

Bírálat Pluhár András
„One and two-person Positional games”
című doktori munkájáról

Pluhár András doktori műve pozíciós játékokról és a velük összefüggő színezési kérdésekről, illetve gráfok és hipergráfok színezéseinek egyéb aspektusairól tartalmaz eredményeket. A témakörök lényegében megfelelnek a fejezeteknek, így először nagyvonalakban ismertetem ezek tartalmát.

Egy bevezető fejezet után a második fejezet párosításokon alapuló stratégiákkal foglalkozik klasszikus Építő-Romboló pozíciós játékokban, illetve Picker-Chooser és Chooser-Picker típusú játékokban, ahol a „Picker” játékos egy kételemű halmazt választ az alaphalmazból, és a „Chooser” játékos a két elem közül az egyiket kiválasztja; a másik Picker-hez kerül. Picker-Chooser játékban Picker az Építő játékosnak felel meg, míg Chooser-Picker típusú játékban a Rombolónak. A fejezet eredményei négy angol nyelvű és egy magyar nyelvű folyóirat-cikken alapulnak, összesen (a Google Scholar szerint) 53 idézettel.

A fejezet fő eredményei: a P_5 játék párosításainak jellemzése, ez alapján annak bizonyítása, hogy a Snaky játékban nem létezik párosítási stratégia; a \mathcal{H}_9 játék (9-amőba) párosításainak jellemzése; a Chooser-Picker játékok elemzése.

A harmadik fejezet a játékoknak az $(a : b)$ -gyorsított változatát vizsgálja, ahol az első játékos a db lépést, a második játékos b db lépést tesz egyhuzamban. Itt az eredmények három folyóiratcikken alapulnak, 56 idézettel. A fejezet fő eredményei: az Átmérő játékoknál a $(2, b)$ -gyorsított játék részletes elemzése; a $(2, b)$ -Prímépítő játék elemzése.

A negyedik fejezet a játékok elejének és végének a módosításával foglalkozik. Egyrészt vizsgál olyan jellegű kérdéseket, hogy egy gráfon értelmezett pozíciós játékban mi a legkisebb részgráf, amin építő nyerni tud. Másrészt nézi a pozíciós játékok kiegészítését egy második fázissal, ahol a játékosok elmozdíthatják figuráikat. E fejezet két folyóirat-cikken alapul, 11 idézettel. A fejezet fő eredményei: a minimális fokszám játékban az építő nyereséhez szükséges részgráf méretének pontos becslése; az újrafelhasznált Vonaljátékok és Kaplansky játékok elemzése.

Az 5. fejezet a leghosszabb, itt színezésekkel kapcsolatos eredmények szerepelnek. A témakörök változatosak, külön alfejezetek szólnak mohó színezésekről, automaták izomorfizmusáról, klaszterezésről, és véletlen gráfok valamint síkgráfok diszkrepanciájáról. Összesen 5 angol nyelvű és két magyar nyelvű publikáción alapul a fejezet, 108 idézettel. A fejezet fő eredményei: n -uniform hipergráfok 2-színezhetőségére vonatkozó becslések mohó színezés segítségével; izomorfia nézve teljes automata rendszerek; feszített H -mentes színezések különböző H gráfokra; feszítő fák és Hamilton-körök diszkrepanciájára vonatkozó alsó és felső becslések; a Hajnal-Szemerédi tétel diszkrepancia változata.

A fenti összefoglaló alapján látszik, hogy a doktori mű fejezetei komoly és szerteágazó tudományos kutatásokon alapulnak, melyek jó nemzetközi folyóiratokban lettek publikálva, és nemzetközi figyelemre is számot tartanak. A doktori mű tudományos tartalma így megfelel a köveztelményeknek, **a tudományos eredményeket az MTA doktori cím megszerzéséhez elegendőnek tartom, és a nyilvános védés kitűzését javaslom.**

A dolgozat tudományos értékének elismerése mellett ki kell térnem arra, hogy véleményem szerint a mű végső változatának elkészítése több gondosságot és alaposabb átnézést igényelt volna. A szövegben nem ritkák az elírások és az angol nyelvi pontatlanságok, szerencsétlen megfogalmazások, főleg (de nem kizárólag) a fejezetek bevezető részeiben. Nem egy-egy elszigetelt esetről van szó, hanem bizonyos hibás angol kifejezések és nyelvi megoldások rendszeresen előfordulnak. Egy-két alaptétel kimondásába is hiba csúszott (pl. Borsuk-Ulam tétel), és néhol a definíciókat is nehéz első olvasásra megérteni; a tétel-számozások is tévesek néhány helyen, például az utolsó fejezetben. Az 5.2. fejezetben különösen sok a hiba; ezt az alfejezetet én ki is hagytam volna a dolgozatból, hiszen sok új eredmény nem szerepel benne, a témakör survey jellegű ismertetésére pedig ilyen formában a szöveg nem igazán alkalmas.

Összefoglalva, a mű tudományos tartalmát elegendőnek tartom az MTA doktori cím megszerzéséhez és így támogatom is a cím odaítélését, viszont sajnálatosnak tartom, hogy a végső változat nem egy nyilvánosságnak szánt komoly tudományos szövegtől elvárható igényességgel lett megírva.

Kérdéseim:

1. Vizsgálták-e a Picker-Chooser típusú játékok olyan elfogult változatát, ahol Picker 2-nél több elemet választ, és abból Chooser adott számút vesz ki?
2. A disszertációban szerepel, hogy a Beck sejtést azóta megcáfolták. Van-e esetleg valami gyengébb sejtés, ami még igaz lehet?
3. Az 5.6. fejezetben a tételek becsléseket adnak a diszkrepanciára. Vannak-e algoritmikus eredmények a vizsgált esetekben a diszkrepancia hozzávetőleges minimalizálására?

Budapest, 2024. március 31.



Király Tamás