

Válasz G. Horváth Ákos bírálataira

Nagyon köszönöm G. Horváth Ákosnak a bírálatait. Az alábbi két konkrét kérdést fogalmazta meg, melyekre itt válaszolok.

1. kérdés. A 2.10 Tétel szerint poliéderek eltoltjainak családjára $\chi_m > 2$. Van-e olyan poliéder, melyre χ_m értéke pontosan ismert? Például mi a helyzet tetraéder vagy kocka esetén?

Válasz. Ez egy kiváló kérdés, és valójában pont ráhibáztott egy másokkal közös kutatásra, amit nemrég kezdtünk meg. Habár e válasz írásakor még nem állíthatom teljes bizonyossággal, de úgy gondoljuk, hogy bármely poliéder eltoltjainak családjára be tudjuk bizonyítani, hogy χ_m véges. Konkrét értékeket azonban eddig még nem vizsgáltunk, de ezeknek a meghatározása is egy nagyszerű téma a későbbiekre.

2. kérdés. Az általános Delaunay trianguláció használata a homotetikus példányok fedésével kapcsolatos problémáknál természetesen vezet el a csúcsok színezési kérdéseihez, mely felvetésében a kapcsolódó hipergráf színezésére vonatkozik. Ugyanakkor a felbontás szolgáltat egy gráfot is, a felbontás élgráfját, mely szintén színeződik. Ismer-e olyan vizsgálatot, mely ezen másodlagos színezésre vonatkozó valamely további feltétel teljesülését is megköveteli? (Példaként: Bizonyos a másodlagos gráfra vonatkozó feltételek esetén, lehet a hipergráf csúcsait mondjuk két színnel jól színezni úgy, hogy valamelyik egyszínű komponens a másodlagos gráf élrendszerére nézve élösszefüggő legyen?)

Válasz. Itt a kérdés elsősorban az értekezés 5.3. és 6.2. fejezeteire vonatkozik, ahol egy konvex sokszög homotetikus példányainak segítségével definiálunk egy általános Delaunay-háromszögelést. Ezen háromszögelés csúcsainak színezésével érvelve kapjuk a geometriai hipergráfnak egy színezését, és a bíráló kérdése, hogy milyen további tulajdonságokat követelhetünk meg egy ilyen színezéstől. Sajnos tudomásom szerint ezt nem vizsgálták, a példaként hozott kérdésre pedig biztos nem tudunk igenlő választ adni, mert két színnel még a hipergráfot sem sikerült színeznünk, habár azt sejtjük, hogy ez lehetséges. Több szín esetén is megkérdezhetjük, hogy elérhető-e, hogy valamelyik színosztály összefüggő legyen a Delaunay-gráfban. Négy szín esetén ez természetesen lehetséges, hiszen a három színnel való színezés egy tetszőleges csúcsát átszínezhettük egy negyedik színre. Három szín esetén viszont nem tudom a választ, hiszen a mi módszerünk Poh és Goddard módszerére alapul, amiben mindegyik színosztály több, diszjunkt útból is állhat.

Köszönöm, hogy támogatja a nyilvános vitára bocsátást és az MTA doktora cím megítélését.

Budapest, 2024. október 3.


Pálvölgyi Dömötör