

## A bírálóbizottság értékelése

Békési József értekezésében a kombinatorikus optimalizálás fontos területeihez kapcsolódó új eredmények kerülnek bemutatásra. Az értekezés NP-teljes diszkrét optimalizálási feladatokkal foglalkozik. Mivel az ilyen problémák megoldására nem várható polinomiális algoritmus, a kutatások célja kettős: egyrészt minél jobb közelítő algoritmust adni az adott problémára, másrészt megfelelő input példányok konstruálásával alsó korlátot bizonyítani az optimum érték közelíthetőségére.

A tézisek a szerző 9 publikációján alapulnak, melyek jelentős része elismert nemzetközi folyóiratokban jelentek meg. A disszertáció angol nyelven íródott, és teljesíti az MTA doktora disszertációval szemben támasztott összes szakmai elvárást. A bírálóbizottság a jelölt téziseiben megfogalmazott eredményeket jelentős nemzetközi hatást gyakorló tudományos eredményeknek fogadja el.

A tézisekhez kapcsolódó főbb eredmények a következők:

Az értekezés 1. fejezete a ládapakolási feladat változatait vizsgálja. Elsőként az egydimenziós online ládapakolási problémára mutatja be az Advanced Harmonic (AH) algoritmust, melynek aszimptotikus versenyképességi hányadosa a jelenleg ismert eljárások között a legjobb. A fejezet következő része a kötegelt ládapakolási feladat alsó korlátaival foglalkozik, és 3 köteg esetére ad 1.5-nél nagyobb alsó korlátot. Vizsgálja továbbá az online ládapakolási feladat azon változatát, amikor a ládába pakolható elemek száma korlátozott ( $k$ ). A bemutatott eredmények számos  $k$  értékre megjavítják a legjobb ismert alsó korlátot. Végül egy új semi-online algoritmust mutat a feladatra, és súlyfüggvények használatával pontos elméleti elemzést ad.

A 2. fejezetben kétféle ütemezési feladatot vizsgál. Először különböző sebességű gépeken kell elvégezni adott hosszúságú munkákat minél rövidebb idő alatt. Az új eredmények alsó korlátokat adnak a feladatot megoldó online algoritmusok közelítési hányadosára nem túl nagy számú gép esetén. A fejezet második részében a páros munka ütemezési feladatot tárgyalja a szerző. A feladat egy speciális esetére Ageev és Baburin által adott algoritmus közelítési hányadosára ad éles példát, egy másik esetben pedig a First Fit Decreasing módszer közelítési hányadosára bizonyít igen szoros korlátokat: 1,57894-es alsó- és 1,57915-ös felső korlátot ad.

A 3. fejezetben az úgynevezett mátrix transzponálási feladatot vizsgálja, és a lépésszámra ad alsó- és felső becsléseket.

A 4. fejezet röviden ismerteti annak az Európai Unió által finanszírozott, magyar-szerb együttműködésben elvégzett alkalmazott matematikai projektnek a fő eredményeit, mely során a tömegközlekedés útvonaltervezési feladatának hatékony támogatási rendszerét hozták létre. Megadja, azokat az ötleteket, amelyeket a projekt során létrehozott programok elkészítéséhez használni kellett. Bemutatja azokat a szép teszteredményeket is, amelyeket egy szerb és egy magyar, nem túl nagy tartomány esetében a kidolgozott módszerrel elértek.

Összegezve, Békési József szakterületének nemzetközileg elismert kutatója, aki jelentős eredményeket ért el a kombinatorikus optimalizálás területén, melyek közül kiemelkednek a ládapakolási feladat témakörében valamint az ütemezési feladatokhoz kapcsolódóan bemutatott eredményei.