G.-Tóth Boglárka „Megbízható módszerek elhelyezkedési és szimplex-alapú problémákra" című MTA doktori értekezésének bírálata

A dolgozat a globális optimalizálás általános algoritmikus aspektusait, illetve ezeknek bizonyos elhelyezési feladatokra való alkalmazását vizsgálja. A szerző egyik célkitűzése, hogy újszerű megközelítéseket mutasson be a hagyományos általános nemlineáris ill. vegyes programozási módszerekkel nehezen kezelhető problémák megoldására. A javasolt módszerek a B&B elv hatékonyságának javítását ill. felhasználási körének bővítését célozzák. A másik célkitűzés valós elhelyezési feladatokat jól leíró modellek kidolgozása és azok hatékony megoldása.

A dolgozat három témakört dolgoz fel: speciális vállalat elhelyezési problémák kérdését, a szimplex alapú B&B módszert és vásárlói viselkedés modellezési módszereit. Az alábbiakban röviden ismertetem és értékelem a dolgozat eredményeit. A kapcsolódó kérdéseimet az egyes fejezetek után sorolom fel.

A dolgozat **első része** három elhelyezési/lefedési problémát vizsgál.

Az **1.1 fejezet** a Maximális Lefedési probléma egy olyan változatát vizsgálja, ahol a kereslet és a kiszolgálók is egy gráf élein mint geometriai alakzatokon helyezkednek és és a kereslet is az éleken egy (folytonos) eloszlással van megadva. A feladat egy nemlineáris vegyes programozási feladatként kerül megfogalmazásra, aminek megoldására egy összetett B&B alapú megközelítést mutat be a szerző.
A megoldás több szempontból is újszerű. A kezdeti feladat részfeladatokra osztása nem tisztán az egészértékű döntési változók mentén, hanem az élszakaszokon belüli pozíciók szerinti finomítással egyidejűleg történik. Ehhez a megközelítéshez egy korlátlanul finomodó szétválasztási szabály került kidolgozásra, a felesleges részfeladatok eliminálására pedig egy egyszerű heurisztikus megoldás (alsó becslés) mellet többféle felső becslést mutat be a szerző. Ezek különböző feladattípusokra bizonyultak hatékonynak ezért egy "Smart" becslés is bemutatásra kerül, ami egyfajta tanuló algoritmusként kombinálja a kidolgozott becslési eljárásokat.
Végül a dolgozat kidolgozott eljárások hatékonyságát igen alapos numerikus vizsgálatokkal támasztja alá.

> Kérdéseim:
> 1.1.1. Tud-e olyan gyakorlati példát mondani, ahol a tárgyalt modell (vagy annak kiterjesztése) alkalmazható?
> 1.1.2. A megoldás épít arra, hogy az éleken a kereslet eloszlása Lipschitz-folytonos. Kiterjeszthető-e a megoldás nem folytonos eloszlásfüggvények (pl. az éleken elhelyezkedő diszkrét keresleti pontok) esetére?
> 1.1.3. A megoldó algoritmus Fortran nyelven került megvalósításra. Miért?
> 1.1.4. Számomra meglepő, hogy bizonyos esetekben (pl. kis számú kiszolgáló, nagy lefedési rádiusz) a kombinált "Smart" módszer lényegesen rosszabbul teljesít pl. az "SB" becslésnél. Mi van ennek a jelenségnek a hátterében?

1.1.5. A "Smart" megközelítés egyfajta tanuló algoritmus. Lát-e esélyt arra, hogy a mesterséges intelligencia eszköztárával az algoritmus hatékonysága esetleg javítható?

Az **1.2. fejezet** a cégbővítési feladatot vizsgálja a versenytársak szolgáltatásainak figyelembe vételével. A feladatot leíró meglehetősen összetett modell megoldására egy intervallum aritmetikán alapuló B&B eljárást javasol a szerző. Ennek a konvex optimalizálásban használatos megközelítésnek az alkalmazása - a nemkonvex célfüggvény miatt - újszerű megközelítést igényel. Az alapgondolat az előző fejezethez hasonlóan egy olyan B&B eljárás, ami nem csak az egészértékű, hanem a folytonos változók mentén is alkalmaz szétválasztást. Az elgondolás véghezviteléhez természetszerűleg szükséges "korlátozásra" - az optimális megoldást bizonyosan nem tartalmazó részfeladatok kiszűrésére - több teszt is kidolgozásra került, amik együttesen biztosítják az algoritmus hatékony működését.
A megoldás ismertetését itt is empirikus vizsgálatok követik. Először is megmutatja a szerző, hogy az elérhető általános MINLP megoldó programok nem alkalmasak egy ilyen komplexitású probléma kezelésére, majd a kidolgozott algoritmus teljesítményét hasonlítja össze a javasolt tesztek alkalmazása mellett.

Kérdéseim:
1.2.1. Megfogalmazható-e ill. kezelhető-e a cégbővítési feladat azon verziója, ahol az igények és a szolgáltatók az 1.1. fejezetben leírt gráf alapú modellben kerülnek megadásra?
1.2.2. Amint erre a dolgozatban is utalás történik, a kidolgozott módszer alkalmazhatósága túlmutat az ismertetett konkrét feladat megoldásán. Lát-e arra esélyt, hogy a módszer a jövőben egy általános célú MINLP megoldó keretrendszerré fejlődjön?

Az **1.3. fejezet** versenyző vállalatok hely-ár egyensúlyait vizsgálja abban az esetben, amikor *n* vásárlót két vállalat egy-egy lokációról szolgál ki, mind a kiszolgálók, mind a vásárlók a síkon helyezkednek el és a vásárlói preferencia a távolság affin lineáris függvénye.
A szerző korábbi eredményeket felhasználva megmutatja, létezik egyensúlyi megoldás és ez megkapható mint egy elhelyezési feladat optimális megoldása. Az optimális megoldás megkeresésére a szerző egy iB&B és egy Weiszfeld-féle heurisztikán alapuló algoritmust ismertet, amiket a feladat NP-nehézsége motivál. Végül a két megoldás gyakorlati hatékonyságát bemutató alapos experimális vizsgálatokat ismerhetjük meg.

A fejezet megértését nehezíti, hogy sok fogalom definíció és hivatkozás nélkül szerepel, mint például a Weber feladat ill. a Weiszfeld heurisztika. Ez utóbbit az irodalom széles körben alkalmazza hasonló problémák megoldására. A dolgozat nem világít rá - és számomra nem világos - hogy a megvalósításhoz szükséges számos nemtriviális technikai részlet mennyiben számít standard és mennyiben újszerű elemnek.
A kapcsolódó publikáció magas hivatkozottsága mindenesetre igazolja a kutatás tudományos értékét.

Kérdéseim:
1.3.1. Mi motiválja az kiindulási feladat egyensúlyi megoldásainak keresését? Milyen következtetést tug a konkrét megoldásból a versengő vállalat levonni?

1.3.2. Az egyensúlyi megoldás létezését és ennek egy optimalizálási feladat megoldásaként való előállását igazoló hivatkozott állítások egy olyan feladatra vonatkoznak, ahol a telepítésre a kiszolgáló helyek a lehetséges lokációk tetszőleges részhalmazai. A dolgozatban vizsgált modellben viszont ezek egyelemű részhalmazok. Miért igazak a fenti eredmények ebben az esetben is?
1.3.3. A feladat NP-nehézségét igazoló publikáció ([132]) feltételezi, hogy a kiszolgáló helyek *p* száma is a feladat része, míg a dolgozatban vizsgált speciális esetben *p*=2**.** Mit tudunk a feladat elméleti bonyolultságáról ebben az esetben?

A dolgozat **második része** a szimplex alapú B&B módszert vizsgálja - ahol a poligonális keresési tér részfeladatokra osztása az eredeti halmazt lefedő egyre finomodó szimplexek mentén történik.

A **2.1. fejezet** a Szimplex Fedési (SC) problémát, illetve ennek egy maximalizálási feladatra (Szimplex Fedési Optimalizálás, SCO) való visszavezetését mutatja be, majd ez utóbbi feladat struktúrájáról mutat elméleti eredményeket. Ezek megszületésekor a feladat komplexitása még nem volt ismeretes (csak 2022-ben bizonyította Zhang és Xia, hogy az SC feladat NP-teljes), így az ismertetett eredmények e komplexitási kérdés megoldása felé tett lépésként is értékelhetők.

A **2.2. fejezet**ben a szerző különböző eljárásokat mutat egy szabályos szimplex kisebb méretű szabályos szimplexekkel való fedésére. Ennek jelentősége, hogy egy szabályos szimplex kevesebb adattal leírható, ami a szimplex alapú B&B módszer hatékonyabb megvalósítását teszi lehetővé. A javasolt felosztási módszereket összehasonlításra kerülnek egy elvárt redukciós rátához szükséges szimplexek száma alapján. Végezetül két olyan felosztási eljárást ismerünk meg, amiben a generált szimplexek nagy számú közös csúccsal rendelkeznek. Ez a tulajdonság azért hasznos, mert sok alkalmazásban egy szimplex megengedettsége a csúcsok vizsgálata alapján dönthető el.

A módszer empirikus vizsgálata kapcsán hiányolom a konkrét - részfeladat eliminálást is használó - B&B módszerek hatékonyságának elemzését. A generálásra kerülő szimplexek számának elméleti maximuma (ami minden esetben egy exponenciálisan nagy szám) nem okvetlen van közvetlen hatással a B&B hatékonyságára. Például adná magát, hogy az előző fejezetben ismertetett SC és SCO feladatok megoldására használjuk a módszert.

Kérdéseim:
2.2.1. Tud-e példát mutatni a bemutatott felosztási módszer alkalmazására?
2.2.2. Tesztelték-e a módszert az SC ill. SCO feladatokon, például a kézenfekvő szimplex-felezésen alapuló B&B megközelítéssel összehasonlítva?

A **2.3. fejezet**ben a szerző azt vizsgálja, hogy a szimplex alapú B&B módszerekben hogyan használhatók gradiens és intervallum aritmetikán alapú becslések. Először egy differenciálható függvénynek egy szimplexen felvett értékeire az intervallum aritmetikán alaplú különféle alsó becsléseket ismerünk meg: a Baumann pont szimplexekre való adaptációját, illetve lineáris relaxáción és affin aritmetikán alapuló megközelítéseket. Ezután egy "monotonitási teszt" kerül ismertetésre, amelyel kiszűrhetők a stacionáris pontot - így optimális megoldást - a belsejükben bizonyosan nem tartalmazó szimplexek. Ezek a szimplexek bizonyos kisebb dimenziós oldalaikkal helyettesíthetők.

A módszert a kiinduló szimplex határán levő (alacsonyabb dimenziós) szimplexek detektálására szolgáló egy bit-aritmetikát használó címkézési eljárás teszi teljessé.
A fejezetet a módszer hatékonyságát vizsgáló számítógépes elemzések zárják.
A fejezet láthatóan egy kezdeti fázisban levő kutatásról számol be, az alapjául szolgáló publikáció igen friss; ezért az eredmények hosszútávú tudományos értéke egyelőre nehezen megbecsülhető. A számítógépes vizsgálatok ígéretesek, bár egyelőre konkluzívnak nem tekinthetők. A vizsgálatban szereplő tesztfeladatokat nem találtam meg a hivatkozott [116] publikációban. Hasznos lenne például a tesztfeladatok forrásául szolgáló publikáció által bemutatott megoldással összevetni a javasolt módszereket. Hasonlóképpen kíváncsian várom a valós problémákra való alkalmazást a jövőben.

Kérdéseim:
2.3.1. Hol találhatók meg a hivatkozott tesztfeladatok?
2.3.2. Készültek-e a közölt tesztfeladatokat bemutató publikáció módszerével történő összehasonlítások?
2.3.3. A módszer a szimplex felezéses B&B eljárásra épül. Adaptálhatók-e a módszerek a 2.2. fejezetben bemutatott felosztási technikákra? Kihasználható esetleg a becsléseknél a szimplex regularitása?
2.3.4. A bemutatott módszerek a függvénynek a szimplexet befoglaló intervallumon való becslésén alapulnak. Ismeretesek-e az irodalomban hasonló becslési és monotonitás tesztelő eljárások intervallum-felosztáson alapuló B&B-ra? Ha igen, elméleti szempontból miben más két megközelítés, illetve a végeztek-e összehasonlítást ezekkel a módszerekkel?
2.3.5. A vizsgált tesztfeladatok alacsony dimenziósak, az alsó becslést adó LP feladat mérete pedig a dimenzióban exponenciális. Kiterjeszthető-e hatékonyan a módszer magasabb dimenzióra?
2.3.6. Ki lehet-e terjeszteni ezeket a módszereket nem differenciálható, de valamilyen speciális struktúrával rendelkező célfüggvényekre? Például az 1.1 fejezetben ismertetett SCO feladat célfüggvénye nem differenciálható, viszont differenciálható (és konvex) függvények minimuma. Kiterjeszthető a bemutatott módszer erre az esetre?

A **harmadik rész** a vásárlói viselkedés modellezési kérdéseit vizsgálja vállalat-elhelyezési problémákban. A bemutatott módszertan eltér az előző két rész eredményeitől: nincsenek újszerű algoritmikus vagy a problémakör strukturális viselkedését leíró elméleti allítások, hanem a fő eredmény egy részletes esettanulmány, ami a vásárlói viselkedés különböző természetes matematikai modelljeit mutatja be és ezeket empirikus úton összehasonlítja. Kiderül, hogy a választott modell nagyban befolyásolja a vállalatok által követendő optimális stratégiát, vagyis az optimális döntés meghozatalához elengedhetetlen a vásárlói modell gondos megválasztása és annak közgazdaságtani validálása.
Az elemzés alapja az egyes viselkedési modelleknek megfelelő optimális megoldások megkeresése, a kapcsolódó komplex MINLP problémák megoldása. Az alkalmazott módszereket a dolgozat sajnos nem részletezi, pedig ez egy fontos kapcsolódási lehet pont az előző fejezetekhez eredményeihez. A kapcsolódó cikkek alapján feltételezem, hogy több, az előzőekben ismertetett megközelítés is alkalmazásra került.

Az eredmények tudományos értékét és gyakorlati hasznosságát mutatja a kapcsolódó publikációk magas hivatkozottsága.

Kérdéseim:
3.1. Valós alkalmazás esetén milyen lehetőségeket lát a vásárlói viselkedést hűen reprezentáló modell kiválasztására, validálására illetve finomhangolására?
3.2. Az optimális megoldások megtalálására milyen algoritmikus megközelítéseket használt? Az dolgozatban ismertetett módszerek közül melyek kerültek felhasználásra, illetve melyek felhasználása tűnik ígéretesnek?

Összefoglalva, a dolgozat három része által vizsgált különböző kutatási területeket egységes szerkezetbe foglalja a közös módszertan és a felhasznált eszközpark. A dolgozat témaválasztása korszerű és előremutató. A dolgozat globális struktúrája jól követhető, az egyes fejezetek és a bennük szereplő megoldások jól motiváltak. A nyelvezet és stílus némileg ingadozó, de összességében magas színvonalú. A bemutatott eredmények többsége rangos folyóiratokban megjelent és magasan hivatkozott publikációkkal van alátámasztva – tudományos értékük vitathatatlan.
Formai kritikaként jegyzem meg, hogy - bár a szerző a részeredmények szintjéig pontosan deklarálja mik a saját ill. szerzőtársai eredményei - az eredményeket alátámasztó publikációk csak közvetetten vagy sehogy nincsenek megadva. Ez meglehetősen megnehezíti a disszertáció feldolgozását.

Mindezzel együtt elmondható, hogy a dolgozat az elvárt tartalmi és formai követelményeknek megfelel, a bemutatott eredmények tudományos értéke megfelelő.

A fentiek alapján dolgozat nyilvános vitára bocsátását és az MTA doktori cím odaítélését feltétel nélkül támogatom.

Jüttner Alpár