

## **Tóth Gyula**

### **„A nehézségi erőter gradienseinek jelentősége és felhasználása a felsőgeodézia és a fizika egyes területein”**

#### **c. MTA doktori értekezéséről**

A földi nehézségi erőter és ehhez kapcsolódóan a Föld tömegeloszlásának ismerete, a geoid minél pontosabb meghatározása egyre fontosabb szerepet kap az utóbbi évtizedek tudományos és mérnöki kutatásaiban. Doktori értekezésében a Pályázó a nehézségi erőter modellezése és finomszerkezetének vizsgálata terén kifejtett tudományos munkásságának eredményeit mutatja be. Az eredmények tudományos értékét tanúsítja, hogy azokat szakterületének mérvadó folyóirataiban publikálta. Munkájában az elmélyült matematikai tárgyalásmód mellett pontos fizikai szemlélet figyelhető meg, széleskörű ismereteit rutinos kutatóként, kiemelkedő szakmai találékonyssággal hasznosítja a kitűzött cél érdekében. Tudományos következtetései megalapozottak, levezetései elegánsak, egész munkásságában végig követhető a gyakorlati alkalmazhatóságra törekvés és a szakmai igényesség egysége. Értekezésének kivitele gondos, megfogalmazásai pontosak, a dolgozat ábrái igényesek és a táblázatokkal együtt jól szolgálják a megértést.

Mindezek alapján még a részletes bírálat előtt rögzíthetem, hogy Jelölt tudományos jelentőségű, nemzetközi érdeklődést kiváltó aktuális témát választott, az eredményeit tartalmazó értekezés hiteles adatokra épül, a tartalmi és formai követelményeknek megfelel. A dolgozat és a tézisek új tudományos eredményeket mutatnak be és bizonyítják a pályázó tudományos kutatómunkára való alkalmasságát.

Értekezésében a Jelölt Eötvös munkásságához kapcsolódó területeken folytatott kutatásainak eredményeit mutatja be. Ezek közül kiemelendő a nehézségi erőter meghatározása felszíni és űreszközön gyűjtött gradiens mérések felhasználásával. A feladathoz kapcsolódó direkt probléma (gradiometriai peremérték feladat, analitikus fel/le folytatás) megoldásában elért eredményeinek bemutatása után Jelölt egy nagy méretű inverz feladatot old meg, amelyben a rendelkezésre álló összes adatot felhasználja. A doktori mű utolsó fejezetében a

nehézségi erőter időbeli és térbeli változásainak hatását vizsgálja a tudománytörténeti jelentőségű Eötvös- Pekár- Fekete ekvivalencia kísérletben. Az elért eredményeket az értekezés az első fejezeteként szereplő rövid bevezetést követően négy további fejezetre tagolva tartalmazza:

A doktori mű 2. fejezetében Pályázó kutatásai fontos céljaként jelöli meg a hazai Eötvös inga mérések felhasználását a nehézségi erőter meghatározására, finomszerkezetének vizsgálatára és a geoid minél pontosabb előállítására. Ennek érdekében jelentős innovációként bevezeti az Eötvös peremérték feladatokat és megadja azok megoldását a geoid magasságokra és a nehézségi rendellenességekre vonatkozó, általa Eötvös integráloknak nevezett kifejezések formájában. Zárt alakban levezeti az integrálok magfüggvényeit, az Eötvös magfüggvényeket és vizsgálja a távoli területek hatását a peremérték feladatot megoldó integrálokra. Az értekezés a részletes matematikai levezetéseket nem tartalmazza, azokat a Pályázó publikációjában (Tóth, 2003) elismerésre méltó alaposítással mutatja be. A 2. fejezetben taglalt eredményei alapján megfogalmazza az 1. tézisét, ill. az ahhoz kapcsolódó 1.1 és 1.2 altéziseket. Ezek mindegyikét, mint jelentős új tudományos eredményt elfogadom.

A 3. fejezetben Pályázó a teljes Eötvös tenzor felfelé/lefelé folytatásának kérdéseivel foglalkozik. Vizsgálatai során az Eötvös tenzorból képzett három elemcsoport (bármely másikba történő, azaz kilencféle) analitikai folytatására dolgozott ki eljárást megadva az integrálokban szereplő magfüggvényeket is. Ezzel jelentősen általánosította a Bölling és Grafarend (2005) által publikált megoldást, amely adott elem-összeállítás folytatását csupán ugyanazon elembe tette lehetővé. A továbbiakban Pályázó megmutatta, hogy a megadott integrálokkal a teljes Eötvös-tenzor átvihető különböző magasságokra úgy, hogy a gravitációs gradiens adatokat csak egy adott távolságig szükséges integrálni és vizsgálta a távoli területek elhanyagolásából származó hibát. A 3. fejezetben bemutatott eredményei alapján Pályázó megfogalmazza 2. tézisét, ill. az ahhoz kapcsolódó 2.1 és 2.2 altéziseket. Ezek mindegyikét, mint jelentős új tudományos eredményt elfogadom.

A 2.2 altézisben tett megállapítást, miszerint „az Eötvös-inga adatai önmagukban nem, csak más mérésekkel együtt alkalmasak a GOCE mérések ellenőrzésére” az értekezésben nem részletezi, arról csupán a (Tóth et al. 2005) publikációban olvashatunk. A hatás okaként a nem elégséges adat sűrűséget (lefedettséget) és felfelé folytatás simító jellegét jelöli meg.

Kérdésem ezzel kapcsolatban: fordított esetben milyen mértékben „segítenek/segíthetnek” a GOCE mérései a felszíni Eötvös-inga adatok értelmezésében (inverzójában)? Jelentkezik itt is simító hatás, esetleg valamilyen súlyfaktor alkalmazására lehet szükség.

Az értekezés 4. fejezetében a Pályázó inverziós eljárásokat fejleszt a hazai nehézségi erőter meghatározására. Vizsgálataiban alapvetően a gravitációs gradiensek felhasználására törekszik, de a potenciálfüggvény alkalmas függvényrendszer szerinti sorfejtésére épülő együttes inverziós eljárásába további mérési adatokat is integrál a megoldás pontosságának és megbízhatóságának növelése céljából. A nehézségi erőteret kétféle eljárással határozta meg: legkisebb négyzetes kollokációval és radiális bázisfüggvényes inverzióval.

A kvázigeoid kollokációs számításához logaritmikus kovariancia modellt választott, amely alkalmas volt az inverzióba vont valamennyi mérési adat (Eötvös-inga mérések, nehézségi rendellenességek, függővonal-elhajlások és GNSS/szintezési adatok) kovariancia függvényeinek előállítására. A kovariancia modell paramétereit a nehézségi rendellenességekre történt illesztés határozta meg, az így kapott modell jól illeszkedett a többi adatra is. Az ebben az adat-összeállításban újszerű kollokációs megoldás becsült hibáit (országon belül) a Szerző 1-2 cm-re becsüli.

A radiális bázisfüggvényes inverzióban Pályázó a direkt probléma diszkretizálásához (előre modellezéshez) választott gömbi radiális bázisfüggvények fokszámát a [200, 1200] tartományban határozta meg, az aktuális sorfejtési együtthatók meghatározásához 154477 adatot (köztük 74882 Eötvös inga vízszintes- és ugyanannyi görbületi gradienst) használt fel. A viszonylag nagyméretű inverz feladat stabilizálásához Szerző Tyihonov regularizációt alkalmazott, amellyel a normálegyenlet rendszer mátrixának kondíciós számát mintegy 11 nagyságrenddel javította. Az eredményként kapott (4.21/a) ábrán bemutatott kvázigeoid becsült hibái az ország teljes területén 2 cm körül vannak (4.21/b).

Kérdés:

- Hogyan határozta meg a Tyihonov regularizáció (gamma négyzet) paraméterét?
- A kvázigeoid megoldás (4.21/b) ábrán bemutatott becsült hibáit befolyásolja-e a Tyihonov regularizáció (gamma négyzet) paraméterének megválasztása?

A 4. fejezetben bemutatott eredményei alapján Pályázó megfogalmazza 3. tézisét, ill. az ahhoz kapcsolódó 3.1 és 3.2 altéziseket. Ezeket, mint jelentős új tudományos eredményt elfogadom.

Az értekezés 5. fejezetében a Pályázó a tudománytörténeti jelentőségű Eötvös-Pekár-Fekete ekvivalencia mérések pontossági kérdéseivel foglalkozik. Javasolja egy másodrendű hatás figyelembe vételét, amely abból fakad, hogy az EPF kísérletben használt azonos tömegű, de különböző anyagból készült mintatestekre eltérő méretük miatt inhomogén gravitációs térben az eredeti ekvivalencia mérésben elhanyagolt erő hat. E gravitációs gradiens hatás elemzésére Pályázó az inga csavarási állandójának kiküszöbölésére bevezetett  $v/w$  hányadost meghatározta a  $g_x$  erő vertikális koordináta-függésének kvadratikus közelítésével. Multipólus

kifejtést végzett és - függőleges hengerekre - előállította az alakfüggő multipólus nyomatékokat. A nehézségi erőter inhomogenitásától függő hiba számszerűsítéséhez a Szerző az 5.15 egyenletben megadta a  $v/w$  hányados teljes deriváltját, amely közvetlenül összefügg az Eötvös paraméter hibájával. Az egyenletnek a  $dq_{31}$  próbatömeg változásával kapcsolatos első tagját megtartva, az 5.16 egyenletben összefüggést mutat a  $v/w$  hányados teljes deriváltja, és a  $dq_{31}/q_{31}$  mennyiség között. Ez az egyenlet azonban az 5.15 egyenletből (egy  $q_{31}/q_{21}$  faktor hiányában) nem következik.

Kérdés:

- Mi az 5.16 egyenlet pontos alakja?
- A korrekció mennyiben befolyásolja az 5.16 alapján levont következtetéseit?

Az alakfüggést vizsgálva az 5.12-5.14 egyenletek alapján Szerző megadott egy - a további mérések során - nagyon hasznos összefüggést a hengeres minta hossza és sugara között, melyet a különböző anyagi minőségű mintákon alkalmazva a kérdéses hatás kiküszöbölhető. Ez nagyon lényeges eredmény az EPF ekvivalenciamérések pontosságának további javítása terén.

Az 5. fejezetben bemutatott eredményei alapján Pályázó megfogalmazza 4. tézisét, ill. az ahhoz kapcsolódó 4.1 és 4.2 altéziseket. Az ezek mögött álló szakmai tartalmat jelentős új tudományos eredményként elfogadom, a tézisek megfogalmazásával kapcsolatban azonban teszek egy észrevételt:

Úgy gondolom, a 4. tézisben a Jelölt munkásságának nem a lényegét emeli ki, amikor így fogalmaz: „Az Eötvös-Pekár-Fekete ekvivalenciamérésekben olyan nehézségi erőter függő szabályos hibát találtam, amely indokoltá teszi a kísérletek megismétlését”.

Az EPF mérések szerzői ugyan elhanyagolták az inhomogén nehézségi erőterben a különböző anyagi minőségű minták eltérő hosszúságából adódó hatást (mint másodrendű effektust), de az általuk követett feltétel rendszerben munkájuk korrekt, így nem követtek el szisztematikus hibát. Ezen okból tehát a méréseket nem kell megismételni. A Pályázó munkásságának lényegét abban látom, hogy e másodrendű hatás figyelembe vételével korrekciót javasol az EPF ekvivalenciamérésekben, amellyel azok pontossága tovább javítható. A mérések megismétlése e pontosítás céljából indokolt. Ennek szellemében 4. és 4.1 tézisek átfogalmazását megfontolásra ajánlom.

Összefoglalóan megállapítható, hogy a Pályázó által benyújtott doktori mű tartalmi és formai tekintetben megfelel az MTA Doktori Szabályzat előírásainak. A Szerző aktuális területen jelentős tudományos eredményeket ért el, amelyek választott tudományterületét gazdagítják.

Mindezek alapján a doktori munka eredményeit az MTA doktora cím megszerzéséhez elegendőnek tartom és javaslom a nyilvános vita kitűzését.

Miskolc, 2023. október



Dobróka Mihály  
a műszaki tudomány doktora