

Válaszok Dr. Hegedüs Tibor opponensi kérdéseire

Szeretném megköszönni a bíráló alapos munkáját, elismerő szavait és kritikai megjegyzéseit. A feltett kérdésekre (vastag, dőlt betűvel) adott válaszaim (álló betűvel) a következők:

1. A 49. oldal második bekezdésének 4. sorában a 3.9. ábra alsó paneljére a ritka mintavételezésű adatok alapján számolt teljesítményspektrumként hivatkozik, de ugye ez csak elírás, itt a sűrű mintavételezésű adatokra alapuló teljesítményspektrumot látjuk?

Valóban elírás történt a szövegben, a 3.9. ábra alsó panelje a sűrű mintavételezésű adatok teljesítményspektrumát mutatja.

2. Az 54. oldal második bekezdése alján az ütközési paraméter helyesen nem $a \cdot \cos i / R_s$? (mint ahogy helyesen az 58. oldal második bekezdésének 4. sorában írja)?

Tipológiai szempontból valóban nem volt szerencsés az 54. oldalon szereplő $a/R_s \cos i$ formát használni, de matematikailag megegyezik az 58. oldalon szereplő $a \cdot \cos i / R_s$ formával, hiszen szorzások és osztások szerepelnek benne, amelyek tetszőleges sorrendben elvégezhetőek.

3. Az 55. oldal harmadik bekezdése alján: Relevánsnak tartja-e a tömegarányt 6 tizedes jegyre megadva kezelni $q=0,001335$? (igaz, nem saját értéke, hanem Chakrabarty & Sengupta, 2019-t idézi, de épp ezért, a véleményét kérdezem erről)

Valóban, nem szükséges ennyi tizedes jegyre megadni.

4. Az 56. oldal 4.1. ábrájának középső és jobb oldali ábráját mutassa be részletesebben, és világítsa rá, hogy milyen eltérést kell a kettő között látnunk és miért?

A középső és a jobb oldali ábra tulajdonképpen a β (gravitációs sötétedés együttható) és a λ (a forgástengely és a keringés síkja által bezárt szög vetülete) paraméterek közötti degenerációt mutatja be. A középső ábrán $\beta=0,25$ mellett a λ (és i_*) mint szabad paraméterre vonatkozó illesztés eredménye látható, ahol a β paramétert von Zeipel The radiative equilibrium of a slightly oblate rotating star (1924)-es cikke alapján rögzítettük. A jobb oldali ábrán pedig a $\lambda=-111,59^\circ$, β (és i_*) szabad paraméter, ahol a λ paraméter a Borsa et al. (2021) WASP-33 analízisében meghatározott érték. Azonban más β és λ kombinációk is le tudják írni a TESS által mért tranzitgörbét.

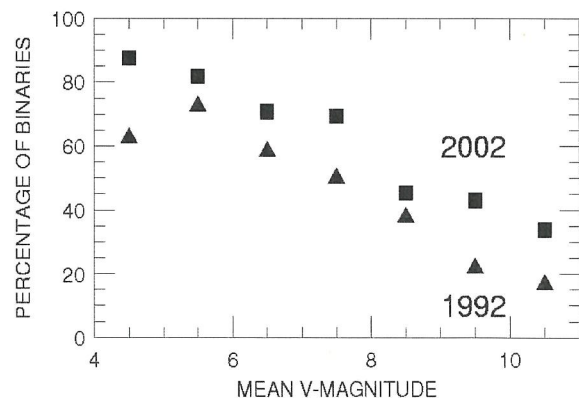
5. A bolygó és csillaga sugarának aránya a hibahatáron túl eltér Herrero et al. (2011) által kapott értéktől. Herreroék tekintetbe vették-e a gravitációs sötétedést, ill. milyen módon vették figyelembe a csillag peremsötétedését? Nyilván ezek tekintetében megnyilvánuló eltérések vezethetnek eltérő eredményre. Ha pedig ezek hasonlóan voltak figyelembe véve, akkor mivel tudja indokolni az eltérést?

Herrero et al. (2011) a cikkükben nem vették figyelembe a gravitációs sötétedést. Munkájuk földi méréseken alapult, ami nem tette lehetővé a pulzáció teljes mértékben való levonását, ezzel lehetlenné téve a gravitációs sötétedés illesztését. A Herrero et al. (2011) cikkből nem derül ki, hogy milyen módon vették figyelembe a csillag peremsötétedését. A fénygörbeillesztést a JKTEBOP kóddal végezték (Southworth et al., 2004a,b), amelybe 7 különböző szélsötétedési törvény van beépítve: (1) lineáris, (2) négyzetes, (3) négyzetgyökös, (4) logaritmikus, (5) köbös, (6) power-2, (7) Claret-féle négy-paraméteres törvény. Southworth (2008) 14 tranzitos rendszeren végzett homogén vizsgálatokat a kódját alkalmazva, amelyben arra a megállapításra jutott, hogy a két együtthatós törvények (négyzetes, négyzetgyökös, logaritmikus, köbös,) használatával érhető el legjobb eredmény, azonban a két együttható szoros korrelációt mutat, így az egyik együttható rögzítését javasolja. Ha mindkettőt szabad paraméterként hagyjuk az illesztés során, akkor a köbös törvény adja a legjobban meghatározott szélsötétedési együtthatókat.

6. A hatodik fejezetben (83. oldal) hivatkozik arra, hogy a halványabb cefeidáknál kiválasztási effektus terheli a kettősség gyakoriságát (ill. kimutatását?). Kérem, ezt fejtse ki bővebben: hogyan és milyen kiválasztási effektus működik itt, és becsülje meg, milyen mértékben befolyásolja a kettős statisztikát a csökkenő fényesség felé?

Cefeidák kettőssége egyértelműen csak spektroszkópai mérésekkel, illetve a sajátmozgásuk vizsgálatával mutatható ki, a fotometriai módszerek nem adnak minden kétséget kizáró eredményt. Halványabb cefeidák spektroszkópai mérése azonban nagy távcsövet igényel, amelyhez korlátozott a hozzáférés, ráadásul a hosszabb periódusú cefeidák monitorozása meglehetősen sok távcsöidőt vesz igénybe.

Szabados (2003) mutatta meg (a jobbra látható ábrán) az ismert cefeidák közötti kettősség arányát, ez jól mutatja, hogy a fényesebb cefeidák között 60%-nál nagyobb a kettősség aránya, míg 10 magnitúdó alatt már csak 40% körüli ez az arány.

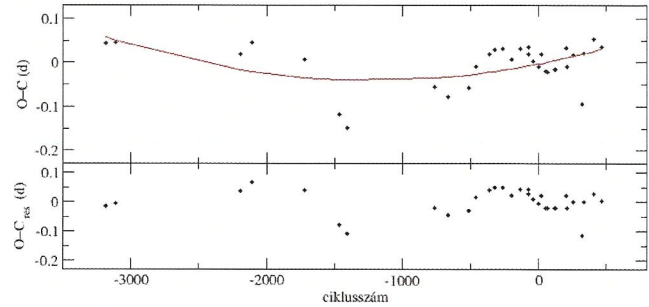
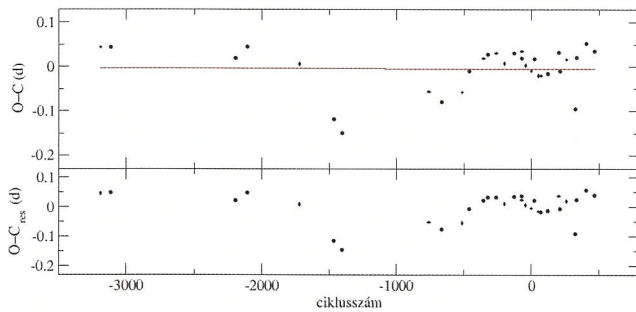


7. 86. oldal, 2. bekezdés: A nulla fázist 2.400.000 értéknél rögzítette. Ez nem elírás? Ilyet még nem láttam sehol, ez egy rendkívül távoli múltbeli (kb. 140 évvel korábbi) időpont. Miért igazította volna ehhez a radiális sebesség nulla fázisát? Nem inkább a fotometriai efemerisznek megfelelő 2.451.266,2198 HJD-hez rögzítette?

Valóban elírás történt. A radiális-sebesség-adatokat a 6.1 egyenletben megadott, 2451266,2198 HJD-hez rögzített efemerisz alapján rendeztük fázisba.

8. 89. oldal, utolsó előtti bekezdés: A V419 Cen O-C görbáját tekintve sem a „leginkább konstans periódussal közelíthető” állítással, sem a „parabolaillesztés sem zárható ki” állítással nem értek egyet. A konstans periódushoz túl nagy eltérések vannak, a 2.450.000 HJD utáni adatokban pedig

szisztematikus mintázat is látható. Valamilyen parabolát persze közé lehetne erőltetni legkisebb négyzetek elvével, de azon olyan jelentős és szisztematikus maradvány eltérések lennének, hogy nyilvánvalóvá válna, hogy nem jó megközelítés. Kérem, egy egyenes és egy parabola illesztésének bemutatásával járjuk körül ezt a kérdést.



Egyenes illesztése:

$$O-C = -0,0048202 - 1,0005 \times 10^{-7} E$$

Parabola illesztése:

$$O-C = -0,00368651 + 6,17 \times 10^{-5} E + 2,529 \times 10^{-8} E^2$$

Megvizsgáltam az illesztések korrelációs együtthatóit, illetve az ebből számolt determinációs együtthatókat. Az egyenes illesztése esetén az $r^2 = 3,9 \times 10^{-6}$, míg a parabola illesztése esetén $r^2 = 0,24$. Ez alapján megállapítható, hogy egyenes illesztése esetén gyakorlatilag nincs kapcsolat, parabola esetén gyenge kapcsolat létezik (24% a kapcsolat erőssége).

Az O-C reziduálokban feltűnt egy ~4300 napos hullámszerűség, ezért megvizsgáltam, hogy amennyiben ezt egy lehetséges kísérő okozza, akkor mekkora lehet a rendszer minimális össztömege.

Az O-C diagram amplitúdójából a fél nagytengely az inklináció függvényében kifejezhető:

$$A(O-C) = a \cdot \sin i / c \quad \rightarrow \quad a = A(O-C) \cdot c / \sin i$$

$$A(O-C) = 0,42 \text{ nap (fél amplitúdó), ebből a fél nagytengely minimális értéke (} i = 90^\circ \text{): } a = 1,089 \times 10^{13} \text{ m}$$

Kepler III. törvényét felírva: $a^3/T^2 = G(m_1+m_2)/4\pi^2$ a rendszer minimális össztömege kiszámítható $T=4300$ nap esetre.

A megfelelő mértékegységekre átváltás után a következőt kapjuk: $(m_1+m_2)_{\min} \approx 2775 M_\odot$. Ilyen nagy össztömegű rendszer csakis egy fekete lyuk kísérő esetén lenne lehetséges és ennek kialakulási esélye meglehetősen kicsi. Ez ráadásul közepes tömegű fekete lyuk lenne, amelyek létezésére csak az utóbbi néhány évben merültek fel bizonyítékok a gravitációs hullámok detektálása révén.

9. 99. oldal (X Pup), utolsó előtti bekezdés utolsó mondatának állítása: „E fluktuációk amplitúdója több tized nap, nagyságrendileg nagyobb, mint amekkora várható egy ilyen csillag kettős rendszer által okozott fényidő-effektusa következtében” - ezt nem értem. A társ tömege és a periódusidő függvényében igen széles határok között tud változni a fényidő effektus mértéke. Pár tized nap pár

fényóra fél nagytengelyt jelent, ami teljesen elfogadható érték. Azt kellene megnézni, hogy a kb. 2.440.000-2.456.000 JD tartományban látható O-C rezidual pontok által sugallt 16.000 napos periódusú fényidő effektus reális társcsillagtömeg esetén milyen fél nagytengelyű relatív pályát adna. Kérem, végezzen el egy ilyen egyszerű becslést! Megjegyzem: ugyanazzal a kb. 16.000 napos periódussal tovább követhető egy hullám mintázat egészen 2.425.000 JD-ig! Ennél rosszabb mintavételezésű illeszkedéseket is publikálni szoktak.

Az O-C diagram amplitúdójából a fél nagytengely az inklináció függvényében kifejezhető:

$$A(O-C) = a \cdot \sin i / c \quad \rightarrow \quad a = A(O-C) \cdot c / \sin i$$

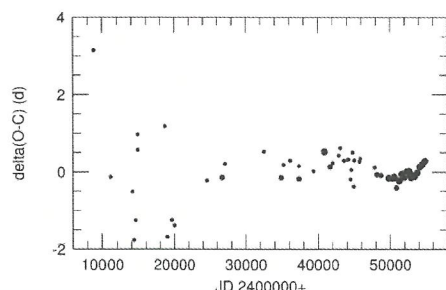
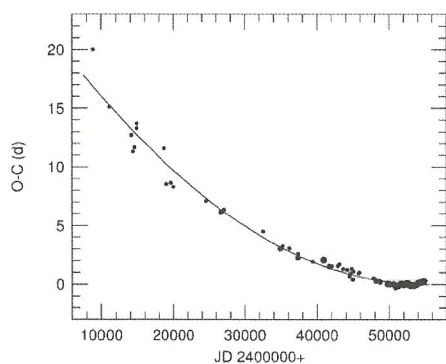
$$A(O-C) = 0,4 \text{ nap (fél amplitúdó)}, \text{ ebből a félnagytengely minimális értéke (} i = 90^\circ \text{): } a = 1,0368 \times 10^{13} \text{ m}$$

Kepler III. törvényét felírva: $a^3/T^2 = G(m_1+m_2)/4\pi^2$ a rendszer minimális össztömege kiszámítható $T=16000$ nap esetre.

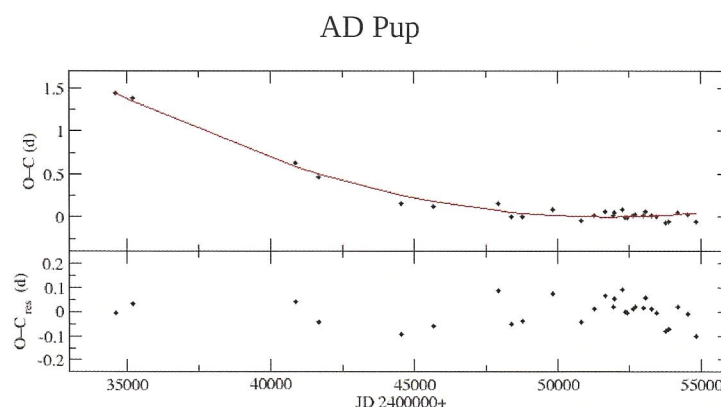
A megfelelő mértékegységekre történő átváltás után a következőt kapjuk: $(m_1+m_2)_{\min} \approx 174 M_\odot$

Mivel a cefeidák tömege $5-20 M_\odot$, így a kísérőnek fekete lyuknak kellene lennie. Egy ilyen rendszer létezésének lehetősége meglehetősen kicsi és valószínűleg már felfedezték volna.

10. Ugyanezzel összefüggésben, a 105. oldal, második bekezdésében állításként fogalmaz meg az AD Pup O-C görbéjével kapcsolatban egy látszólag jóval gyengébben mutatózó mintázat kapcsán 50 év periódusú hullámos jelleget - miközben az X Pup esetén ezt nem tekintette reális lehetőségként. Hiányolom az AD Pup O-C reziduál ábráját, kérem pótolja, és ennek fényében hasonlítsa össze újra állításait az X Pup és AD Pup esetét.



X Pup



O-C_{res} (d)

Az X Pup O–C diagramjában látszó hullámzásra alkalmazva a 8. és 9. kérdésnél használt képleteket, $A(O-C)=0,1$ nap és $T=13000$ nap esetre, akkor a minimális össztömeg $(m_1+m_2)_{\min} \sim 4,1 M_{\odot}$. A cefeidák jellemző $5-20 M_{\odot}$ tömege mellett kis inklináció esetén okozhatja egy kísérő ezt az O–C változást.

Az AD Pup esetén $A(O-C)=0,1$ nap és $T=20000$ nap értékekkel számolva a minimális össztömeg $(m_1+m_2)_{\min} \sim 1,73 M_{\odot}$. Szintén kis inklináció mellett okozhatja kísérő ezt az O–C változást.

Összefoglalva, mindkét rendszernél a cefeida változó tömegétől függően, kis inklináció esetén okozhatja kettősség a megfigyelt O–C változást.

11. Legalább általános becslés szinten mutassa be a dolgozatban pl. 3, 2, és 1 súllyal szerepeltetett irodalmi értékek várható hibáját (akár a hivatkozott cikkekből, szűrőpróba-szerűen, néhány esetre példaként felhozva)! Amire kíváncsi lennék: csillagonként eltérő vagy azonos hibahatárok közötti minőségű pontok kaptak-e azonos súlyokat?

A súlyok értékét a fénygörbe pontjainak átlagos fénygörbe körüli szórása határozta meg a következő módon:

- 1: a nagy (0,1 magnitúdót meghaladó) szórású fénygörbékre,
- 2: a mérsékelt (0,04-0,1 magnitúdó közötti) szórású fénygörbékre,
- 3: a nagyon pontos (0,04 magnitúdónál kisebb szórású) fénygörbékre.

Vegyük figyelembe, hogy a fénygörbék nagy része azokból az időkből származik, amikor a fotoelektromos fotometria pontossága még nem közelítette meg a jelenleg (CCD-kamerákkal és űrfotometriával) elérhető pontosságot.

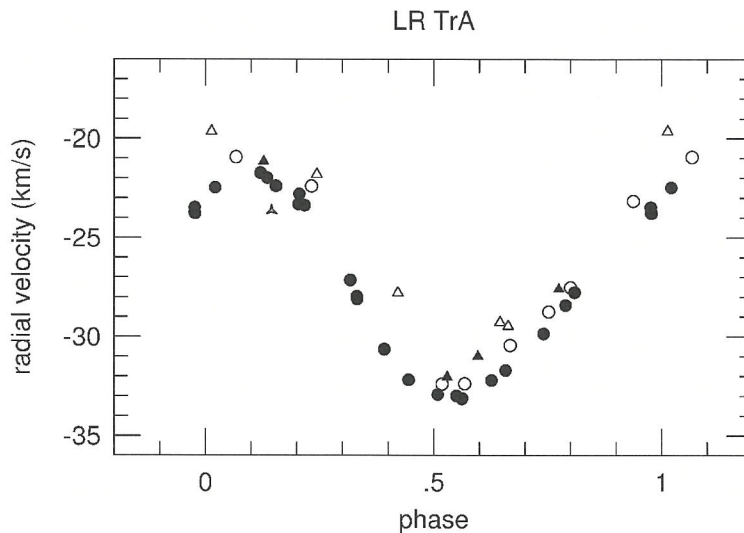
Minden csillagra azonosak voltak a kritériumok, az amplitúdótól és az átlagfényességtől függetlenül.

12. Kérem, a 6. fejezet valamennyi cefeidájának radiális sebesség görbájén tüntesse fel a saját-, és az irodalomból vett mérési pontok átlagos ill. tipikus hibahatárát (nem kell minden egyes pontot külön, csak annyit kérnék, hogy általánosan követett szokás szerint az átlagos/tipikus 'error bar' feltüntetése kerüljön rá a grafikon területén valahol). És ennek tükrében fussunk végig mind a 11 csillag gamma-sebesség-változást valószínűsítő állításain - vajon minden esetben meg tudjuk-e erősíteni relevánsan a változást, vagy lesznek egyes esetek, ahol a hibahatáron belül maradnak az eltérések?

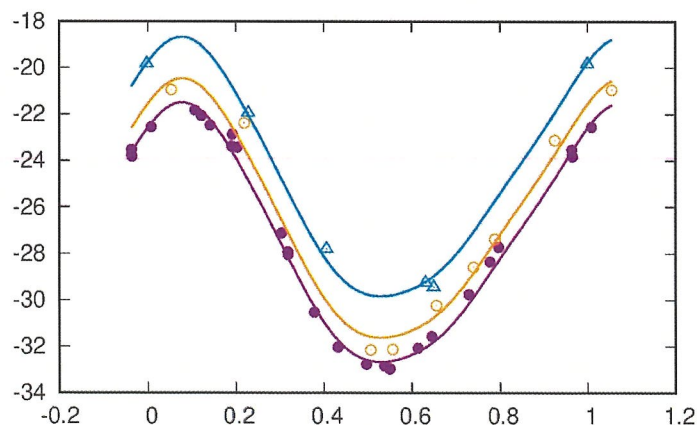
- A 115. oldalon az LR TrA O-C görbéje alapján én nem látom stabilnak a periódusát (pláne hosszú távon, ahogy állítja). Ugyanakkor pedig ha a gamma-sebesség-ábráról erős alul-mintavételezettség miatt (egyetlen spektrum alapján készült) eltávolítom a 2007. évi értéket, a maradék 4 hibahatáron belül konstans sebességet enged meg.

Az LR TrA esetében a stabil periódus alatt azt értettük, hogy hosszú távon nem figyelhető meg folyamatos periódusnövekedés, illetve -csökkenés (azaz nem illeszhető parabolával).

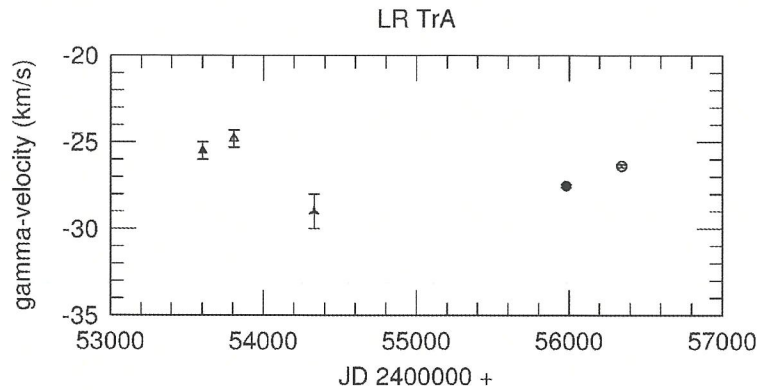
Az LR Tra eseténél maradván korábbi radiális sebességek nem állnak rendelkezésre az irodalomból csak saját méréseink, amelyeket a Siding Spring Observatóriumban és a La Silla Observatóriumban készítettünk. A Siding Spring Observatóriumban készített (2005, 2006, 2007) közepes felbontású spektrumokból számolt radiális sebességek átlagos hibája 2 km/s, míg a La Silla Observatóriumban a CORALIE műszer által készített spektrumokból (2012, 2013) származó radiális sebességek átlagos hibája 0,1 km/s. Az ábrán már ránézésre is látható, hogy a különböző években mért értékek eltolódást mutatnak, de azért hogy számszerűsíthessük is, a három legtöbb mérési pontot tartalmazó évi adatsor illesztését is elvégeztük, amelyen már egyértelműen látható a gamma-sebesség változása, és így a kettősség. Ezt egyébként a Gaia mérései is igazolták az LR TrA kettősségét.



Az LR TrA radiális sebességeinek fázisdiagramja. Az eltérő szimbólumok különböző évi méréseket jelölnek. 2005: teli háromszögek, 2006: üres háromszögek, 2007: háromszögletű csillag, 2012: teli körök, 2013: üres körök.



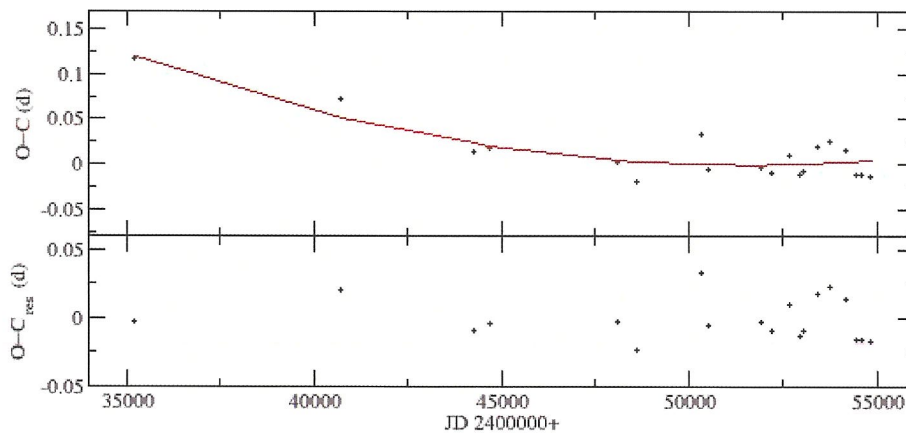
Az LR TrA 2006, 2012 és 2013-as években észlelt radiális sebességek illesztése.



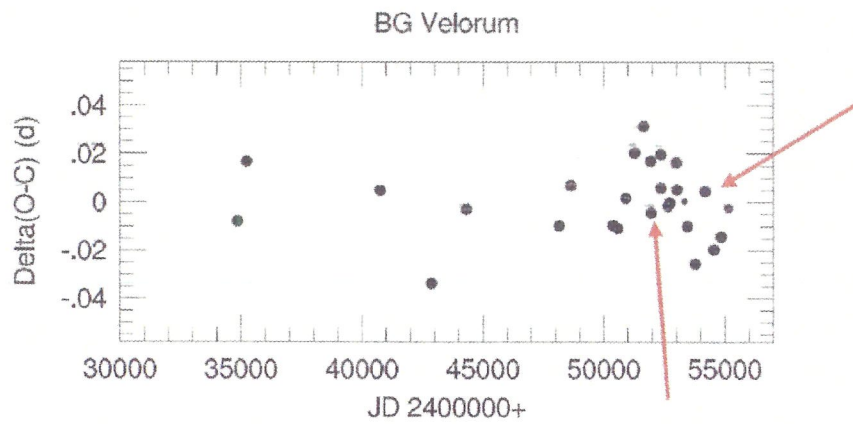
Az LR TrA γ -sebességeinek időbeli eltolódása. A szimbólumok konzisztensek a felső ábrán látható szimbólumokkal.

Az vizsgálatok során gondos illesztésekből számítottuk ki mindegyik cefeida esetén a γ -sebességeket és azok hibáját, melyeket feltüntettünk mind az ábrán, mind táblázatos formában. Általánosan elmondható, hogy a régebbi mérések átlagos hibája 2-3 km/s (pl. Stibbs (1955), Lloyd Evans (1980), Coulson & Caldwell (1985)), a 2000-es években készült nagyfelbontású spektrumokon alapuló mérések átlagos hibája pedig 1 km/s vagy azalatti.

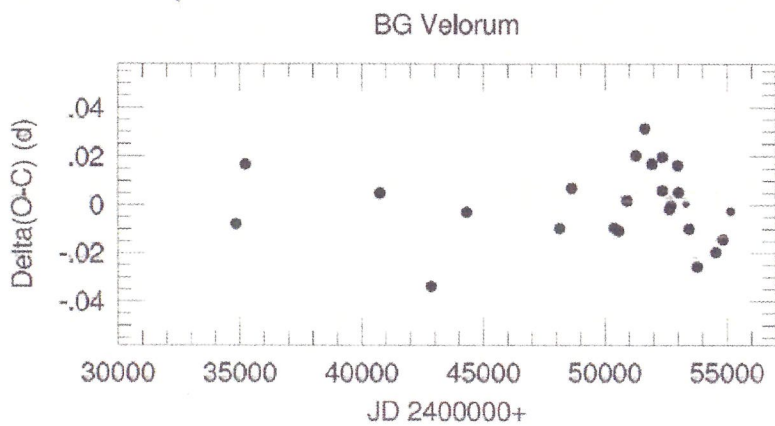
13. Az ST Vel-nél is hiányolom az O-C reziduál ábrát, kérem mutassa be.



14. A BG Vel O-C reziduál görbéje tényleg nagyon zavaros a legújabb kori tartományban, ahol pedig sok nagy súlyú pont van. Azonban ha eltávolítok két, kritikus helyen lévő pontot, akkor szembeötlő periodikus mintázat állna elő. Azonosítsa a két szóban forgó pontot a szakirodalom alapján, és próbálja megnézni, hogy lehetséges-e, hogy épp ez a két adat valamilyen okból hibás, gyengébb minőségű? Két ábrát mellékelek felvetésemhez:



Csupán két, a piros nyilakkal mutatott pontot eltávolítva ezt kapnánk:



Nem ez lenne az első eset, hogy egy-két rossz adat teljesen elfed egy fontos trendet...

A két megjelölt pont az alábbi táblázatban piros vonalakkal jelölt értékek:

6.27. táblázat. Az BG Vel fényességmaximumainak időpontjai és O–C értékei.

JD _☉	<i>E</i>	O–C	<i>W</i>	forrás
2 400 000 +				
34856.5526	-2625	0.1699	3	Walraven et al. (1958)
35237.3813	-2570	0.1872	3	Irwin (1961)
40748.6592	-1774	0.0861	3	Pel (1976)
42853.4433	-1470	0.0219	3	Dean (1977)
44300.5426	-1261	0.0380	3	Berdnikov (2008)
48136.3167	-707	0.0031	3	<i>Hipparcos</i> (ESA, 1997)
48627.9239	-636	0.0174	3	<i>Hipparcos</i> (ESA, 1997)
50379.6329	-383	-0.0058	3	Berdnikov (2008)
50573.4987	-355	-0.0076	3	Berdnikov (2008)
50905.8549	-307	0.0041	3	Berdnikov (2008)
51265.9127	-255	0.0221	3	Berdnikov (2008)
51646.7345	-200	0.0325	3	Berdnikov (2008)
51937.5210	-158	0.0176	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
51958.2712	-155	-0.0038	3	Berdnikov (2008)
52359.8640	-97	0.0062	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
52359.8778	-97	0.0200	3	Berdnikov (2008)
52650.6575	-55	-0.0017	3	Berdnikov (2008)
52726.8212	-44	-0.0003	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
53003.7916	-4	0.0164	3	Berdnikov (2008)
53031.4758	0	0.0052	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
53336.1201	44	0.0004	1	<i>INTEGRAL</i> OMC
53460.7390	62	-0.0099	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
53779.2202	108	-0.0254	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
54180.8337	166	0.0052	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
54540.8499	218	-0.0185	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
54838.5810	261	-0.0126	3	ASAS (Pojmanski, 2002)
55143.2425	305	-0.0002	2	ASAS (Pojmanski, 2002)

Mindkét pont 3-as súlyt kapott, azaz a fénygörbe szórása kicsi, tehát jó minőségű mérésekből származó O–C értékeket jelentenek. Elképzelhető, hogy a pulzáció esetleges instabilitása az oka, hogy az a két pont ‘kilóg’.

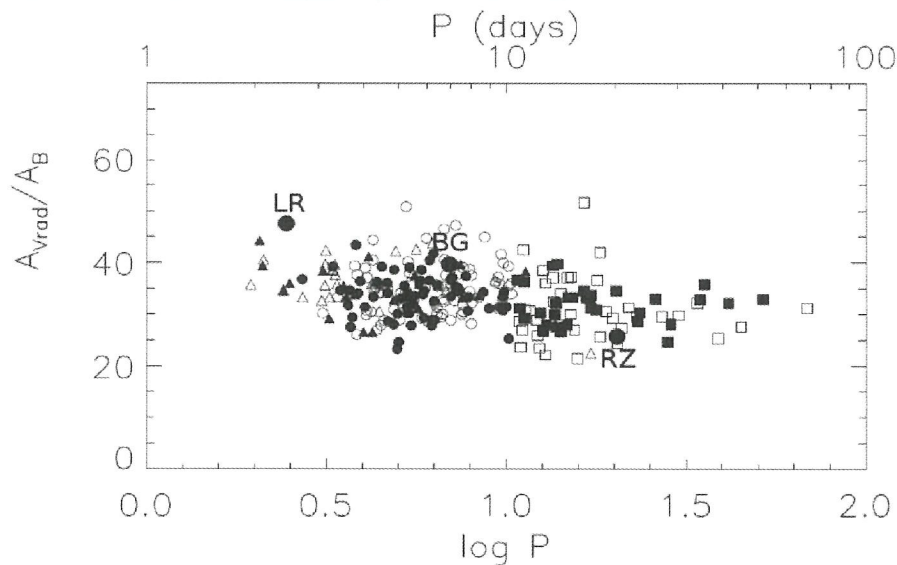
Ha a periodikus mintázatot tekintjük, a korábban már bemutatott módon, kiszámíthatjuk a rendszer minimális össztömegét, ha az ott látható szinuszos O–C-t kísérő jelenléte okozza. Az ábráról leolvasva $T=4500$ nap és $A(O-C)=0,024$ nap esetén, a minimális össztömegre $(m_1+m_2)_{\min} \sim 0,15 M_{\odot}$ adódott. A cefeida tömegétől függően, kis inklináció esetén valós lehetőség, hogy egy kísérő okozza a megfigyelt hullámzást az O–C diagramban.

15. Kérem, értelmezze a A_{vrad}/A_B - P diagramot a témától távolabbi kollégáknak: mit kell látnunk rajta, minek köszönhető a megfigyelhető korreláció? Miért, milyen alapon mutatja az ábra a kettőség tényét? Egy mellékes kérdés: az RZ pont jelentését nem említi az ábra aláírásban - ugye az a mintában szereplő RZ Vel-re vonatkozik?

Az A_{vrad}/A_B - P diagram Balona & Stobie (1979)-es cikkében bemutatott azon elméleten alapszik, hogy a radiális sebesség és a pulzáció fotometriai (jelen esetben B szűrős) amplitúdójának arányából a pulzációs módusok azonosíthatóak. Ezt vizsgálta tovább Klagyivik & Szabados (2009), akik ezt az arányt a periódus függvényében ábrázolták. Amennyiben egy pulzáló csillagnak láthatatlan kísérője van, akkor a pulzáció fotometriai amplitúdója kisebbnek fog látszani a mérések során, mint ahogy a valóságban lenne, hiszen a kísérő csillag fénye hozzáadódik az összfényességhez. Így kettős cefeidák

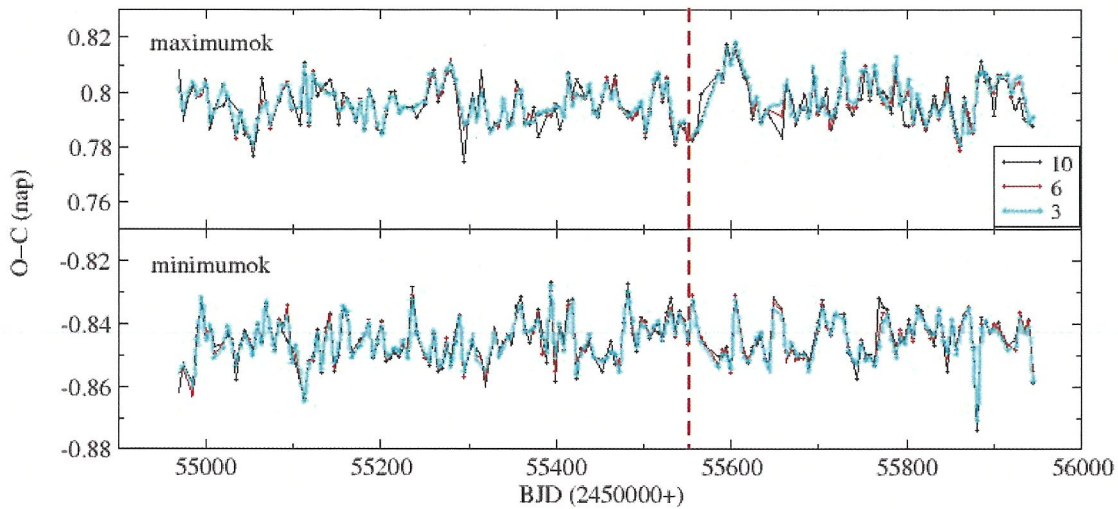
esetén az A_{vrad}/A_B hányados nagyobb lesz, mint a hasonló paraméterekkel jellemezhető magános cefeidák esetén. Tehát az $A_{\text{vrad}}/A_B - P$ diagramon a kettős cefeidák a felső részeken helyezkednek el. Ez azonban csak egy indikátor, nem használható egyértelmű bizonyítékként. Az értekezésben bemutatott ábrán az üres jelek az ismert kettős cefeidákat jelölik, míg a teli jelek azokat, amelyeknél nem ismert, hogy kettős rendszer tagjai lennének. Pl. az első felhangban pulzáló cefeidák szintén magasabban helyezkednek el, mint az alaplómódusban pulzálók.

Igen, sajnos kimaradt a leírásból. Az RZ jel az RZ Vel helyét jelöli.

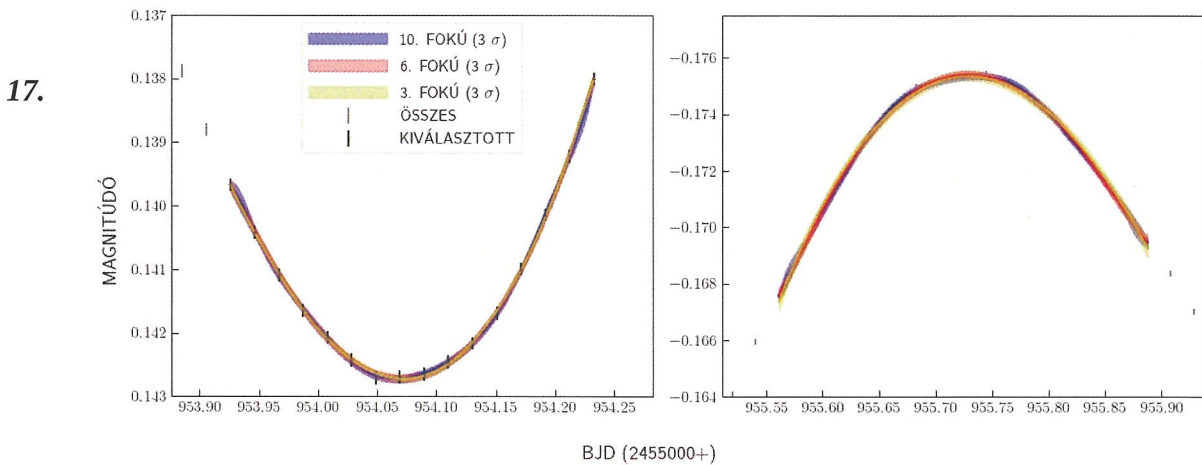


16. 145. oldal: miért nem volt elég alacsonyabb fokszámú polinom illesztése a minimum (de pláne a maximum) helyének megállapításánál? Általános ismeretelméleti elv, hogy egy adott jelenséget a lehető legkevesebb szabad paraméter feltételezésével magyarázzunk. Egy enyhén ívelő pontsorra 2-4 fokú polinom elég kell legyen. A fokszám növelésével ugyan látszólag csökken a pontonkénti eltérés, de a globális extrémum helyének pontossága egyáltalán nem biztos, hogy jobb lesz (határesetben a pontok számával egyenlő fokszámnál minden ponton pontosan át fog menni a függvény, csakhogy semmilyen valós jelentéstartalma nem lesz az illesztett függvénynek, a globális maximum akárhová kerülhet a tekintetbe vett intervallumon). Kérem, mutassa be az illesztését az elfogadott 10. rendű polinommal, és végezzen el ugyanilyen illesztést pl. 6. és 3. rendűvel, és ezeket hasonlítsa össze egy jól megkonstruált ábrán. Kommentálja a szélsőértékek eltéréseit!

Az alábbi ábrán mutatom be a 10-ed (fekete jelek), 6-od (piros jelek) és 3-ad (türkiz jelek) rendű illesztésekből kapott O-C diagramokat a maximumok és minimumok időpontjaikra. A piros, szaggatott, függőleges vonal jelzi az időpontot, ameddig a cikkben és így a dolgozatban is megjelent O-C diagramot kiszámoltuk. Jelen ábra a teljes Kepler-adatsort tartalmazza. Alapvetően nem mutatkozik nagy eltérés a háromféle polinommal számolt O-C diagramban, a legnagyobb különbségek is 0,01 nap érték körül vannak, de a legtöbb esetben jóval ezalatt. Valóban elég lett volna kisebb rendű (pl. 3-ad) polinomot használni az illesztésre. Mindenesetre a konklúziókat semmiben sem befolyásolja, hogy melyik polinomot választjuk.



Példa egy minimum és egy maximum illesztésére (a görbe vastagsága a hibát jelenti):



Alapvetően nem értem a 7.6 ábrát. Ahogy írja a szövegben: a (7.2.) efemeriszt használta az O-C diagramok kiszámolásánál, amely állítása szerint - a maximumok helyét adja meg. Akkor a 7.6. ábra felső panelje miért nem 0 körül szór? A felülről második panel (minimum) valamennyivel korábbi (negatív) érték körül kéne szórjon, a legalsó panel (medián) pedig a kettő érték közötti érték körül. Ehhez képest a medián szór a nulla körül, a felső két panel átlaga között pedig alig 0,01 nap van, ami tekintve, hogy Cefeidáról van szó, szinte hihetetlen. Kérem, ellenőrizze újra, hogy a 7.6 ábrák milyen efemerisz alapján készültek, és korrigáljon, ha kell - ill. ha így jó minden, akkor magyarázza meg, miért? Mit nem értelmeztem jól?

A szövegben elírás történt, a megadott efemerisz a medián értékekre van megadva. A 16. kérdésben most újraszámolt maximum- és minimumidőpontokra számolt O-C értékek már a várt érték körül szórnak.

18. A medián értékhez tartozó időpont felhasználása O-C görbe készítésére valóban elismerhetően jó és működő ötlet a cefeidák esetében. Azonban részleteiben nem értek egyet pár állítással. A

hibaszámítás elvei alapján egyszerűen nem igaz, hogy a medián érték pontosabb lenne, mint a maximum, vagy a minimum érték hibája. Ugyanis mivel a medián meghatározása mindkét említett érték meghatározását igényli, a várható hibája a két hiba négyzetösszegének gyöke lesz. Ha az egyedi mérések hibája 0,0001 magnitúdó pontossággal teszi lehetővé úgy a minimum mint a maximum értékének hibáját, akkor a medián várható hibája 0,00014 magnitúdó lesz! Továbbá: mindez a (kérdéskört amúgy nagyon jól szemléltető) 7.7. ábrán is rosszul értelmezett: ugyanis a medián értékének hibájából származó időbeli hiba nem a medián érték közelébe eső egyedi mérésponatok hibájából ered, hanem a medián érték meghatározásának hibájából! Ha maradunk az iménti számoknál, akkor az ábrán bemutatott 24 sec időtartomány-beli hiba félamplitúdója helyett 34 sec lesz, ami a medián időpont-meghatározásának hibáját 0,00028 nap helyett 0,00039 napra növeli, ami már korántsem annyira impressziven jobb - de természetesen még mindig jobb, mint a maximum-, vagy pláne a minimum helye alapján meghatározott időpontok hibája. Kérem, tekintse át újra az általam leírtak fényében a mediánértékből származtatott időhiba kérdését, és ha nem lenne igazam, akkor megfelelő okfejtéssel, ill. plusz ábrával szemléltesse, és támassza alá igazát.

A hiba valóban két tényezőtől adódik össze: az egyik a függvény lefutására/alakjára vonatkozó modell hibája, másrészt a medián keresett értékének a hibája. Az előbbi adja a hiba nagyobb részét, és ezt mutattuk be a cikkben/értekezésben, míg most az utóbbit mutatom be.

A medián fényesség értékének meghatározása valóban nagyban függ a maximum és minimum fényességének meghatározásától. Habár az egyedi mérések hibája 0,0001 magnitúdó (100 ppm), a maximum és minimum meghatározása több ponton áthaladó polinom illesztéséből történik, ahogy az a 16. kérdésnél bemutatott ábrán is látszik. A 16. kérdésnél meghatározott maximum- és minimum-időpontok mellett azok magnitúdó értékei és azok hibái is kiszámításra kerültek (kovarianciamátrix vizsgálata alapján), amelyek átlagos értékei a következők (1σ):

10-ed rendű polinom illesztése a maximumnál: 0.0000328 magnitúdó

10-ed rendű polinom illesztése a minimumnál: 0.0000154 magnitúdó

6-od rendű polinom illesztése a maximumnál: 0.0000119 magnitúdó

6-od rendű polinom illesztése a minimumnál: 0.0000239 magnitúdó

3-ad rendű polinom illesztése a maximumnál: 0.0000193 magnitúdó

3-ad rendű polinom illesztése a minimumnál: 0.0000096 magnitúdó

Ezekből a medián értékre a következő hibák jönnek ki:

10-ed rendű: 0,000036 magnitúdó (36 ppm)

6-od rendű: 0,000027 magnitúdó (27 ppm)

3-ad rendű: 0,000022 magnitúdó (22 ppm)

Az időbeli hiba:

$\sigma(t) = dt/dm \cdot \sigma(m)$, ahol $\sigma(m)$ a medián érték magnitúdóbeli hibája és dm/dt a felszálló ág meredeksége, ami 0,321. Így az időbeli hiba 0,0000685-0,000112 nap, azaz 4,6-9,7 másodperc közötti értékre tehető az illesztett polinom rendjétől függően. Ezt, függetlenséget feltételezve, kombinálva a fénygörbe pontos lefutásának ismeretére vonatkozó hibákkal (24 másodperc) (négyzetek összegződnek), az időpont-meghatározás hibája 25-26 másodpercnek adódik.

Referenciák

- Balona, L. A., Stobie, R. S., 1979, MNRAS, 189, 649
Borsa, F., Lanza, A. F., Raspantini, I., et al. 2021, A&A, 653, A104
Herrero, E., Morales, J. C., Ribas, I., Naves, R. 2011, A&A, 526, L10
Klagyivik, P., Szabados, L., 2009, A&A, 504, 959
Southworth, J., 2008, MNRAS, 386, 1644
Southworth, J., Maxted, P. F. L., Smalley, B. 2004a, MNRAS, 351, 1277
Southworth, J., Zucker, S., Maxted, P. F. L., Smalley, B. 2004b, MNRAS, 355, 986
Szabados, L., 2003, IBVS, 5394, 1
von Zeipel, H. 1924, MNRAS, 84, 684

Szombathely, 2024. március 4.


Derekas Aliz

