

Bírálat Békési József
„Contribution to a Class of Combinatorial Optimization Problems”
című doktori munkájáról

Békési József értekezése négy témát ölel fel: online ládapakolási problémák, géptümezési algoritmusok, a mátrix-transzponálási probléma megoldása sor- és oszlopbuszok használatával, és végül egy gyakorlati alkalmazásra kifejlesztett útvonaltervező rendszer ismertetése. Ezek közül az első két témakör tartalmazza a mélyebb, szignifikánsabb tudományos eredményeket, míg az utóbbi kettő érdeklődésre számot tartó, de specifikusabb problémákat vizsgál. Bírálatomban így főként az első két témakör eredményeinek értékelésére koncentrálok, a két utolsó témakört csak röviden ismertetem.

A doktori mű legértékesebb része az online ládapakolási feladatról szóló rész (értekezés 1. fejezet, tézisek 2. fejezet). Békési Józsefnek és társszerzőinek számos nemzetközileg is kiemelkedő jelentőségű eredménye van ezen a területen: egyrészt újszerű, a korábban ismerteknél jobb versenyképességi hányadosú algoritmusok kidolgozásában, másrészt az online algoritmusok lehetséges versenyképességi hányadosára adott alsó korlátok vonatkozásában. Megjegyzendő, hogy az értekezés a szerző társszerzőkkel elért eredményeinek csak egy részét tartalmazza, azokat, ahol hozzájárulását a legjelentősebbnek tekintette. Az értekezésben részletesen nem szereplő eredmények, mint az abszolút versenyképességi hányados $5/3$ -os optimális értékének igazolása, illetve az aszimptotikus versenyképességi hányadosra bizonyított legjobb ismert alsó korlát, szintén a tématerület kiemelkedően fontos eredményei közé tartoznak.

Az értekezésben részletesen leírt eredmények közül az első az egydimenziós online ládapakolási problémára adott Advanced Harmonic (AH) algoritmus. Ez a korábbi Harmonic algoritmus (Lee és Lee, 1985) továbbfejlesztése. A Harmonic algoritmust számos kutató finomította, egyre jobb közelítési rátákat elérve. Az értekezésben szereplő eredmény (Tézisfüzet 2.1. tétel) ezen kutatási irány eddigi csúcspontjának tekinthető. Az elemek és részládák kategorizálása rendkívül kifinomult, az optimális kategorizálás megtalálása komoly számítógépes elemzést igényelt. Az algoritmus aszimptotikus versenyképességi hányadosa a legjobb ismert az online egydimenziós ládapakolási problémára.

A fejezet következő része a kötegelt ládapakolási feladat alsó korlátaival foglalkozik. Ez egy olyan relaxációja az online feladatnak, ahol az elemek adott számú kötegben érkeznek, és egy köteg elemeit egyszerre helyezhetjük el. Az értekezés 3 köteg esetére ad 1.5 -nél nagyobb alsó korlátot (Tézisfüzet 2.2. tétel), lineáris programozási módszerek segítségével. A feladat jellegéből adódóan a korlát 3 -nál több kötegre is vonatkozik. Az eredmény jelentősége abban áll, hogy korábban nyitott volt, hogy 1.5 -nél nagyobb alsó korlát egyáltalán adható-e.

Az online ládapakolási feladat egy másik variánsa, amikor előírjuk, hogy minden ládába legfeljebb k elem kerülhet. A Tézisfüzet 2.3-2.5. Tételei erre a feladatra majdnem minden 5 és 35 közötti k értékre megjavítják a legjobb ismert alsó korlátot. Megjegyzendő, hogy azóta ugyanazok a szerzők, társszerzőkkel kiegészülve, tovább javították ezeket a korlátokat ([8] hivatkozás az értekezésben).

A fejezetet a társkorlátos ládapakolási feladattal kapcsolatos eredmények zárják. Itt

egy konstans méretű puffer áll rendelkezésre az elemek ideiglenes tárolására, viszont egyszerre csak egy láda lehet nyitva (NF-alapú algoritmus). Az alsó korlátot egy r paraméter függvényében vizsgálja az értekezés, ahol $1/r$ felső korlát az elemek méretére. A 2.6. Tétel általános alsó korlátot ad az NF-alapú algoritmusokra, a 2.7. Tétel pedig megad egy 3-méretű puffert használó algoritmust, aminek aszimptotikus versenyképességi hányadosa eléri ezt a korlátot. Kifejezetten szép és értékes eredmény, hogy ennél a feladatnál pontosan meg lehet határozni az optimális aszimptotikus versenyképességi hányadost.

Az értekezés második fejezete olyan ütemezési problémákkal foglalkozik, ahol a cél a legkésőbbi befejezési idő minimalizálása. Az első rész az online ütemezés egyik alapproblémájáról szól, ahol különböző adott sebességű gépekhez rendelhetjük a feldolgozandó munkákat, de minden gép egyszerre csak egy munkát tud végezni. A kutatás célja minél jobb alsó korlátok meghatározása a versenyképességi rátára. Az alsó korlát javítása érdekében olyan sorozatokat tekint a dolgozat, ahol csak a k leggyorsabb gépet érdemes használni; kis k esetén ez lehetővé teszi a lehetséges mintázatok számítógépes elemzését. Ezzel a módszerrel sikerült 11 gépig az eddig ismerteknél jobb korlátokat adni.

A fejezet további részeiben az úgynevezett páros munka ütemezési feladatról van szó, ahol minden munka két részfeladatból áll, és ezeket adott sorrendben, fix késleltetéssel kell végrehajtani. Itt offline algoritmust tekintünk, tehát az ütemezést az összes munka ismeretében határozhatjuk meg, például rendezhetjük a munkákat valamilyen szempont szerint. Az értekezés azt az esetet vizsgálja, ahol a részfeladatok egységnyi végrehajtási idejük, csak az előírt késleltetés különböző az egyes munkáknál. A két fő eredmény egyrészt az Ageev és Baburin által bevezetett Double Next Fit (DNF) algoritmus közelítési arányának pontos meghatározása (Tézisfüzet 3.3. Tétel), másrészt a klasszikus First Fit Decreasing (FFD) algoritmus közelítési arányának eddigieknél jobb alsó és felső becslése abban a speciális esetben, mikor két különböző késleltetési érték lehet. Mindkét eredményt újszerűnek és értékesnek értékelem.

A doktori művet két rövidebb fejezet egészíti ki, az eddigiektől eltérő típusú témákban. Az értekezés 3. fejezete a mátrix-transzponálási problémát vizsgálja egy speciális párhuzamos számítási modell esetén, ahol sor- és oszlopbuszok segítségével történik a processzorok közötti kommunikáció. A fő eredmény egy algoritmus, ami $n/2 + 9$ lépésben oldja meg a feladatot, míg alsó korlátként $0.45n$ -et sikerült bizonyítani.

Az utolsó fejezet egy alkalmazott matematikai projekt eredményeit ismerteti. A projekt eredménye egy útvonaltervezési algoritmus volt, ami az EU által finanszírozott Magyarország-Szerbia Interreg-IPA CBC Program keretében készült komplex útvonaltervezési alkalmazás része lett. Az értekezés nagy vonalakban ismerteti a használt útkeresési módszereket, és számítási eredményeket is tartalmaz az alkalmazott gráf-redukciós eljárások hatékonyságáról. Ebben a fejezetben új tudományos eredmény nincs bemutatva, a lényeg az irodalomban ismert módszerek megfelelő alkalmazása az adott összetett útvonaltervezési feladatra, figyelembe véve a felhasználás módjából adódó megkötéseket. Az értekezéssel kapcsolatos egyetlen hiányérzetem erre a fejezetre vonatkozik; szívesen láttam volna több részletet az előfeldolgozásról és a tényleges alkalmazásról.

Az alábbiakban ismertetem az összefoglaló értékelésemet a doktori műről. Az értekezés első két fejezete kiemelkedő, nemzetközi szinten is elismert tudományos eredményeket tartalmaz, melyek érdemben járultak hozzá a tudományterület fejlődéséhez. Az eredmények színvonalas nemzetközi folyóiratokban jelentek meg, és véleményem szerint megfelelnek az MTA doktori cím megszerzéséhez szükséges követelményeknek. Az utolsó két fejezet

kiegészíti ezeket az eredményeket, és megmutatja a szerző jártasságát az elméleti számítástudomány és az alkalmazott matematika egyéb területein, beleértve a gyakorlatban is használható algoritmusok fejlesztését. A bírálatomban említett tételeket (téziseket) új tudományos eredménynek fogadom el.

A fentiek alapján **a doktori munka tudományos eredményeit elegendőnek tartom az MTA doktori cím megszerzéséhez, és a nyilvános védés kitűzését javaslom.**

Budapest, 2023. augusztus 8.



Király Tamás