

Opponensi vélemény

G.-Tóth Boglárka

Reliable methods for location and simplex-based problems

című MTA doktori értekezéséről

Az értekezés három számozott részből áll, melyek együttes terjedelme 98 oldal. Az irodalomjegyzék 200 tételt tartalmaz, melyek közül 21 a szerző saját (társ-szerzőkkel írt) dolgozata.

Az első rész elhelyezési problémákkal foglalkozik, mind modellezési, mind módszertani szempontból. Realisztikus modelleket javasol szolgáltatók (pld. áruházláncok egységeinek) elhelyezési kérdéseire, amelyek figyelembe veszik a környezet földrajzi adottságait illetve a jelen levő versenytársak lehetséges reakcióit. Az adódó nehéz és speciális feladatokra speciális megoldó eljárásokat dolgoz ki.

Az 1.1. fejezet a környezet földrajzi adottságait gráffal írja le. A fogyasztók az éleken helyezkednek el. Adott élen a kereslet kvantitatív leírását egy alkalmas sűrűségfüggvény adja. A feladat a szolgáltatók elhelyezése úgy, hogy minél több kereslet kielégíthető legyen. Adott számú pontszerű szolgáltató egység telepíthető az éleken, ezek egy-egy adott sugarú környezetben fedik le a keresletet. (A távolságok az élek mentén értendők.) Az adódó feladat bizonyos tekintetben kombinatorikus tulajdonságokat mutat, más tekintetben viszont folytonos. A szerző speciális branch-and-bound eljárások egész családját dolgozta ki (a változatokat a korlátok számításának különböző módjai adják), és ésszerű feltételek mellett bizonyította az alap-eljárás konvergenciáját. Az eljárás használhatóságát számítási eredményekkel igazolja, és a különböző változatokat részletes esettanulmányban hasonlítja össze. – Az ismertett branch-and-bound séma érdekes tulajdonsága, hogy egyöntetűen kezeli a probléma kombinatorikus és folytonos részét. Felvetődik a kérdés, hogy nem volna-e érdemes a folytonos rész esetében deriváltakat is figyelembe venni.

Az 1.2. fejezet cégbővítési problémával foglalkozik, amely a versenytárs vállalatok pozícióit is figyelembe veszi. A kidolgozott modell fontos újdonsága, hogy új egység telepítése mellett a saját vállalat már meglévő egységeiben is enged módosítást. Támogatást ad a szolgáltatás minőségének változtatását vagy bizonyos egységek bezárását érintő döntésekhez. A modell használhatóságát a szerző esettanulmányon mutatja be. Demonstrálja az adódó feladatok bonyolultságát: az ismert általános célú megoldók nem alkalmasak ezek megoldására. Speciális branch-and-bound eljárásokat dolgoztak ki, amelyekben a szerző felhasználja az intervallumos számításokban való jártasságát. Az új eljárások hatékonyságát számítási eredményekkel támasztja alá.

Az 1.3. fejezet két versengő vállalat problémáját írja le, játékelméleti megközelítésben. A két vállalat egyidejűleg dönt egy-egy szolgáltató egység elhelyezéséről, és az alkalmazandó árakról. (A szolgáltató egység elhelyezkedése és a fogyasztónak a szolgáltató egységtől számított távolsága is befolyásolja az árat.) A fogyasztók mindig az olcsóbb szolgáltatást választják. Mindkét vállalat célja a saját profit maximalizálása. Egy nevezetes tétel szerint felírható egy alkalmas optimalizálási feladat, amelynek bármely globális optimális megoldása a fenti játéknak egyensúlyi pontját szolgáltatja. (Ez a feladat „szociális költséget” minimalizál.) A továbbiakban ennek a globális optimalizálási feladatnak a megoldásával foglalkozik, a javasolt eljárások közös munka eredményei. Először egy speciális intervallumos branch-and-

bound eljárást javasol, amely véges sok lépésben bizonyíthatóan megtalálja az összes globális optimális megoldást, de nagyméretű feladatokra nem kivárható. Ezután egy heurisztikus eljárást javasol, amelynek nagyon érdekes történeti vonatkozásai is vannak. Ha a szolgáltatás költsége a szolgáltató egység és a fogyasztó közti euklideszi távolsággal arányos, akkor a szociális költséget minimalizáló feladat a nevezetes Weber-feladattá egyszerűsödik (mégpedig kétforrásúvá). Az egyforrású Weber feladat megoldására Weiszfeld Endre dolgozott ki egy érdekes iteratív eljárást. A többforrású feladat megoldására pedig Leon Cooper dolgozott ki iteratív „location-allocation” típusú heurisztikus eljárást. Ebben a heurisztikus eljárásban az „allocation” fázis a többforrású feladat szétbontását jelenti több egyforrású feladatra, a „location” fázis pedig az egyforrású Weber feladatok (külön-külön történő) megoldását jelenti.

A disszertáció ezeket a nevezetes eljárásokat általánosítja. Feltételezi, hogy a szolgáltatás költsége két részből áll: az egyik rész a szolgáltató egység helyétől függ, a másik pedig a szolgáltató egység és a fogyasztó közötti általánosított távolsággal mérhető. Ezekre formulákat ad, ésszerű indoklással és korábbi cikkek alapján. Különösen érdekesnek tartom Weiszfeld eljárásának általánosítását ezzel az általános költséggel megfogalmazott egyforrású elhelyezési feladatra. Az eredeti Weiszfeld eljárás olyan y pontot keres, melyben a célfüggvény gradiense $\mathbf{0}$. Ezt a feltételt $y = F(y)$ formában írja, alkalmas vektor értékű F függvénnyel. Az iterációs formula $y_{k+1} = F(y_k)$ lesz. A disszertáció ezt az elvet általánosítja. Az „allocation” fázisnak is új változatát dolgozták ki, ennek monotonitását a szerző a Weber-feladat esetére bizonyítja. – Amint a szerző megjegyzi, Weiszfeld eredeti eljárása mindig a legmeredekebb csökkenés irányába lép. Lehetne hasonló eredményt bizonyítani a disszertációban alkalmazott, különböző általánosságú költségfüggvények közül másokra is? Érdekelne a szerző tapasztalata a tesztek során generált (y_k) sorozatokról.

Az implementált eljárásokat alapos tesztelésnek veti alá. A kisebb és közepes feladatokon, amelyeken a branch-and-bound eljárás kivárható volt, a heurisztikus eljárás töredék idő alatt adott hasonló minőségű megoldást. Nagyméretű feladatokra is kedvezőek a tapasztalatok, itt összehasonlításként a branch-and-bound eljárás futására 1 órát engedett.

A második rész módszertani jellegű, célja hatékony branch-and-bound eljárások kidolgozása speciális globális optimalizálási feladatokra. Több nevezetes feladat-típust is említ, ahol a megengedett tartomány szimplex, vagy gyakorlatias eljárással szimplexekre bontható. Ezek megoldásához szimplexekkel kapcsolatos vizsgálatokat és konstrukciókat ismertet.

A 2.1. fejezet szimplexeknek gömbökkel való fedését vizsgálja. A szimplex csúcsai körül adott (különböző) sugarakkal gömböket szerkesztünk. Eldöntendő a kérdés, hogy ezek a gömbök lefedik-e a teljes szimplexet. Ez a probléma érdekes kapcsolatban van egy alkalmas Voronoi-diagrammal. A vizsgált esetben a Voronoi-cellákat elválasztó síkoknak van közös pontja, ezt a szerző θ -pontnak nevezi, és megmutatja, hogy ennek különös jelentősége van a gömbfedési feladat megoldása szempontjából. Nevezetesen, ha a θ -pont le van fedve, akkor a teljes szimplex is le van fedve. A θ -pont a szimplexen kívül is eshet, így ha nincs lefedve, akkor a szimplex lefedése még nem eldöntött. Erre az esetre a szerző további megfontolásokat javasol. – A bizonyítások és magyarázatok szűkszavúak. Ez nem von le az értekezés tudományos érdemeiből, de az olvasást meg lehetett volna könnyíteni.

A 2.2. fejezet (szabályos) szimplexeknek kisebb szimplexekkel való lefedésével foglalkozik. A fedő szimplexek egybevágóak, az eredetivel azonos orientációjúak, és csúcsaik szabályos rácson helyezkednek el. Ez a lefedés nem egyrétű. Azonban a szerző meggyőzően demonstrálja, hogy ez a szabályos fedési séma hatékonyan alkalmazható branch-and-bound eljárásokban.

A 2.3. fejezet differenciálható függvény minimalizálásával foglalkozik, ahol a megengedett tartomány szimplex vagy intervallum. A szerző szimpliális branch-and-bound

eljárásokat javasol, amelyekben a korlátok számítása során gradiens jellegű információt használ. Az új eljárásokat ismert teszt-feladatokon tesztelték, ígéretes eredményekkel.

A harmadik rész vásárlói szokásokat leíró modellekkel foglalkozik. Ezeket két csoportba sorolja: determinisztikus választási szabály, amikor adott vevő mindig a számára leginkább vonzó szolgáltatót választja; illetve valószínűségi szabály, amikor a vevő véletlenszerűen választja ki a szolgáltatót (az egyes szolgáltatók választásának esélye arányos a vevőre gyakorolt vonzerejükkel.)

Két új választási szabályt vezet be. Az első a hagyományos szabályok közös általánosítása: a vevő itt a keresletét azon szolgáltatók között osztja meg, amelyek egy küszöbszint feletti mértékű vonzerőt gyakorolnak rá. A másik új választási szabály szerint az egyes áruház-láncok egy-egy szolgáltató egységét választja ki a vevő. Az új választási szabályok hatását a szerző realiztikus teszt-feladatokon mutatja be. A feladatokat a korábban említett intervallumos branch-and-bound eljárással oldja meg, amely közös munka eredménye. A megoldásokat szisztematikusan összehasonlítja.

Összefoglaló értékelés. G.-Tóth Boglárka elhelyezési modellekkel és problémákkal foglalkozik. Erre a területre világszerte nagy figyelem irányul. A disszertációjában ismertetett munkákban élvonalbeli kutatókkal együttműködve ért el nemzetközileg is számoltartott eredményeket.

Több új modellt dolgoztak ki különböző vállalatelhelyezési problémákra, ezek a hagyományos modelleknél realiztikusabbak, és elméleti szempontból is érdekesek. Az új modellek alapján optimalizálási feladatokat fogalmaztak meg. Ezek egész változókat is tartalmazó globális optimalizálási feladatok, amelyeket notóriusan nehéz megoldani. Megoldásukra speciális branch-and-bound eljárásokat fejlesztettek ki, illetve egy heurisztikus eljárást, amely Weiszfeld Endre klasszikus eljárását általánosítja. Széleskörű kísérleteket végeztek, amelyben eljárásaikat a korábban ismert eljárásokkal hasonlították össze. Ezekkel a nehéz feladatokkal az ismert általános célú megoldók általában nem tudnak megbirkózni. Jelentős eredménynek tartom, hogy használható és hatékony eljárásokat tudtak ezekre kifejleszteni.

G.-Tóth Boglárkának a közös projektekhez való hozzájárulása lényegi, bizonyos esetekben meghatározó. Az értekezés a globális optimalizálás és az intervallum analízis mély elméleti és gyakorlati ismeretéről tanúskodik, és érdekes új elméleti módszertani eredményeket tartalmaz, amelyek a szerző saját eredményei.

A doktori munka tudományos eredményeit elegendőnek tartom az MTA doktori cím megszerzéséhez, javaslom a nyilvános vita kitűzését és a cím odaítélését.

Budapest, 2023. augusztus 30.

Fábián Csaba
az MTA doktora