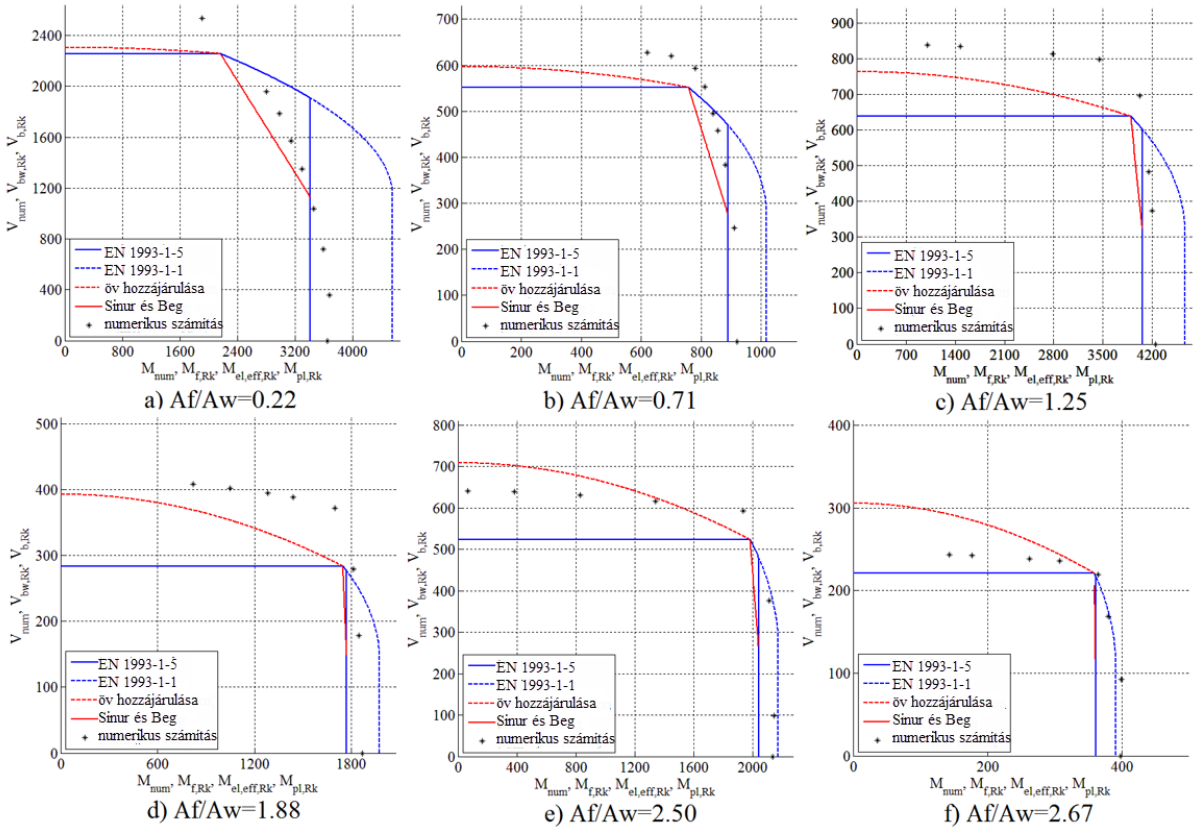
Vizsgálataim eredményei alapján megmutattam, hogy a korábbi szakirodalmi vizsgálatok azért vezettek eltérő konklúzióra, mert jelentősen eltérő paramétertartományú gerendákat vizsgáltak, és a fent bemutatott arányszámok befolyásolják a szerkezeti viselkedés jellegét. A teljes vizsgált paramétertartományra vonatkozó számítási eredményeimet a *64. ábra* mutatja be. A diagram függőleges tengelyén a numerikus modellel és a szabványos méretezési képlettel számított nyírási ellenállások aránya, az egyik vízszintes tengelyen a hajlítási ellenállások aránya, míg a másik vízszintes tengelyen az $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszám látható. Az ábra bal oldalán a 3D interakciós felület külső, a jobb oldalon pedig a belső nézetét ábrázoltam. A diagramon az látható, hogy a numerikus számítások eredményeit a jelenlegi szabványos méretezési eljárással összehasonlítva az kapjuk, hogy azon szerkezeti kialakítások esetén, melyek $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszáma nagyobb, mint 0,92, a szabványos méretezési eljárás a biztonság oldalán van. Azon keresztmetszetek esetén, melyek $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszáma kisebb, mint 0,92, a numerikus számítások eredménye a jelenlegi szabványos interakciós görbe alatt van, így az a biztonság kárára téved; ennek mértéke a $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszám csökkentésével egyre nő.



a) külső nézet *b) belső nézet*

64. ábra: Numerikus számítási eredmények összehasonlítása az EN1993-1-5 szabvány M-V kölcsönhatás modelljével.

A számítási eredmények alapján javaslatot dolgoztam ki arra vonatkozólag, hogy a kölcsönhatást leíró méretezési eljárásba figyelembevételre kerüljenek a fent bemutatott arányszámok, melyet eddig egyetlen korábbi szakirodalmi ajánlás sem tartalmazott. A numerikus paramétervizsgálat eredményeit ezért szisztematikusan kiértékeltem az A_f/A_w arányszám függvényében, melyhez közvetlenül kapcsolható az $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszám. Az eredmények közül néhány jellemző diagramot a *65. ábra* mutat be.

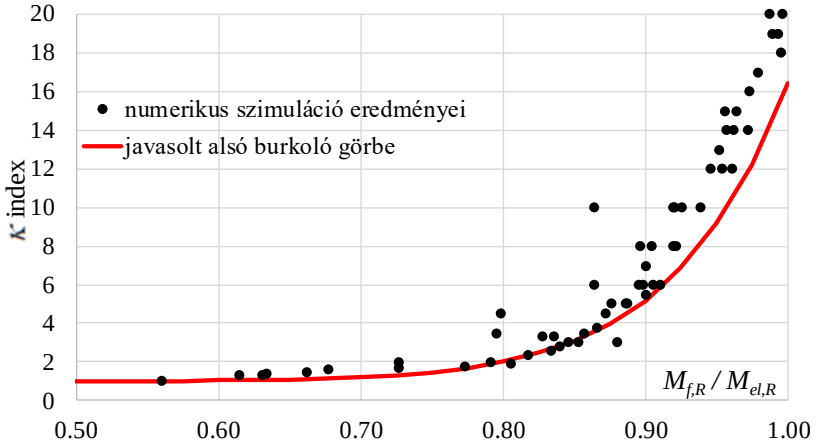


a) Af/Aw=0.22 b) Af/Aw=0.71 c) Af/Aw=1.25

d) Af/Aw=1.88 e) Af/Aw=2.50 f) Af/Aw=2.67

65. ábra: A_f/A_w arányszám hatása az interakciós ellenállásra.

A diagramokon feltüntettem a Sinur és Beg által javasolt interakciós egyenest, valamint a jelenlegi szabványos görbét is, illetve pontokkal jelöltem a numerikus számítási eredményeimet. A kiértékelés alapján megállapítottam, hogy (i) a jellemzően kis övlemezekkel rendelkező tartók esetén a jelenlegi szabványos interakciós görbe jelentősen a biztonság kárára téved, így módosítása szükséges, (ii) domináns övekkel rendelkező tartók esetén azonban a nyírási horpadási ellenállásban az övlemez hozzájárulását becsüli túl a szabványos méretezési eljárás. A jelen doktori műben az első megállapításra vonatkozóan ismertetem az eredményeimet. Az övlemez hozzájárulását a nyírási teherbírásra külön elemeztem, mely vizsgálataimat a [KB10] publikációban mutattam be. A numerikus eredményeim alapján különböző $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányokhoz meghatároztam a κ tényező szükséges minimális értékeit, valamint a κ tényező és az $M_{f,R}/M_{el,eff,R}$ arányszám közti összefüggést, melyet a *66. ábra* mutat be. A diagramon fekete pontok a numerikus modell alapján meghatározott értékeket, a piros görbe az általam kidolgozott (4.10) képlet összefüggését mutatja, melyet a (4.9) interakciós egyenletben kell alkalmazni. A (4.9) egyenlet formailag megegyezik a legtöbb szakirodalmi méretezési modellel, melyben én egy új κ tényezőt javasoltam alkalmazni, ami figyelembe veszi a vizsgált gerenda keresztmetszeti jellemzőit az $M_{f,R}/M_{el,R}$ arányszám alapján.

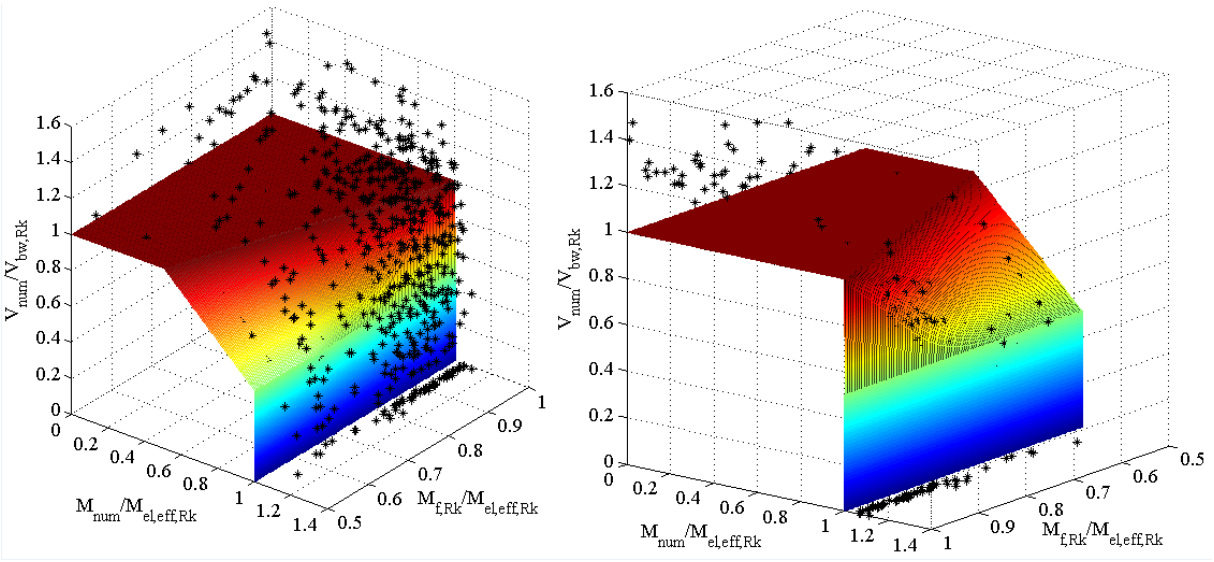


66. ábra: A κ index és az $M_{f,R}/M_{el,R}$ arányszám közötti összefüggés.

$$\frac{M}{M_{el,R}}+\left(1-\frac{M_{f,R}}{M_{el,R}}\right)\left(\frac{2\cdot V}{V_{bw,R}}-1\right)^{\kappa}\le 1.0 \quad \text{ha} \quad 0.5\cdot V_{bw,R}\le V<V_{bw,R} \tag{4.9}$$

ahol: $$\kappa=\left(\frac{M_{f,R}}{M_{el,R}}+0.2\right)^{15}+1 \tag{4.10}$$

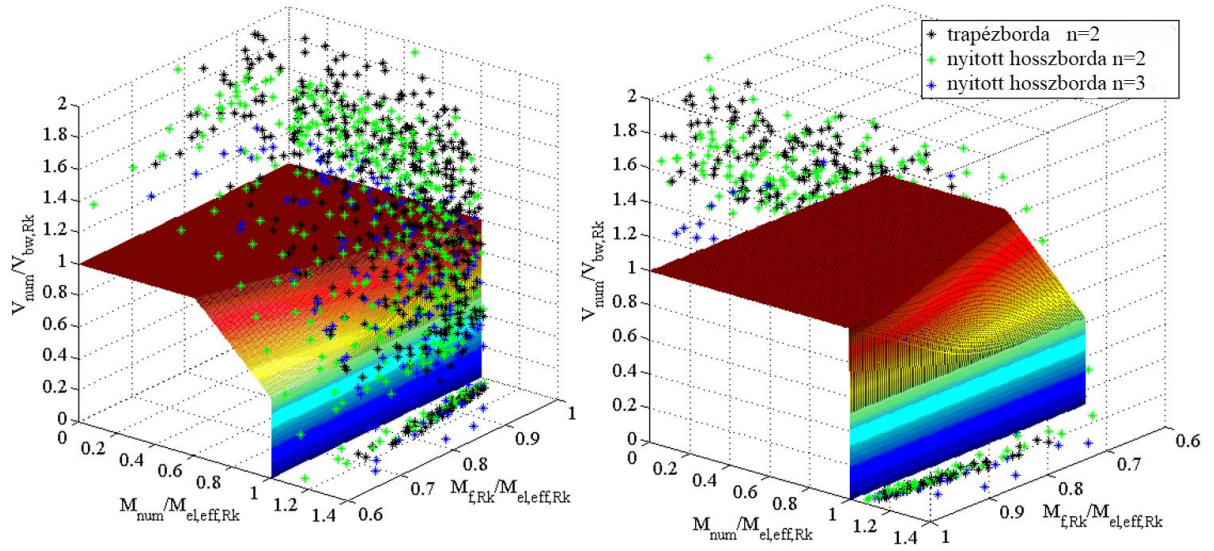
Az új, (4.9)-(4.10) képletek által definiált interakciós felületet összehasonlítottam a numerikus számítási eredményeimmel, melyet a *67. ábra* mutat be az előzőekhez hasonló módon. A diagramon látható, hogy az új méretezési eljárás alapján minden számítás a biztonság oldalán van, és az új kölcsönhatási görbe jól követi a valós szerkezetei viselkedést. Vizsgálataim alapján tehát igazoltam, hogy az általam kidolgozott kölcsönhatási képlet jó közelítése a numerikus modell alapján meghatározott ellenállásoknak, és kellő biztonsággal alkalmazható a tervezési gyakorlatban.



a) külső nézet *b) belső nézet*

67. ábra: Numerikus számítási eredmények összehasonlítása a javasolt M-V kölcsönhatási modellel.

Számítási eredményeimet kiterjesztettem hosszbordákkal merevített I-tartók esetére is. Bemutattam, hogy az $M_{f,R}/M_{el,R}$ arányszám ezen gerendák esetén is jól jellemzi az M-V interakciós diagram jellegét, ugyanakkor a merevítetlen gerendákra megadott 0.92-es határérték a merevített gerendák esetén 0.88-ra módosul. A szerkezeti viselkedés és az interakciós diagram jellege azonban nem változik. Ennek megfelelően igazoltam, hogy az általam, merevítetlen gerinclemezes tartókra kidolgozott méretezési eljárás hosszbordákkal merevített gerinclemezes tartókra is alkalmazható. A numerikus számítási eredmények és az analitikus méretezési eljárás összehasonlítását hosszbordával merevített gerendák esetére a *68. ábra* mutatja be, a numerikus és analitikus ellenállások arányának statisztikai jellemzőit pedig a *16. táblázat* foglalja össze.



a) külső nézet *b) belső nézet*

68. ábra: Numerikus számítási eredmények összehasonlítása az EN1993-1-5 szabvány M-V kölcsönhatás modelljével merevített gerincű tartók esetén.

16. táblázat: Az új M-V interakciós képlet statisztikai kiértékelése.

	merevítetlen gerenda	merevített gerenda		
		zárt borda	2 nyitott borda	3 nyitott borda
átlag	1.073	1.216	1.186	1.110
szórás	0.075	0.161	0.151	0.084
relatív szórás	0.069	0.132	0.128	0.076
minimum arány	0.988	0.935	0.902	0.903
maximum arány	1.457	1.718	1.699	1.307

Megjegyzendő, hogy az EN 1993-1-5 [1] szabvány nyírási horpadási méretezési eljárásában a hosszbordák inerciáját a valós érték 1/3-ára való csökkentésével szabad csak figyelembe venni. A számítási eredményeim azt is megmutatták, hogy a szabvány méretezési eljárásában a hosszbordák teljes inerciáját figyelembe lehetne venni az analitikus számításban, az általam kidolgozott interakciós egyenlet abban az esetben is a biztonság oldalán lenne. Ugyanakkor amennyiben a teljes inerciát figyelembe vennénk, a tiszta nyírási horpadási ellenállást becsülné túl a méretezési eljárás, aminek korrekciója az övlemez nyírási ellenállásának pontosításával lehetséges. Erre is adtam méretezési javaslatot, mely ugyan nem képezi a doktori művem részét, de a kutatási programot ez teszi teljessé. Az erre vonatkozó eredményeimet a [KB10] publikáció tartalmazza.

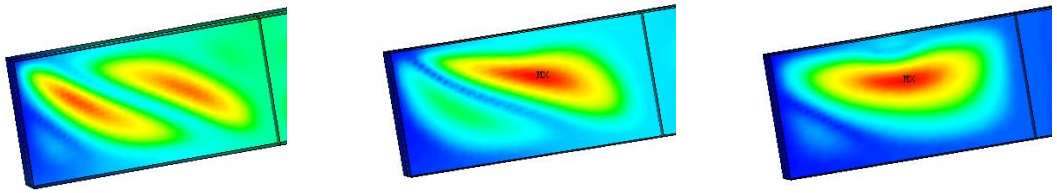
4.4 M-V-F interakcióra vonatkozó számítási eredmények

Az M-V kölcsönhatásra végzett számításaimmal azonos stratégiájú numerikus paramétervizsgálatot hajtottam végre az M-V-F kölcsönhatás vizsgálatára is. Először a határoló síkokban elemeztem a viselkedést, a méretezési eljárás szélső értékeinek ellenőrzése és a stabilitási jelenség vizsgálata céljából. Ezután az M-V-F hármas interakciós viselkedést vizsgáltam. Az eredmények bemutatása is ezt a sorrendet követi, azaz először a határoló síkokra vonatkozó, majd a 3D-s interakciós felület vizsgálatára vonatkozó eredményeimet mutatom be.

A számítási eredményeket kétféle módon értékeltem ki. Először a tiszta hajlítási, nyírási horpadási és beroppanási ellenállásokat határoztam meg valamennyi szerkezeti geometria esetére a numerikus modellel, és ezeket tekintettem referenciaértékeknek. Ezeket helyettesítettem be a (4.4) képlet nevezőjében megadott ellenállások értékeként, és az így kapott teherbírási arányszámoknak megfelelően értékeltem az interakciós felület megfelelőségét. A másik kiértékelési mód esetén a szabványos ellenállásokat számítottam ki, és ezeket alkalmaztam a (4.4) képlet nevezőjében. Az első kiértékelési mód azt mutatja meg, hogy a kizárólag numerikus modellel meghatározott tiszta teherbírási szélsőértékek és az interakciós teherbírások szempontjából a javasolt interakciós felület megfelelően követi-e a numerikus számítások eredményeit. Ez a kiértékelési mód független a hajlítási, nyírási horpadási és a beroppanási ellenállásmodellek hibáitól, így a fizikai jelenséget és annak, az igénybevételek kölcsönhatására vonatkozó összefüggéseit mutatja meg. További előnye, hogy amennyiben a numerikus modellel meghatározott referenciaértékek esetén az interakciós egyenlet a biztonság oldalán van, akkor a három ellenállásmodell későbbi pontosítása után is alkalmazható marad, nincs szükség annak újbóli ellenőrzésére, kalibrálására. Ezért a jelen doktori műben ennek, a

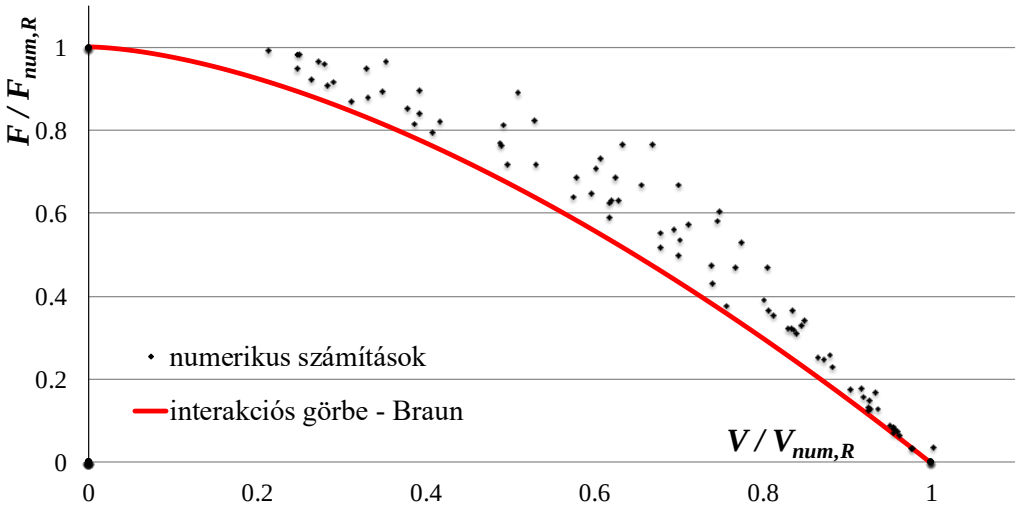
szerkezeti viselkedést legpontosabban bemutató kiértékelési módnak az eredményeit mutatom be részletesen, a szabványos ellenállásmodellek alkalmazásával végzett kiértékelésnek csak a végső konklúzióját ismertetem. A kutatási program összes számítási eredménye és a teljeskörű kiértékelés a [KB7]-[KB8] publikációkban található.

A nyírás és keresztirányú erő (V-F) kölcsönhatás vizsgálata során tapasztalt jellemző tönkremeneteli alakokat a vizsgált gerincpanel esetére a *69. ábra* mutatja be. A *69.a) ábra* tipikus nyírási horpadási, a *69.c) ábra* pedig beroppanási tönkremenetelt mutat. A két igénybevétel változtatásának hatására folytonos átmenetet tapasztaltam a tönkremeneteli módok között. A *70. ábra* mutatja a V-F interakciós síkban a numerikus számítások eredményét. A diagram vízszintes tengelyén a számított interakciós nyírási horpadási és tiszta nyírási horpadási ellenállások aránya, a függőleges tengelyén pedig ugyanez az arányszám látható a beroppanási ellenállásra vonatkoztatva. A diagramon feltüntettem a (4.4) képlet által a V-F síkra vonatkozó metszetvonalat is. A V-F síkban elvégzett 110 numerikus számítás eredménye alapján megállapítottam, hogy a Braun által javasolt interakciós egyenlet a V-F síkban az általam vizsgált paramétertartományban a biztonság oldalán közelít, amennyiben referenciaértéknek a numerikus modellel meghatározott tiszta ellenállásokat tekintjük. Ez azt is jelenti, hogy az interakciós egyenlet jól követi a valós fizikai jelenséget.



a) domináns nyírási horpadás *b) interakció* *c) domináns beroppanás*

69. ábra: V-F interakcióra vonatkozó jellemző tönkremeneteli módok.

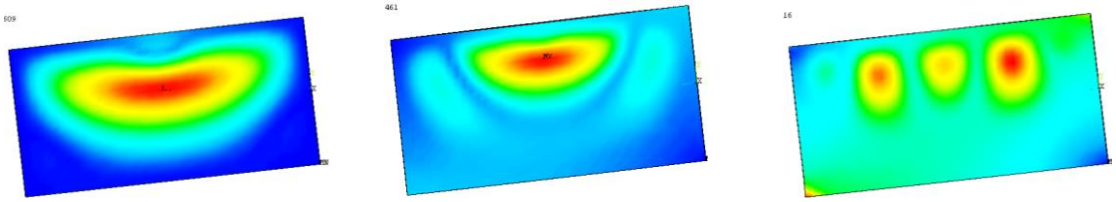


70. ábra: Numerikus számítások eredményeinek összehasonlítása a V-F síkban.

A számításaim azt is megmutatták, hogy amennyiben a beroppanási és a nyírási horpadási ellenállás helyére az új generációs prEN 1993-1-5 [2] által megadott ellenállásmodellekkel számított teherbírásokat helyettesítjük, a numerikus számítást reprezentáló pontok az

interakciós felülettől kifelé tolódnak el, tehát a szabványos méretezési ellenállások alkalmazása esetén is a biztonság oldalán van a javasolt egyenlet.

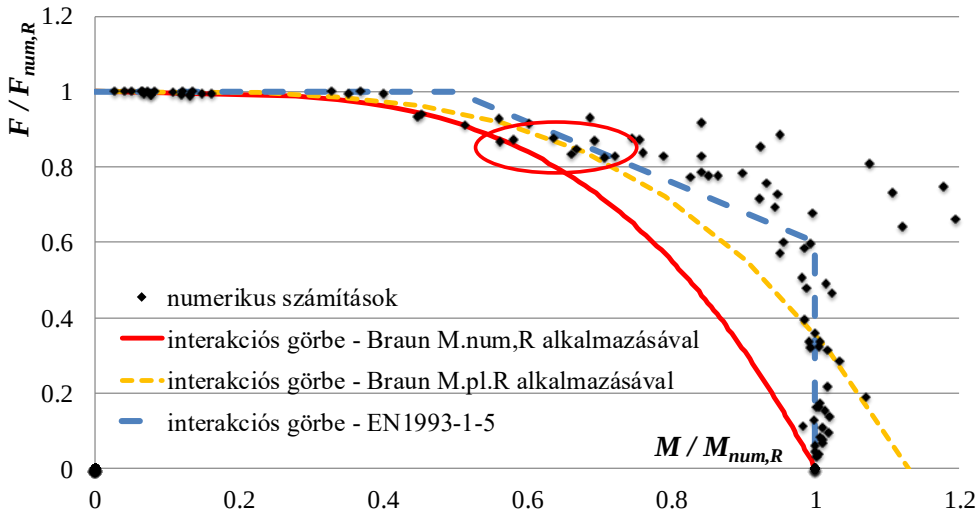
Az M-F (hajlítás-keresztirányú erő) kölcsönhatás síkjának vizsgálata során a *71. ábrán* bemutatott jellemző tönkremeneteli módokat vizsgáltam, melyek közül a bal szélső a beroppanási, a jobb szélső a hajlítási, a középső ábra pedig a kombinált stabilitási jelenséget szemlélteti.



a, beroppanási *b, interakciós* *c, hajlítási*

71. ábra: M-F interakcióra vonatkozó jellemző tönkremeneteli módok.

Összesen 110 numerikus számítást végeztem az M-F síkban is az interakciós teherbírás meghatározására különböző keresztmetszeti kialakítású gerendákon. A számítások eredményét összefoglalóan a *72. ábra* mutatja be. A diagram vízszintes tengelyén a számított interakciós hajlítási és a tiszta hajlítási ellenállások aránya, a függőleges tengelyén pedig ugyanez az arányszám látható a beroppanási ellenállásra értelmezve. A diagramon piros görbe mutatja a (4.4) képlet által az M-F síkra vonatkozó metszetvonalat, amennyiben a numerikus modellel meghatározott hajlítási ellenállást alkalmazzuk referenciaértékként. Mivel 3. és 4. keresztmetszeti osztályú gerendákat vizsgáltam, ez a teherbírásérték jó egyezést mutat az analitikus módon meghatározható rugalmas teherbírásértékekkel. A diagramon látható, hogy minden számítási eredmény az interakciós görbén kívül helyezkedik el, tehát a biztonság oldalán van.

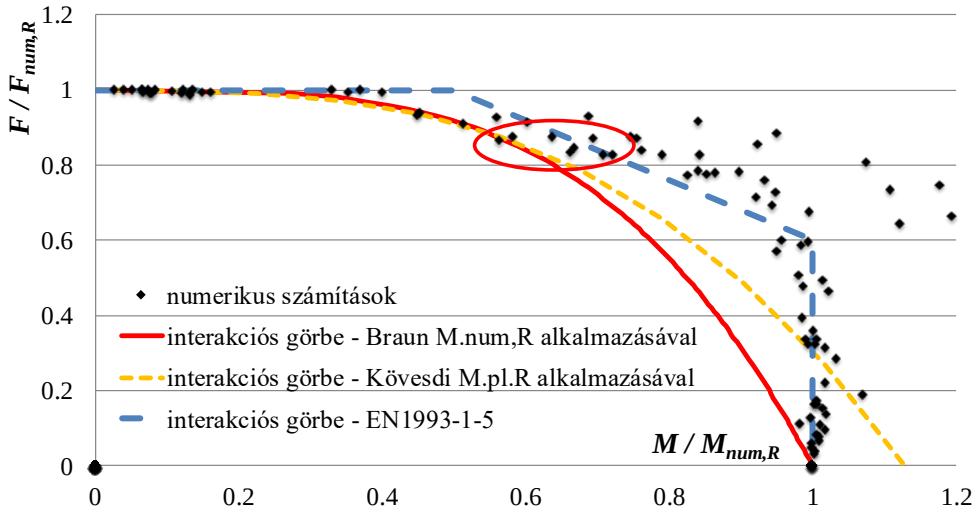


72. ábra: Numerikus számítások eredményeinek összehasonlítása az M-F síkban.

Az eredményeken az is látható, hogy a piros görbétől való távolsága a számítási eredményeknek a domináns beroppanási tönkremenetelek esetén kicsi, míg domináns hajlítási tönkremenetel esetén lényegesen nagyobb. Ez volt egyik oka annak, amiért Braun a hajlítási ellenállás referenciaértékeként a képlékeny nyomatéki ellenállást javasolta figyelembe venni. Ebben az esetben a domináns hajlítási tartományban is lényegesen közelebb kerülnek a számítási

eredmények az analitikus megoldáshoz, amint ezt a narancssárga szaggatott görbe is szemlélteti a *72. ábrán*. Ezen kívül az előző fejezetben bemutatott M-V interakciós képlet is a képlékeny nyomatéki ellenállást használja referenciaértékként, így az M-F és M-V interakciós síkok közti átmenetet lényegesen könnyebb megteremteni, ha mindkét interakciós görbe azonos pontban metszi az M tengelyt. Látható azonban, hogy ennél a kiértékelési módnál a domináns beroppanási tönkremenetel esetén több számítási eredmény az interakciós görbén belülre kerül, tehát a méretezési eljárás a keresztirányú erővel szembeni nagy kihasználtságok esetén a biztonság kárára téved. Ezért a Braun által javasolt interakciós egyenletet a (4.11) képletnek megfelelően módosítottam az M-F interakciós síkra vonatkozóan. A módosított interakciós görbét és annak a numerikus számítási eredményekkel való összehasonlítását a *73. ábra* mutatja be. A diagramokon összehasonlítás céljából feltüntettem az EN 1993-1-5 [1] szabvány által javasolt, jelenleg a tervezési gyakorlatban alkalmazott M-F interakciós egyenest is kék szaggatott vonallal. A *72. ábrán* látható, hogy a Braun által javasolt interakciós görbe alsó burkolóját képezi az EN 1993-1-5 [1] szabvány interakciós egyenesének, így alkalmazása a jelenlegi méretezési eljárásnál konzervatívabb eredményre vezet.

$$\left(\frac{M}{M_{pl,R}}\right)^{3.0}+\left(\frac{F}{F_{num,R}}\right)\le 1.0 \tag{4.11}$$

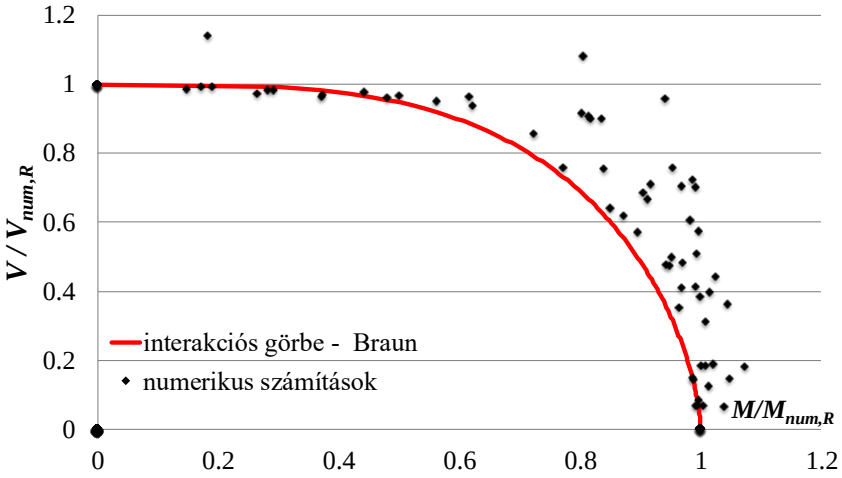


73. ábra: Numerikus számítások eredményeinek összehasonlítása az M-F síkban – módosított interakciós görbe alapján.

A számítási eredmények alapján tehát megállapítható, hogy amennyiben a numerikus modell által meghatározott hajlítási és beroppanási ellenállást alkalmazzuk a (4.4) egyenlet nevezőjében, a Braun által javasolt interakciós képlet az M-F síkban a biztonság oldalán van az általam vizsgált paramétertartományban. Ugyanakkor a képlékeny hajlítási ellenállás alkalmazása esetén az interakciós görbe pontosításra szorult, melyre javaslatot adtam.

Ezen kívül a számításaim azt is megmutatták, hogy amennyiben a beroppanási ellenállást az új generációs prEN 1993-1-5 [2] alapján határozzuk meg, a hajlítás esetén pedig a képlékeny ellenállást alkalmazzuk, akkor a numerikus számítást reprezentáló pontok az interakciós felülettől kifelé tolódnak el, így a Braun által javasolt méretezési görbe a biztonság oldalán van minden esetben (a kiértékelés részleteit a [KB7] publikáció tartalmazza).

Az M-V síkban szintén 110 numerikus számítást végeztem. Mivel ezt a kölcsönhatást az előző fejezetben részletesen vizsgáltam, itt most kizárólag a numerikus számítások eredményeit és az interakciós egyenlet M-V síkra vonatkozó metszésvonalának összehasonlítását mutatom be a *74. ábrán*. Az ábrán látható, hogy az interakciós görbe nagyon jó alsó burkolóját adja a számítási eredményeknek, ami igazolja a görbe alkalmazhatóságát ebben a síkban is. Ez azért is kiemelten fontos, mivel Braun erre a síkra vonatkozóan nem vizsgálta és nem validálta az általa javasolt interakciós felületet, melynek alkalmazhatóságát én igazoltam a nemzetközi szakirodalomban először.



74. ábra: Numerikus számítások eredményeinek összehasonlítása az M-V síkban.

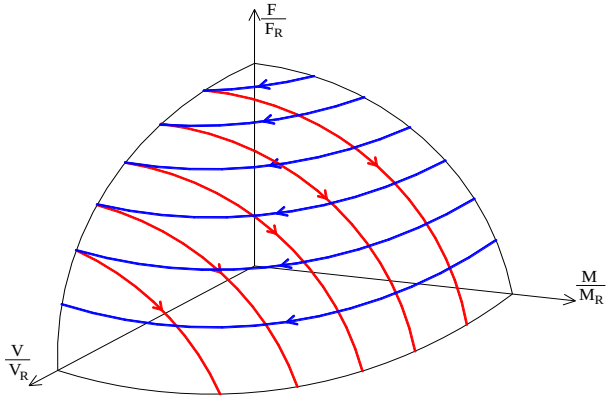
A számítási eredményeim alapján azt is igazoltam, hogy az interakciós görbe az M-V síkban akkor is a biztonság oldalán van, ha a hajlítási ellenállás referenciaértékeként a képlékeny hajlítási ellenállást alkalmazzuk a képletben, a nyírási horpadási ellenállást pedig a szabványos módon számítjuk (a kiértékelés részleteit a [KB7] publikáció tartalmazza).

A vizsgálataim során rámutattam, hogy a numerikus és a szabványos ellenállásmodellek között az a legjelentősebb különbség, hogy – a numerikus modellel ellentétben – a kézi számítási eljárás elhanyagolja az övlemez ellenállását a beroppanási és a nyírási horpadási ellenállás számításában. Az övlemez hozzájárulásának figyelembevételével, illetve elhanyagolásával magyarázható, hogy a pontosított numerikus modell alapú referenciaellenállások alkalmazása esetén a Braun által javasolt méretezési eljárás nincs minden esetben a biztonság oldalán.

Igazoltam tehát, hogy a Braun által kidolgozott méretezési képlet mind a három határoló síkban a biztonság oldalán van, amennyiben a számítási eljárás során az Eurocode szabvány által megadott képlékeny hajlítási, nyírási horpadási és beroppanási ellenállásokat tekintjük referenciaértéknek. Amennyiben azonban a beroppanási és nyírási horpadási ellenállások értékeit pontosítjuk, az interakciós görbe is pontosításra szorul, mely megtehető a (4.4) képletben a hajlítási tag indexének 3.6-ról 3.0-ra való csökkentésével.

A határoló síkok vizsgálata után kidolgoztam egy átfogó stratégiát a három igénybevétel együttes hatásának vizsgálatára, és több száz numerikus szimulációt hajtottam végre az M-V-F interakciós teherbírás meghatározására. A paramétervizsgálat során az elvem azt volt, hogy először több különböző nagyságú keresztirányú erő alkalmazása mellett változtattam a gerendára működtetett hajlítónyomaték és nyíróerő nagyságát, így a *75. ábrán* kék vonallal

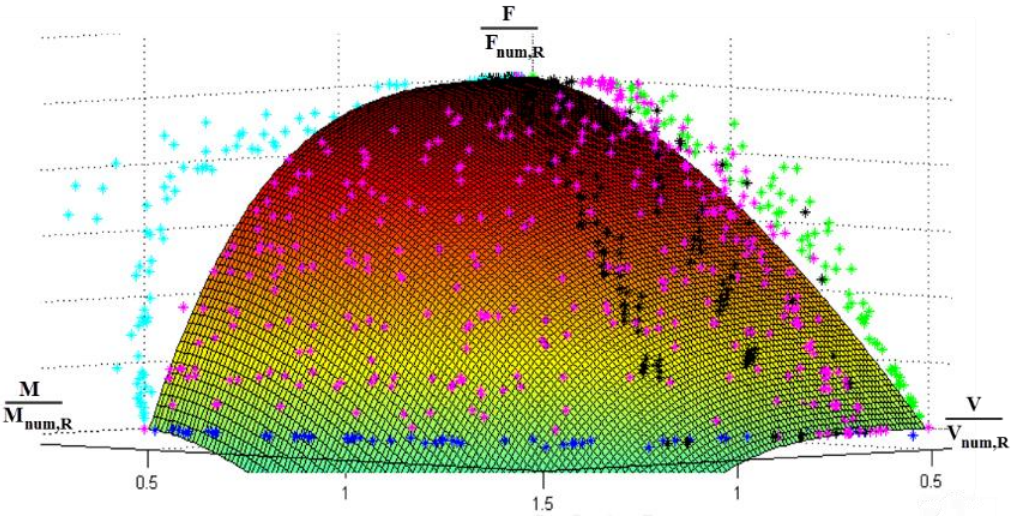
jelölt szintvonalak mentén vizsgáltam az igénybevételek kölcsönhatását. Ezt követően a különböző nyíróerő szinten vizsgáltam a hajlítás és keresztirányú erő kölcsönhatását, melynek eredményeként a *75. ábrán* bemutatott piros szintvonalak mentén kaptam teherbírásértékeket. Ennek a stratégiának az alkalmazásával közel egyenletesen tudtam lefedni a teljes 3D-s interakciós felületet és ellenőrizni a méretezési képlet megfelelőségét. Minden vizsgált geometriai kialakítás esetén 33 numerikus számítást hajtottam végre, ami összesen 363 számítást jelentett a merevítetlen és 270 számítást a hosszbordával merevített szerkezetek esetére. A három határoló síkkal együtt összesen több mint 1150 számítási eredmény alapján végeztem el az interakciós egyenlet megfelelőségének ellenőrzését.



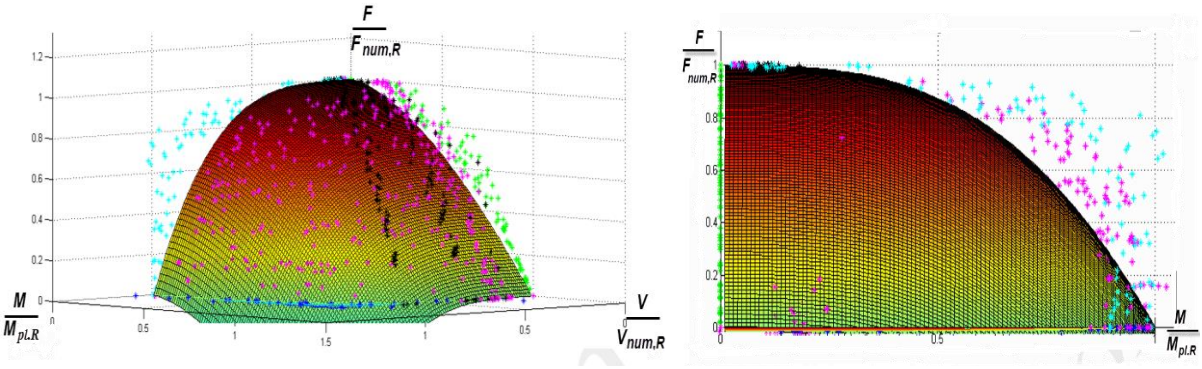
75. ábra: Vizsgálati stratégia az M-V-F interakciós felület ellenőrzéséhez.

Az interakciós görbe és a numerikus számítási eredmények összehasonlítását a *76. ábra* mutatja be arra az esetre, amikor a numerikus modellel meghatározott hajlítási, nyírási horpadási és beroppanási ellenállást tekintettem referenciaértéknek. A diagram három tengelyén a három igénybevételi arányszám látható, a pontok jelzik a numerikus számítási eredményeket. A különböző színek mind azonos számítási eredményeket mutatnak, csak az áttekinthetőség érdekében választottam szét a különböző vizsgálati halmazokhoz tartozó eredményeket (pl. határolósíkok és hármas kölcsönhatás, saját és Braun számítási eredményei). Az eredmények alapján megállapítottam, hogy a három határolósíkban végzett számításokkal azonos módon minden számítási eredmény az interakciós felületen kívül helyezkedik el, és a (4.4) egyenlettel megadott interakciós diagram jól követi a numerikus számítási eredményeket, tehát jól követi a valós fizikai jelenséget.

A *76. ábrához* hasonló összevetést mutat be a *77. ábra* azzal a különbséggel, hogy a hajlítási ellenállás referenciaértékét a képlékeny nyomatéki ellenállással veszi figyelembe, illetve a (4.11) képletnek megfelelően módosítottam a (4.4) egyenlet hajlítási tagjának indexét 3.0-ra. A bal oldali ábra az interakciós felület külső, a jobb oldali pedig a belső nézetét mutatja. A kiértékelés alapján megállapítottam, hogy ez az interakciós felület lényegesen közelebb helyezkedik el a numerikus számítási eredményekhez és az index módosítás után minden numerikus számítási eredmény az interakciós felületen (±1% tartományban), vagy azon kívül helyezkedik el.



76. ábra: Numerikus számítások és interakciós felület összehasonlítása (külső nézet) – numerikus modellel számított hajlítási, nyírási horpadási és beroppanási ellenállás figyelembevételével.



külső nézet *belső nézet*

77. ábra: Numerikus számítások és interakciós felület összehasonlítása – képlékeny nyomatéki ellenállás és a hajlítási tag indexének 3.0 értékkel való figyelembevételével.

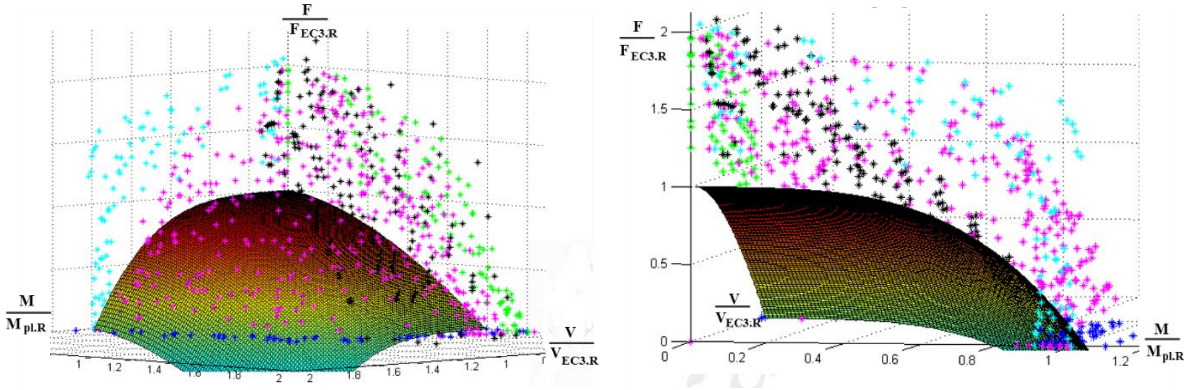
Az eredmények alapján a (4.4) képletet a (4.12) képlet formájára módosítottam és igazoltam, hogy ez az interakciós egyenlet a numerikus modell alapján számított referenciaértékek együtt megfelelő biztonsággal és gazdaságosan alkalmazható széles paramétertartományban.

$$\left(\frac{M}{M_{pl,R}}\right)^{3.0}+\left(\frac{V-0.5\cdot F}{V_R}\right)^{1.6}+\left(\frac{F}{F_R}\right)\le 1.0 \qquad (4.12)$$

ahol: $M_{pl,R}$ a keresztmetszet képlékeny nyomatéki ellenállása,
V_R a gerinclemez nyírási horpadási ellenállása – numerikus modell alapján,
F_R a gerinclemez beroppanási ellenállása – numerikus modell alapján,
M, V és F a keresztmetszetre ható hajlítónyomaték, nyíróerő és keresztirányú erő.

A képlet alkalmazhatóságának igazolása abból a szempontból kiemelt jelentőséggel bír, hogy az analitikus beroppanási és nyírási horpadási ellenállásmodellek későbbi módosítása és pontosítása után is alkalmazható marad az interakciós egyenlet, amennyiben a beroppanási és nyírási horpadási ellenállások meghatározási módja a biztonság oldalán történik.

A számítási eredményeimet kiértékeltem az új generációs prEN 1993-1-5 [2] szabvány által javasolt beroppanási és nyírási horpadási ellenállások alapján is. Az összehasonlítást az előzőekkel azonos formában a *78. ábra* mutatja be. Látható, hogy minden számítási eredmény az interakciós felületen kívül helyezkedik el, így a biztonság oldalán van.



78. ábra: Numerikus számítások és interakciós felület összehasonlítása – képlékeny nyomatéki ellenállás és az új generációs prEN 1993-1-5 [2] szabvány ellenállásmodelljeinek figyelembevételével.

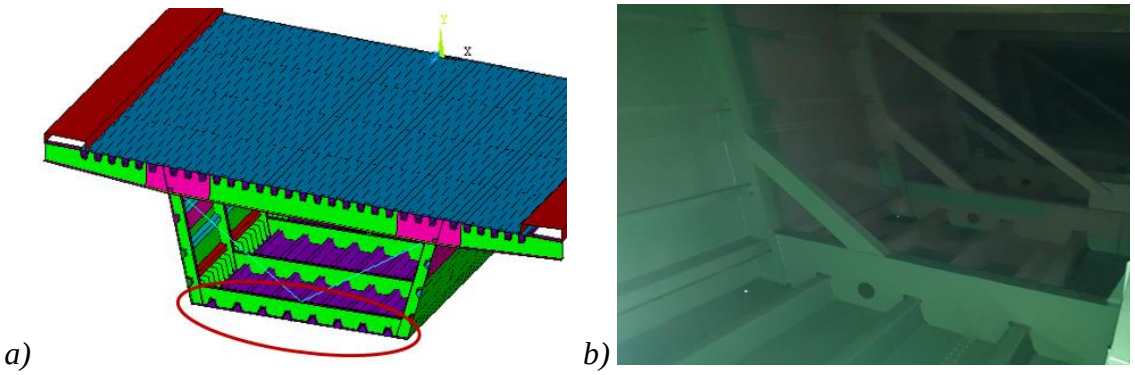
A számítási eredményeimet kiterjesztettem hosszbordákkal merevített gerinclemezes I-tartók esetére is az előzőekben bemutatott startégiával azonos módon (a számítás eredményeit részletesen a [KB8] publikáció tartalmazza). Az eredményeim azt mutatták, hogy a merevítetlen gerinclemezes tartók esetén megállapított következtetések alkalmazhatók a hosszbordákkal merevített esetben is a vizsgált paramétertartományban. A nagyszámú numerikus számítás statisztikai kiértékelését is elvégeztem, melynek eredményeit a [KB7] és [KB8] publikációk tartalmazzák a merevítetlen és a merevített tartók esetére külön-külön.

Összefoglalóan elmondható, hogy eredményeim alapján igazoltam, hogy a Braun által a határsíkokra kidolgozott és az M-V-F interakció ellenőrzésére javasolt (4.4) képlet az új generációs prEN 1993-1-5 [2] szabvány szerinti ellenállási formulákkal együtt megfelelő biztonsággal és gazdaságosan alkalmazható széles paramétertartományban. Vizsgálataim során azt is megállapítottam, hogy amennyiben a nyírási horpadási és a beroppanási ellenállásmodelleket pontosítjuk, vagy közvetlenül a numerikus modellből határozzuk meg ezek értékét, az interakciós egyenlet első tagjának ($M/M_{pl,R}$ hányados) indexét 3.0-ra kell módosítani, hogy a számítási eredmények a biztonság oldalán legyenek.

5. Közvetlen teherrel nem terhelt kereszttartók méretezése

5.1 Problémafelvetés és szakirodalmi áttekintés

A betolásos építési mód felhívta a figyelmet a közvetlen teherrel nem terhelt kereszttartók – jellemzően a szekrény keresztmetszetű tartókban a fenéklemez kereszttartóinak – méretezési problémájára is, ugyanakkor ennek ellenőrzése a hídszerkezetek végleges állapotában is általában mértékadó. A nemzetközi szakirodalomból ismert [83]-[84], hogy a kereszttartókat, és általában hídszerkezetek merevítőrendszereit, teherbírási és merevségi kritérium alapján is méretezni kell. A szekrény keresztmetszetű hídszerkezetek fenéklemezének kereszttartóit a jelenlegi előírások szerint hajlítási és csavarási merevség szempontjából kell ellenőrizni. Korábbi kutatási eredmények azt mutatták [85], hogy a jelenlegi hídépítési gyakorlatban alkalmazott, kereszttartóra vonatkozó kritérium helyessége nem minden szerkezeti kialakítás és geometria esetén igazolható, és az EN 1993-1-5 [1] szabvány méretezési eljárása a hajlítási merevség szempontjából nincs minden esetben a biztonság oldalán. Ugyanakkor a tervezői gyakorlat azt mutatta, hogy a szabványban lévő csavarási merevségi kritérium a tipikus hídszerkezetek túlnyomó részében alkalmazott kereszttartó méretekkel kielégíthetetlen. Ezért megkérdőjeleződött a gyakorlati oldalról ennek a méretezési módszernek a megalapozottsága és alkalmazhatósága. Saját kutatási eredményeim azt mutatták, hogy a különböző szabványok és méretezési eljárások ugyanannak a problémának a megoldására gyökeresen más megoldást adnak, és eltérő elméleti hátteret alkalmaznak a kereszttartók méretezésére. Ezen eljárások között a szükséges kereszttartó inercianyomaték értékében akár 2-3 szoros különbség is lehet annak függvényében, hogy melyik szabvány által javasolt, illetve melyik kutató által kidolgozott méretezési eljárást alkalmazzuk. Kutatómunkám ezért a közvetlenül nem terhelt (jellemzően fenéklemezt merevítő) kereszttartók szerkezeti viselkedésének elemzésére és méretezésére, a fent bemutatott ellentmondások tisztázására irányult. A kutatómunkám során a fenéklemez kereszttartóinak szerkezeti viselkedését elemeztem, tisztáztam a különböző méretezési modellek mechanikai hátterét, és kidolgoztam egy pontosított méretezési módszert ezen szerkezeti elemek tervezésére. A kutatásom során vizsgált jellemző szerkezeti kialakítást a 79. *ábra* mutatja egy általam kidolgozott numerikus modell és egy hídszerkezeti részlet esetén.

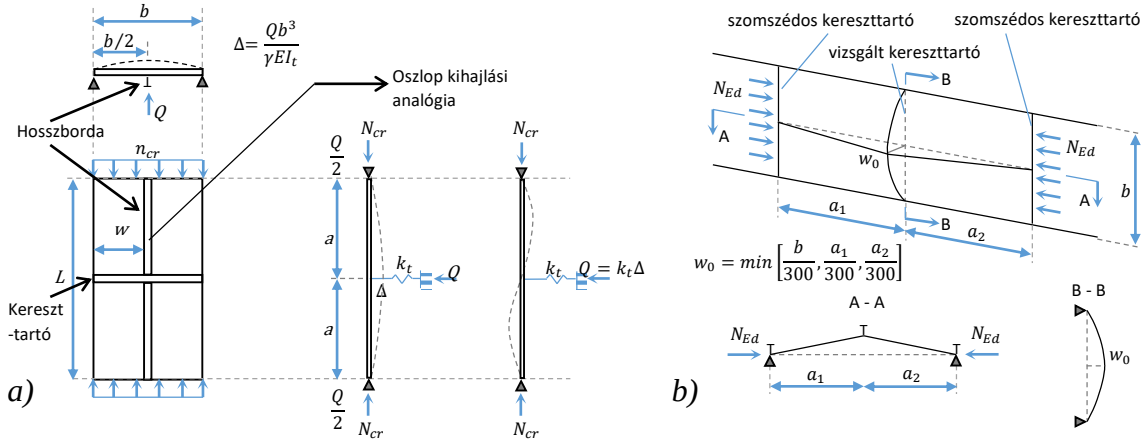


79. ábra: Szerkezeti kialakítás: a) numerikus modell, b) hídszerkezeti részlet.

Kidolgoztam egy átfogó kutatási stratégiát, és végrehajtottam egy komplex vizsgálati programot a közvetlenül nem terhelt fenéklemez kereszttartók elemzésére. A kutatási program a szakirodalomban található elméleti méretezési módszerek elemző értékelésével és gyakorlati

esetekre való alkalmazhatóságának ellenőrzésével kezdődött. Elemeztem a különböző méretezési modellek közti különbségeket, azok elméleti hátterét és megmutattam a különbségek okait. Numerikus modellt fejlesztettem a kereszttartók viselkedésének és méretezési kritériumainak vizsgálatára. A numerikus modellen elemeztem a szerkezeti viselkedést a kritikus feszültség, illetve a fenéklemez teherbírásának szempontjából is. Numerikus paramétervizsgálattal meghatároztam széles paramétertartományban a szükséges kereszttartó méreteket, mind merevségi, mind teherbírási szempontból, és értékeltem, hogy milyen geometriai konfiguráció esetén melyik kritérium a szigorúbb. A számítási eredményeket összehasonlítottam a szakirodalmi méretezési eljárásokkal, és meghatároztam a tapasztalt eltérések okát, azok mechanikai hátterét. Számítási eredményeim és a kereszttartók általam pontosított működési modelljének felhasználásával kidolgoztam egy új méretezési eljárást a szükséges merevségi és szilárdsági kritériumok megadására, mely kompatibilis a jelenlegi EN 1993-1-5 [1] szabvány méretezési módszerével, így közvetlenül alkalmazható a tervezési gyakorlatban.

A szakirodalomban nagyszámú vizsgálat található a hajlított-nyírt gerinclemezes tartók gerinclemezét merevítő keresztbordák szerkezeti viselkedésének elemzésére és méretezési hátterének kidolgozására [86]-[92]. Ezen méretezési eljárások, illetve mechanikai modellek azonban nem alkalmazhatók közvetlenül a dominánsan nyomott, hosszbordákkal kialakított ortotrop lemezeket merevítő keresztbordák tervezésére. Méretezési szempontból fontos szétválasztani a közvetlenül terhelt és a közvetlenül nem terhelt merevítőbordákat, melyek jelentősen különböző terheléssel, és ebből kifolyóan más szerkezeti viselkedéssel rendelkeznek. Kutatómunkámban kizárólag a közvetlenül nem terhelt merevítőbordákkal foglalkoztam, melyek méretezésével kapcsolatban merültek fel a fentiekben ismertetett ellenmondások és kérdések. Ezen bordák vizsgálatára a két legutóbbi kutatás Choi és tsai. [92] 2007-ben végzett számításai, illetve Sinur és Beg [85] 2014-ben publikált vizsgálatai. A nemzetközi szakirodalom alapján azt láthatjuk, hogy jelenleg két különböző elméleti mechanikai modellt alkalmaznak az ilyen típusú kereszttartók méretezésére. Az első mechanikai modellt a *80.a) ábra* mutatja be, melyet Choi és tsai. [92] is alkalmaztak. Ez a modell alapvetően a Timoshenko [93] által rúdszerkezetek merevítőrendszerére kidolgozott elméleti megoldást alkalmazza lemezek esetére.



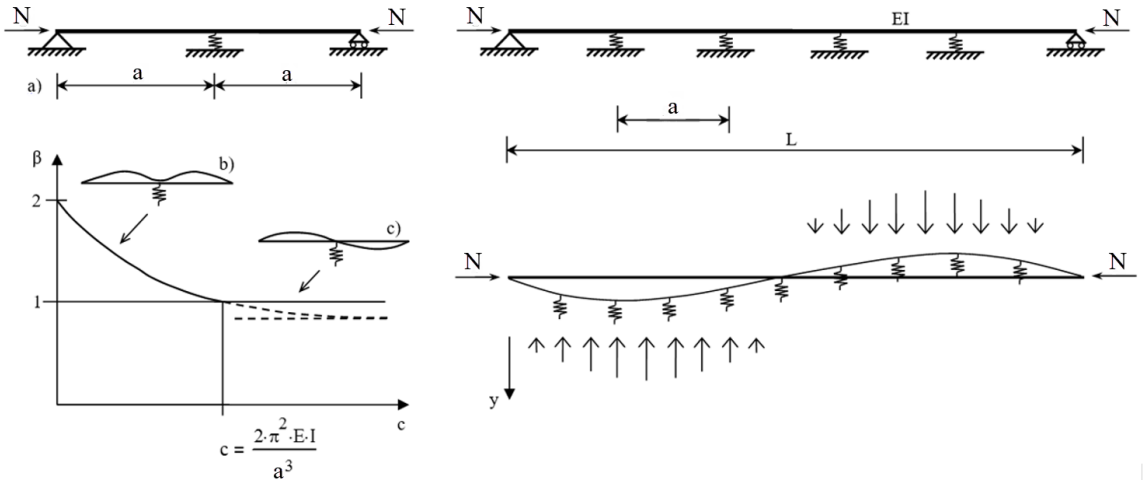
80. ábra: Mechanikai modell a) a kereszttartó lemezmezőt megtámasztó hatásának vizsgálatára [92], b) a kereszttartóban kialakuló igénybevételek ellenőrzésére [16].

A modell lényege, hogy a hosszbordával merevített, jellemzően nyomóerővel terhelt ortotrop lemez horpadásával szemben a kereszttartóknak kellő merevségű megtámasztást kell biztosítaniuk ahhoz, hogy a lemezmező horpadása a kereszttartók közötti hosszon következzen be. Ezt a kritériumot a kereszttartó megtámasztó hatásának vizsgálata következtében a szakirodalom támaszmerevségi kritériumnak nevezi. A másik mechanikai modell [16], melyet a *80.b) ábra* mutat, abból a feltételezésből indul ki, hogy a szerkezetben lévő imperfekciók és a terhelés közben bekövetkező másodrendű hatások miatt a kereszttartó kitér a merevített lemezmező síkjából, és síkra merőleges terhelést kap. Ezért ellenőrizni kell a kereszttartóban kialakuló igénybevételek következtében fellépő maximális feszültséget, illetve a síkra merőleges deformációt. A korábbi szakirodalmi méretezési eljárások vagy az egyik, vagy a másik mechanikai modell alapján lettek kidolgozva, melyeket részletesen a [KB9] publikáció 2. fejezete mutat be. A jelen doktori műben részletesen a két méretezési modell elméleti hátterét és az ezek alapján levezett korábbi méretezési képleteket mutatom be – a teljesség igénye nélkül – azon pontokra fókuszálva, melyeket felhasználtam a későbbiekben a pontosított méretezési eljárás kidolgozásához.

A támaszmerevség-kritériumra vonatkozóan Choi és tsai. [92] eredményei adják a legmegalapozottabb és legszéleskörűbb vizsgálatot. A *80.a) ábrán* bemutatott mechanikai modell szerint az ortotrop lemez hosszbordáit központosan nyomott oszlopoknak tekinthetjük, a kereszttartót pedig a lemez síkjára merőlegesen működő rugalmas támaszként vehetjük figyelembe. A méretezési koncepció lényege, hogy a kereszttartónak olyan támaszmerevséget kell biztosítania a hosszbordának, hogy a kritikus erő értéke egyenlő legyen az Euler-kritikus erővel. Tehát csuklós-csuklós modellként számolva lehessen méretezni a szerkezetet, ahogy az a gyakorlati tervezésben szokásos. Ennek megfelelően a kritikus teherszinten alapján az (5.1) képletnek megfelelő támaszmerevségre van szükség, mely Timoshenko [93], a *81. ábrán* szemléltetett mechanikai modelljének megoldását alkalmazza.

$$k_t = \frac{\beta \cdot N_{cr}}{a}, \tag{5.1}$$

ahol: β a kereszttartók darabszámát figyelembevevő tényező [92]-[93] alapján,
N_{cr} a hosszborda Euler-kritikus ereje,
a a kereszttartók távolsága – hosszborda kihajlási hossza.



81. ábra: Támaszmerevség-kritérium kidolgozásához alkalmazott mechanikai modell [85].

Timoshenko megoldása alapján amennyiben egy közbenső rugóval van megtámasztva az oszlop (két mezőből áll a szerkezet), a β tényező értéke 2.0. Amennyiben több kereszttartó támasztja meg az oszlopot, a β tényező értéke nő, és az elméleti maximális értékhez tart, ami 3.92. A kereszttartó tényleges merevsége az (5.2) képlettel számítható.

$$k_t = \frac{Q}{\Delta} = \frac{\gamma \cdot E \cdot I_{st}}{b^3} \tag{5.2}$$

ahol: Q a rugóban kialakuló síkra merőleges erő,
Δ rugó helyén az oszlop síkra merőleges elmozdulása,
I_{st} a kereszttartó lemez síkjára merőleges, súlypontra vonatkozó hajlítási inercianyomatéka,
E rugalmassági modulus,
b a kereszttartóval merevített lemezmező szélessége – kereszttartó fesztávja,
γ korrekciós tényező a hosszbordák számának figyelembevételére [92] alapján (értéke 48 – 16 között változik 1 – 4 hosszborda esetén).

A szükséges és a tényleges kereszttartó merevségi képletek, azaz az (5.1) és az (5.2) egyenletek egyenlősége alapján vezették le a méretezési képletet, melyet kiegészítő numerikus számítások alapján hoztak az (5.3) egyenlet formájára.

$$I_{st,req} \geq \frac{\pi^2 \cdot \beta \cdot (n+1)^3 \cdot w \cdot t_f{}^3}{3 \cdot \alpha \cdot \gamma} \tag{5.3}$$

ahol: n a hosszbordák száma,
t_f a merevített lemez vastagsága,
w a hosszbordák közti lemezmezők szélessége *80.a) ábra* szerint,
α a hosszbordák közti lemezmezők száma (általában $\alpha=n+1$),
β *a* kereszttartók számától függő konstans (2.0 – 3.92 között változhat).

A másik mechanikai modell részletes leírása a [16] és [94] szakirodalomban található, sematikus rajzát a *80.b) ábra* mutatja. Lényege, hogy a hosszbordák kihajlási mechanizmusában a kereszttartó kitér a síkjából, ennek következtében a lemez síkjára merőlegesen keletkezik egy ún. kitérítő erő ($q_{dev}(x)$), ami a kereszttartót terheli. Erre az erőre kell méretezni a kereszttartót szilárdsági és merevségi szempontból az (5.4) és (5.5) követelmények alapján.

$$\sigma_{\max} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \tag{5.4}$$

$$w_{\max} \leq \frac{b}{300} \tag{5.5}$$

ahol: f_y a kereszttartó anyagának folyáshatára,
γ_{M1} a stabilitási tönkremeneteli módhoz tartozó parciális tényező,
σ_{max} a kereszttartóban a kitérítő erőből keletkező legnagyobb normálfeszültség,
w a kereszttartó legnagyobb lehajlása a kitérítő erő hatására.

Amennyiben a kereszttartóra nem hat egyéb külső erő, a kitérítő erőből származó hatások szempontjából a kereszttartó egy $I_{st,req}$ követelmény alapján méretezhető. A *80.b) ábrán* bemutatott mechanikai modellben a kereszttartó a lemez két széle mentén csuklósan megtámasztott kéttámaszú gerendaként van figyelembevéve, melyet w_0 nagyságú,

szinuszhullám alakú kezdeti geometriai imperfekció terhel. Amennyiben a lemezre ható hosszirányú normálerő a lemezmező szélessége mentén egyenletes eloszlású, a kereszttartót terhelő kitérítő erő, az ebből a kereszttartóban keletkező maximális normálfeszültség és lehajlás az (5.6)-(5.8) egyenletekkel számítható. Ezeket a mennyiségeket kell az (5.4) és (5.5) kritériumokkal összehasonlítani.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot e_{\max}}{I_{st}} = \frac{q_{dev,0} \cdot b^2 \cdot e_{\max}}{\pi^2 \cdot I_{st}} = \frac{(w_0 + w) \cdot \sigma_m \cdot b^2 \cdot e_{\max}}{\pi^2 \cdot I_{st}} \tag{5.6}$$

$$w = \frac{q_{dev,0} \cdot b^4}{\pi^4 \cdot EI_{st}} = \frac{(w_0 + w) \cdot \sigma_m \cdot b^4}{\pi^4 \cdot EI_{st}} = \frac{\sigma_{\max} \cdot b^2}{\pi^4 \cdot E \cdot e_{\max}} \tag{5.7}$$

$$q_{dev,0} = (w_0 + w) \cdot \frac{N_{Ed}}{b} \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} = \sigma_m \cdot (w_0 + w) \tag{5.8}$$

ahol: M_{max} a kitérítő erőből a kereszttartóban keletkező maximális hajlítónyomaték,
e_{max} a kereszttartó súlypontja és szélső szál közötti maximális távolság,
$q_{dev,0}$ a kitérítő erő maximális intenzitása,
I_{st} a kereszttartó lemez síkjára merőleges inercianyomatéka,
b a lemezmező szélessége,
E rugalmassági modulus,
$\sigma_{cr,c}$ a hosszbordával merevített lemezmező oszlopszerű viselkedéséhez tartozó kritikus feszültsége az EN 1993-1-5 [1] 4. fejezete alapján,
$\sigma_{cr,p}$ a hosszbordával merevített lemezmező lemezszerű viselkedéséhez tartozó kritikus feszültsége az EN 1993-1-5 [1] 4. fejezete alapján,
N_{Ed} a lemezmezőre ható hosszirányú normálerő tervezési értéke,
a_1, a_2 a kereszttartók távolsága a *80.b) ábra* alapján,
w_0 a kezdeti geometriai imperfekció maximális értéke.

Az (5.7) egyenlet (5.6) egyenletbe való behelyettesítése és a (5.4)-(5.5) kritériumok alapján lett levezetve az (5.9) egyenlet, ami a kereszttartókkal szemben támasztott minimális inerciát adja meg. A levezetés részletei a [16] szakirodalomban találhatók.

$$I_{st} = \frac{\sigma_m}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi} \right)^4 \cdot \left(1 + \frac{w_0}{w} \right) = \frac{\sigma_m}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi} \right)^4 \cdot \left(1 + w_0 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}}{b^2 \cdot \sigma_{\max}} \right) \tag{5.9}$$

Ez a képlet lett átalakítva és implementálva az EN 1993-1-5 [1] szabványba, melyet a jelenlegi európai hídépítési gyakorlatban alkalmaznak. A szabványos méretezési képleteket az (5.10)-(5.12) egyenletek adják meg. Amennyiben u értéke egynél kisebb, a lehajlási követelmény, amennyiben u értéke egynél nagyobb, a szilárdsági követelmény alapján történik az ellenőrzés.

$$I_{st} \geq \frac{\sigma_m}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi} \right)^4 \cdot \left(1 + w_0 \cdot \frac{300}{b} \cdot u \right) \tag{5.10}$$

ahol:
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \cdot \frac{N_{Ed}}{b} \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \tag{5.11}$$

$$u = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}}{\frac{f_{yd} \cdot 300 \cdot b}{\gamma_{M1}}} \geq 1.0 \tag{5.12}$$

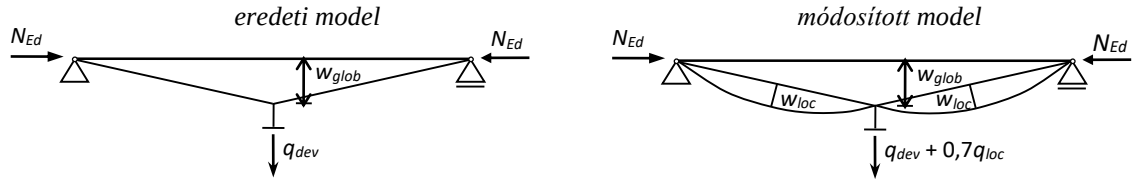
Az EN 1993-1-5 [1] szabvány tartalmaz a kereszttartó elcsavarodására vonatkozó követelményt is, melyet az (5.13) egyenlet ad meg.

$$\sigma_{cr} \geq \theta \cdot f_y \tag{5.13}$$

ahol: σ_{cr} a kereszttartó elcsavarodó kihajlásához tartozó kritikus feszültség,
θ tervezési paraméter (értéke nyitott bordák esetén 2.0, zártbordák esetén 6.0).

A θ tervezési paraméter a stabilitási görbék platójának hossza alapján lett meghatározva úgy, hogy a kereszttartó stabilitási tönkremenetele ki legyen zárva. A θ = 2.0 a $\overline{\lambda}$ = 0.7, a θ = 6.0 a $\overline{\lambda}$ = 0.4 platóhosszhoz tartozik.

A fent bemutatott két mechanikai modell valamelyikét alkalmazzák a különböző nemzeti előírások és szabványok (pl.: e-UT – magyar [95], BS – brit [96]; AASTHO – amerikai [76]) kismértékben átalakított módon, melyekről részletes áttekintést a [KB9] publikáció ad. Az elmúlt évtizedben Sinur és Beg foglalkozott intenzíven a kereszttartók méretezésével és számítási eredményeik alapján azt állapították meg, hogy az (5.10)-(5.12) egyenletekkel megadott számítási modell nincs minden esetben a biztonság oldalán. Ezért a mechanikai modell kiegészítését javasolták a hosszbordák globális geometriai imperfekciója mellett a lokális imperfekciók figyelembevételével. Az eredeti és a javasolt módosított mechanikai modell a *82. ábrán* látható. A módosított elmozdulásfüggvényt és a lokális tökéletlenségből származó kitérítő erő többletet az (5.14)-(5.15) képletek adják meg. A jelölésrendszer a korábbi képleteknél ismertetettel azonos.



82. ábra: a) Szabvány szerinti és b) Sinur és Beg [85] által módosított mechanikai modell.

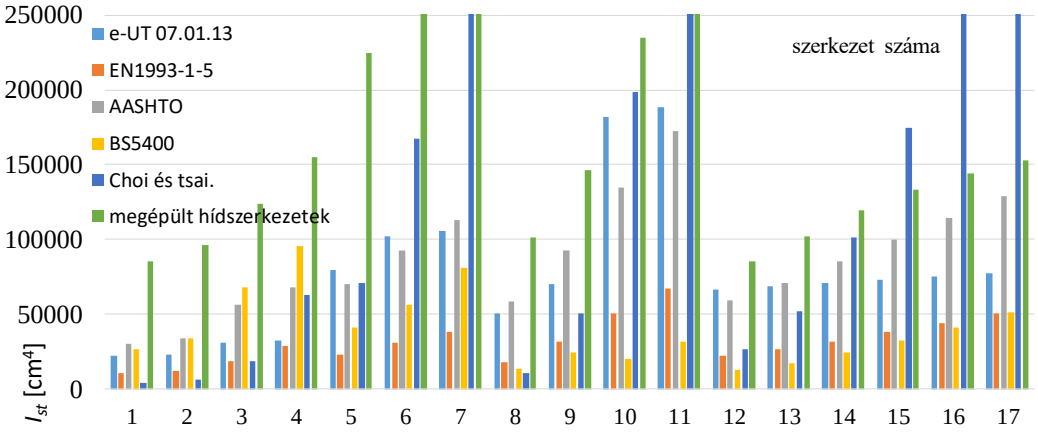
$$w = \frac{\left(q_{dev,0} + 0.7 \cdot q_{loc}\right) \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{st}} \tag{5.14}$$

$$q_{loc} = \frac{6 \cdot N_{Ed} \cdot w_{loc}}{\pi \cdot a \cdot b} \tag{5.15}$$

ahol: w_{loc} lokális kezdeti geometriai imperfekció (javasolt értéke *a*/300).

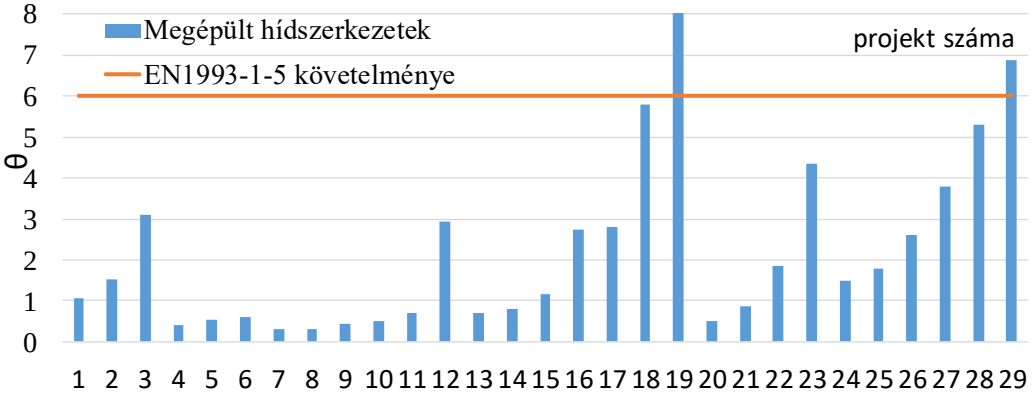
A méretezési modellek áttekintése után a szakirodalomból és saját szakmai gyakorlatomból összegyűjtöttem 29 szekrény keresztmetszetű, hossz- és kereszttartókkal merevített otrotrop lemezes hídszerkezeti geometriát, melyek megépültek, majd elemeztem ezeken a különböző szabványok és szakirodalmi ajánlások alapján meghatározható szükséges kereszttartó inercia értékét. Az összehasonlítást 17 esetre vonatkozóan a *83. ábra* mutatja be. A diagram vízszintes tengelyén a vizsgált geometria sorszáma, a függőleges tengelyen a képletek alapján meghatározott, valamint a megépült szerkezetek valós kereszttartó inerciája látható. Az összehasonlítás alapján az látható, hogy az egyes méretezési eljárások között sok esetben két-háromszoros, több esetben még nagyobb különbségek lehetnek. A diagramon az is látható, hogy a Choi és tsai. [92] alapján levezetett képlet több geometriai esetén a legkisebb, más geometriák

esetén a legnagyobb követelményt adja, ami annak tudható be, hogy a méretezési képletekben különböző paraméterek különböző súllyal és különböző hatványon szerepelnek. Az is látható, hogy a megépült hidak jellemzően nagyobb kereszttartókkal épületek meg, mint a legtöbb méretezési kritérium, és a közöttük lévő különbségek is nagyok.



83. ábra: Méretezési ajánlások és megépült szerkezetek kereszttartó hajlítási inercianyomatékainak összehasonlítása.

Hasonló összehasonlítást az elcsavarodási kritériumra vonatkozóan a *84. ábra* mutat. Ebben az esetben a diagram függőleges tengelyén a (5.13) képletnek megfelelően visszaszámolt σ_{cr}/f_y arányszám látható, amivel szemben az EN 1993-1-5 [1] szabvány követelménye a vizsgált esetekben 6.0. Az eredmények alapján látható, hogy a megépült hídszerkezetek többsége nem teljesíti az elcsavarodási kritériumot. Megjegyzendő, hogy a nemzeti szabványok (pl: e-UT, BS) – az Eurocode-dal ellentétben – nem tartalmazták az erre vonatkozó ellenőrzési követelményt.

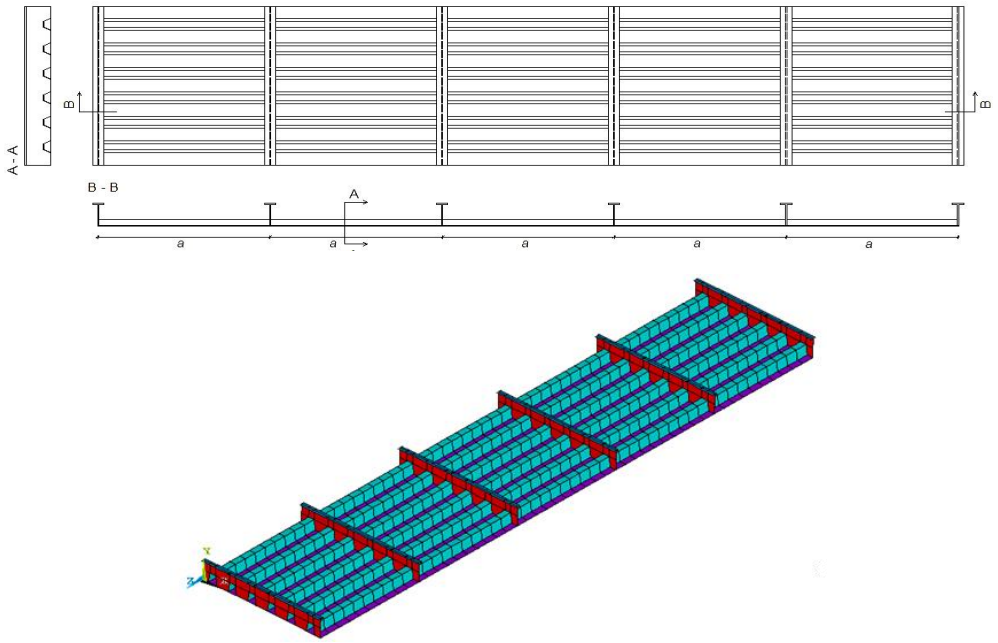


84. ábra: Elcsavarodási kritérium és megépült szerkezetek θ tervezési paraméterének összehasonlítása.

A szakirodalmi áttekintés alapján látható, hogy a közvetlenül nem terhelt kereszttartók méretezésére vonatkozóan a nemzetközi szakirodalomban több különböző mechanikai modell és azok különböző interpretációi, módosításai találhatók meg, melyek végeredményben a kereszttartóval szemben támasztott követelmény szintjén többszörös különbséget eredményeznek. Kutatási célom ezen típusú kereszttartók erőjátékának vizsgálata, a figyelembe veendő mechanikai modellek leírása, és ezek alapján pontosított méretezési eljárás kidolgozása.

5.2 Numerikus modell fejlesztése

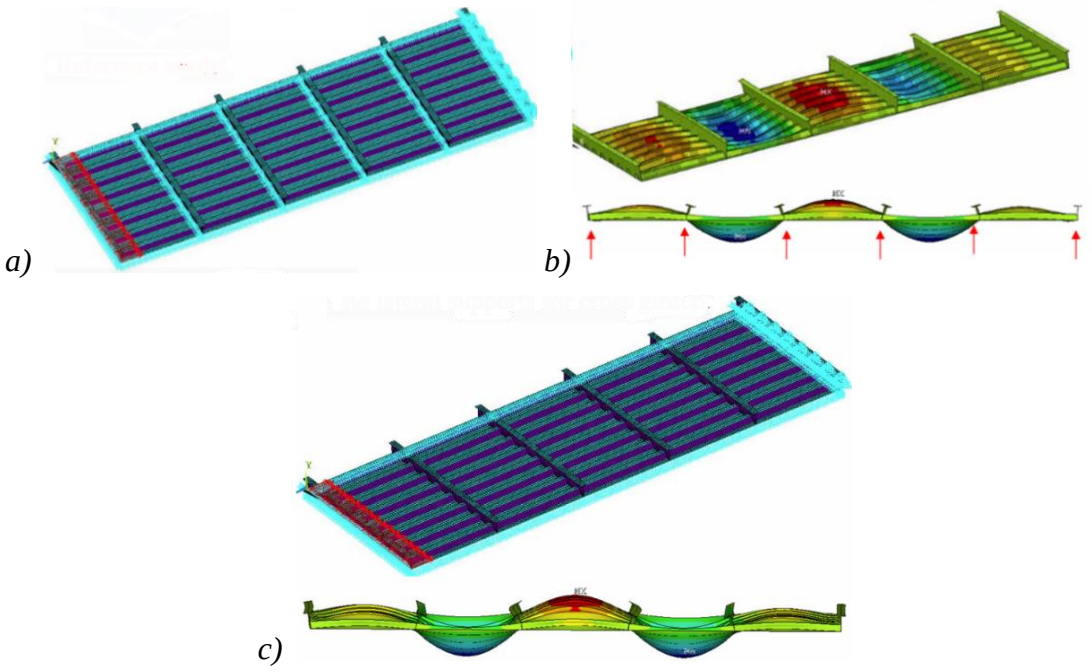
Kidolgoztam a *86. ábrán* látható numerikus modellt ANSYS [20] programkörnyezetben, mellyel a nyomóerővel terhelt ortotrop lemez és kereszttartóinak szerkezeti viselkedése vizsgálható. A modellel a szekrény keresztmetszetű hidak fenéklemezét reprezentáló geometriai kialakítást vizsgáltam. A modell 5 kereszttartóköznyi részt tartalmazott, azért, hogy a modell szélén alkalmazott megtámasztások és az erőbevezetés módja érdemben ne befolyásolják a számítás eredményét. A numerikus modellben a korábbi fejezetekkel megegyező modellezési elveket alkalmaztam, ami a végeselemeket, nemlineáris anyagmodellt, modell verifikációt és analízistípusokat illeti, így ezeket ebben a fejezetben nem mutatom be. A numerikus modelleket a szerkezet kritikus feszültségének és teherbírásának meghatározására használtam. Így a modellen sajátérték feladatot, illetve anyagi és geometriai nemlineáris analízist hajtottam végre imperfekciók alkalmazásával.



85. ábra: Alkalmazott numerikus modell.

A kidolgozott modellel végrehajtottam egy kutatási programot a támaszmerevségi kritérium, illetve a kereszttartó szilárdsági és merevségi kritériumának meghatározására is. A kutatási program során két különböző megtámasztási modellt alkalmaztam. Az ún. referencia modell esetén a kereszttartók mentén és a modellezett lemez mind a négy oldaléle mentén függőleges támaszokat alkalmaztam a *86.a) ábrának* megfelelően. Célom az volt, hogy ez a modell kövesse a kézi számításban feltételezett idealizált mechanikai modell szerinti viselkedést, miszerint a kereszttartók helyén csuklós, de elmozdulással szemben fix megtámasztást kell biztosítani. Ezzel a referencia modellel meghatározott jellemző szerkezeti viselkedést a *86.b) ábra* mutatja be, ami a hosszbordákkal merevített lemez kereszttartók közötti lemezhorpadása. Az egyenletesen megoszló terhet a modell bal oldalán lévő végkeresztmetszetben működtettem, figyelve a lemez és a hosszbordák közti erőmegoszlás mértékére, amit a lemez és hosszborda keresztmetszeti területek arányának függvényében határoztam meg. A modell jobb oldalán lévő végkeresztmetszetet pedig megtámasztottam hosszirányú elmozdulások ellen.

A másik vizsgált megtámasztási modellben a kereszttartókon alkalmazott függőleges támaszokat elhagytam, így az ortotrop lemezt a kereszttartók a saját merevségüknek megfelelően támasztották meg. Ennek a kialakításnak a modellje és a jellemző szerkezeti viselkedése látható a *86.c) ábrán*. A modellben a kereszttartók mérete paraméterként volt változtatva, így a megtámasztó hatásuk hatékonysága változott a vizsgálat során.



86. ábra: a) Referencia numerikus modell, b) jellemző tönkremeneteli mód a referencia modellen a fenéklemez horpadási viselkedésének vizsgálatára, c) valós szerkezeti viselkedést reprezetáló modell a kereszttartók megtámasztó hatásának vizsgálatára.

A teherbírás meghatározásához végrehajtott GMNIA analízisben az alkalmazott tökéletlenségeknek nagy hatása van a számítás eredményére, ezért ezeket részletesen bemutatom. Mivel a numerikus modell vizsgálja a hosszbordákkal merevített ortotrop lemezmezők horpadási viselkedését, valamint a kereszttartók teherbírását is, ezért az ortotrop lemezmezőkre és a kereszttartókra is alkalmaztam tökéletlenségeket a következők alapján:

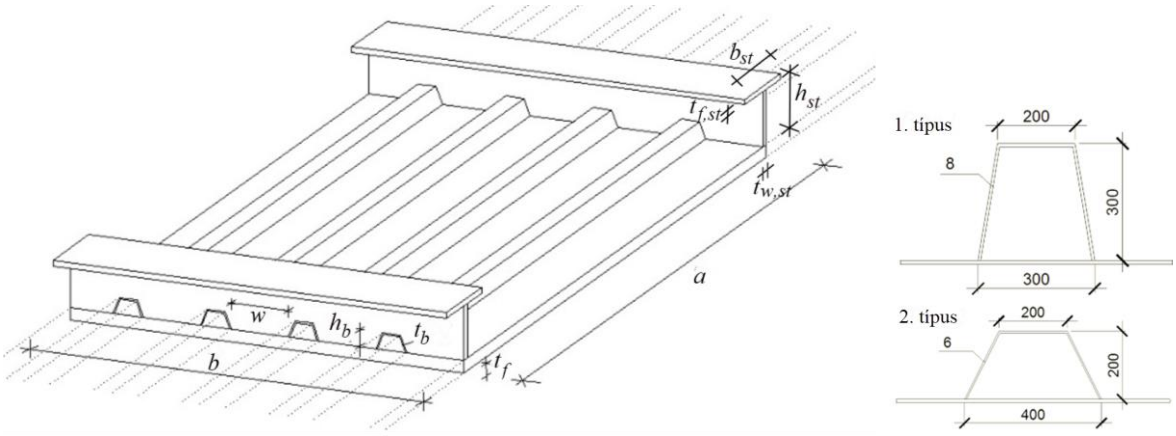
- globális, síkra merőleges imperfekció a hosszbordákon, a lemez hossza mentén alternáló jelleggel, min*(a*/400, *b*/400*)* értékű amplitúdóval,
- almezők lokális horpadási imperfekciója a hosszbordák között, *w*/200 értékű amplitúdóval, ahol *w* a hosszbordák közötti almező szélessége (*87. ábra*),
- kereszttartók lemezsíkra merőleges globális imperfekciója, min*(a, b)*/300 amplitúdóval,
- kereszttartók elcsavarodási imperfekciója (1/50).

Mind a négy tökéletlenség különböző tönkremeneteli módokhoz tartozik, ezért mindegyiket egyszere, a teljes értéküknek megfelelően alkalmaztam a modellen. Az amplitúdók megfelelnek az adott tönkremeneteli mód esetén az EN 1993-1-5 [1] szabvány vonatkozó előírásának. A numerikus modellel paramétervizsgálatot hajtottam végre a kereszttartó megtámasztó hatásának vizsgálatára, valamint a kritikus feszültség és a teherbírás meghatározására is. A vizsgált paramétereket a *87. ábra* mutatja be, melyek a következők:

- kereszttartók távolsága (*a*),

- hosszbordák száma (n),
- hosszbordák közötti lemezmező szélessége (w),
- hosszborda típusa,
- merevített lemez méretei: szélessége, vastagsága (b, t_f),
- kereszttartó méretei, gerinclemez és övlemez szélessége (b_{st}, h_{st}), vastagsága ($t_{f,st}$, $t_{w,st}$).

A vizsgálati programban – a hídépítési gyakorlatban tipikusan alkalmazott – zárt keresztmetszetű hosszbordákat és T-szelvényű kereszttartókat vizsgáltam.



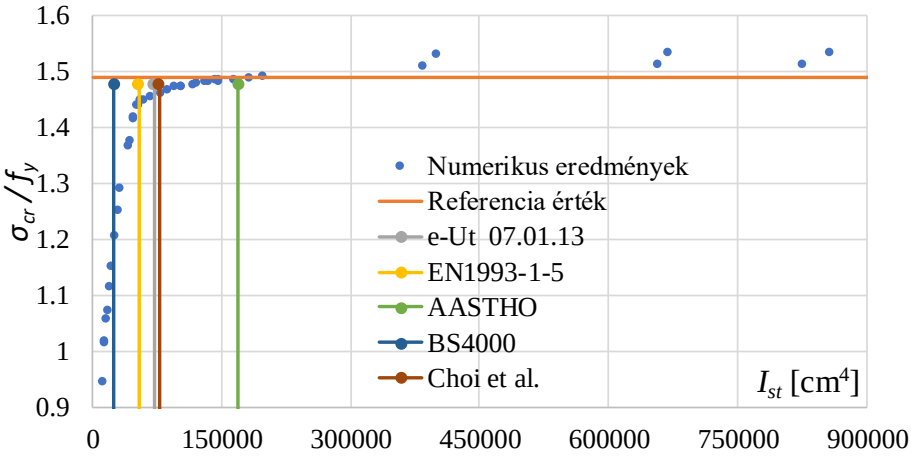
87. ábra: Vizsgált paraméterek jelölése és az alkalmazott hosszbordák geometriája.

A paramétervizsgálatban összesen 179 különböző geometriájú lemezmező kialakítást vizsgáltam. A kereszttartók távolságát 3500-5000 mm, a lemezmező vastagságát 20-60 mm, a hosszbordák számát 4-8 db, a hosszbordák közti lemezmező szélességét 200-400 mm között változtattam. Valamennyi kialakítás esetén a kereszttartó geometriájának a szerkezeti viselkedésre való hatását elemeztem, ezért 20-25 különböző kereszttartó kialakítással kombinálva vizsgáltam minden egyes lemezmodellt. A kereszttartó gerinclemezének magasságát (h_{st}) 200-1650 mm, a vastagságát ($t_{w,st}$) 5-40 mm, az övlemez szélességét (b_{st}) 50-550 mm, vastagságát ($t_{f,st}$) 5-50 mm között változtattam. Az alkalmazott geometriai méretek jellemzően lefedik a gyakorlati alkalmazási tartományt, mind a fenéklemez, mind a kereszttartó esetén, valamint széles tartományban vizsgálták a kereszttartó hajlítási és csavarási merevségét is. Ennek megfelelően összesen 3938 különböző geometriai kialakítást vizsgáltam, és mindegyikre meghatároztam a kritikus erő, illetve a teherbírás értékét.

5.3 Támaszmerevségi kritérium kidolgozása

A támaszmerevségi kritérium vizsgálata során azt a stratégiát alkalmaztam, hogy adott fenéklemez geometriák esetén a kereszttartó hajlítási és csavarási merevségét növeltem és minden vizsgált geometriánál meghatároztam a fenéklemez horpadásához tartozó kritikus feszültséget. Egy geometriai kialakítás esetére mutat példát a *88. ábra*. A diagram vízszintes tengelyén a kereszttartó erős tengely körüli súlyponti inercianyomatéka, a függőleges tengelyen a kritikus feszültség látható, fajlagosítva a folyáshatár értékével. A számítási eredményeket azon referenciamodellhez képest értékeltem ki, melyben a kereszttartókat csuklósan támasztottam meg. Ez a feltételezés felel meg a hosszbordával merevített lemez elméleti mechanikai modelljének. A diagramon narancssárga vízszintes vonal mutatja a

referenciamodellel számított értéket, illetve feltüntettem függőleges vonalakkal a különböző szabványok és szakirodalmi ajánlások által előírt minimális inercianyomaték értékeket is.



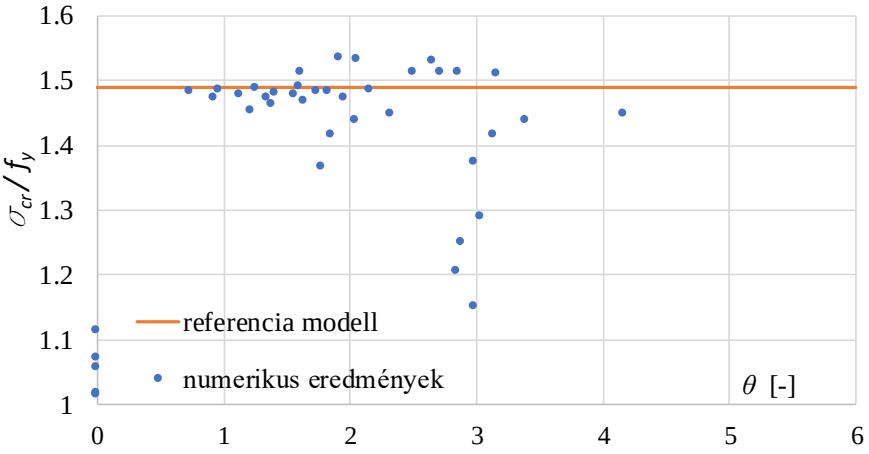
88. ábra: Kritikus feszültség és folyáshatár aránya a kereszttartó inerciájának függvényében.

A számítási eredmények azt mutatták, hogy a kereszttartó hajlítási inerciájának növelésével folytonosan nő a kritikus feszültség, és tart a referencia modell által meghatározott kritikus feszültséghez. A számításaim azt igazolták, hogy a kereszttartó csavarómerevségének kis hatása van a kritikus feszültségre, ugyanakkor nagyobb csavarási merevséggel rendelkező kereszttartók alkalmazása esetén a számítási eredmény kismértékben meghaladhatja a referenciamodell által adott kritikus feszültség értékét, ahogy ez látható a *88. ábrán* bemutatott eredményeken is. A diagramon jelölt, szorosan egymás mellett lévő pontok sok esetben közel azonos hajlító, de jelentősen eltérő csavarási inerciával rendelkező kereszttartókat jelölnek. Az eredmények azt is megmutatták, hogy mivel a kereszttartók végkeresztmetszetei csavarással szemben nem kerültek megtámasztásra, a kritikus feszültség eléréséhez nincs szükség jelentős csavarómerevséggel rendelkező kereszttartókra, a hajlítási inercia minimális értékének előírása elegendő a referencia modellben számított és az elméleti mechanikai modellben feltételezett viselkedés eléréséhez. Mind a 179 különböző geometriai kialakítású lemezmező esetén meghatároztam azt a pontot, melyben a numerikus számítási eredmények 1%-on belül megközelítik a referenciamodellel meghatározott kritikus feszültség értékét és ezt a pontot tekintettem az adott geometriai kialakításhoz szükséges minimális kereszttartó inerciának. A számítási eredményeket szisztematikusan kiértékeltem, és minden vizsgált paraméter hatását meghatároztam a szükséges kereszttartó inercianyomaték szempontjából. Az eredményt a *17. táblázat* mutatja be. Erre azért volt szükség, mert a szakirodalmi áttekintés alapján látható volt, hogy az egyes méretezési eljárások között a figyelembe vett paraméterek súlyozásában és kitevőiben is jelentős különbségek vannak. Van olyan paraméter is, mely az egyik eljárásban a nevezőben, másikban pedig a számlálóban szerepel. A nemzetközi szakirodalomban elsőként határoztam meg, hogy mely paraméterek és milyen módon befolyásolják a támaszmerevségi kritériumot.

17. táblázat: Vizsgált paraméterek és a numerikus számítások alapján meghatározott tendenciák a kereszttartó szükséges inercianyomatékának meghatározására.

Vizsgált paraméter		Meghatározott tendencia
a	kereszttartók távolsága – lemez horpadási hossza	lineáris (csökkenő trend)
w	hosszbordák közti lemezmező szélessége	lineáris (növekvő trend)
b	teljes lemez szélessége	nemlineáris (növekvő trend)
t_f	lemez vastagsága	lineáris (növekvő trend)
h_b	hosszborda magassága	nemlineáris (növekvő trend)
t_b	hosszborda vastagsága	lineáris (növekvő trend)
I_b	hosszborda és együttdolgozó lemezmező síkra merőleges súlyponti inercianyomatéka	lineáris (növekvő trend)

Hasonló módon feldolgoztam az eredményeimet a θ tervezési paraméter függvényében is. Egy geometriai kialakítás esetére ezeket a *89. ábra* mutatja be. A számítási eredmények egyértelműen azt mutatták, hogy a kritikus feszültség és a θ tervezési paraméter között nincs egyértelmű összefüggés. Tehát a kereszttartó csavarási merevségének jelentős növelése nem eredményez érdemi növekedést a kritikus feszültség értékében, sőt a θ értékének növelése bizonyos esetben csökkenti azt, így ez az arányszám nem alkalmas a kereszttartók minimális merevségi kritériumának meghatározására.

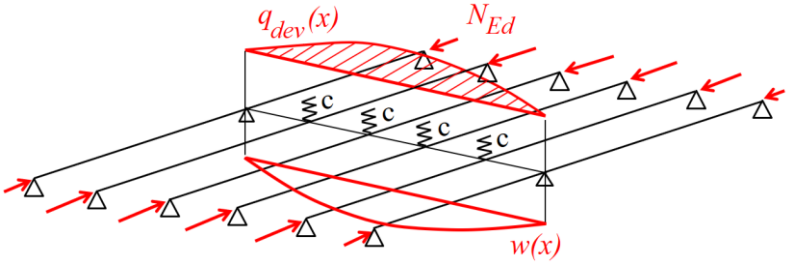


89. ábra: Kritikus feszültség és folyáshatár aránya a kereszttartó θ paraméterének függvényében.

A numerikus számításaim alapján tehát igazoltam, hogy a támaszmerevség-kritérium kielégítéséhez nem szükséges a csavarási merevségi kritérium ellenőrzése. Amennyiben a hosszbordával merevített lemezmező méretezése során a horpadási ellenállást csuklós megtámasztási viszonyok feltételezésével határozzuk meg, a kereszttartó szempontjából a hajlítási merevségi kritérium igazolása elegendő.

Ezután a paramétervizsgálatban meghatározott szükséges kereszttartó inercianyomatéki értékeket kiértékeltem, és kidolgoztam egy módosított mechanikai modellt, mellyel összehasonlítottam a számítási eredményeimet. A mechanikai modellt a *90. ábra* mutatja, ami abból a feltételezésből indult ki, hogy a hosszbordákkal merevített lemezre N_{Ed} nagyságú nyomóerő hat, mely egyenletesen oszlik el a fenéklemez szélessége mentén. A kereszttartó

rugalmas megtámasztást ad a hosszbordáknak, melyek a lemez horpadási alakjának megfelelő mértékben deformálódnak, ezért az elmozdulási ábrának megfelelő eloszlású síkra merőleges erő terheli a kereszttartót.



90. ábra: Támaszmerevség-kritérium levezetéséhez alkalmazott mechanikai modell.

A módosított mechanikai modell felírásánál a korábban bemutatott támaszmerevség-kritériumra vonatkozó mechanikai modellekből indultam ki. Ennek megfelelően a korábbi jelölésrendszer és a (5.1) képlet alapján a szükséges rugómerevség értéke az (5.16) képlettel írható fel, ahol β értékét a gyakorlati eseteket reprezentáló 3.92 értékűre vettem fel.

$$c_{req} = \frac{\beta \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_b}{a^3} \tag{5.16}$$

A kereszttartó maximális síkra merőleges elmozdulása a $q_{dev}(x)$ megoszló teher és az (5.16) egyenlettel megadott rugómerevség esetén az (5.17) egyenlettel határozható meg, fajlagosítva a merevített lemezmező szélességére, ahol n a hosszbordák száma, b a lemezmező szélessége.

$$w = \frac{q_{dev}}{c_{req}} = \frac{q_{dev} \cdot a^3}{3.92 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_b} \cdot \frac{b}{n} \tag{5.17}$$

Az (5.18) képlettel pedig meghatározható, hogy adott $q_{dev}(x)$ megoszló teher és adott I_{st} kereszttartó inercianyomaték esetén milyen nagyságú lesz a kereszttartó mezőközépi lehajlása.

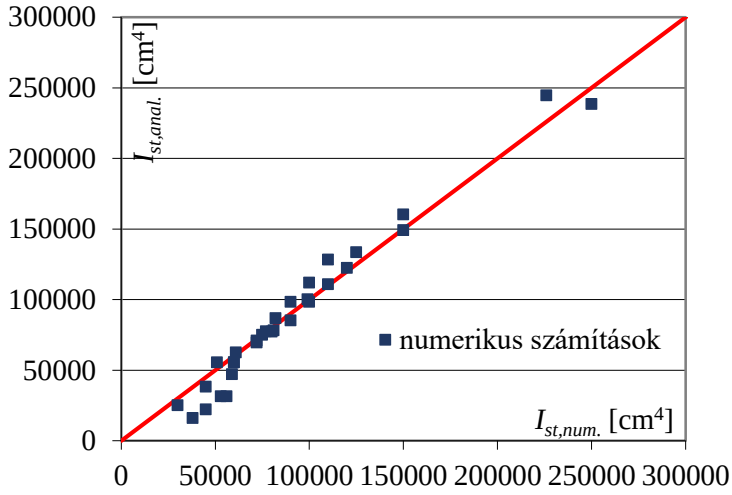
$$w = \frac{q_{dev} \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{st}} \tag{5.18}$$

Az (5.17) és (5.18) képletek szükséges kompatibilitása miatt a két egyenlet egyenlőségéből meghatározható a szükséges kereszttartó inercianyomaték, amit a továbbiakban kereszttartó merevségi követelménynek nevezek; ennek meghatározását az (5.19)-(5.20) képletek adják meg.

$$\frac{q_{dev} \cdot a^3}{3.92 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_b} \cdot \frac{b}{n} = \frac{q_{dev} \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{st}} \tag{5.19}$$

$$I_{st,req} \geq \frac{3.92 \cdot n \cdot b^3 \cdot I_b}{\pi^2 \cdot a^3} \tag{5.20}$$

A numerikus számítási eredményeimet a *91. ábrán* összehasonlítottam az (5.20) képlettel meghatározott analitikus számítási eredményekkel. Látható, hogy az analitikus méretezési képlet jól követi a numerikus számítási eredményeket, és igazolja, hogy a képletben alkalmazott paraméterek a *18. táblázatban* megadott trendekkel összhangban vannak.



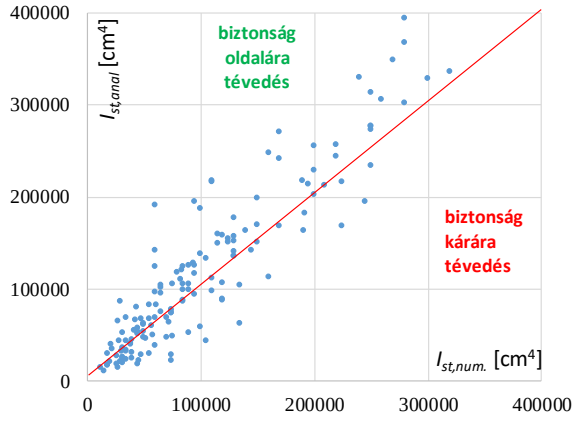
91. ábra: Numerikus és analitikus számítási eredmények összehasonlítás a szükséges kereszttartó inercianyomaték meghatározására ($I_{st,req}$).

A számítási eredmények alapján tehát igazoltam, hogy a kereszttartó merevségre általam levezetett követelmény jó egyezést mutat a kritikus teherparaméter tekintetében a numerikus számítások eredményeivel, a (5.20) képlettel megadott új méretezési eljárás alkalmas a kereszttartó síkra merőleges inercianyomaték szükséges minimális értékének ($I_{st,req}$) meghatározására. Ugyanakkor a merevségi kritérium csak a hosszbordák stabilitásvesztésének elkerülésére, a kellő megtámasztó hatás biztosításának szempontjából fontos, viszont nem ellenőrzi a kereszttartót a kialakuló igénybevételekre. Az erre irányuló további vizsgálataimat a következő fejezet mutatja be.

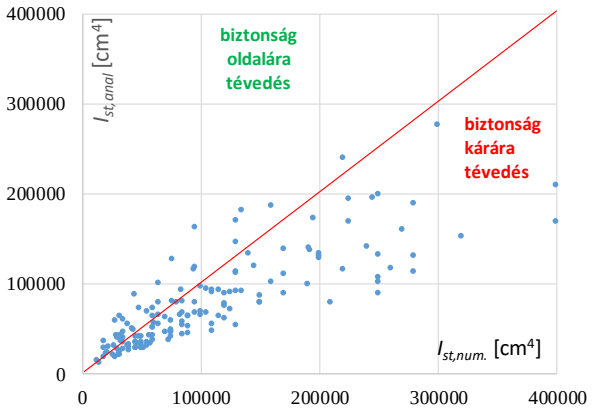
5.4 Szilárdsági és merevségi kritérium ellenőrzése

A fent bemutatott numerikus modellel nemlineáris analízist is végrehajtottam a teljes merevített lemezmező teherbírási viselkedésének meghatározása céljából. A számítások során azt vizsgáltam, hogy a kereszttartó méretének növelése milyen hatással van a szerkezet teherbírására, illetve teherbírási határállapotban a kereszttartó maximális elmozdulására. Az előzőekben bemutatott vizsgálati stratégiával azonos módon, a kereszttartók méretének és inerciájának folyamatos növelésével meghatároztam a vizsgált szerkezetek teherbírását és maximális deformációját, melyeket ábrázoltam a *88. ábrához* hasonló jellegű diagramokon. Meghatároztam a referenciamodellhez tartozó teherbírásokat is, melyekhez viszonyítva értékeltem ki a paramétervizsgálat eredményeit. Ennek megfelelően minden egyes geometria esetén meghatároztam a minimális kereszttartó inercianyomaték nagyságát a teherbírás értéke, valamint a maximális deformáció alapján is. A maximális megengedett legnagyobb deformációt min(b/300, a/300) értékűre vettem fel, ahogy azt az EN 1993-1-5 [1] szabvány előírja. A kiértékelés részleteit a [KB9] publikáció tartalmazza. A teherbírás és a deformáció alapján meghatározott minimális inercianyomatékok értékeinek vettem a minimumát, és ezt tekintettem az adott szerkezeti geometria esetén a numerikus modellel meghatározott értéknek. Ezután ezeket összehasonlítottam a különböző analitikus méretezési eljárások számítási eredményeivel. A jelen doktori műben négy összehasonlítást mutatok be. Elsőként az előző fejezetben bemutatott általam javasolt támaszmerevség-kritérium alapján meghatározott értékekkel hasonlítottam össze a numerikus modellel meghatározott értékeket, ezt mutatja a

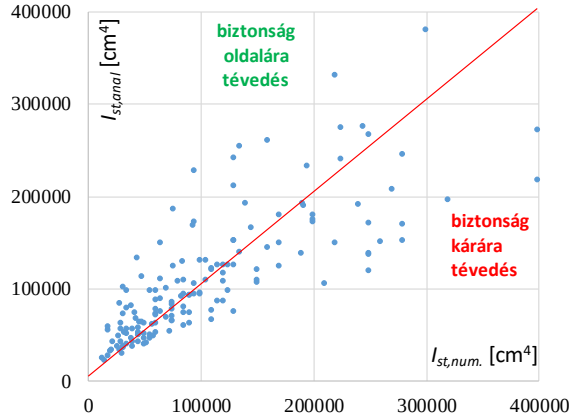
92.a) ábra. Másodikként az EN 1993-1-5 [1] szabvány által megadott, jelenlegi tervezési gyakorlatban alkalmazott kritériummal hasonlítottam össze a számítási eredményeket a *92.b) ábrán*. A diagramok vízszintes tengelyén rendre a numerikus modellel meghatározott szükséges inercianyomatékok, a függőleges tengelyen az analitikus méretezési módszer által adott eredmény látható.



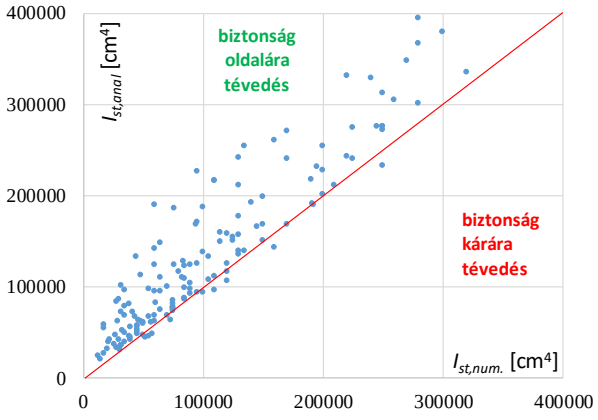
a) támaszmerevség-kritérium alapján



b) EN 1993-1-5 előírása alapján



c) Sinur és Beg javaslata alapján



d) maximum érték alapján

92. ábra: Numerikus és analitikus módon meghatározott minimálisan szükséges kereszttartó inercianyomatékok értékeinek összehasonlítása négy különböző analitikus megoldás alapján.

A diagramokon látható, hogy az általam kidolgozott támaszmerevségi kritérium, ami a kritikus feszültség alapján való kiértékelés során jó egyezést mutatott, a szilárdsági és merevségi alapú kritérium esetén ad eredményt a biztonság oldalán és a biztonság kárán is. A számítási eredmények azt is mutatják, hogy az EN 1993-1-5 [1] szabvány által ajánlott méretezési eljárás jelentősen alulbecsüli a szükséges kereszttartó merevséget, ahogy ezt Sinur és Beg is megállapították korábban. A *92.c) ábrán* ezért a Sinur és Beg által javasolt módosított analitikus méretezési eljárás eredményeit hasonlítottam össze a numerikus modell eredményeivel. Látható, hogy a támaszmerevség-kritériummal azonos módon jelentősen szórnak az eredmények a biztonság oldalán és kárán is. Megállapítottam azonban, hogy azon geometriai kialakítások esetén, melyeknél a támaszmerevségi kritérium a biztonság kárán van, Sinur és Beg méretezési módszere a biztonság oldalán van, és fordítva. Ezért azt javasoltam, hogy valamennyi geometria esetén mind a két feltétel kerüljön ellenőrzésre, melyre vonatkozó

összehasonlítást a *92.d) ábra* mutatja be. Látható, hogy amennyiben elvégezzük a kereszttartó szükséges inercianyomatékának meghatározását a támaszmerevségi kritérium, valamint a szilárdsági és merevségi kritérium alapján is és ezek közül vesszük a maximum értéket, akkor dominánsan a biztonság oldalán lesznek a meghatározott értékek.

A vizsgálataim tehát azt mutatták, hogy a fentiekben kidolgozott támaszmerevségi kritérium önmagában nem elegendő a szükséges kereszttartó inercianyomaték meghatározására. A kereszttartó szilárdsága és merevsége szempontjából is szükséges az ellenőrzés végrehajtása, a két méretezési eljárás más-más szerkezeti elem szempontjából ellenőrzi a kereszttartó megfelelőségét, így kiegészítik egymást. Igazoltam továbbá, hogy a kereszttartó szilárdsági és merevségi követelményének meghatározására a Sinur és Beg [85] által javasolt méretezési javaslat megfelelő és ennek a képletnek az általam javasolt (5.20) képlettel való együttes alkalmazása (két számítási eljárás értéke közül a maximum választása) a vizsgált paramétertartományban a biztonság oldalán közelíti a szükséges kereszttartó merevséget.

5.5 Kombinált méretezési eljárás fejlesztése

Az előző fejezetben bemutatott kiértékelés eredménye azt mutatta, hogy a kereszttartó minimális inercianyomatékának meghatározására két különböző képletet kell alkalmazni. A támaszmerevségi kritérium tulajdonképpen egy merevségi követelmény, a szilárdsági és merevségi kritériumnak is az egyik ága a kereszttartó merevségét ellenőrzi. Látható tehát, hogy a merevségi ellenőrzést duplán végezzük el. Feltételeztem, hogy a két ellenőrzés között kell átfedésnek lennie, és a nemzetközi szakirodalomban egyedüli módon kidolgoztam egy olyan méretezési eljárást, mely egy képletsorozaton belül kezeli a támaszmerevség és a kereszttartó szilárdsági és merevségi kritériumának ellenőrzését. A szilárdsági és merevségi követelményben az (5.12) képletben megadott u tényező értéke dönti el, hogy az adott kialakítás esetén a szilárdsági, vagy a merevségi követelmény a mértékadó, így ennek függvényében a két feltétel külön is felírható, melyet az (5.21) és (5.22) egyenletek adnak meg. Az (5.21) egyenlet az (5.10) és (5.12) egyenletek kombinációja, az (5.22) egyenlet pedig megegyezik az (5.10) egyenlettel u=1.0 érték alkalmazása esetén.

Szilárdsági ellenőrzés: $$I_{st,req} \geq \frac{\sigma_m}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi}\right)^4 \cdot \left(1 + w_0 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}}{f_y \cdot b^2}\right) \quad \text{ha} \quad u>1.0 \qquad (5.21)$$

Merevségi ellenőrzés: $$I_{st,req} \geq \frac{\sigma_m}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi}\right)^4 \cdot \left(1 + w_0 \cdot \frac{300}{b}\right) \quad \text{ha} \quad u=1.0 \qquad (5.22)$$

Amennyiben a kezdeti geometriai tökéletlenség értékére előírjuk a hosszú lemezekre vonatkozó b/300 értéket, a merevségi feltétel a (5.23) formára egyszerűsödik.

$$I_{st,req} \geq 2 \cdot \frac{\sigma_m}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi}\right)^4 \qquad (5.23)$$

Az (5.23) egyenletben szereplő σ_m értéke az (5.11) egyenlet alapján számítható, ami az általam vizsgált esetek szempontjából az (5.24) képlet formájára egyszerűsíthető, mivel a kereszttartók kiosztása a vizsgált lemezmező hossza mentén egyenletes.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \cdot \frac{2 \cdot N_{Ed}}{b \cdot a} \tag{5.24}$$

A következőkben a támaszmerevségi kritériumot alakítom át a fenti merevségi kritériummal azonos formára. Az ez alapján meghatározható maximális elmozdulás a kereszttartó mezőközépi keresztmetszetében az (5.17) képlettel számítható ki. Ebből az elmozdulásból a maximálisan megengedett kitérítő erő értéke, ami a lemezmező kritikus teherintenzitásához tartozik oszlopszerű viselkedés figyelembevételével az (5.25) egyenlet alapján határozható meg, ami tovább alakítható az (5.26)-(5.27) egyenletek formájára. A merevségi kritérium oszlopszerű viselkedés alapján lett meghatározva, ezt a következőkben kiterjesztem az oszlopszerű és lemezszerű viselkedés kombinációjának esetére.

$$q_{dev} = \frac{3.92 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_b}{a^3} \cdot \frac{n}{b} \cdot w = 3.92 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_b \cdot n}{a^2} \cdot \frac{1}{a \cdot b} \cdot w = 3.92 \cdot \frac{N_{cr}}{b \cdot a} \cdot w \tag{5.25}$$

$$q_{dev} \cong 2 \cdot \frac{N_{cr}}{b} \cdot \frac{2}{a} \cdot w = 2 \cdot \sigma_m \cdot w \tag{5.26}$$

$$\sigma_m = \frac{N_{cr}}{b} \cdot \frac{2}{a} \tag{5.27}$$

Az (5.27) egyenlet nagyon hasonlít a szilárdsági és merevségi kritérium alapján meghatározott (5.24) egyenlethez azzal a különbséggel, hogy a képletben nem a lemezmezőre ható normálerő tervezési értéke, hanem a kritikus erő szerepel, mivel a támaszmerevségi kritérium a kritikus erő szintjén ellenőrzi a szerkezetet. Továbbá hiányzik a képletből az oszlopszerű és lemezszerű viselkedés, illetve ezek arányának figyelembevétele, amivel a képletet kiegészítettem és az (5.28) egyenlet formájára hoztam.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \cdot \frac{2 \cdot N_{cr}}{b \cdot a} \tag{5.28}$$

A kitérítő erő (q_{dev}) meghatározása után a maximális deformáció számítható a kereszttartó inercianyomatékának függvényében az (5.29) képlet alapján, amiből a kereszttartó inercia az (5.30) képlet formájában vezethető vissza.

$$w = \frac{q_{dev} \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{st}} = \frac{2 \cdot \sigma_m \cdot w \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{st}} \tag{5.29}$$

$$I_{st,} = \frac{2 \cdot \sigma_m \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E} = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot N_{cr} \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E \cdot b \cdot a} = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \frac{4 \cdot I_b \cdot n \cdot b^3}{\pi^2 \cdot a^3} \tag{5.30}$$

Az így meghatározott képlet majdnem teljesen megegyezik az (5.20) képletben felírt támaszmerevségi kritériummal az oszlopszerű és lemezszerű viselkedés figyelembevételének kiegészítésével. Ez a levezetés igazolja, hogy a támaszmerevségi kritérium is felírható szilárdsági és merevségi kritériummal azonos formában és a két méretezési eljárás egy képletsorozattal is megadható a szükséges átalakítások elvégzése után, melyek a következők:

- a méretezési módszer két ágra való bontása az *u* paraméter alapján,
- módosított képlet kidolgozása az *u* paraméter meghatározására, amely tartalmazza a szilárdsági és merevségi, illetve a támaszmerevségi kritérium feltételrendszerét is,

- a σ_m értékének kiegészítése a támaszmerevség-kritérium alapján meghatározható értékkel,
- I_{st} értékének kiegészítése Sinur and Beg által javasolt lokális horpadási taggal.

Szakirodalmi adatok szerint az (5.12) képletben az *u* paraméter értékét az (5.31) képletből kiindulva határozták meg:

$$w = \frac{f_y \cdot b^2}{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}} \le \frac{b}{300} \tag{5.31}$$

Ezt a képletet kell kiegészíteni az (5.17) képletben megadott határértékkel, melyet az (5.32) képlet mutat be.

$$w = \frac{f_y \cdot b^2}{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}} \le \min\left(\frac{b}{300}; \frac{q_{dev} \cdot a^3}{3.92 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_b} \cdot \frac{b}{n}\right) \tag{5.32}$$

Amennyiben a számítás során a *b*/300 határérték a szigorúbb, az *u* érték jelenlegi meghatározási módját lehet alkalmazni. Amennyiben a támaszmerevségi kritérium a mértékadó, az *u* paramétert az (5.33) képlet alapján lehet meghatározni.

$$w = \frac{q_{dev} \cdot b^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{st}} = \frac{3.92 \cdot N_{cr} \cdot b \cdot b^4}{b \cdot a \cdot 300 \cdot \pi^4 \cdot E \cdot I_{st}} \le \frac{f_y \cdot b^2}{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}} \tag{5.33}$$

Ezek alapján az *u* paraméter mindkét kritériumra vonatkozó kombinált meghatározási módja az (5.34) képlet alapján írható fel.

$$u = \min\left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}}{f_y \cdot 300 \cdot b}; \frac{3.92 \cdot N_{cr} \cdot e_{\max} \cdot b^2}{f_y \cdot 300 \cdot \pi^2 \cdot a \cdot I_{st}}\right) \ge 1.0 \tag{5.34}$$

Az EN1993-1-5 méretezési módszerének pontosítása

A fenti levezetések alapján módosítottam az EN 1993-1-5 [1] szabvány jelenlegi méretezési képleteit, hogy figyelembe vegyék a támaszmerevségi kritérium követelményrendszerét is, illetve implementáltam a képletbe a Sinur és Beg által javasolt kiegészítést is. A módosítást az (5.35)-(5.38) képletek formájában adtam meg a fent bemutatott levezetések alapján.

$$u = \min\left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}}{f_y \cdot 300 \cdot b}; \frac{3.92 \cdot N_{cr} \cdot e_{\max} \cdot b^2}{f_y \cdot 300 \cdot \pi^2 \cdot a \cdot I_{st}}\right) \ge 1.0 \tag{5.35}$$

Szilárdsági vizsgálat esetén: $\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \cdot \frac{N_{Ed}}{b} \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right)$ ha $u > 1.0$ (5.36)

Merevségi vizsgálat esetén: $\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \cdot \frac{N_{cr}}{b} \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right)$ ha $u = 1.0$ (5.37)

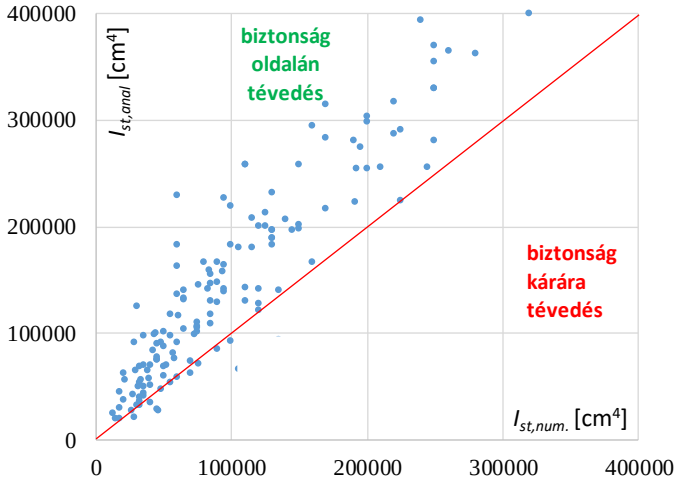
A szükséges minimális kereszttartó inercianyomaték értéke:

$$I_{st,req} \ge \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi}\right)^4 \cdot \left[\sigma_m \left(1 + w_0 \cdot \frac{300}{b} \cdot u\right) + 0.7 \cdot \frac{6 \cdot N_{Ed} \cdot w_{loc}}{\pi \cdot b \cdot a} \cdot \frac{300}{b} \cdot u\right] \tag{5.38}$$

A számítási eredményeim azt mutatták, hogy az elméleti alapon levezetett (5.38) méretezési képlet a numerikus számítások alapján meghatározott minimális kereszttartó inercia középértékét nagy pontossággal visszaadja, azonban a méretezési eljárás jelentős szórással rendelkezik, illetve a lokális horpadási taggal együtt tervezési célokra túl bonyolult. Ezért javaslatot dolgoztam ki a merevségi követelmény szigorítására, mely garantálja, hogy az új méretezési eljárás egyszerűsített formában a vizsgált paramétertartományban a biztonság oldalán közelítse a kereszttartó szükséges minimális inerciáját. A maximálisan megengedett, síkra merőleges deformáció értékét *b*/300 értékről *b*/500 értékre változtattam, illetve a kezdeti geometriai imperfekció amplitúdóját a korábbi min(*a, b*)/300 értékről min(*a, b*)/200 értékűre módosítottam, illetve a korábbi szabványos méretezési módszerhez való illesztés érdekében a lokális imperfekcióhoz tartozó tagot elhanyagoltam. Az ennek megfelelő egyszerűsítés eredményét az (5.39)-(5.40) egyenletek adják meg, a numerikus számítási eredményekkel való összehasonlítást pedig a *93. ábra* mutatja be.

$$u = \min\left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot e_{\max}}{f_y \cdot 500 \cdot b}; \frac{3.92 \cdot N_{cr} \cdot e_{\max} \cdot b^2}{f_y \cdot 500 \cdot \pi^2 \cdot a \cdot I_{st}}\right) \geq 1.0 \tag{5.39}$$

$$I_{st,req} \geq \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{b}{\pi}\right)^4 \cdot \left[\sigma_m \left(1 + w_0 \cdot \frac{500}{b} \cdot u\right)\right] \quad \text{ahol} \quad w_0 = \frac{\min(a;b)}{200} \tag{5.40}$$



93. ábra: A numerikus és analitikus számítási eredmények összehasonlítása.

A diagram alapján látható, hogy a kombinált méretezési modell által meghatározott minimális kereszttartó inercianyomaték nagysága jellemzően felülbecsüli a szükséges inercianyomaték nagyságát, így a biztonság oldalán van. Az új méretezési eljárás kompatibilis a jelenlegi Eurocode szabvány méretezési módszerével, illeszkedik a korábbi tervezési gyakorlatban alkalmazott eljáráshoz és kiegészíti azt a támaszmerevségi kritériummal.

6. Új tudományos eredmények összefoglalása - tézisek

1. Trapézlemez-gerincű acél I-tartók hajlítási ellenállása

Megterveztem és végrehajtottam egy kísérleti, analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot (i) a trapézlemez-gerincű acél I-tartók övlemezében kialakuló normálfeszültség-eloszlás meghatározására, (ii) a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből az övlemezben keletkező keresztirányú hajlítónyomaték nagyságának és eloszlásának meghatározására és (iii) ezen hatások figyelembevételére a gerenda hajlítási ellenállásának számításában. Az elvégzett vizsgálatok eredményei alapján a következő következtetéseket tettem:

- Bemutattam, hogy az övlemezben kialakuló, a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből származó keresztirányú hajlítónyomaték eloszlása és maximális értéke milyen módon függ a trapézlemez geometriájától, a vizsgált keresztmetszetben ható nyíróerő nagyságától, valamint a tartó megtámasztási és terhelési viszonyaitól.
- Kidolgoztam egy mechanikai modellt és méretezési képletet, mellyel meghatározható a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből az övlemezben keletkező keresztirányú hajlítónyomaték maximális értéke.
- Igazoltam, hogy az övlemezben keletkező keresztirányú hajlítónyomaték elhanyagolható mértékben csökkenti a nyomatéki teherbírást, és pontosítottam a hajlítási ellenállás szabványos méretezési képletét.

Tézishez kapcsolódó publikációk: [KB1], [KB2].

2. Hosszbordával merevített gerinclemezes acél gerendák beroppanási ellenállása

Megterveztem és végrehajtottam egy kísérleti, analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot a több, egymástól azonos távolságban elhelyezett, hosszbordával merevített gerinclemezes acél gerendák beroppanási ellenállásának meghatározására. A vizsgálati eredmények alapján a következő következtetéseket tettem:

- A hosszborda merevségének függvényében javaslatot dolgoztam ki a tönkremeneteli módok szétválasztására és a lokális horpadás jellegű beroppanási tönkremeneteli mód azonosítására.
- Méretezési képletet dolgoztam ki a lokális horpadás jellegű beroppanási tönkremeneteli módhoz tartozó kritikus teherparaméter meghatározására, melynek alkalmazhatóságát igazoltam nyitott és zárt keresztmetszetű hosszbordák esetén is.
- Igazoltam, hogy az általam kidolgozott méretezési képlet alapján meghatározott kritikus erőből számítható relatív karcsúság alkalmas a szabványos méretezési eljárás alkalmazásával a beroppanási ellenállás meghatározására.
- Igazoltam, hogy numerikus modell és nemlineáris analízis alapú teherbírásvizsgálat esetén a lokális horpadás jellegű beroppanási tönkremeneteli módhoz tartozó ellenállás meghatározható első horpadási sajátalak formájú imperfekció alkalmazásával, amelyben az amplitúdót a közvetlenül terhelt gerinclemez almező magasságának kétszázad részére kell felvenni.

Tézishez kapcsolódó publikációk: [KB3], [KB4].

3. Gerinclemezes acél I-tartók interakciós viselkedése

Megterveztem és végrehajtottam egy analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot gerinclemezes acél I-tartók hajlítás-nyírás (M-V) és hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakciós viselkedésének vizsgálatára. Az elvégzett vizsgálatok eredményei alapján a következő megállapításokat tettem:

- Megmutattam, hogy a hajlítás-nyírás interakciós viselkedésének jellege milyen módon függ az övlemezek és a teljes szelvény hajlítási ellenállásának arányától.
- Kidolgoztam egy módosított méretezési képletet a hajlítás-nyírás interakciós ellenállás meghatározására, mely figyelembe veszi az övlemezek és a teljes szelvény hajlítási ellenállásának arányát.
- Igazoltam, hogy a szakirodalomban publikált, de korábban csak hajlítás-keresztirányú erő (M-F) és nyírás-keresztirányú erő (V-F) interakció szempontjából validált méretezési képlet alkalmazható a vizsgált paramétertartományban a hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakció ellenőrzésére is, az Eurocode szabvány hajlítási, nyírási horpadási és beroppanási szabványos ellenállásait alkalmazva.
- Módosítottam a korábban kidolgozott, szakirodalomban publikált méretezési képletet arra az esetre, ha a hajlítási, a nyírási horpadási és a beroppanási ellenállást numerikus modell alapú nemlineáris analízissel határozzuk meg.

Tézishez kapcsolódó publikációk: [KB5], [KB6], [KB7], [KB8].

4. Közvetlen teherrel nem terhelt kereszttartók méretezése

Megterveztem és végrehajtottam egy analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot a szekrény keresztmetszetű, hosszbordával merevített acél lemezes szerkezetek közvetlen teherrel nem terhelt kereszttartóinak méretezésére. Az elvégzett vizsgálatok eredményei alapján a következő megállapításokat tettem:

- Igazoltam, hogy a kereszttartó csavarási merevségi kritériumaként megadott I_T/I_P (csavarási inercia/poláris inercia) arányszám nem alkalmas a kereszttartó minimális merevségének meghatározására. Megmutattam, hogy a támaszmerevség-kritérium kielégítéséhez a hajlítómerevségi kritérium ellenőrzése elegendő, a csavarómerevségi kritérium ellenőrzése elhagyható.
- Igazoltam, hogy a kereszttartó méretezése során ellenőrizni kell a támaszmerevségi követelményt és a kereszttartó szilárdsági és merevségi megfelelőségét is. A két ellenőrzés együttesen vezet a szükséges kereszttartóméretek meghatározására.
- Kidolgoztam egy új méretezési képletet a támaszmerevség-kritérium ellenőrzésére.
- Kidolgoztam egy új méretezési képletsorozatot a merevségi és szilárdsági követelmények kombinált ellenőrzésére.

Tézishez kapcsolódó publikáció: [KB9].

7. Irodalomjegyzék

Értekezéshez közvetlenül kapcsolódó saját publikációk

[KB1] B. Kövesdi, B. Jáger, L. Dunai: "Stress distribution in the flanges of girders with corrugated webs", *Journal of Constructional Steel Research*, 79, 204-215, 2012.

[KB2] B. Kövesdi, B. Jáger, L. Dunai: "Bending and shear interaction behavior of girders with trapezoidally corrugated webs", *Journal of Constructional Steel Research*, 121, 383-397, 2016.

[KB3] B. Kövesdi, B.J. Mecséri, L. Dunai: "Imperfection analysis on the patch loading resistance of girders with open section longitudinal stiffeners", *Thin-Walled Structures*, 123, 195-205, 2018.

[KB4] B. Kövesdi: "Patch loading resistance of slender plate girders with longitudinal stiffeners", *Journal of Constructional Steel Research*, 140, 237-246, 2018.

[KB5] B. Jáger, B. Kövesdi, L. Dunai: "I-girders with unstiffened slender webs subjected by bending and shear interaction", *Journal of Constructional Steel Research*, 131, 176-188, 2017.

[KB6] B. Jáger, B. Kövesdi, L. Dunai: "Bending and shear buckling interaction behaviour of I-girders with longitudinally stiffened webs", *Journal of Constructional Steel Research*, 145, 504-517, 2018.

[KB7] B. Kövesdi, J. Alcaine, L. Dunai, E. Mirambell, B. Braun, U. Kuhlmann: "Interaction behaviour of steel I-girders – Part I: Longitudinally unstiffened girders", *Journal of Constructional Steel Research*, 103, 327-343, 2014.

[KB8] B. Kövesdi, J. Alcaine, L. Dunai, E. Mirambell, B. Braun, U. Kuhlmann: "Interaction behaviour of steel I-girders – Part II: Longitudinally stiffened girders", *Journal of Constructional Steel Research*, 103, 344-353, 2014.

[KB9] B. Kövesdi, L. Dunai, C.R. Hendy: "Minimum requirements for transverse stiffeners on orthotropic plates subjected to compression", *Engineering Structures*, 176, 396-410, 2018.

[KB10] B. Jáger, B. Kövesdi, L. Dunai: "Numerical investigations on bending and shear buckling interaction of I-girders with slender webs", *Thin-Walled Structures*, 143, 106199, 2019.

Felhasznált szakirodalom

[1] EN 1993-1-5:2005, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements. CEN Brussels, 2005.

[2] prEN 1993-1-5:2023, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements. CEN Brussels, (elfogadva, várható megjelenés: 2023).

[3] L. Huang, H. Hikosaka, K. Komine: "Simulation of accordion effect in corrugated steel web with concrete flanges", *Computers and Structures*, 82, 2061-2069, 2004.

[4] S. Mori, T. Miyoshi, H. Katoh, N. Nishimura, S. Nara: "A study on local stresses of corrugated steel webs in PC bridges under prestressing", *Tech Memorandum Public Works Res Inst*, 4009, 449-458, 2006.

[5] R.J. Jiang, F.T.K. Au, Y.F. Xiao: "Prestressed Concrete Girder Bridges with Corrugated Steel Webs: Review", *Journal of Structural Engineering*, 141(2):04014108, 2015.

[6] J. Lindner, R. Aschinger: "Grenzschubtragfähigkeit von I-Trägern mit trapezförmig profillierten Stegen", *Stahlbau*, 57(12), 377-380, 1988.

[7] J. Lindner: "Zur Bemessung von Trapezstegträgern", *Stahlbau*, 61(10), 311-318, 1992.

[8] R. Aschinger, J. Lindner: "Zu besonderheiten bei Trapezstegträgern", *Stahlbau*, 6(3), 136-142, 1997.

[9] DASt-Richtlinie 015: Träger mit schlanken Stegen, 1990.

[10] M. Elgaaly, A. Seshadri, R.W. Hamilton: "Bending strength of steel beams with corrugated webs", *Journal of Structural Engineering*, 772-782, 1997.

[11] M. Elgaaly, A. Seshadri: "Depicting the behaviour of girders with corrugated webs up to failure using nonlinear finite element analysis", *Advances in Engineering Software*, 29, 195-208, 1998.

[12] K. Kuchta: “Zum Einfluss der Interaction von Biegemoment und Querkraft auf das Tragverhalten von Wellstegträgern”, *Stahlbau*, 75(7), 573-577, 2006.
[13] H.H. Abbas, R. Sauce, R.G. Driver: “Analysis of flange transverse bending of corrugated web I-girders under in-plane loads”, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 133(3), 347-355, 2007.
[14] H.H. Abbas, R. Sauce, R.G. Driver: “Behavior of corrugated web I-girders under in-plane loads”, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 132(8), 806-814, 2006.
[15] H.H. Abbas, R. Sauce, R.G. Driver: “Simplified analysis of flange transverse bending of corrugated web I-girders under in-plane moment and shear”, *Engineering Structures*, 29, 2816-2824, 2007.
[16] B. Johansson, R. Maquoi, G. Sedlacek, C. Müller, D. Beg: “Commentary and worked examples to DIN-EN-1993-1-5 Plated Structural Elements”, JRC Scientific and Technical Reports, First Edition, 2007.
[17] I. Baláž, Y. Koleková: “Influence of transverse bending moment in the flange of corrugated I-girders”, *Procedia Engineering*, 40, 26-31, 2012.
[18] EN 1999-1-1:2007, Eurocode 9: Design of Aluminium Structures – Part 1-1: General Structural Rules, CEN Brussels, 2007.
[19] D. Hannebauer: “Zur Querschnitts- und Stabtragfähigkeit von Trägern mit profilierten Stegen”, PhD dissertation, Brandenburgischen Technischen Universität, Cottbus, 2008.
[20] ANSYS® v16.5, Canonsburg, Pennsylvania, USA.
[21] S.A. Ibrahim, W.W. El-Dakhakhni, M. Elgaaly: “Behaviour of bridge girders with corrugated webs under monitonic and cyclic loading”, *Engineering Structures*, 28, 1941-1955, 2006.
[22] EN 1993-1-1:2005, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN Brussels, 2005.
[23] M. Elgaaly, R.W. Hamilton, A. Seshadri: “Shear strength of beams with corrugated webs”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 4, pp. 390-398, 1996.
[24] H. Pasternak, D. Hannebauer: “Load carrying and stability behaviour of girders with profiled webs”, Report: TC8-2003-006, BTU Cottbus, 2003.
[25] B. Jáger: “Behaviour of trapezoidally corrugated web girders under various loading conditions”, PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, Department of Structural Engineering, Budapest, 2019.
[26] H. Roesler, G. Denzer: “Entwurf der Talbrücke Altwipfergrund mit Trapezblechstegen”, *Stahlbau*, 68(7), 576-582, 1999.
[27] B. Novák, G. Denzer, F. Reichert: “Überprüfung des Tragverhaltens der Talbrücke Altwipfergrund”, *Bautechnik*, 84(5), 289-300, 2007.
[28] J. Moon, J. Yi, B.H. Choi, H.E. Lee: “Shear strength and design of trapezoidally corrugated steel webs”, *Journal of Constructional Steel Research*, 65(5), 1198-1205, 2009.
[29] M.F. Hassanein, G.F. Kharoob: “Behavior of bridge girders with corrugated webs: (I) Real boundary condition at the juncture of the web and flanges”, *Engineering Structures*, 57, 554-564, 2013.
[30] Kövesdi B., Dunai L.: “Trapézlemez gerincű tartók fáradási viselkedése – kísérleti vizsgálat”, *MAGÉSZ Acélszerkezetek*, 4(1), 38-43, 2009.
[31] Sinbeam (Corrugated Web Beam), Technical Documentation, Zeman & Co Gesellschaft mbH, http://www.zeman-stahl.com/images/stories/downloads/e_sinbeam.pdf
[32] http://en.structurae.de/structures/data/index.cfm?id=s0000849
[33] R. Chacón, B. Braun, U. Kuhlman, E. Mirambell: “Statistical evaluation of the new resistance model for steel girders subjected to patch loading”, *Steel Construction*, 5(2), 10-15, 2012.
[34] B. Johansson, M. Veljkovic: “Review of plate buckling rules in EN1993-1-5”, *Steel Construction*, 2(4), 228-234, 2009.
[35] O. Lagerqvist: “Patch loading resistance of steel girders subjected to concentrated forces”, Doctoral thesis, 1994:159D, Luleå University of Technology, Division of Steel Structures, 1995.

[36] O. Lagerqvist, B. Johansson: “Resistance of I-girders to concentrated loads”, *Journal of Constructional Steel Research*, 39(2), 87-119, 1996.
[37] C.A. Graciano: “Patch loading – Resistance of longitudinally stiffened steel girder webs”, PhD thesis, Luleå University of Technology, Division of Steel Structures, 2002.
[38] C. Graciano, B. Johansson: “Resistance of longitudinally stiffened I-girders subjected to concentrated loads”, *Journal of Constructional Steel Research*, 59(5), 561-586, 2003.
[39] C. Graciano: “Strength of longitudinally stiffened webs subjected to concentrated loading”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 131(2), 268-278, 2005.
[40] COMBRI - Competitive Steel and Composite Bridges by Improved Steel Plated Structures. Final Report, RFCS Research Project RFS-CR-03018, 2007.
[41] M. Seitz: “Tragverhalten längsversteifter Blechträger unter quergerichteter Krafteinleitung”, Doctoral thesis, Universität Stuttgart, Mitteilung des Instituts für Konstruktion und Entwurf Nr.2005–2, 2005.
[42] L. Davaine: “Formulation de la résistance au lancement d’une âme métallique de pontraidie longitudinalement”, Doctoral thesis, INSA de Rennes, France, Nr. D05–05, 2005.
[43] M. Clarin: “Plate buckling resistance – Patch loading of longitudinally stiffened webs and local buckling”, Doctoral thesis, Luleå University of Technology, Division of Steel Structures, Nr.2007-31, 2007.
[44] C. Graciano, O. Lagerqvist: “Critical buckling of longitudinally stiffened webs subjected to compressive edge loads”, *Journal of Constructional Steel Research*, 59(9), 1119-1146, 2003.
[45] C. Graciano, J. Mendes: “Elastic buckling of longitudinally stiffened patch loaded plate girders using factorial design”, *Journal of Constructional Steel Research*, 100, 229-236, 2014.
[46] R. Chacón, M. Bock, E. Real: “Longitudinally stiffened hybrid steel plate girders subjected to patch loading”, *Journal of Constructional Steel Research*, 67(9), 1310-1324, 2011.
[47] C. Graciano, “Patch loading resistance of longitudinally stiffened girders – A systematic review”, *Thin-Walled Structures*, 95, 1-6, 2015.
[48] N. Loaiza, C. Graciano, E. Casanova: “Web slenderness for longitudinally stiffened I-girders subjected to patch loading”, *Journal of Constructional Steel Research*, 162, 105737, 2019.
[49] R. Chacón, E. Mirambell, E. Real: “Transversally stiffened plate girders subjected to patch loading, Part 1: Preliminary study”, *Journal of Constructional Steel Research*, 80, 483-491, 2013.
[50] R. Chacón, E. Mirambell, E. Real: “Transversally stiffened plate girders subjected to patch loading, Part 2: Additional numerical study and design proposal”, *Journal of Constructional Steel Research*, 80, 492-504, 2013.
[51] A. Bergfelt: “Patch loading on a slender web – Influence of horizontal and vertical web stiffeners on the load carrying capacity”, Chalmers University of Technology, Steel and Timber Structures, Nr.79:1, 1979.
[52] N. Markovic, N. Hajdin: “A contribution to the analysis of the behavior of plate girders subjected to patch loading”, *Journal of Constructional Steel Research*, 21, 163-173, 1992.
[53] I. Kutmanova, M. Skaloud: “Ultimate limit state of slender steel webs subjected to (i) constant and (ii) repeated partial edge loading”, *Journal of Constructional Steel Research*, 21(2), 147-162, 1992.
[54] C. Graciano, E. Casanova, J. Martínez: “Imperfection sensitivity of plate girder webs subjected to patch loading”, *Journal of Constructional Steel Research*, 67, 1128-1133, 2011.
[55] I. Kárníková, M. Skaloud: “Experimental research on the ultimate load behaviour of steel plated structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, 12, 19-31, 1989.
[56] F. Dall’Aglio: “Resistenza di travi metalliche a doppio t con irrigidimenti longitudinali soggette a carichi trasversali concentrate”, PhD thesis, University of Bologna, 2011.
[57] A. Navarro-Manso, J.J. del Coz Díaz, M. Alonso-Martínez, D. Castro-Fresno, F.P.A. Rabanal: “Patch loading in slender and high depth steel panels: FEM–DOE analyses and bridge launching application”, *Engineering Structures*, 83, 74-85, 2015.

[58] S. Walbridge, J.P. Lebet: “Patch loading tests of bridge girders with longitudinal web stiffeners”, Rapport d’essais École Polytechnique Fédérale de Laussane, ICOM 447, 2001.
[59] C. Graciano, B. Edlund: “Nonlinear FE analysis of longitudinally stiffened girder webs under patch loading”, *Journal of Constructional Steel Research*, 58(9), 1231-45, 2002.
[60] A. Benedetti, F. Dall'Aglio: “Patch loading of longitudinally stiffened webs”, Bridge Maintenance, Safety, Management, Resilience and Sustainability - Proceedings of the 6th International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management, 1039-1046, 2012.
[61] N. Loaiza, C. Graciano, R. Chacón, E. Casanova: “A comparative analysis of longitudinal stiffener cross-section for slender I-girders subjected to patch loading”, 1(2-3), 4223-4229, 2017.
[62] N. Loaiza, C. Graciano, R. Chacón, E. Casanova: “Influence of bearing length on the patch loading resistance of multiple longitudinally stiffened webs”, 1(2-3), 4199-4204, 2017.
[63] C.R. Hendy, F. Presta: “Transverse web stiffeners and shear moment interaction for steel plate girder bridges”, *Structures*, 017, 13-26, 2008.
[64] F. Sinur, D. Beg: “Moment-shear interaction of stiffened plate girders – Numerical study and reliability analysis”, *Journal of Constructional Steel Research*, 88, 231-243, 2013.
[65] B. Braun: “Stability of steel plates under combined loading”, PhD thesis, Institute for Structural Design, Universität Stuttgart, No. 2010-3, 2010.
[66] C. Graciano, A. Ayestarán: “Steel plate girders under combined patch loading, bending and shear”, *Journal of Constructional Steel Research*, 80, 202-212, 2013.
[67] F. Sinur: “Behaviour of longitudinally stiffened girders under combination of high bending and shear loading”, PhD thesis, University of Ljubljana, Faculty of Civil and Geodetical Engineering, 2011.
[68] S. Way: “Stability of rectangular plates under shear and bending forces”, *Journal of Applied Mechanics*, 3(4), A131, 1936.
[69] G. Gerard, H. Becker: “Handbook of Structural Stability”, Six Parts, NACA Tech. Notes Nos., 3781-3786, 1957/1958.
[70] K.C. Rockey: “An ultimate load method for the design of plate girders”, in: Proceedings of Colloquium on design of plate and box girders for ultimate strength, London: IABSE, 253-268, 1971.
[71] K. Basler: “Strength of plate girders under combined bending and shear”, *Journal of the Structural Division ASCE*, 87(7), 181-197, 1961.
[72] T. Fuji, Y. Fukomoto, F. Nishino, T. Okamura: “Research works on ultimate strength of plate girders and Japanese provisions on plate girder design”, in: Proceedings of Colloquium on design of plate and box girders for ultimate strength, London: IABSE, 21-48, 1971.
[73] M. Herzog: “Ultimate static strength of plate girders from tests”, *Journal of the Structural Division ASCE*, 100(5), 849-864, 1974.
[74] F. Shahabian: “The resistance of plate girders to combined shear and patch loading”, PhD thesis, University of Wales, Cardiff, School of Engineering, 1999.
[75] F. Shahabian, T.M. Roberts: “Behaviour of plate girders subjected to combined bending and shear loading”, *Scientia Iranica*, 15 (1), 16-20, 2008.
[76] AASHTO, LRFD bridge design specifications, Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2004.
[77] AISC, Specification for structural steel buildings, steel construction manual, Chicago, 2005.
[78] S. Lee, D. Lee, C. Yoo: “Flexure and shear interaction in steel I-girders”, *Journal of Structural Engineering*, 139(11), 1882-1894, 2013.
[79] A. Crisan, D. Dubina: “Bending–shear interaction in RBS short coupling beams”, in: Proceedings of 7th European Conference on Steel and Composite Structures, p.6, Eurosteel 2014, Naples, Italy, 2014.

[80] L. Pavlovčič, A. Detzel, U. Kuhlmann, D. Beg: "Shear resistance of longitudinally stiffened panels – Part 1: Tests and numerical analysis of imperfections", *Journal of Constructional Steel Research*, 63, 337-350, 2007.
[81] L. Pavlovčič, D. Beg, U. Kuhlmann: "Shear resistance of longitudinally stiffened panels – Part 2: Numerical parametric study", *Journal of Constructional Steel Research*, 63, 351-364, 2007.
[82] F. Sinur, D. Beg: "Moment-shear interaction of stiffened plate girders – Tests and numerical model verification", *Journal of Constructional Steel Research*, 85, 116-129, 2013.
[83] G. Winter: "Lateral bracing of columns and beams", *ASCE Transactions*, 125, 809-825, 1960.
[84] J.A. Yura: "Fundamentals of beam bracing", *Engineering Journal*, 11-26, 2001.
[85] F. Sinur, D. Beg[†]: "Design of rigid transverse stiffeners in plated structures", CEN/TC250/SC3/WG5 committee meeting presentation, Aachen, 2014.
[86] C.S. Lee, S.D. Lee, H.Ch. Yoo: "Design of intermediate transverse stiffeners for shear web panels", *Engineering Structures*, 75, 27-38, 2014.
[87] M. Xie, J.C. Chapman: "Design of web stiffeners: axial forces", *Journal of Constructional Steel Research*, 59, 1035-1056, 2003.
[88] S.C. Lee, C.H. Yoo, D.Y. Yoon: "Behavior of intermediate transverse stiffeners attached on web panel", *Journal of Structural Engineering*, 128 (3), 337-345, 2002.
[89] K.H. Tang, H.R. Evans: "Transverse stiffeners for plate girder webs – an experimental study", *Journal of Constructional Steel Research*, 4 (4), 253-280, 1984.
[90] Y.D. Kim, S.K. Jung, D.W. White: "Transverse stiffener requirements in straight and horizontally curved steel I-girders", *Journal of Bridge Engineering*, 12(2), 174-183, 2007.
[91] S.C. Lee, C.H. Yoo, D.Y. Yoon: "New design rule for intermediate transverse stiffeners attached on web panels", *Journal of Structural Engineering*, 129(12), 1607-1614, 2003.
[92] B.H. Choi, Y.J. Kang, C.H. Yoo: "Stiffness requirements for transverse stiffeners of compression panels", *Engineering Structures*, 28, 2087-2096, 2007.
[93] S. Timoshenko: "Theory of Elastic Stability", New York and London: McGraw-Hill Book Company, 1936.
[94] C.R. Hendy, C.J. Murphy: "Designers' Guide to EN 1993-2 Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 2: Steel Bridges", Thomas Telford Publishing, 2007.
[95] e-UT 07.01.13 Steel Bridges, Design of road bridges, 2011.
[96] BS 5400-3-200. British Standard, Steel, concrete and composite bridges, Part 3: Code of practice for design of steel bridges. London (UK): British Standards Institution, 2006.