

Válaszok Dr. Ódor Géza bírálata:

- 1. Nem tudtam meghatározni, hogy a tézisekben megfogalmazott eredményeket milyen részesedésben végezte a jelölt. Például az előbb említett T3 esetén egy 7 szerzős cikk áll a háttérben, a tézispont pedig egyesszám első személyben íródott. Kérem részletezze cikkről cikke a hozzájárulása mértékét.**

A komplex rendszerek tudomány területre jellemző publikációs konvenció szerint egy cikk első szerzője jellemzően az a személy, aki a kutatás javarészt elvégezte, míg a többi szerző részfeladatokat végeztek és a hozzájárulásuk sorrendjében vannak felsorolva. Ez alól kivétel az utolsó (vagy az utolsó kettő) szerző, aki(k) a téma kitalálásáért és/vagy a kutatás vezetéséért felelős(ek). Ettől a konvenciótól való eltérést a megjelent cikkben szokás jelölni. A téziseimben hat olyan cikket foglaltam össze, melyekben mint első szerző szerepelek, egyet mint utolsó előtti szerző és egyet mint utolsó szerző. A tézisekhez tartozó cikkek kiválasztása során ez egy tudatos döntés volt, mivel egyrészt olyan cikkeket szerettem volna összefoglalni, ahol én végeztem a kutatás oroszlánrészét, valamint olyanokat is, ahol mint témavezető tevékenykedtem. A Bíráló kérdésére válaszolva, egész konkrétan a tézisekben összefoglalt eredményekhez tartozó cikkekhez a következő féleképpen járultam hozzá:

- [T1] M. Karsai, K. Kaski, A.-L. Barabási and J. Kertész, Universal features of correlated bursty behaviour. Scientific Reports 2, 397 (2012)

Ez a cikk kizárólag az általam számolt eredményekre épül, amibe a három felhasznált adathalmaz előkészítése és elemzése, a modell szimulációk fejlesztése, futtatása és elemzése és az elméleti eredmények kidolgozása tartozik. Kutatótársaim a kutatás tervezésében, az eredmények interpretálásában, a modell tervezésében és a cikk megírásában vettek részt, amely tevékenységekben én szintén központi szerepet játszottam.

- [T2] M. Karsai, K. Kaski and J. Kertész, Correlated dynamics in egocentric networks. PLoS ONE 7(7), e40612 (2012)

Ezen kutatás alapötlete, annak adat vezérelt megfigyelése és a modell kidolgozása az én munkám. Társszerzőim a kutatás fejlesztésében, az eredmények értelmezésében, a modell definiálásában és a cikk megírásában vettek részt.

- [T3] M. Karsai, M. Kivela, R. K. Pan, K. Kaski, J. Kertész, A.-L. Barabási and J. Saramäki, Small But Slow World: How Network Topology and Burstiness Slow Down Spreading. Phys. Rev. E 83, 025102(R) (2011)

Mint a cikk első szerzője, a közleményben leírt eredmények nagyrészt a saját munkám eredménye. Míg a nagyméretű adathalmaz előkészítése és elemzése és a numerikus szimulációk fejlesztése és futtatása az én feladatom volt, az analitikus eredmények kidolgozásában M. Kivelä, R. Pan és én vettünk részt. A többi társszerző a koncepció kidolgozásában, a kutatás tervezésében, az eredmények interpretálásában és a cikk megírásában játszott szerepet.

- [T4] M. Karsai, N. Perra and A. Vespignani, Time varying networks and the weakness of strong ties. *Scientific Reports* 4, 4001 (2014)

Habár a cikkben összefoglalt eredmények egy hosszú kollaboráció eredménye, ezek az én számolásaimon alapulnak. Az probléma alapötlete közös konzultációk eredménye, de az adatok elemzése, a szimulációk fejlesztése, futtatása és elemzése, valamint a modellek implementációja és szimulációja és analitikus vizsgálata az én feladatom volt.

Szerzőtársaimmal közösen fejlesztettük ki a kutatási irányt, értelmeztük az eredményeket és írtuk meg a cikket.

- [T5] M. Kivelä, J. Cambe, J. Saramäki, M. Karsai, Mapping temporal-network percolation to weighted, static event graphs. *Scientific Reports* 8, 12357 (2018)

Ez a közlemény nagyrészt az első szerző M. Kivelä és saját magam, mint utolsó szerző, közös munkája. Az alapötlet, az algoritmus és a cikk megírása közös konzultáció eredménye. Az adatok elemzése, a modellek fejlesztése és a perkolációs jelenségek numerikus és analitikus vizsgálata az első és utolsó szerző munkája.

- [T6] M. Karsai, G. Iniguez, K. Kaski, J. Kertész, Complex contagion process in spreading of online innovation. *J. R. Soc. Interface* 11, 101 (2014)

A tézispontban összefoglalt eredmények egy kivételes kollaboráción alapszanak a Skype nevű Svéd-Észt kommunikációs céggel, amit én kezdeményeztem és négy éven keresztül én menedzseltem. Az együttműködés eredményeként több cikk született, amik a Skype által megosztott adatokra épülnek. Az aktuális cikk esetén ezekhez az adatokhoz kizárólag nekem volt hozzáférésem a társszerzők közül, így az adatok előkészítése, elemzése és a teljesen szintetikus, valamint adat alapú modellek fejlesztése és futtatása az én feladatom volt. Az analitikus eredményeket főleg a második szerzővel, G. Iniguezszel közösen értük el. A további társszerzők a kutatási irány kialakításában, az eredmények értelmezésében és cikk megírásában játszottak szerepet.

- [T7] M. Karsai, G. Iniguez, R. Kikas, K. Kaski, J. Kertész, Local cascades induced global contagion: How heterogeneous thresholds, exogenous effects, and unconcerned behaviour govern online adoption spreading. *Scientific Reports* 6, 27178 (2016)

Ezen cikk elkészítésében nagyon hasonló szerepet játszottam mint ahogy ez a T6-os tézispont esetén le van írva, azzal a különbséggel, hogy egy doktorandusz hallgató, R. Kikas is be lett vonva a projektbe, aki az adatok elemzésében segédkezett az én témavezetésemmel.

- [T8] Z. Ruan, G. Iniguez, M. Karsai, J. Kertész, Kinetics of Social Contagion. Phys. Rev. Lett. 115, 218702 (2015)

Ebben a cikkben összefoglalt eredmények nagyrészt az első és részben a második szerző munkája. Én az utolsó szerző mellett, mint témavezető vettem részt a projektben. Így főleg a kutatási irány kialakításában, az eredmények értelmezésében és cikk megírásában játszottam szerepet.

2. A hivatkozásokat kissé elnagyoltnak érzem, amikor a szerző nem pontosan az eredeti publikációt referálja, hanem pl. egy összefoglalót. Ilyenek az irányított perkoláció, vagy a Griffiths fázis esete is.

Ahogy a Bíráló megjegyezte, néhány esetben, főleg amikor olyan területekről értekezem a disszertációban, melyek már jól megalapozottak és az eredményeikről átfogó összefoglaló cikk is született, inkább az összefoglaló cikkekre hivatkoztam, mint az alapjelenséget először dokumentáló publikációra. Ez a disszertáció írása során egy tudatos döntés volt, mivel így a már sokat hivatkozott alapcikkek helyett, az érdeklődő olvasó már egy összefoglaló cikket talál, ami természetesen az összes alapcikket tartalmazza. Véleményem szerint mindkét referálási stratégiának van relevanciája, de én a területek szélesebb körű bemutatása miatt az említett stratégia mellett döntöttem. Ugyanakkor, a disszertációban hivatkozott 392 cikkből ez csak néhány közleményt érint.

3. Nem értek egyet a 37 oldalon olvasható kijelentéssel: „Neural networks in the brain are good example for this case, where imaging technologies have not reached yet the temporal (neither spatial) resolution necessary to observe the precise electric signals running between neurons. Also note that the so called mean-field approximation becomes valid in this extreme.” Legjobb tudomásom szerint az átlagtér közelítés érvényessége agyi neurális hálóknál egy erősen vitatott téma, rengeteg elméleti és kísérleti eredmény mond ellent a homogén közelítésnek. Egy viszonylag friss irodalmi áttekintéséhez javaslom a: „Criticality and dynamical scaling in living systems, MA Muñoz, Reviews of Modern Physics 90, 031001”, vagy egy új kísérleti idegtudományos cikk: “Nature Comm. 14, (2023) 4736” tanulmányozását. A jelölt a saját kiemelkedő, 3. tézispontos munkájával is értelmezheti, hogy a neurális moduláris struktúra hogyan lassíthatja le az információ terjedést az agyban, ami az átlagtértől való eltéréshez vezet.

Ahogy a Bíráló megjegyezte, számos tudományos közlemény rámutatott az átlagtér közelítés hatáira az agyi neurális hálózatok megértésének esetében. Ezeket természetesen elfogadom, és céloom nem ezen jól megalapozott eredmények megkérdőjelezése volt. A magyarázatommal, melyet lehet nem fogalmaztam meg egész világosan, azt próbáltam érzékeltetni, hogy abban az extrém esetben amikor egy hálózat olyan gyorsan fejlődik a megfigyelő szempontjából, hogy az egymást követő megfigyelések függetlennek tekinthetők egymástól, akkor az átlagtér közelítés jól alkalmazható. Természetesen az, hogy a megfigyelési technológia határai miatt agyi neurális hálózatok nehezen figyelhetők meg a fejlődésüket jellemző időskálán, nem azt jelenti, hogy független hálózatok sorozatából állnak és hogy az átlagtér közelítés pontosan alkalmazható lenne az esetükben.

4. A bevezetőben a kritikus SOC, és az ebből levezethető villanásos dinamikák tárgyalása kimaradt a dolgozatból. Egyetlen hivatkozást találtam: a [211]-est, de az is inkább egy a szív működéssel kapcsolatos cikk, holott ez egy igen kiterjedt kutatási terület az agykutatásban.

A Bírálóval teljesen egyet értek abban, hogy a kritikus SOC elmélet lehetséges magyarázatot adhat az agyban megfigyelt kollektív neuron aktivitási mintázatokra, de a munkám célja messze esik ezen két terület kombinációjától, így ezek részletes diszkussziója sem jelent meg a fejezet bevezetésében. A releváns két mondat a disszertációban igazából egy felsorolás részét képezi, amely azt próbálja az olvasóval érzékeltetni, hogy a villanásos jelleg ("burstiness") milyen sok és szerteágazó tudományterületen figyelhető meg mint jelenség. Ebben a felsorolásban az SOC-ra vonatkozó mondat az azt megelőző mondatokban említett földrengések és napkitörések során megfigyelt bursty jelenségekre utalt, mint lehetséges magyarázatként szolgálva rájuk. Az ezt követő, a neuronok bursty aktivitására vonatkozó mondat a felsorolásban következő rendszert említi, az SOC elmélettől függetlenül.

5. Az 5-ös tézisponttal kapcsolatos, irányított perkolációnál a Hinrichsen -féle összefoglalóra van hivatkozás és egy állítás az 56.-dik oldalon, hogy a felső kritikus dimenzió=5, ellentétben a fenti, [168]-os műben is említett 4 el. Kérem magyarázza meg az eltérést !

Ahogy a Bíráló megjegyezte, egy pontatlan fogalmazás miatt az említett helyen az irányított perkoláció átlagtér közelítés felső kritikus dimenziójaként 5 lett megadva, míg az említett Hinrichsen cikkben és sok máshol az irodalomban ennek az értéke 4-ként van megállapítva. Ez a félreértés abból adódik, hogy az irányított perkoláció felső kritikus dimenziója $4+1$, ami 4 térbeli dimenzióból és 1 időszerű dimenzióból adódik össze [B1_1, B1_2], és az irodalomban gyakran csak a térbeli dimenziókat veszik figyelembe. Esetemben, a

megfogalmazás nem volt pontos, ami a Bíráló által említett félreértéshez vezetett. Azonban ez a megfogalmazás nem konzisztensen jelenik meg a disszertációban, mivel egy pár sorral később, az 57. oldalon a 3.1-es egyenlet után már a korrekt $d_c=4$ érték szerepel, ami a térbeli dimenziókat jelöli. Ez az elírás disszertációban alkalomadtán javításra kerül.

6. Ehhez kapcsolódóan, az 56. és 57. oldalon az alkalmazott modell numerikus megoldásával Erdős Rényi véletlen gráfon $\beta=0.75$ és $\gamma=1.25$ exponenseket kapnak és az elméleti átlagtér $\beta=\gamma=1$ el hasonlítva elhanyagolhatónak nevezik az eltérést, minden különösebb további diszkusszió nélkül. A tézisekben pedig ezt olvasom az adott dologgal kapcsolatban:
„Számításaim alapján ezen paraméterek a kritikus perkolációs pont körül olyan exponensekkel skálázódnak melyek értéke pontosan megegyezik az irányított perkolációnak a kritikus dimenzió felett talált átlagtér exponenseivel„. Kérem pontosítsa, hogy a kimutatott 25% eltérést miért hanyagolja el ! Lehetséges, hogy a modellbeli rendezetlenség mégsem írható le az Erdős Rényi hálózattal, ami elvileg egy végtelen dimenziós, modulmentes gráf ? Vagy mi lehet az oka ennek a kb. 25 % eltérésnek ?

A disszertáció 3.4.2-es fejezetének “Temporal network percolation” és “Weighted event graphs of modelled temporal networks“ alfejezeteiben részletesen leírt kutatási eredmények egy alapcikk tartalmát foglalják össze (lásd [217]-es referencia a disszertációban), ami jelentős részben az én munkámon alapszik. Ez a cikk eseménygráfok segítségével arra mutat rá, hogy bizonyos temporális hálózatok egy fázisátalakuláson mennek keresztül, és arra a sejtésre jut (egzaktul nem bizonyítva azt), hogy ez a fázisátalakulás az irányított perkoláció univerzalitási osztályába tartozhat. Ez a javaslat a kialakuló időben irányított kapcsolódó komponensek anizotrop természetéből adódik, amik nagyon hasonlóan értelmezhetőek és jellemezhetőek mint az irányított perkoláció során megfigyelt klaszterek. Azonban ebben az alapcikkben a pontos leképezés nem volt igazolható, pontosan a Bíráló által említett megfigyelt exponens értékeknek az elvárt átlagtér exponens értékektől való eltérései miatt. Ezekre az eltérésekre mind a cikkben, mind a disszertációban konzisztensen felhívtam a figyelmet (például lásd a 3.9-es egyenlet előtti vagy utáni bekezdéseket, vagy a 3.11-es egyenlet utáni bekezdés). Az exponensek az alapcikkben véges-méret skálázás segítségével lettek megállapítva, azonban a legnagyobb szimulált hálózatok mérete (mely ebben az esetben maximum $|V|=4096$ csomópont és $|E|=10^7$ esemény volt) sajnos nem engedte meg az exponensek pontosabb meghatározását. Ennek az oka az volt, hogy az irodalomból nem állt rendelkezésünkre olyan algoritmus, melynek segítségével hatékonyan tudtuk volna megbecsülni a kimenő komponensek méretét nagyobb méretű temporális hálózatok esetén.

Az alapcikkekben megfigyelt sejtések arra sarkalltak bennünket, hogy a leképezést pontosabb módszerekkel és nagyobb hálózatok segítségével igazoljuk. A kutatás egy hallgató doktori munkájaként folytatódott, melyben mint társ-témavezető vettem részt. Ezért az így elért eredményeket, melyek javarészt a hallgató számolásain alapszanak, csak nagyon röviden foglaltam össze a “Directed percolation of temporal networks” című alfejezetben a disszertáció 58. oldalán.

A sejtés igazolása érdekében egy olyan új algoritmust fejlesztettünk ki, ami pontos becsléseket tudott adni a kimenő komponensek méreteiről tetszőleges irányított aciklikus gráfok esetén. Ennek az algoritmusnak a lényegét az 58. oldal harmadik bekezdésében foglaltam össze nagyon röviden, a 31. referenciaként idézett publikációnkra hivatkozva.

A kifejlesztett algoritmus már alkalmas volt arra, hogy nagyobb hálózatok esetén is tudjunk klaszterstatistikákat számolni. Az így elemzett temporális hálózatok mérete elérte a $|V|=10^{17}$ csomópontot és $|E|=3.7 \times 10^7$ eseményt, ami több nagyságrenddel nagyobb volt mint az alapcikk esetén. Az így elvégzett véges-méret skálázási analízis sokkal pontosabb megfigyelésekhez vezetett a fázisátalakulás kritikus pontjának és kritikus exponenseinek megállapítása esetén. A kapott eredmények a sejtést igazolták, miszerint a megfigyelt fázisátalakulás az irányított perkoláció univerzalitási osztályába tartozik, és a megfigyelt exponensek értékei, kis hibahatáron belül megegyeznek az elvárt átlagtér exponensek értékeivel. Ezeket az eredményeket nagyon röviden az 58. oldal negyedik bekezdésében foglalom össze, a 33. referenciaként idézett publikációnkra hivatkozva. A 32. hivatkozott cikkünk ennek az eredménynek további kiterjesztését tartalmazza temporális hálózatok egy nagyobb halmazára, melyek mind strukturális mind temporális heterogenitással rendelkeznek.

A disszertációban törekedtem arra, hogy ez a kutatási folyamat végig követhető legyen úgy, hogy az általam elért eredményeket (melyeket ebben az esetben az alapcikk tartalmazta) részletesebben foglaljam össze, de bemutassam a végső eredményeket is. A tézisben azonban, a forma rövidegét figyelembe véve az alapprobléma leírása után a konklúziót mutattam be, így összefoglalva a kutatási kérdést és az arra adott végső választ.

7. A 80-adik oldalon az un. SIS modellekkel kapcsolatban ez olvasható: „This idea lead to the seminal result that degree heterogeneities decrease the critical point of epidemics leading to a vanishing infection threshold in scale-free networks with degree exponent $\gamma \leq 3$ ”. Erre kijelentésre nincs hivatkozás, viszont ez ellentétben áll azzal a tudomásom szerint egzakt matematikai cikk: Ann. Probab. 37, 2332 (2009), eredményével miszerint a nullás fertőzési küszöb minden gamma-ra igaz. Kérem diszkutálja ezt!

A Bíráló által kiemelt mondatban szereplő állítást alátámasztó hivatkozás az előző mondatban található ([293]-as referenciával), ami bevezet egy az SIS modell skálamentes hálózatokon való fokszám alapú átlagtér közelítést használó megoldást, aminek segítségével a szerzők a fent említett megállapításra jutnak. A két mondat tartalmilag és logikailag összetartozik, így a referencia megismétlése nem tűnik indokoltnak.

A fent említett cikket a hálózati epidemiológia egyik első fő eredményeként tartják számon és számos cikkben, tankönyvben és összefoglalóban felhasználják és támaszkodnak rá (lásd pl. Rev. Mod. Phys. 87, 925 (2015)). A Bíráló által említett cikkről sajnos nem volt tudomásom, így hálás vagyok a konstruktív kommentért, ami így alkalmat ad a fent említett állítás pontosabb megfogalmazására. Az említett cikket elolvasva, indokoltnak tartom az adott mondat pontosítását, amit a következőképpen javasolnék:

“This idea lead to the seminal result that degree heterogeneities decrease the critical point of epidemics leading to a vanishing infection threshold in scale-free networks with degree exponent $\gamma \leq 3$. Subsequently, this result has been generalised in case of SIS processes through an exact calculation finding a vanishing infection threshold for any values of the degree exponent $\gamma > 3$ [Chatterjee and Durrett, Ann. Probab. 37(6): 2332-2356 (2009)].”

8. A threshold modellek jól ismertek a statisztikus fizikában, és tárgyalatokhoz hasonló reakció-diffúziós modellekben magas dimenziókban szakadásos, elsőrendű fázisátalakulások jelennek meg nagyobb küszöb értékekél. A dolgozatban tárgyalt esetekben mégis perkolációs, folytonos átmenetekről olvashatunk. Kérem diszkutálja ezt is!

Ahogy a Bíráló megjegyezte, threshold-modellek a fizikában reakció-diffúziós rendszerek esetén főleg első rendű fázisátalakulásokra adnak jó magyarázatot. Azonban, ahogy a disszertációban tárgyaltam, bizonyos körülmények között perkolációs folyamatokkal is összefüggésbe hozhatóak amik általában folytonos fázisátalakulással jellemezhetőek.

Threshold-modellek és perkolációs folyamatok kapcsolatára egy jó példa a Watts által bevezetett hálózati threshold-modell [368], ami alapvetően nem fizikai, hanem társadalmi folyamatok terjedését igyekszik megmagyarázni statisztikus fizikai megközelítéssel. Az így definiált hálózati küszöbfolyamat legegyszerűbb formájában azt tételezi fel, hogy egy adott kapcsolódó hálózaton minden csúcspont két állapotban lehet, vagy (innovációra) nyitott (*susceptible*) vagy adoptált (*adopted*). Kezdeti állapotban minden csúcspont nyitott, kivéve egy kiválasztott mag csúcs (vagy kis számú mag csúcsok) mely(ek) adoptált állapotban van(nak). Egy betöltetlen csúcs akkor válik adoptálttá, ha a adoptált szomszédjainak hányada egy előre rögzített küszöbértéket (*threshold*-ot) elér. Ha ez a feltétel teljesül, akkor

a csúcspont feltétlenül és azonnal adoptálttá válik, és ebben az állapotban marad a folyamat végéig. A Watts által vázolt megoldásban a globális kaszkádok kialakulása egy olyan perkoláló klaszter jelenlététől függ, amelyben olyan sebezhető csúcspontok kapcsolódnak össze, melyeknek pontosabb egy szomszéd befolyásolására van szükségük az adoptációhoz. Ha egy mag egy ilyen sebezhető perkolációs klaszter szomszédságában helyezkedik el, ez beindítja a sebezhető klaszter azonnali adoptációját, ami ezek után további stabil és sebezhető csúcsok adoptációjához vezethet melyek közvetlenül vagy közvetetten a perkoláló klaszterhez kapcsolódnak. Így a kaszkádok kialakulása, a magok elhelyezésén túl, egy determinisztikus folyamatként fogható fel ami csak a hálózati struktúrától és a küszöbértékek eloszlásától függ.

Mindennek megértése azért fontos, hogy a Bíráló kérdésére válaszolva rámutassak arra, hogyan alakulhatnak ki folytonos fázisátmeneteket a küszöbfolyamatok esetén. Az disszertáció 4.5.2 "Dynamical threshold model with immune nodes" fejezetében tárgyalt modell esetén a Watts-modellt kétféleképpen egészítettük ki. Először is feltételeztük, hogy a spontán adoptáló magok nemcsak a kezdeti állapotban lehetnek jelen, hanem véletlenszerűen egy adott rátával jelennek meg a modellfolyamat során. Ezen túl azt a feltevést tettük, hogy egy adoptálási folyamat esetén (ami pl. egy termék vásárlását, vagy egy viselkedési forma vagy szokás felvételét jelentheti) nem mindenki fogja követni, adoptálni az adott viselkedési formát, hanem lesznek, akik ezt mindig elutasítják. Ők a terjedési folyamat szempontjából immunizált (vagy blokkolt) állapotban vannak a kezdettől fogva. Ha a blokkolt csomópontok r hányadát növeljük, egyrészt a kaszkádok kialakulása lelassul, másrészt a rendszer egy egyre elfojtottabb állapotba kerül. Ugyanakkor a rendszer r függvényében egy folytonos átcsapás („crossover”) tartományban három perkolációs jellegű fázisátalakuláson megy keresztül. Egyrészt a Watts-modell által javasolt képpel ellentétben, a mi modellünkben (és az általunk megfigyelt valós rendszerekben) egy kaszkádot nem egy perkoláló sebezhető klaszter okozza, hanem egy összefüggő klaszterből áll amit olyan stabil csúcspontok alkotnak amiknek több mint egy szomszéd hatására van szükségük az állapotuk megváltoztatásához. A megfigyeléseink alapján az ilyen összefüggő stabil klasztereket több nem-kapcsolódó sebezhető klaszter indukál. Az r hányad növelésével ez az összefüggő stabil csúcspontokból álló klaszter egy folytonos fázisátalakulás során egy nem-kapcsolódott fázisba kerül, ami a nagyméretű kaszkádok kialakulását teszi lehetetlenné. Másodrészt r további növelésével a kaszkádok lehetséges mérete tovább csökken, mivel egy bizonyos érték felett az adoptációra alkalmas csomópontoknak nem lesz elég hasonló szomszédjuk, hogy a küszöbértéküket elérjék. Végül, ha az r paraméter tovább növeljük, egyre kevesebb csomópont lesz alkalmas adoptációra, ami effektív módon a folyamatot hordozó hálózat adoptációra alkalmas részhálózatokra való széteséséhez vezet. Megfigyeléseink alapján a küszöbfolyamatot befolyásoló mindhárom jelenség egy perkolációs jellegű folytonos fázisátalakulást mutat, ellentétben a Bíráló által említett általános megfigyeléssel, miszerint a reakció-diffúziós folyamatokat leíró threshold folyamatok egy szakadós, elsőrendű fázisátalakulással

jellemezhető. A fent leírt jelenségek a disszertációban a 4.5.2-es fejezetben, valamint a [199]-el referált cikkünkben lettek összefoglalva.

Referenciák

[B1_1] Obukhov, S. P. "The problem of directed percolation." *Physica A* 101.1 (1980): 145-155.

[B1_2] Henkel, Malte, Haye Hinrichsen, and Sven Lübeck. "Directed Percolation." *Non-Equilibrium Phase Transitions: Volume I: Absorbing Phase Transitions* (2008): 59-100.

Budapest, 2023. december 4.



Dr. Karsai Márton