

Bírálói vélemény Békési József „Hozzájárulás kombinatorikus optimalizálási problémák egy osztályához” című doktori munkájáról

-----

A doktori munka egy 109 oldalas (plusz 9 oldal Függelék), angol nyelven írt (eredeti címe: Contribution to a class of combinatorial optimization problems) értekezés, amely a szerző 9 publikációján alapul. Ezek mindegyike a terület valamely jól ismert nemzetközi folyóiratában jelent meg, melyek között ott van több a legerősebbek közül is (J. Parallel and Distributed Computing, J. Scheduling, European J. Operational Research), egy kivétellel, amely egy konferencia kötetben (European Symposium on Algorithms). Ezek a cikkek általában több (3-5) szerzősek, egy olyan van köztük, amely egyszerűs: ez egy beszámoló egy alkalmazott projekt eredményeiről. Négy cikkben van külföldi társszerző is, összesen nyolc, köztük több, ezen a területen jól ismert kutató.

Az értekezés NP-teljes diszkrét optimalizálási feladatokkal foglalkozik. Ezekre keres hatékony, bizonyos esetekben online, közelítő algoritmusokat, valamint olyan input példányokat, amelyek azt igazolják, hogy az ilyen algoritmusok általában (vagy bizonyos konkrét algoritmusok) a legrosszabb esetben nem tudnak olyan megoldást adni, amely értéke az optimum értékét egy meghatározott konstans szorzónál jobban megközelíti. Több esetben számítógép segítségével konstruál példákat, illetve az utolsó fejezetben maga a célkitűzés egy program, amely egy útvonal tervezési problémában használható.

#### Rövid tartalmi ismertető

Az 1. fejezetben (amely 43 oldal, és majdnem az értekezés felét elfoglalja) ládapakolási – avagy bin packing - feladatokat vizsgál. Az alapfeladat adott méretű tárgyakat egységnyi kapacitású ládába pakolni úgy, hogy minél kevesebb ládát használjunk fel. Ez a kombinatorikus optimalizálás egyik sokat vizsgált problémája, mellyel kapcsolatban számtalan eredmény született az elmúlt 40-50 évben. Nagy figyelmet kapott az a kérdéskör is, hogy bizonyos egyszerű szabályok mentén mohón pakoló heurisztikák (first fit, first fit decreasing, stb.) milyen megoldást adnak, illetve mennyire térhetnek el az optimumtól. Megjegyzendő, hogy a közelmúltban két MTA doktori értekezés született teljesen, vagy részben ládapakolás témában (Galambos Gábor, 2017, Dósa György, 2018). Az ebben a fejezetben feldolgozott 4 cikk mindegyike ezen szerzők egyikével – vagy mindkettejükkel – közös munka (és ez részben a következő fejezetre is igaz).

Az itt részletesen bemutatott eredmények a fent említett két értekezés eredményeitől diszjunktak. Ezzel együtt érezhető, hogy a korábbi disszertációkban feldolgozott munkákhoz képest ebben a fejezetben nagyrészt a kevésbé hivatkozott munkáira volt kénytelen szorítkozni a szerző. A témában jóval több, sokak által ismert és idézett eredménynek társszerzője.

A fejezet eredményei: a jelölt (szerzőtársaival) kidolgozza az Advanced Harmonic (AH) online algoritmust a hagyományos ládapakolási feladatra, majd kimutatja, hogy az algoritmus ún. aszimptotikus versenyképességi hányadosa  $1,57829$  alatt van. Jelenleg ez a legjobb ilyen hányados. Mind az algoritmus, mind annak elemzése igen bonyolult, a korábbi ötletek és bizonyítási módszerek lényeges továbbfejlesztését igényli. A ládapakolás kötegelt változatára, a 3 köteges esetben, továbbá az elemszám korlátos változatra, majd egy tárkorlátos félig-online algoritmusra is alsó korlátokat igazol az aszimptotikus versenyképességi hányadosra. Ehhez megfelelő input példányokat

konsturál, majd azt elemzi. Az utolsó esetben egy új semi-online algoritmust mutat a feladatra, amely lényegesen általánosabb a korábbiaknál. A korábban máshol is használt súlyfüggvények használatával és részletes elemzésével a korábbi és az új algoritmusra is pontos elméleti elemzést ad.

A 2. fejezetben (31 oldal) kétféle ütemezési feladatot tárgyal. Az elsőben különböző sebességű gépeken kell elvégezni adott hosszúságú munkákat minél rövidebb idő alatt. Az új eredmények alsó korlátokat adnak az ezt a feladatot megoldó online algoritmusok közelítési hányadosára abban az esetben, amikor a gépek száma nem túl nagy. Ennek kimutatására input példacsatládokat definiál – a bonyolultabb esetekben számítógép segítségével – és kimutatja, hogy egy online algoritmust ezeken futtatva viszonylag rossz megoldást fogunk kapni. Ez a szakasz nem tartalmaz bizonyításokat. A második feladatban olyan munkákat kell ütemezni, amelyek két részből állnak, és a két rész elvégzése között egy előre megadott időnek kell eltelni. Először a feladat egy speciális esetére Ageev és Baburin által adott algoritmus közelítési hányadosára mutat ú.n. éles példát, majd abban az esetben, amikor minden munkarész hossza egységnyi és csak kétféle várakozási idő lehet, megmutatja, hogy az FFD (First Fit Decreasing) algoritmus közelítési hányadosa legfeljebb 1,57915 és legalább 1,57894. Itt az alsó korlát igazolása viszonylag egyszerű, a felső korlát azonban egy jóval bonyolultabb, kilenc oldalas esetvizsgálattal és elemzéssel jön ki. A fejezetben 3 publikáció eredményei szerepelnek, melyekre eddig összesen 13 független hivatkozás történt.

Az értekezés két további fejezetet tartalmaz, melyek mindegyike egy viszonylag rövid publikációt mutat be, lényegében változatlan formában, melyek egyikére sem hivatkoztak még. Ez a két fejezet más jellegű feladatokat tárgyal, bemutatva, hogy a szerző a kombinatorikus optimalizálás további területein is eredményeket ért el. Az utolsó fejezet témája annyiban is jelentősen eltér a többiétől, hogy itt egy konkrét projektben elért, elméleti eredményeket használó és azokat részben továbbfejlesztő számítógépes alkalmazás létrejöttét és tesztelési eredményeit mutatja be.

A 3. fejezetben (13 oldal) egy speciális, adott módon összekapcsolt, mátrix formában elrendezett processzorok közti adattovábbítási feladatot vizsgál, amely szemléletesen mátrix transzponálási feladatnak nevezhető. A cél az összes adat eljuttatása a kívánt helyre minél kevesebb lépésben. A kérdés egy érdekes diszkrét optimalizálási feladatra vezet. Az ezt megoldó algoritmusok lépésszámára – ahogy az értekezésben sok helyen – itt is alsó és felső korlátokat mutat. Az alsó korlát egy újszerű kombinatorikus gondolatmenet eredménye, a felső korláthoz egy konkrét algoritmust dolgoz ki és elemez.

A 4. fejezet (7 oldal) egy útvonaltervező alkalmazás részét képező program elkészítéséhez használt ötleteket és a tesztelés eredményeit mutatja be. Itt a felhasználók többféle közösségi közlekedési formát vehetnek igénybe Magyarország és Szerbia két régióján belül. A célul kitűzött program ehhez szolgáltat útvonalterveket, különféle preferenciák figyelembe vételével.

## Értékelés

A dolgozatban a jelölt a kombinatorikus optimalizálás jól ismert, sokak által vizsgált központi területeihez (ládapakolás, ütemezés, processzorok közti üzenet továbbítás, útvonal tervezés) járul hozzá új eredményekkel. Korábbi algoritmusok elemzését fejleszti tovább, általános alsó korlátokat ad az ezeket megoldó (online vagy offline) algoritmusok lépésszámára vagy közelítési hányadosára, illetve új algoritmusokat dolgoz ki. Néhol a korábban ismert megoldási, bizonyítási módszereket a konkrét feladathoz igazítja és újabb ötletekkel fejleszti tovább, máshol új módszereket dolgoz ki. Az

eredményei nemzetközileg is ismertek. A tézisekben szereplő eredményeket új tudományos eredménynek fogadom el.

#### További megjegyzések

Az értekezés felépítése, nyelvezete, az eredmények felvezetése jól kidolgozott, jól olvasható. Csak kisebb, jelentéktelen elírásokat és nyelvi pontatlanságot talált a bíráló, melyeket itt nem érdemes felsorolni. Érdekes lett volna a feldolgozott eredmények utóéletének nyomkövetése, különösen azokban az esetekben, ahol kifejezetten az alkalmazhatóság, vagy konkrét alkalmazás volt a cél, illetve ahol más kutatócsoportok is dolgoznak hasonló problémákon, vagy magának az alkalmazásnak a jelentősége idővel változhat. Ennek tipikus esete a 4.fejezet, ahol a korábban publikált cikk lényegében változatlan formában került be az értekezésbe.

Ezzel kapcsolatos apró megjegyzés, hogy a korábbi cikkek egyszerű beillesztése nyomán például előáll olyan helyzet, hogy a szövegben az ábrák színeire hivatkozás a fekete-fehér változatban már nem működik (96. oldal), vagy az előző évtizedre utalás is már értelmét veszti.

#### Kérdések

Az értekezésben vizsgált optimalizálási feladatok mindegyike valódi alkalmazásokból származik, az (értekezésben és máshol) elért eredmények egy része konkrét alkalmazásokban lehet hasznos. A kérdések erre vonatkoznak:

(1) Ismert-e olyan tényleges ládapakolási alkalmazás, ahol az értekezésben említett valamelyik (bonyolultabb) online algoritmust használják?

(2) Ismert az online algoritmusokra vonatkozó olyan paraméter, esetleg erre vonatkozó eredmény, amely nem a legrosszabb esethez viszonyítja az algoritmus eredményességét?

(3) Mi lett a 4.fejezetben ismertetett eredmények (programok) sorsa, készült-e tényleges, elérhető útvonaltervező alkalmazás?

#### Összegzés

A doktori munka tudományos eredményeit elegendőnek tartom az MTA doktori cím megszerzéséhez. A nyilvános védés kitűzését javaslom.

Jordán Tibor

Budapest, 2023. október 10.