Válasz Jüttner Alpár bírálatára

Köszönöm szépen az Opponens átgondolt, részletes és pozitív értékelését. A bírálat felsorolja és értékeli a disszertáció eredményeit és az azokhoz fűz részletes kérdéseket. A kérdéseket és a rájuk adott válaszaimat az alábbiakban részletezem.

1.1.1. Tud-e olyan gyakorlati példát mondani, ahol a tárgyalt modell (vagy annak kiterjesztése) alkalmazható?

Válasz: Gyakorlati példa lehet olyan telephelyek elhelyezése utak mentén, amelyek csak adott távolságon belül tudják kiszolgálni a keresletet, amelyet csak közelítőleg ismerünk egy eloszlásfüggvény alapján, ami szintén a gráf élei, azaz az utak mentén adott. A maximális fedés lényegében a maximális kiszolgálható kereslethez tartozó megoldást fogja szolgáltatni.

1.1.2. A megoldás épít arra, hogy az éleken a kereslet eloszlása Lipschitz-folytonos. Kiterjeszthető-e a megoldás nem folytonos eloszlásfüggvények (pl. az éleken elhelyezkedő diszkrét keresleti pontok) esetére?

Válasz: A Lipschitz-folytonosság a konvergencia tételek feltételei miatt jó ha igaz, de ennek hiánya esetén is megoldható lehet a feladat. Például, amennyiben folytonos a kereslet, de a célfüggvény Lipschitz-folytonossága csak véges sok pontban sérül, amelyek ismertek, vagy könnyen számíthatók, a módszer továbbra is alkalmazható.

Mindezektől függetlenül, amennyiben a kereslet diszkrét pontokba aggregált, ahogy a kérdésben lett említve, nem ezt a módszert alkalmaznám, hiszen ebben az esetben a klasszikus maximális fedési feladathoz tartozó bináris LP megoldása biztosan sokkal hatékonyabb.

1.1.3. A megoldó algoritmus Fortran nyelven került megvalósításra. Miért?

Válasz: A társszerzők ezt ajánlották, mert ebben volt a legegyszerűbb a számunkra elérhető numerikus integrálási csomag használata, én pedig szívesen vettem az ilyen tipusú kihívásokat.

1.1.4. Számomra meglepő, hogy bizonyos esetekben (pl. kis számú kiszolgáló, nagy lefedési rádiusz) a kombinált "Smart" módszer lényegesen rosszabbul teljesít pl. az "SB" becslésnél. Mi van ennek a jelenségnek a hátterében?

Válasz: A Smart stratégia lényege, hogy időnként extra számítást végez annak érdekében, hogy el tudja dönteni melyik felsőkorlátot érdemes használni. Amikor ez szinte mindig ugyanaz a korlát, a Smart stratégia felesleges számításokat végez. Ez csak az SB korlát esetén lehetséges, mert ez az a korlát, ami ténylegesen lehet optimális a teljes futás alatt, de csak bizonyos esetekben nagy sugár esetén.

1.1.5. A "Smart" megközelítés egyfajta tanuló algoritmus. Lát-e esélyt arra, hogy a mesterséges intelligencia eszköztárával az algoritmus hatékonysága esetleg javítható?

Válasz: Nagyon valószínű, hogy a Smart stratégia javítható lenne egy tanuló algoritmus segítségével, azonban az nem biztos, hogy a betanítás és a futtatás összességében hatékonyabb lenne az általunk használt nagyon egyszerű tanuló algoritmusnál.

1.2.1. Megfogalmazható-e, ill. kezelhető-e a cégbővítési feladat azon verziója, ahol az igények és a szolgáltatók az 1.1. fejezetben leírt gráf alapú modellben kerülnek megadásra?

Válasz: A cégbővítési feladat gráfon értelmezett verziója kezelhető, ameddig a kereslet diszkrét, vagy legalábbis zárt alakban felírható az eloszlásfüggvénye. Ha ez utóbbi nem teljesül, akkor a célfüggvény olyan mértékben elbonyolódik, hogy valószínűleg csak túlságosan kicsi példákat lehetne megoldani egzaktan.

1.2.2. Amint erre a dolgozatban is utalás történik, a kidolgozott módszer alkalmazhatósága túlmutat az ismertetett konkrét feladat megoldásán. Lát-e arra esélyt, hogy a módszer a jövőben egy általános célú MINLP megoldó keretrendszerré fejlődjön?

Válasz: Ahhoz, hogy a módszerből általános célú MINLP megoldó keretrendszer lehessen, egy kutatócsoport több éves munkája kellene, amire jelen körülmények mellett nem látok esélyt, viszont azt is leszögezném, hogy az a meglátásom, hogy érdemesebb probléma-osztályokra specifikus módszereket fejleszteni, mivel az általános megoldók egyelőre nem tudják felvenni a versenyt azokkal, amik néhány speciális tulajdonságot ki tudnak használni.

1.3.1. Mi motiválja a kiindulási feladat egyensúlyi megoldásainak keresését? Milyen következtetést tud a konkrét megoldásból a versengő vállalat levonni?

Válasz: Amennyiben a két vállalat egy ütemben akar belépni egy piacra, akkor a legjobb döntés ha olyan helyet és árat választanak, ami egyensúlyi helyzetet generál. Ha az egyik vállalat az egyensúlyi helyet választja az új vállalatának, akkor a másik vállalatnak is az éri meg, ha az egyensúlyi pontban építkezik, hiszen mindenhol máshol kisebb lenne a nyeresége.

Az általunk vizsgált feladat megoldása tulajdonképpen megadja az új telepítendő vállalatok helyét, és az egyensúlyi árakat, amiből az egyes vállalatok piaci részesedését és elérhető profitját is ki lehet számolni. Ezt tekinthetjük robusztus megoldásnak is, hiszen ha a vállalatunk az egyensúlyi pontba építkezik, de az ellenfél nem, a tervezett nyereség nem csökkenhet.

Amennyiben a cégek eltérő ütemben tervezik az építkezést, más stratégiát is választhatnak, és ilyenkor az úgynevezett Stackelberg probléma áll elő. Ilyenkor van egy vezető és egy követő vállalat, ahol mindegyik a saját profitját maximalizálja abban az időpontban, amikor már mindkét vállalat megépült. Ez utóbbi egy kétlépcsős feladatra vezet, ami megnehezíti a vezető vállalat problémájának a megoldását.

1.3.2. Az egyensúlyi megoldás létezését és ennek egy optimalizálási feladat megoldásaként való előállását igazoló hivatkozott állítások egy olyan feladatra vonatkoznak, ahol a telepítésre a kiszolgáló helyek a lehetséges lokációk tetszőleges részhalmazai. A dolgozatban vizsgált modellben viszont ezek egyelemű részhalmazok. Miért igazak a fenti eredmények ebben az esetben is?

Válasz: A vizsgált esetben a lehetséges megoldások halmaza, $L^u = \mathbb{R}^n$ kontinuum számosságú, mivel a tér bármely pontjára helyezhetünk új vállalatot. A megoldáshalmazok viszont valóban egy-egy eleműek, ami abból a választásból adódik hogy mindkét vállalat egy-egy telephelyet épít. Ez a megkötés viszont nem befolyásolja az eredményt. Az egyensúlyi megoldás létezéséről és megoldásáról szóló tételek lefixált vállalatok esetére vannak kimondva, ahol a vállalatok száma nem fontos, mivel csak annyi változik, hogy az egyes vállalatok által kínált minimális ár az egyetlen vállalat által kínált ár lesz.

1.3.3. A feladat NP-nehézségét igazoló publikáció ([132]) feltételezi, hogy a kiszolgáló helyek p száma is a feladat része, míg a dolgozatban vizsgált speciális esetben $p = 2$. Mit tudunk a feladat elméleti bonyolultságáról ebben az esetben?

Válasz: Valóban, az említett publikációval csak rámutatok, hogy a sima multi-source Weber probléma NP-nehéz. Az általunk vizsgált feladat célfüggvénye sem nem konvex, sem nem konkáv, tulajdonképpen nem is mindenhol differenciálható a célfüggvényben található minimum függvény miatt, ahol két marginális költség minimumát vesszük. A célfüggvény ezen tulajdonságai miatt nehéz a feladatot egzaktan megoldani. Igazából a számítási bonyolultsága legfeljebb a keresleti pontok számában lenne értelmezhető, hiszen mind a változók száma és dimenziója fix ebben a feladatban.

2.2.1. Tud-e példát mutatni a bemutatott felosztási módszer alkalmazására?

Válasz: A cikk beküldése után teszteltük az új felosztási módszert az ötletet adó keverési példákra, de azt tapasztaltuk, hogy az átfedéseket sokkal nehezebb kezelni abban az esetben, amikor a kivágási tesztek jól működtek, és a kezdeti tesztek azt mutatták, hogy ebben az esetben akkor lehet hatékony ez a felosztási algoritmus, ha az átfedő részek ismeretét ki tudjuk használni. Sajnos az ezen dolgozó fiatal kutató elment az iparba dolgozni, így a további vizsgálatok elmaradtak. Más kutatóról nem tudok, aki alkalmazta volna.

2.2.2. Teszteték-e a módszert az SC, ill. SCO feladatokon, például a kézenfekvő szimplex-felezésen alapuló B&B megközelítéssel összehasonlítva?

Válasz: Nem, ezeken a feladatokon nem teszteltük, tulajdonképpen az SC és SCO feladatok egy keverési problémán belüli részfeladatból származtak, miszerint egy rész-szimplex tartalmazhat-e megengedett pontokat. Az eredeti keverési problémánál szerettük volna használni, de ahogy az előző válaszomban is írtam a 2.2.1 kérdésre, az a vizsgálat félbemaradt.

2.3.1. Hol találhatók meg a hivatkozott tesztfeladatok?

Válasz: Ezek standard tesztfeladatok globális optimalizálásban, és megtalálhatóak például a következő hivatkozott honlapon: https://www.sfu.ca/~essurjano/optimization.html

2.3.2. Készültek-e a közölt tesztfeladatokat bemutató publikáció módszerével történő összehasonlítások?

Válasz: Sajnos itt a hivatkozott cikk nem volt megfelelő, az másik tesztfeladatokat tartalmaz, az előző válaszban megadott honlap adta a disszertációban használt tesztfeladatokat. A hivatkozott cikk módszerei pontos gradiens-befoglalásokkat használtak, viszont egy korábbi cikkünkben azokkal történt összehasonlítás az ott megadott néhány egyszerű feladatra:

E. Hendrix, B. Tóth, F. Messine, and L. Casado. On derivative based bounding for simplicial branch and bound. *RAIRO - Operations Research*, **55**(3): 2023–2034, 2021.

2.3.3. A módszer a szimplex felezéses B&B eljárásra épül. Adaptálhatók-e a módszerek a 2.2. fejezetben bemutatott felosztási technikákra? Kihasználható esetleg a becsléseknél a szimplex regularitása?

Válasz: Adaptálhatók, a reguláris felosztási eljárás motivációja az volt, hogy egy korábbi cikk keverési feladatában a feltételek teljesülésének vizsgálata sokkal egyszerűbb, ha reguláris a szimplex. Viszont ez csak kvadratikus korlátoknál használható ki, ezért általános esetben nem hatékony. Az említett felső korlátok számítása nem változik reguláris esetben, de lehet olyan korlátban gondolkodni, ami ezt kihasználja. Azonban valószínűsíthetően nem adna számottevően élesebb korlátot.

2.3.4. A bemutatott módszerek a függvénynek a szimplexet befoglaló intervallumon való becslésén alapulnak. Ismeretesek-e az irodalomban hasonló becslési és monotonitás tesztelő eljárások intervallum-felosztáson alapuló B&B-ra? Ha igen, elméleti szempontból miben más a két megközelítés, illetve végeztek-e összehasonlítást ezekkel a módszerekkel?

Válasz: Igen, a cikk bírálati folyamatában kaptunk hasonló kérdést, és összehasonlítottuk a két módszert néhány általunk definiált feladatra. Azt az eredményt kaptuk, hogy amennyiben a keresési tartományt adó szimplex dimenziója kisebb, mint a feladat dimenziója, és a szimplexet befoglaló intervallum teljes dimenziós, akkor a szimplex-alapú megközelítés a jobb. Teljes dimenziós esetben egyértelműen az intervallumos megközelítés ad jobb eredményt.

2.3.5. A vizsgált tesztfeladatok alacsony dimenziósak, az alsó becslést adó LP feladat mérete pedig a dimenzióban exponenciális. Kiterjeszthető-e hatékonyan a módszer magasabb dimenzióra?

Válasz: A vizsgált nyolc alsókorlát közül csak három vezet a feltételekben exponenciális méretű LP-re, az LR, LRS és a szimplexen vett Baumann-forma, a többi tárgyalt alsókorlát mind közvetlenül számolható, így azok magasabb dimenzióban is használhatók. A numerikus vizsgálatok alapján az említett LP megoldásra támaszkodó alsókorlátok nem hatékonyak, azoknál sokkal jobb korlátokat is találtunk.

Ettől függetlenül, a globális optimum megbízható befoglalása egyelőre nem elérhető magas dimenziós esetben, ezért ilyen értelemben nem okoznak problémát az említett exponenciális méretű LP feladatok.

2.3.6. Ki lehet-e terjeszteni ezeket a módszereket nem differenciálható, de valamilyen speciális struktúrával rendelkező célfüggvényekre? Például az 1.1 fejezetben ismertetett SCO feladat célfüggvénye nem differenciálható, viszont differenciálható (és konvex) függvények minimuma. Kiterjeszthető a bemutatott módszer erre az esetre?

Válasz: Igen, ilyen kiterjesztések megtehetők, és ilyenekre van is példa a dolgozatomban, a 2.1. fejezetben egy nem differenciálható függvény esetén adtunk befoglalófüggvényt, illetve a gradiens befoglalását is, ahol a szakadás esetén $(-\infty, +\infty)$ a befoglalás, de például függvények minimuma esetén számolhatunk a két függvény gradiens befoglalásának intervallumos burkával.

3.1. Valós alkalmazás esetén milyen lehetőségeket lát a vásárlói viselkedést hűen reprezentáló modell kiválasztására, validálására, illetve finomhangolására?

Válasz: Erre közgazdasági cikkekben láttam kifejlesztett módszertant, ami a vásárlóktól, illetve a boltoktól való megfelelő adatgyűjtéssel kezdődik, majd amikor megfelelő adat rendelkezésre áll, akkor a létező vállalatok és vásárlók szokásaiból lehet következtetni a megfelelő modellre és azok paramétereinek a megfelelő értékeire.

3.2. Az optimális megoldások megtalálására milyen algoritmikus megközelítéseket használt? A dolgozatban ismertetett módszerek közül melyek kerültek felhasználásra, illetve melyek felhasználása tűnik ígéretesnek?

Válasz: A problémák megoldására minden esetben használtuk az intervallumos korlátozás és szétválasztás módszerét, amivel a globális optimális megoldások összehasonlíthatók, illetve használtunk heurisztikus eljárásokat is, amelyek lehetővé teszik nagyobb feladatok megoldását is. A kidolgozott módszereket eddig a saját félig-valós feladatainkon kívül nem tudtuk másra tesztelni, de szívesen kipróbálnánk valós alkalmazásban, ha erre lehetőségünk adódna.

Köszönöm az Opponens nagyon alapos bírálatát, és támogatását.

Szeged, 2024. február 13.

G.-Tóth B

....

G.-Tóth Boglárka