Bírálói vélemény G.-Tóth Boglárka Reliable Methods for Location and Simplex-based Problems című MTA doktori értekezéséről

A doktori mű témája, ahogy a címében is szerepel, megbízható módszerek alkalmazása szolgáltató elhelyezési, valamint szimplex-alapú globális optimalizálási problémák megoldására.

A megbízható módszertan azt jelenti, hogy számok helyett intervallumokkal számolunk. A szolgáltató elhelyezési problémakör olyan feladatokat tartalmaz, ahol szolgáltatókat kell elhelyezni egy fogyasztókör valamilyen szempont szerint optimális kiszolgálása érdekében.

A szimplex alapú globális optimalizálás azt jelenti, hogy a jól ismert térbeli korlátozás-és-vágás módszerben a teret szimplexekkel fedjük le, nem pedig kisebb-nagyobb téglatestkere osztjuk.

A vizsgált problémák a mai tudomány élvonalába tartoznak, mind a módszertan, mind az alkalmazási területek tekintetében.

A dolgozat angol nyelven íródott, a szöveg jól olvasható.

A következőkben az egyes fejezetek eredményeit értékelem.

1. Fejezet

Az első fejezet 3 szolgáltató elhelyezési problémát tárgyal: (1) maximális fedési probléma egy hálózatban, (2) gyár-bővítés probléma, valamint (3) telephely-ekvilibrium probléma. Mindhárom probléma esetében egy szellemes megoldási módszert javasol, valamint számítási eredményeket is közöl.

Az (1) érdekessége, hogy az igényeket az éleken definiált valószínűségi-eloszlás függvényekkel modellezi. Az így kapott feladat lényegesen nehezebb, mint a klasszikus szolgáltató fedési probléma (MCLP), ahol is mind az igények, mint a szolgáltatók lehetséges elhelyezési pontjai diszkrét halmazokból kerülnek ki, és jól megoldható egyetlen egészértékű matematikai programmal. Az általánosabb (és nehezebb) feladatra a szerző egy globális optimalizálási eljárást javasol, amelynek alapja egy új szétválasztási elv. Ezen kívül több alsó korlátot is megad az optimumra, és a módszer hatékonyságát számítógépes futtatási eredményekkel igazolja. Az egyetlen kritizálható pont, hogy a szolgáltatók számának növekedésével a futási idő meredeken emelkedik, tehát a módszer nem jól skálázható a telephelyek számában.

Kritika: Talán érdemes lett volna kipróbálni, hogy milyen eredmények jönnek ki, ha az éleket kicsi élekre osztjuk, a lehetséges telephelyek pedig az eredeti gráfcsúcsok, és további osztópontok az éleken. Egy (kicsi) a élet akkor fed le egy f telephely, ha az a él minden pontja az f ponttól legfeljebb R távolságra van. Az így módosított problémára alkalmazva egy MCLP -hez hasonló modellt az eredeti feladat megengedett megoldását kapnánk. A felosztás mértéke szabná meg, hogy mennyire közelítjük meg az eredeti feladat optimumát, és persze a futási idő is számít, ami várhatóan arányos lenne a felosztás mértékével.

A (2) problémában egy áruházlánc egy új egységgel való bővítéséről, valamint a meglévő egységek minőségének esetleges módostásáról kell dönteni. A probléma egy nemlineáris matematikai modellhez vezet. A feladat megoldására egy intervallumaritmetikán alapuló korlátozás-és-szétválasztás típusú egzakt módszert ismertet a szerző. A hatékony implementációhoz számos ötletre van szükség, ami jól mutatja a szerző mély ismereteit. A számítási tesztek alapján a módszer hatékonyabb, mint a state-of-the-art általános megoldók, ami igazolja az intervallumos módszer erejét.

Kritika: Hasznos lett volna bemutatni az általános intervallum alapú korlátozás-és-szétválasztás eljárás főbb elemeit, hiszen ez az eljárás még többször előfordul a későbbi fejezetekben. Ide tartozik pl. az intervallum aritmetika rövid áttekintése, vagy a befoglaló függvények szerepe, és az is, hogyan lehet hatékonyan meghatározni alsó és felső korlátokat egy befoglaló függvény esetén. Visszatérő építőkocka a monotonitás, amit szintén érdemes lett volna általánosan megfogalmazni. Ezeket a leírásokat akár egy Appendix-ben is el lehetett volna helyezni.

A (3) probléma két egymással versengő vállalat telephelyeinek egyensúlyi elhelyezéséről szól, ami azt jelenti, hogy ha bármelyik vállalat változtatna a telephelye elhelyezésén, miközben a másik nem, akkor nem növekedne a profitja. A vállalatok egy vevőkör kiszolgálásáért versengenek, amelyeket síkbeli pontok reprezentálnak, és a szállítási költségek arányosak a távolságokkal. Két módszer kerül bemutatásra. Az első egy intervallum alapú korlátozás-és-szétválasztás típusú módszer, ami véges sok lépésben talál az optimumot tetszőlegesen kicsi hibával közelítő optimális megoldást. A második módszer egy heurisztika, ami részben Weiszfeld Endre egy geometriai eredményére épül. A nevezett eredmény karakterizálja azt a p pontot a térben, aminek adott n ponthoz mért távolságainak összege a legkisebb. Végül számos futtatási eredmény kerül bemutatásra, amelyekből kiderül, hogy 500 vevőig a heurisztikus eljárás lényegében ugyanolyan jó megoldásokat ad, mint az egzakt módszer 0.01 hibahatár esetén, ami egy nagyon jó eredmény. Ugyanakkor az egzakt módszer több óráig fut, míg a heurisztikus eljárás pár másodpercig. Persze az utóbbi nem számol alsó korlátot, és nem lehet belőle kinyerni, hogy milyen messze van az optimumtól.

Kritika: Egy hiányosság, hogy a szerző az Algorithm 1.1 (AWLA) leírásában és a szövegben is többször hivatkozik a „Weiszfeld like algorithm”-re, amit azonban nem definiál. Bár egy algoritmus kinyerhető Weiszfeld cikkéből, de a „Weiszfeld like” arra utal, hogy esetleg az eredeti módszer egy variánsát alkalmazta a szerző.

2. Fejezet

A fejezet témája szimplex alapú korlátozás-és-szétválasztás eljárások. Egész pontosan az ilyen eljárások 3 összetevőjével kapcsolatos új eredmények kerülnek bemutatásra, mégpedig (1) módszerek annak tesztelésére, hogy egy szimplex kizárható a keresési térből, (2) szimplex felosztása kisebb szimplexekre, valamint (3) alsó korlát számítási eljárások szimplexekhez.

Az (1) esetében az alapprobléma, hogy a szimplex csúcsai köré gömböket rajzolunk, és a kérdés az, hogy lefedik-e a szimplexet. Ennek a jelentősége az, hogy a gömbök kvadratikus korlátok nem-megengedett megoldásait reprezentálják, és amennyiben a gömbök lefedik a szimplexet, akkor az nem tartalmaz megengedett megoldást. A kérdés megválaszolására a szerző bevezeti a „power cell” fogalmát, ami hasonlít a Voronoi diagram celláihoz, de a távolság kifejezésére a $d_p(x,v_i)=d_e(x,v_i)^2-r_i^2$ kifejezést használjuk, ahol d_e megadja két pont

Euklideszi távolságát. Ezek alapján olyan x pontot kell találni, amelyre teljesül, hogy $d_p(x,v_i) > 0$ teljesül a szimplex minden v_i csúcsa esetében. Másképpen fogalmazva, a szakaszosan konvex $\varphi(x)=\min\{ d_p(x,v_i) \mid i=1..h \}$ függvény maximumát kell meghatározni a szimplexen. A szerző megmutatja, hogy az optimális x^* vagy a szimplex belsejében a cellák közös határán, vagy a szimplex egyik lapján van. Az első esetben a megoldás az ún. θ−pont, ami az összes cella határára eső közös pont, és egy lineáris egyenletrendszer határoz meg. A második esetben megmutatja, hogy a globális optimum egy alkalmasan felírt lineáris egyenlőtlenség rendszer egyik szélsőérték megoldása, de hogy melyik, arra nincs válasz, ugyanakkor a θ−pont segít kiválasztani, hogy a globális optimum a szimplex melyik lapján található.

A (2) témában azt vizsgálja a szerző, hogy egy reguláris szimplexet hogyan fedjünk le „jól” nála kisebb reguláris szimplexekkel. A szerző különböző fedési eljárásokat ad arra, hogy egy reguláris szimplexet lefedjünk nála kisebb, egyforma reguláris szimplexekkel, és azt vizsgálja, hogy mennyi az összes átfedés. A legjobb fedési eljárás kiválasztására számítási eredményeket közöl, amelyek egy szerzőtárástól származnak.

A (3) problémakörben egyrészt új, gradiens alapú alsó korlát számítási eljárásokat, másrészt monotonitási tesztek kerülnek bemutatásra. A korlátszámítás célja, hogy egy szimplexen meghatározzuk egy függvény alsó korlátját gradiens információt használva. Ebben segítenek az intervallumos módszerek. Ugyanis automatikus differenciálással meg lehet határozni egy, az értelmezési tartományán deriválható f függvény gradiensének alsó és felső korlátját minden koordinátában, és ezt felhasználva a szerző először egy téglán, majd egy szimplexen adott alsó korlátot az f értékére. Mindkét esetben egy lineáris program adja a korlátot, amelyben a korlátok száma a befoglaló tégla csúcsainak száma.

A monotonitási tesztek célja, hogy kizárhassuk egy S szimplex belsejét a szimplikus korlázotás-és-szétválasztás eljárásban. A teszteléshez ismételten intervallum aritmetikát, valamint automatikus differenciálást használ a szerző. Az eljárás lényege, hogy meghatároz a függvény gradienseire az S-en egy befoglaló téglalapot, ami alapján felír egy egyszerű feltételt annak eldöntésére, hogy lehet-e a függvénynek szélsőértéke S belsejében. A teszt egy lineáris programhoz vezet, amit hatékonyan meg lehet oldani. Továbbá, ha a függvény szélsőértéke S egy lapjára esik, akkor az is meghatározható, de ehhez már egy bináris változókat is tartalmazó lineáris programot kell megoldani.

Mindezek beépülnek egy szimplikus korlátozás-és-szétválasztás eljárásba, amit részletesen tárgyal a szerző. Végül egy implementációt is röviden ismertet és számítási eredményeket is tárgyal, amelyek azonban egy szerzőtársa eredményei, de jól kiegészítik az elméleti eredményeket.

Ez a fejezet tartalmazza a legszebb és legizgalmasabb eredményeket a bíráló szempontjából. Az intervallum aritmetikára épülő szimplikus korlátozás-és-szétválasztás eljárás ígéretes, és további kutatások kiindulópontja lehet.

3. Fejezet

Ebben a fejezeten a verseny alapú szolgáltató elhelyezési problémákban a vevők szolgáltató-választási szabályainak matematikai modellezésével kapcsolatos új eredmények kerülnek ismertetésre. A vevők viselkedésének leírása alapvetően befolyásolja a szolgáltató elhelyezési probléma optimális megoldását, így a vizsgált problémakör gyakorlati haszna elég jelentős. Maguk a szabályok, ahogy a vevők szolgáltatót (pl. áruházat) választanak tipikusan nem lineáris függvények, és általában egy-egy szolgáltatási pont választásának valószínűségét adják meg. A szabályokba különböző vevői viselkedések vannak kódolva. A közölt számítási eredmények azt mutatják be, hogy egy új áruház elhelyezésekor mennyit veszítene egy áruházlánc, ha nem megfelelő szabályt használ a vevők szolgáltató-választási viselkedésének leírására. Ennek módja, hogy először egy adott szabály mellett meghatározza a szerző az optimális szolgáltatási pontot, majd pedig egy másik szabállyal is, végül kiértékeli, hogy a másik szabály adta megoldás mennyi veszteséget okoz, amennyiben a vevők az első szabály szerint választanak. A megoldáshoz az első fejezetben ismertetett intervallumos korlátozás-és-szétválasztás módszert használja a szerző. Ezzel kapcsolatban azonban felmerül egy kérdés, amit alább fogalmazok meg. A számítási eredmények igazolják a sejtést, hogy a vevők választási szabályának kiválasztása lényegesen befolyásolja a telephely elhelyezési probléma optimumát, és rossz feltételezés esetén jelentős lehet a veszteség.

Kritika: A 3.4 fejezetben az szerepel, hogy az 1.3.2.1 alfejezetben ismertetett módszert alkalmazza a telephely elhelyezési probléma megoldására a vevők szolgáltató választási szabályainak elemzésekor. Ugyanakkor az 1.3.2 fejezet egy egyensúlyi telephely elhelyezési problémáról szól. Az 1.2 fejezet ezzel szemben egy új telephely elhelyezésére ad egy egzakt módszert, és úgy tűnik, hogy itt erre lenne szükség.

A fejezetek értékelése után néhány általános kérdés.

Kérdések

1. Mit lehet tudni az 1.3. fejezetben vizsgált egyensúlyi telephely elhelyezési probléma számítási bonyolultságáról a fejezetben vizsgált speciális esetben?

   Ahogy a szerző írja, a (P’) probléma visszavezethető a nem-kapacitásos több forrású Weber problémára, ami NP-nehéz (Megiddo és Supowit [132] cikke alapján).

   Egyrészt, a fenti visszavezetési irány nem sokat mond a két pontos speciális eset bonyolultságáról. Másrészt, Megiddo és Supowit konstrukciójában az elhelyezendő pontok száma nem konstans, tehát az ő bizonyításukból nem következik a két pont elhelyezési probléma NP-nehézsége.

2. A nemlineáris programozásban népszerű a téglatest-alapú dekompozíció a korlátozás-és-szétválasztás eljárásokban. Milyen esetekben előnyösebb a szimplikus dekompozíció?

Néhány zavaró elírás

- 41. oldal, -10. sorban „around v_i” helyett „around p_i” lenne helyes.
- 68. oldal, -3. sorban, az egyenletekben az utolsó előtti tagban $\nabla f_i(\square)p_i$ lenne a helyes.

Összefoglaló és ajánlás

G.-Tóth Boglárka MTA doktori értekezése egy jelentős munkásságba ad betekintést. Két alapvető problémakört tárgyal. Az egyik egy fontos alkalmazási terület, a szolgáltató elhelyezési problémák. A másik egy módszertan, az intervallum alapú korlátozás-és-szétválasztás eljárások, amit még ki lehetne egészíteni a szimplex-alapú jelzővel is. Mindkét területen jelentős eredményeket mutat be, amelyek további kutatások kiindulási pontjai lehetnek. Matematikai szempontól a legszebbek a 2. fejezet eredményei, amelyek az intervallum alapú, szimplikus korlátozás-és-szétválasztás eljárás hatékonyságát növelik.

A dolgozatot lehetett volna gondosabban megírni, erre utalnak a fenti kritikai megjegyzések, de ez nem von le az eredmények értékéből.

A dolgozatban bemutatott eredmények mindegyikét új tudományos eredménynek fogadom el, amit a jelölt ért el. Ezek alapján javaslom a nyilvános védés megtartását, és az MTA doktori cím odaítélését.

Kis Tamás

MTA doktora

Budapest, 2023. augusztus 11.