

Bírálat

Sipos András Árpád

# „Mechanikai és természeti formák elemzése: matematikai modellek a morfológiában”

című doktori értekezéséről

Az értekezés a mechanika és a matematika egy határterületével foglalkozik: olyan jelenségeket vizsgál, amelyek során a mechanikai folyamatoknak köszönhetően érdekes geometriai formák jönnek létre. A disszertáció meggyőzően összegzi Jelölt színvonalas, sokszínű, igényes matematikai elemzéseken alapuló eredményeit. Az értekezésben tükröződő kutatások megítélésem szerint egyértelműen teljesítik az "MTA Doktora" cím eléréséhez szükséges szintet.

## Tartalmi áttekintés

Az *első* fejezet bevezetője után a *második* fejezet három témával foglalkozik:

- (a) Puha robotkarok maximális kinyúlását elemzi térbeli rúdmodell segítségével. Az elméleti modellhez saját numerikus algoritmust vezet be és alkalmaz. (1(i) altézis)
- (b) Húzott vékony filmek ráncosodására magyarázatot ad a terhelés miatt kialakuló ortotrópia alapján. Az ortotróp anyagra energiasűrűségi funkcionált vezet be, Ritz-módszeres numerikus eljárással keresve ennek stacionárius pontját. Elmozdulásvezérelt laborkísérletek segítségével a valóságban is vizsgálja a jelenséget. (1(ii), illetve 2(i)-(ii) altézisek)
- (c) Falazott ívek nyomásvonalának, illetve minimális vastagságának, és ehhez kapcsolódóan az összeomláskor megjelenő csuklók számának problémakörét elemzi. (2(iii)-2(v) altézisek)

A *harmadik* fejezet témája különböző alakú, egyedülálló szemcsék alakfejlődése:

- (a) Síkbeli, sima és szigorúan konvex peremgörbésű "kavicsok" alakjának változását írja le, a peremgörbe görbületétől függő kopási sebesség alapján. 12 lemmát és tételt bizonyít. (3(i) altézis)

(b) A görbületfüggő kopási tag mellett az érintő irányától függő kopási tago, és egy konstans növekedési tagot tartalmazó, normális irányú modellt vezet be az alakfejlődésre. Ezzel kapcsolatban igazol hét tételt. (3(ii)-(iv) altézisek)

(c) Térbeli, poliéder alakú kiinduló szemcsealakok esetén egy ötletes numerikus eljárással szimulálja a Bloore-modell szerinti kopási folyamatot, illetve kísérletekkel is elemzi, hogyan kopnak téglatest alakú szemcsék. Mindkét fajta vizsgálat alapján kimutatja, hogy a folyamat két, jól elkülönülő fázisból áll. (4(i)-(ii) altézisek)

A *negyedik* fejezet sokszemcsés halmazok tömegfejlődésével kapcsolatos eredményeket mutat be. A szakirodalomban található, két ütköző részecskére vonatkozó (4.1)-(4.2) tömegfejlődési modellt terjeszti ki több szemcsére, feltételezve, hogy a tömegváltozásokat kizárólag az ütközések miatti kopások okozzák. Az ütközési kernelből kiindulva megadja azt a parciális differenciálegyenletet, amely leírja a tömegeloszlás időfejlődését, és elemzi, hogy a környezeti paraméter értéke hogyan szabja meg, hogy "szétszóró", vagy "fókuszáló" lesz-e a folyamat. Ezután kétféle numerikus szimulációval is megvizsgálja, hogyan változik a részecskék tömegeloszlása.

Megjegyzem, hogy még a diszkrét numerikus eljárás sem a jelenség szimulációja a szó szokásos értelmében: az eljárás nem azt szimulálja, ahogy szemcsék mozognak és ütköznek, hanem csupán a kiindulási populációból válogat véletlenszerűen szemcsepárokat, amelyekre aztán alkalmazza az ütközési kernelt a tömegvesztés meghatározására.

A fejezet a további vizsgálati lehetőségek felvetéseivel zárul (az azonos anyagú halmazok modelljének kísérleti tesztelése, elmélet kidolgozása és kísérleti ellenőrzés heterogén anyagú halmazokra, valamint a fragmentáció figyelembevétele). (5(i-iv) altézisek).

## Formai megjegyzések

Az értekezés kifejezetten igényes megjelenésű és szerkesztésű. Alacsony az elírások, ábrahibák vagy apró fogalmazásbeli tévesztések száma. A bírálat végére mellékletként csatoltam egy *hibajegyzéket*, arra az esetre, ha Jelölt az értekezés szövegét más magyar nyelvű publikcióvá fejlesztené tovább a jövőben.

Az értekezés *nyelve magyar*. Nagyra értékelendő azt a többletmunka, amellyel Jelölt az angol publikációinak szövegét magyarra írta át, gazdagítva ezzel a magyar tudományos nyelv szókincsét.

Sok a szemléletes, a megértést segítő kiegészítő megjegyzés (mint pl. a 2.3. táblázat), amelyek tükrözik Jelölt igényességét és törekvését arra, hogy dolgozata minél szélesebb körben érthető legyen.

# Észrevételek és kérdések

## Puha robotkarok:

1. A puha robotkarok modelljében Jelölt zérusnak tekinti a kar tengelyének hosszváltozását és a szögtorzulást, és lineárisan rugalmasnak az anyag viselkedését. Polipok karjára nem tűnnek reálisnak ezek a közelítések. Puha robotkarokra miért indokoltak ezek? Kérem Jelöltet, mutassa be, hogy puha robotkarok szerkezeti kialakításánál miért indokoltak az általa alkalmazott egyszerűsítések.
2. Fontos eredmény annak felismerése, hogy az irodalomból ismert kinyúlás-számítás a biztonság kárára téved. Tudna valamilyen számszerű becslést adni, hogy milyen nagy lehet ez a hiba?

## Vékony filmek:

3. A Kármán-modellben a síkra merőleges deformációk – mind a fajlagos nyúlás, mindpedig a két szögtorzulás – zérusok, nem pedig véges nagyságúak. Jelölt talán a síkra merőleges eltolódásokra gondolhatott, ezek valóban végesek.

## Falazott ívek:

4. Az ív anyagáról nem szabad feltételeznünk, hogy húzószilárdsága zérus: a kapcsolatokban a nyomás mellett tipikusan nyírás is átadódik az érintkezési felületen, így a Mohr-körnek mindenképpen van olyan része is, amely a húzás tartományába esik. Helyesebb úgy fogalmazni, hogy a kapcsolatok húzószilárdsága zérus, vagy úgy, hogy az anyag húzószilárdsága a sztereotómiára merőlegesen zérus.
5. A 2.7. és 2.10. tételeket, ha nem is valós kísérletekkel, de legalább numerikus szimulációkkal könnyű lett volna alátámasztani (akár kontaktelemes nemlineáris végelelemes modell is alkalmas lett volna erre a célra). Ez emelte volna a most tisztán elméleti eredmények súlyát.

## Síkbeli ooidok:

6. A 61. oldal 4. megfigyelése így nem érthető. Mit kell értenünk az ooidok nagytengelyre merőleges vetületein?
7. Néhány sorral lejjebb hogyan értendő az, hogy a forgási szimmetriát kihasználva síkbeli modellel írja le az alakfejlődést, mit ért a forgási szimmetria kihasználásán?
8. Mi indokolja, hogy a (3.40) modell szerint a két  $\cos(\gamma) = 0$  végpontnak nincs súrlódásos kopása? A homokszemcsék a hullámvás hatására billegnek, forognak, így a két végpont környéke is súrlódik más szemcsékkel. Amennyiben ez a hatás fontos annyira, hogy figyelembe kell venni, akkor hogyan változtatná meg a (3.40) modellt?

## Poliéderek kopása:

9. A 3.3.2. pontban említett kísérletekben miből állapította meg, hogy a súrlódásos kopás szerepe elhanyagolható?
10. Nagyon értékes megjegyzés a közelítő ellipszoiddal való térfogatbecslés kritikája.

## Kavicspopulációk:

11. A kivételes részecskék tömege vélhetően egyszerűen azért nagyobb mindig a tipikus részecskékénél, mert Jelölt olyan modellt alkalmaz, amelyben a szemcsékről lepattanó kicsiny törmelékeket figyelmen kívül hagyja. Egy pontosabb, a fragmentációt is tükröző leírás másképp módosítaná a tömeg eloszlását.
12. Jelölt igényességét fémjelzi, hogy kétféle numerikus szimulációval is vizsgálja a tömegeloszlás változását. Azonban e két modell egyike sem a szemcsék mozgásának és emiatt létrejövő ütközéseinek folyamatát kísérel meg szimulálni, hanem magának a kernelnek a viselkedését vizsgálja (ezt Jelölt ki is mondja). Hogyan lehetne olyan numerikus szimulációkat végezni, amelyek az inerciával és sebességekkel rendelkező szemcsék mozgásait követik, a mozgások miatti ütközéseknél pedig a kernel alapján modellezik a tömegek módosulását?
13. A természetben előforduló kavicsalmazok kopásának vizsgálatakor a lognormális eloszlás mellett véleménye szerint milyen más eloszlású kiinduló halmazokat lenne érdemes még megvizsgálni?
14. A 4.2. alfejezet (i) pontjához: Fragmentáció esetén nem csak kettő, hanem több darabra is törnek a szemcsék. Ha modelljét fragmentációval is kiegészítené a jövőben, akkor a fragmensek számára is, illetve ebben a szemcsealak szerepére is feltételezéseket kell majd adnia. Vannak már ezzel kapcsolatos elképzelései?

## Vélemény a tézisekről

- Az 1(i) altézissel kapcsolatban *Jelölt válaszát* várom az 1. kérdésre.
- Az 1(ii) altézist *elfogadom*.
- A 2(i-ii) altéziseket *elfogadom*.
- A 2(iii) altézisben foglalt két állítást igaz állításoknak fogadom el, de *nem tartom tézisértékűnek*.
- A 2(iv-v) altéziseket *elfogadom*.
- A 3. tézisnek mind a négy altézisét *elfogadom*.
- A 4. tézis mindkét altézisét *elfogadom*.
- Az 5(i-iv) altéziseket, mint tisztán matematikai állításokat, *elfogadom* azzal a megjegyzéssel, hogy a tényleges szemcsealmazokban lejátszódó fizikai jelenségekkel való kapcsolatukat nem látom tisztázottnak.

Összességében az értekezés kifejezetten értékes, magas színvonalú munka. **A nyilvános vita kitűzését egyértelműen javaslom.**

Budapest, 2023. 03. 15.

Handwritten signature of Bagi Katalin in blue ink.

Dr. Bagi Katalin  
egyetemi tanár  
az MTA doktora

## Melléklet

10. o.: "Nyírásmentes és összenyomhatatlan" → "Szögtorzulásmentes és összenyomhatatlan"
12. o.: (2.4) képlet  $e_i \rightarrow g_i$
17. o.: "Az alkalmazott numerikus eljárását részletesen ismerteti..." → "Az alkalmazott numerikus eljárást részletesen ismerteti..."
18. o.: A (von Karman, 1910) hivatkozás hiányzik az irodalomjegyzékből
21. o.: "Saint-Venant Kirchhoff anyaggal" → "Saint-Venant-Kirchhoff-anyagmodellel"
22. o.: "bázis vektorokkal" → "bázisvektorokkal"
26. o.: "Az húzott téglalap alakú" → "A húzott téglalap alakú"
33. o.: "(i) Elmozdulás-vezérelt" → "(i) Elmozdulás-vezérelt"
36. o.: A 2.13. ábra túl halvány és a számok túl kicsik.
- 38-40. o.: Sok helyen lemaradt a deriválást jelző vessző.
38. o.: (2.108) képlet és alatta: kissé zavaró, hogy a megoszló nyomatókat "g" (az önsúly szokásos jele a mérnöki szakirodalomban) jelöli
38. o.: "...továbbá felteszem, hogy az  $q$  megoszló teherrel..." → "...továbbá felteszem, hogy a  $q$  megoszló teherrel..."
40. o.: 2.5. Lemma: lemaradt a deriválást jelző vessző.
41. o.: "...perturbáción alapuló megoldást adtam az C csuklót tartalmazó..." → "...perturbáción alapuló megoldást adtam a C csuklót tartalmazó..."
46. o.: "...közösen végezem..." → "...közösen végeztem..."
56. o.: "Az görbületvezérelt folyamatoknál" → "A görbületvezérelt folyamatoknál"
60. o.: "...a korábban bár bemutatott..." → "...a korábban már bemutatott..."
61. o.: "4. Az ooidok nagytengelyre merőleges vetületei...": ez így nem érthető, és a hivatkozott 3.4. ábra sem magyarázza.
73. o.: "a kopótest egy elnyúlt, túszerű részecskékkel ütközik" → "a kopótest elnyúlt, túszerű részecskékkel ütközik"
73. o.: "... szimulációja a felületet második gradiensének approximációját igényli" → "... szimulációja a felület második gradiensének approximációját igényli"
76. o.: "...a Firey-féle modell diszkrét approximációjával végeztem"
77. o.: "...karbonátos Marsi üledékek..." → "...karbonátos marsi üledékek..."
79. o.: "...a statisztikus fizika átlagtér elméleteivel..." → "...a statisztikus fizika átlagtér-elméleteivel..."
79. o.: (4.1) és (4.2) képletekben szóközzel kellene elválasztani a képletek végétől a vesszőket.
85. o.: "... momentumának időfejlődése a Fokker-Planck egyenlet ismeretében könnyen felírhatjuk" → "... momentumának időfejlődését a Fokker-Planck egyenlet ismeretében könnyen felírhatjuk"
90. o.: "1. Adott kernellel az (4.7) Fokker-..." → "1. Adott kernellel a (4.7) Fokker-..."
91. o.: 4.4. ábra a  $t=5$  esetre a sötétszürke kitöltött terület és a fekete vonal optikailag nem különül el, két különböző szín használata előnyösebb lett volna.
102. o.: „A Fokker-Planck egyenletet numerikus...” → „A Fokker-Planck egyenlet numerikus...”