Mezo-makroökonómiai modellek

Ágazati-, regionális- és rétegbontású nemzetgazdasági modellépítés és alkalmazások

A Magyar Tudományos Akadémia doktora cím elnyerésére készített értekezés

Révész Tamás

Budapest, 2023. május

Tartalomjegyzék

Táblázatok jegyzéke

Ábrák jegyzéke

Előszó

A nyugati, főleg az angol és amerikai szakirodalom és oktatási gyakorlat hazai meghonosodását követően a hazai szakemberek is egyre inkább a makroökonómiát és a mikroökonómiát tekintik a közgazdaságtudomány két pillérének. Jóllehet ez didaktikus okokból és a leggyakoribb kutatási irányok szempontjából érthető, az angol „economic sciences” fogalomnak megfelelő közgazdaságtudománynak, mint a „business sciences”-tól, azaz gazdálkodástudománytól eltérő diszciplinának van egy, a gyakorlati életben igen fontos területe, amit az értekezés címében is jelzetten, leginkább mezoökonómiai nemzetgazdasági elemzésnek lehetne nevezni. Ebben a szóösszetételben a nemzetgazdasági jelző fejezi ki azt, hogy szemlélete nemzetgazdasági, azaz az egész nemzetgazdaságot átfogóan, nemzeti szintű problémákat vizsgál, és azokra vonatkozó nemzeti szintű közösségi célok megvalósulását segítő döntéseket igyekszik megalapozni. A mezoökonómiai jelző pedig arra kíván utalni, hogy az elemzés, és az ennek eszközéül szolgáló modellek figyelembe veszik a gazdaság „szerkezetét”, jelesül az ágazati szerkezetet, a térbeli avagy regionális szerkezetét, valamint az egyes társadalmi rétegek eltérő jellemzőit és e rétegekre való különböző hatásokat.

A gazdaság e dimenziók szerinti bontása azonban nem megy le a mikroökonómiai szintre, az egyes háztartások, vállalatok, stb. gazdasági egységek szintjére, hanem csak azok csoportjait ábrázolja. A mikroökonómia szokásos eszköztára, például a mikroszimuláció, illetve a játékelmélet e modellekben értelemszerűen csak korlátozottan, illetve áttételesen érvényesülhet, például a kétféle modelltípus számítási eredményeinek egymás részére való átadásával. Hasonló mondható el azon makroökonómiai modellekről, amelyek a gazdaságnak csak az aggregált (GDP, tőke, munkaerő, export, import, fogyasztás, megtakarítás, stb.) vagy majdnem teljesen aggregált kategóriáival (például ricardoi és nem-ricardói háztartások, külkereskedelemképes, angolul „tradable” és külkereskedelmi forgalomba nem kerülhető (non-tradable) termékek, termelőeszközök- és fogyasztási cikkek) operálnak. Az ilyen típusú makroökonómiai elemzések és modellek eredményei is hasznosíthatók a mezo-makroökonómiai modellekben, és fordítva, azaz utóbbiak nemcsak „dezaggregálják” a makroökonómiai modellek eredményeit, hanem azokat a gazdaság szerkezetétől függően korrigálják is. Például az egyes végső felhasználások ágazati szerkezetének, illetve az egyes ágazatok ráfordítási együtthatói és egyéb fajlagosai jelentős eltérései miatt sok esetben még az aggregált makrogazdasági mutatók (például az import, az adóbevétel, az energia-felhasználás és környezeti emisszió) alakulását is csak a gazdaság ágazati szerkezetének ismeretében lehet megérteni és megbízhatóan megbecsülni. Egyes problémák (például munkanélküliség, monokultúrás térségek) gyakran jelentős előrelátást kívánó megfelelő kezelése pedig önmagában is igényli a szakágazati mélységű prognózisokat. A gazdaság ágazati szerkezetének megbízható előrejelzése azonban csak az ágazatok beszállítói kapcsolatainak, technológiai jellemzőinek ismeretében lehetséges. Hasonlóképpen az egyes régiók és rétegek termelési, fogyasztási, megtakarítási, stb. viselkedésének paraméterei is igen eltérőek lehetnek, így a fenti aggregált makrogazdasági mutatók értékét és a köztük megfigyelhető összefüggéseket is lényegesen befolyásolhatják.

A makroökonómiai művek, főleg a tankönyvek is foglalkoznak a gazdaság egy-egy ilyen részterületével, de ezek az elemzések általában ad hoc jellegűek, elszigeteltek, angolul „box”-jellegűek, nincsenek integrálva az elmélet egészébe, jórészt verbális, nem formalizált és nem kvantifikált kiegészítő gondolatmenetek. Például tárgyalják a különböző fogyasztók eltérő jövedelem- illetve árrugalmasságát, illetve az egyes technológiák input-helyettesítési lehetőségeit, de ezek minden rétegre és ágazatra vonatkozó számszerűsítését szinte lehetetlen találni a szakirodalomban.

Tehát az általunk tárgyalandó mezo-makroökonómiai modellekre nemcsak a gazdaság egy-egy részterülete iránti érdeklődés miatt van szükség, hanem a makroökonómiai mutatók közötti számos összefüggés is csak a mezo-szint ábrázolásával írható fel kielégítően. A mezo-szintű modellekhez lehetne sorolni az energiagazdálkodási és környezetgazdasági modulokat tartalmazó modelleket is, de ezeket korábbi műveimben, jelesül PhD-értekezésemben bővebben tárgyaltam, alkalmazásokat is bemutatva. Ugyanakkor e két interdiszciplináris (jelentős műszaki-biológiai-ökológiai jelenségeket, összefüggéseket is ábrázoló) terület igen gyors fejlődésen megy keresztül, amiről igen sok folyóirat cikkei tanúskodnak, ezért jelen értekezésemben ezek átfogó tárgyalására nem vállalkozom. A tárgyalt kérdésköröknek és modelleknek azonban természetesen vannak ilyen aspektusai is, és természetesen ezek közül a legfontosabbakat, illetve legrelevánsabbakat megemlítem.

Az értekezés az utóbbi 22 év alatt a Corvinus Egyetem, illetve a Gazdasági Minisztérium tudományos főmunkatársaként és az Európai Bizottság Közös kutatóintézete keretében csapatmunkában és egyénileg folytatott kutatási, modellépítési és -alkalmazási, valamint az egyetemen több mint három évtizedes oktatási tevékenységem tudományos eredményeit foglalja össze. E kutatások, illetve elemzések és modellek különösen időszerűvé váltak a koronavírus járvány miatti recesszió és az abból való mielőbbi kilábalást, ún. „helyreállítást” célzó a gazdaság egyes szegmenseit igen eltérően érintő szelektív, illetve a laza monetáris és fiskális politika révén igen erős keresletösztönző politika fokozódó egyensúlytalanságai, szerkezeti aránytalanságai (munkaerőpiac, energiaellátási problémák, drámai energia-, nyersanyag-, ingatlan- és élelmiszerár emelkedések, ikerdeficit, „windfall”-profitok, stb.) miatt.

Részben a mezo-makroökonómiai modellek vázolt jellegzetességei, részben érdeklődésem, és a modellszámítási eredmények megbízhatósága iránti igényességem miatt a kutatómunkám rendszerint magába foglalta a modellek adatbázisának összeállítását, a különféle részterületekről, statisztikákból származó adatok összhangjának, konzisztenciájának megteremtését, a hiányzó adatok illetve a modellek paramétereinek szakszerű becslését, a modellek specifikálását, kalibrálását, számítógépes programjának megírását, a modellek szimulációs forgatókönyvei összeállítását, a szimulációk elvégzését, és végül de nem utolsósorban az eredmények disszeminációját, publikálását egyaránt.

Az adatkérdések jelentős súlya miatt az értekezés I. része az adatbázisok összeállításának, az adatbecslések elméleti és alkalmazási kérdéseit tárgyalja, beleértve az egyik adatbecslési eljárásra vonatkozó, a legutóbb megjelent cikkemben részletesen bemutatott elméleti eredményeimet, és annak bizonyos mértékű kiegészítését is.

A gazdaság ágazati szerkezetének megbízható előrejelzése azonban csak az ágazatok beszállítói kapcsolatainak, technológiai jellemzőinek ismeretében lehetséges. Ezeket az ún. Forrás- és Felhasználás táblák, valamint az ágazati kapcsolati mérlegek (ÁKM) tartalmazzák. Ezért a dolgozat II. részének egy-egy fejezete az ezen adattáblákon alapuló ún. Neumann-Sraffa modell, illetve az ÁKM-en alapuló volumenmodell (angolul input-output quantity-modellek) egy-egy típusának a nemzetgazdasági elemzésben való felhasználhatóságát szemlélteti. A II. rész utolsó fejezete, a 6. fejezet az ún. Társadalmi Elszámolási Mátrixon (angolul: Social Accounting Matrix, rövidítve: SAM) alapuló SAM-modellekkel kapcsolatos főbb kutatási és alkalmazási eredményeimet ismerteti. A SAM-modell egy határeset a pénzügyi folyamatokat ábrázoló és a reálfolyamatokat ábrázoló modellek között. Alapértelmezésben ugyanis az ÁKM-et lényegében a jövedelmek elosztásának, újraelosztásának és a rendelkezésre álló jövedelem felhasználásának a hozzáadott érték és a végső felhasználások közötti kapcsolatot leíró „számláival", az ezeknek megfelelő sorokkal illetve oszlopokkal kiegészítő Társadalmi Elszámolási Mátrix (angolul: Social Accounting Matrix, rövidítve: SAM) a jövedelmek, általánosabban fogalmazva (pénz-)*értékek* áramlását, körforgását ábrázoló táblázat (mátrix), de az erre épülő SAM-modell alapvetően a keresletvezérelt nyílt (vagy inkább részlegesen bezárt) ÁKM volumenmodellekhez hasonlóan működik, és az eredményeit is aszerint értelmezik (mintha az értékek változása a mögöttük meghúzódó mennyiségek, volumenek arányos változását is jelentené).

A III. rész mindhárom fejezetében olyan modellek matematikai specifikációját és elméleti kérdéseit tárgyalom, amelyekben az áraknak jelentős szerepe van. Először, azaz a 7. fejezetben egy olyan modellt tárgyalok, amelyben az árak exogének, majd a 8-9. fejezetben az árakat endogénként meghatározó modellekkel kapcsolatos, az elmúlt 20 évben kutatóként, illetve oktatóként kidolgozott rendszerezéseket, elméleti interpretációkat, és az alkalmazások során megfogalmazódott tanulságokat foglalom össze.

A 7. fejezetben az ÁKM-volumen- és ármodellek kombinációjának tekinthető, az ágazati nemzetközi versenyképesség DRC-modelljével kapcsolatos eredményeimet foglalom össze. Mivel ez a *költség – haszon elemzés* keretébe sorolható, „inverz"-exporthatékonysági mutatónak is tekinthető mutató Magyarországon még mindig nem eléggé ismert, e fejezetben nagy súlyt helyezek a DRC-modell módszertani ismereteinek rendszerezett, és a mai magyar gazdaság szempontjából fontos aspektusainak bemutatására. A DRC mutató az adott tradable termék (és az ennek előállításához közvetlenül és közvetve szükséges nontradable termékekből álló) vertikumának egységnyi nettó devizahozamához szükséges erőforrásköltség. A DRC-mutató nemzetgazdasági értékelést kifejező jellege az (externáliák igénybevételét, köztük a környezetszennyezést is „beárazó") árnyékárak használatán, és a tradable termékek előállításához szükséges nontradable termelési vonzat és erőforrásigény figyelembevételén túlmenően abban is jelentkezik, hogy a külföldi tőke és munkaerő (vendégmunkások) jövedelmét nem a DRC-mutató számlálójában, az erőforrásköltségek között számoljuk el, hanem a nevezőben, a nettó devizahozamot csökkentő tételként. A magyar gazdaságra számszerűsített DRC-mutatók kapcsán arra is felhívom a figyelmet, hogy azzal a felszínes nézőponttal szemben, miszerint az az ágazat a nemzetközileg versenyképesebb amelyik termékének világpiaci ára nagyobb mértékben haladja meg a belföldi árát, az ágazatoknak a DRC-mutató alapján számított versenyképességi sorrendje eltérhet a világpiaci ár/hazai ár alapján számított világpiaci árindexek alapján számított sorrendjétől.

A korábbi, a nyílt gazdaságra kidolgozott, a keresleti hatásokat, hatósági árakat és egyéb referenciaárakat, valamint a legkülönbözőbb költségoldali hatásokat és jövedelemképzési szabályokat figyelembevevő gyakorlati célú ármodellemmel szemben (Révész, 2000), a 8. fejezetben a zárt gazdaságra vonatkozó, különféle ún. „elméleti ármodellek" matematikai megoldási módszereit elemzem, néhány összefüggés saját magam által való bizonyításával. Az ÁKM-ármodellek tárgyalásában Zalai (1991) három elméleti ármodelljét veszem alapul: az önköltségarányos-, értékarányos- és termelési árak modelljét. Az elméleti ármodellek közül az ágazatilag egységes és a fogyasztói árakhoz igazodó bérindexet és az amortizáció illetve a tőke (ami az állóeszközök képviselnek a modellben) szintén ágazatilag egységes és a beruházási árindexhez igazodó tőkeátértékelési indexet szerepeltető ún. zárt ármodelleket vizsgálom.

Bár ezekkel kapcsolatban számos számpéldát kidolgoztam, terjedelmi okokból ezek közül csak egyet, a bérszint és a profitráta összefüggését a jövedelemegyenlőtlenségre való hatását, és ezen keresztül a gazdaság ágazati szerkezetére való hatását is ábrázoló, valós magyar és amerikai adatokkal kalibrált ármodellel vizsgáltam.

A 9. fejezet mutatja be a bonyolultabb modellekkel, konkrétan a számszerűsített általános egyensúlyi (angolul Computable General Equilibrium, rövidítve CGE-) modellekkel kapcsolatos főbb kutatási és alkalmazási eredményeimet. A fejezet elején a témával kapcsolatos felsorolt 35 művemmel és ezek csoportos vázlatos bemutatásával is érzékelteti kívántam a témával való folyamatos foglalkozást mind idehaza, mind külföldön, ami alapvetően az Európai Bizottság Közös Kutatóintézetének sevillai részlegében (akkoriban IPTS rövidítésű külön intézetét) folyt, és ami főleg a *GTAP világmodellezési adatbázis* és az erre kalibrált *GTAP illetve GEM-E3 nevű CGE-modellek* fejlesztésében, szimulációs forgatókönyvei kidolgozásában és dokumentálásában való részvételt jelentette.

Ezek után egy stilizált, erőforrás-korlátokkal, export és import korlátokkal, valamint a fogyasztói jóléti függvénnyel mint a nemzetgazdasági célfüggvénnyel kiegészített, a különféle helyettesítési lehetőségeket figyelembevevő optimális erőforrás-allokációs feladatból származtatott, annak az optimumát kifejező feltételek némelyikét a mikroökonómiából ismert termelői illetve fogyasztói optimalizáló viselkedés összefüggéseivel helyettesítő, majd ezek egyrészét formailag kis módosításokkal „életszerűbbé" tevő CGE-modellt mutatok be, amiben az e modelleket jellemző Walras-törvény követelményét is skaláralgebrai egyenértékű átalakításokkal levezetem.

A CGE-modellek gyakorlati alkalmazási és más modellekkel való összekapcsolt működtetési lehetőségeinek érzékeltetésére azt, a Közigazgatási és Igazságügyi Hivatal (KIH) megrendelésére készült MIC-MAC-modellnek nevezett modellt mutatom be egy külön alfejezetben, ami az ún. „gap"-modellek típusába tartozó makroökonómia modellnek és egy mikroszimulációs modellnek a saját CGE-modellemmel való összekapcsolását és alkalmazását jelentette, többek között az egykulcsos személyi jövedelemadórendszerre való áttérés és a családi adókedvezmény bevezetésének hatásvizsgálatára.

Végül, de nem utolsósorban az elsősorban a gazdasági, természeti és társadalmi értelemben egyaránt fenntartható fejlődés feltételeinek vizsgálatára, a gazdaságpolitikai döntések és a külső körülmények változásának sokrétű, közvetlen és közvetett, rövid és hosszú távú hatásainak, valamint adott esetben (választhatóan) az optimális költségvetési kiadási szerkezet számszerűsített bemutatására használható SOCIOLINE-modellt ismertetem. Ez a dinamikus CGE-modell néhány fontosabb társadalmi hatást is ábrázol,

Ebben a modellben a munkaerőt mint humántőkét ábrázolom, és szerepeltetem a humántőke akkumulációjának intertemporális egyenleteit is. Tőkeként ábrázolom az infrastruktúrát, a demokráciát, a járadékokat is, és figyelembe veszem ezek visszahatását a gazdasági hatékonyság és egyenlőség hosszú távú alakulására. A demokrácia tőke alakulása a modellben az egyes rétegek egyenlőtlenségétől, a demokrácia pillérét jelentő középosztály jövedelemrészesedésétől, az állami természetbeni juttatások és a közfogyasztás GDP-re vetített arányától függ. Másfelől a demokrácia tőke szintje hat a környezeti-, infrastrukturális- és termelőberuházások hatékonyságára.

A modell további különleges vonásai közül kiemelhető a *portfolió blokk*, ami az egyes szereplők pénzügyi megtakarításainak az egyes aktívák és passzívák szerinti összetételét határozza meg. A modell sem az árfolyam, sem az árszint közvetlen meghatározását (az ún „numeraire” szerepeltetését) nem igényli. Mivel a modell *nem árhomogén,* az *infláció* reálhatásokat okoz. Az inhomogenitás okai például az indexálatlan tartozás- és követelés nyitóállományok, vagy a pénzkeresleti függvények, a pénz inflációtól függő reálhozama.

A modell működését és hosszútávú „nemzetstratégiai” felhasználhatóságát egy, az 1998-2019. évekre vonatkozó, alternatív költségvetési kiadási szerkezeteket figyelembevevő hatásszimulációval érzékeltettem.

Az Összefoglalás összegzi a felsorolt modellek és alkalmazások főbb erősségeit és hiányosságait, valamint vázolja a tárgyalt modellek továbbfejlesztésére, alkalmazási területeire vonatkozó terveimet, és a modellekkel kapcsolatos problémák megoldására, a modelleknek a modellezők általi lehetséges, illetve célszerű továbbfejlesztési irányaira vonatkozó elképzeléseimet.

Bevezetés

A makroökonómiai modellek mezo-szintű kategóriákkal és összefüggésekkel való kibontása a modellek matematikai komplexitását rendkívüli mértékben megnöveli és számítástechnikai kezelhetőségét jelentősen lecsökkenti. Ezért a makroökonómiai, illetve mikroökonómiai modellek egyes általánosabb matematikai ábrázolásait – mint például a sztochasztikus összefüggések, dinamikus egyenletek, az egyes szereplők viselkedése ábrázolásánál társadalmi választási és játékelméleti szituációk figyelembevétele – lényegesen le kell egyszerűsíteni, illetve el kell hagyni.

Ennek megfelelően az értekezésemben bemutatandó modellek a szakirodalomban található módon csak determinisztikus összefüggéseket tartalmaznak, amelyeknél persze megjelen(het)nek a bizonytalanság olyanféle egyszerűsített ábrázolásai, mint például az árképzésben szokásosan alkalmazott kockázati prémiumok, vagy az álláskeresés bizonytalanságait kifejező álláskeresési idő és egyéb, a nem teljeskörű informáltságból és a részben emiatti (például a beruházási döntéseknél jellemző) „kivárás”-ából eredő „súrlódási tényezők”.

Hasonlóképpen e mezo-makroökonómiai modellek az intertemporális összefüggések ábrázolását is leszűkítik, az előrelátás és az ún. racionális várakozások helyett (amit a modellekben modell-konzisztens várakozások képviselnek) csak a múltbeli tapasztalatokat figyelembevevő, „rövidlátó” (idegen szakkifejezéssel: myopikus) viselkedést tételeznek fel, vagy a gazdaság hosszútávú egyensúlyi állapotának jellemzőit igyekeznek számszerűsíteni. E modellek nem ábrázolják azt a folyamatot, ami a gazdaság nem egyensúlyi állapotából az egyensúly kialakulásához vezet (lásd például az autópályákra való felhajtást biztosító spirális útszakaszokkal való hasonlóság miatt angolul „turnpike”-tételeknek hívott összefüggéseket), és ezáltal annak időigényét (amíg a „sokkhatások” „lecsengenek”) sem. Így Cassel nyomán hívhatjuk e modelleket „időtlennek”, szemben a szigorú értelemben vett statikus, azaz egy konkrét időszakra vonatkozó állapotot kiszámító/bemutató modellekkel. Az intertemporális összefüggések leegyszerűsítésének másik szokásos módszere az ún. stacioner modellek készítése, amelyek a gazdaság indulóhelyzetétől elvonatkoztatva a gazdasági egyensúly olyan állapotát igyekeznek meghatározni, amelyben a gazdaság fő (technológiai, viselkedési, stb.) paraméterei változatlanok, a gazdaság egyenletes ütemben és változatlan szerkezetben növekszik, miközben az árak, legalábbis az árarányok változatlanok maradnak.

Természetesen a gazdaságnak egyszerre csak egy időszaki állapotát kiszámító modellek is lehetnek többidőszakosak, ahol azonban az egyes időszakok kapcsolatát főleg az ún. akkumulációs egyenletek, azaz az erőforrások, illetve pénzügyi állományok (követelések és adósságok, pénzmennyiség) folyam-állomány (angolul: „stock-flow”) mérlegösszefüggései teremtik meg. Ezeket a matematikai kifejezéssel „rekurzív dinamikus” modelleket a hazai szakzsargon „léptetős” modelleknek hívja, utalva arra, hogy a modellek időszakonként (éves adatokon alapuló modelleknél általában évenként), mintegy lépcsőfokonként haladnak előre a szimulációs (előrejelzési) időhorizonton belül az egyes időszakok meghatározásában, a változók adott időszaki értékének meghatározásánál figyelembevéve az előző időszaki változóértékeket, jelesül kiszámítva a rendelkezésre álló állóeszközállományt az előző évi állomány, valamint az előző évi állóeszközfelhalmozások (kissé pontatlanul „beruházások”) és állóeszközfelhasználások (a fizikai értelemben vett, azaz a kapacitáscsökkenést képviselő amortizáció) eredőjeként. Természetesen hasonlóan (de a munkaerő biológiai-pszihológiai-szociológiai-társadalmi sajátosságait figyelembevevő és modellbeli ábrázolásának módjától függően alternatív módokon) lehet ábrázolni a munkaerő, vagy (a létszámot a termelékenységgel, stb. korrigáló) „emberi tőke” (humántőke) akkumulációját, de a természeti erőforrások állományának és a (környezetminőséget, a környezet szennyezettségét figyelembevéve számított) „környezeti tőke” alakulását is.

Nemcsak a modell egyenletrendszerének megoldása, a megoldás egyértelműségének (unicitásának) és egyéb matematikai tulajdonságai (dualitás, redukált formák,stb.) biztosítása nehéz ha az egyenletek nemlineárisak (főleg ha bonyolultabb, és egymástól eltérő függvénytípusokat tartalmaznak), hanem a nemlineáris függvények a lineáris függvényeknél jóval több paramétert tartalmaznak, azaz adatigényük is jóval nagyobb. Mivel a mezo-szint bekapcsolásával az adatigény amúgy is drámai mértékben megnő, ezért a mezo-makroökonómiai modellek jelentős része lineáris modell. Természetesen e lineáris összefüggések egyrésze lehet a feltételezett nemlineáris, de folytonosan differenciálható függvények lineáris közelítése is. Értekezésem jelentős részében szintén lineáris modelleket mutat be.

A többszektoros modellezés legáltalánosabban használt lineáris modelltípusa az input-output (ÁKM-) modell. Az e modelltípussal kapcsolatos sok félreértés (beleértve az eredmények félreértelmezését is) egyike az a „vád", hogy e modellek lineáris összefüggései (jelesül az ún. ráfordítási együtthatók) irreálisak, túlzottan leegyszerűsítve eltorzítva ábrázolják a gazdasági szereplők viselkedését és a technológiai összefüggéseket. Ezzel szemben, ahogy azt a szakma egyik illusztris képviselője, Clopper Almon hangsúlyozza, az ő INFORUM-modellje és a legtöbb, ÁKM-blokkot avagy ÁKM-modell-magot (angolul: „core") tartalmazó, azt néhány viselkedési egyenlettel kiegészítő modell „identity-centered", azaz mérlegösszefüggés központú. Azaz alapvető erőssége a számított változóértékek konzisztenciája, mérlegösszefüggéseik biztosítása, ami kiválóan alkalmassá teszi arra, hogy a gazdasági döntéshozóknak a gazdaság e kategóriái alakulására vonatkozó elképzelései konzisztenciáját ellenőrizze, az elképzelések/elvárások ellentmondásait feltárja. Ez különösen fontos, ha bizonyos lobbicsoportok, vagy voluntarista gazdaságpolitika következetlenségét kell leleplezni. Erre gyakorlatilag vég nélkül lehetne példákat felsorolni. Az állítólagos versenyképesség érdekében a béreket lenyomni igyekvő, az adó- és járulékterhelés csökkentéséért küzdő cégek (beleértve a hazai valuta leértékelésére vágyó exportőr cégeket is) nem veszik figyelembe, hogy az alacsonyabb bérek miatti kieső kereslet miatt nem tudnak eleget eladni, az alacsonyabb adók- és járulékok miatt pedig az állam nem tud gondoskodni kellően a versenyképességet alapvetően meghatározó infrastruktúra, valamint a munkaerő egészségi állapotának megőrzéséről és megfelelő oktatásáról. Ahogy azt az Index.hu 2018 július 26-i tudósítása szerint Varga Mihály pénzügyminiszter hangsúlyozta, hogy „bárki bármit mond, a versenyképességet két dologgal nem lehet javítani: az alacsony bérekkel és a gyenge valutával". Ugyanakkor az a felfogás sem konzisztens, ami nem számol a forgalmiadó emelések felhasználókra való áthárításával vagy a csökkenő profitok beruházásokat, illetve ezáltal a gazdasági növekedést visszafogó hatásával. Vagy az a keresletélénkítő politika, ami nem számol a megnövekedett belföldi keresletnek az erőforrások korlátjába ütköző voltával, illetve az importnövelő, és ezáltal külkereskedelmi egyenlegrontó hatásával. Vagy épp ellenkezőleg: a kieső kereslet hatásával a beszállítókra. Az ÁKM-modellek éppen e beszállítói kapcsolatok részletes és átfogó ábrázolásával – jóllehet a linearitás (azaz a ráfordítási együtthatók) egyes esetekben többé-kevésbé torzító feltételezésével, de a becslési hibáknak egymást részben kioltó volta miatt a számított összhatások megbízhatóbb becslésével, – egyértelmű kapcsolatot teremt a végső felhasználások és az ágazati kibocsátások között. Fontos hangsúlyozni, hogy e kapcsolat nemcsak az éppen egyensúlyi állapotban levő, absztrakt, „ideális" gazdaságra érvényes, hanem mivel a mérlegek a készletváltozást (beleértve a nem szándékoltakat is) a végső felhasználás (közelebbről a felhalmozás) egyik összetevőjeként kezeli, (a ráfordítási együtthatók feltételezése mellett) minden gazdaságra mindenkor érvényes logikai összefüggés, ha … akkor kapcsolat a végső felhasználás és a kibocsátások között. Ezért hívják az e modellekkel (adott forgatókönyv, azaz paraméterértékek mellett) végzett hatásszimulációkat feltételes hatásvizsgálatoknak, ahol a „feltételes" jelző utal nemcsak a forgatókönyv (a feltételezett gazdasági „sokk”) hipotetikus voltára, hanem a ráfordítási együtthatókra vonatkozó feltételezésekre is. Noha a modellben használt ráfordítási együtthatókat általában egy-egy év adataiból, mint múltbeli átlagos együtthatókat számítják (kalibrálják), egy ilyen feltételes hatásvizsgálatnál, illetve előrejelzésnél számolhatunk „marginális”, azaz növekményi fajlagosokkal is. Ezt általános értelemben is lehet használni: ha például a többletkereslet hazai kínálatból nem elégíthető ki, akkor a növekményi fajlagos a hazai termékekre nézve zérus, az importra nézve pedig 1 (vagy ha azt devizaértéken mérjük, akkor a szóbanforgó termék deviza egységára) lesz.

A nemlineáris számszerűsíthető általános egyensúlyi (CGE-) modellek az ÁKM-modellek kiterjesztésének, egy jövedelemelosztási, egy mikroökonómiai (termelői-, végső felhasználói viselkedési) és egy ún. makroökonómiai lezárási egyenletblokkal való kiegészítésének is tekinthetők (lásd Zalai, 2012, Révész, 2021). A makroökonómiai lezárás elsősorban az erőforrások kínálatának, az erőforrásáraknak, a végső felhasználásoknak és a megtakarításoknak a szintjét határozza meg névleges- vagy reálértéken, abszolút, vagy relatív formában (pl. megtakarítási ráták), de gyakran alkalmaznak olyan lezárásokat is, amelyekben valamely adóbevételi korlátot állítanak fel, és ehhez keresik az adókulcs szükséges értékét. A CGE-modell tehát valamilyen feltételezéssel él a mikroökonómiában általában nem tárgyalt két gazdasági szereplő, a külföld (legalábbis a velünk kapcsolatba kerülő részének) és az államháztartás viselkedését illetően, konkrétan az exportkeresleti függvényekre, a külkereskedelmi és államháztartási egyenlegre költségvetési kiadásokkal kapcsolatban.

Az ÁKM-, SAM-, és CGE-modelleket természetesen nemcsak feltételes előrejelzésre, illetve hatáselemzésre lehet felhasználni, hanem bizonyos kategóriák közötti összefüggések feltárására, megfigyelt eltérések és időbeli változások magyarázó tényezőinek, illetve okainak elkülönítésére. Ezt az irányzatot a determinisztikus többszektoros modellek közül legtisztábban az ún. strukturális dekompozíció módszere képviseli, amivel az értekezés egy fejezete külön is foglalkozik.

A szokásos közhiedelemmel ellentétben a gazdaságstatisztika és modellezés kapcsolata nem egyirányú. A modellezés nemcsak használja a gazdaságstatisztika által szolgáltatott adatokat, hanem ideális esetben a modellező aktívan jelzi is a statisztikusok felé a modellje számszerűsítéséhez szükséges adatigényeket, sőt saját becsléssel pótol is egyes hiányzó adatokat, illetve az egymással inkonzisztens adatokat bizonyos szakmailag elfogadott módszerrel összhangba is hozza (ugyanis a modellek eredményei nehezen értelmezhetők egy az indulóadatokban jelentkező, illetve azt a számított eredményekre is valamilyen módszerrel továbbvivő statisztikai eltérés kategória szerepeltetésével).

Hogy az adatok becslése mennyire nem inkompatibilis a statisztikusi tevékenységgel, azt az is jól mutatja, hogy a 90-es évek elejétől a korábbi kb. 6000 (nagy)vállalat adatait sokszor pusztán csak összesítő Központi Statisztikai Hivatal (KSH) egyre inkább kénytelen volt a mintavételből, illetve részleges adatszolgáltatásból való adatok teljeskörűsítésének különböző becslési módszereit alkalmazni, illetve a különböző forrásokból (pl. a NAV kereseti adatai) származó adatállományoknak a statisztikai módszertannak – jelesül az ENSZ System of National Accounts (SNA) kategóriáinak és mérlegösszefüggéseinek – megfelelő kategóriákra transzformálni, és az egymással való összhang megteremtése végett bizonyos módszerekkel kiigazítani. Ehhez természetesen bizonyos feltételezések, becslések kellenek, ami ezt az eljárást magát is lényegében modellé alakítja át. Ennek kiváló példája maguknak az ÁKM-eknek az SNA által ajánlott modellekkel való előállítása. Az SNA kézikönyv azonban e modellek feltevéseit és azok következményeit nem tárgyalja matematikai precizitással, vagy a bennfentesek számára magától értetődőnek tartva, vagy éppen ellenkezőleg, a matematikai apparátust kevésbé ismerő olvasókat nem akarva túlterhelni e formális levezetéssel. Mivel e hiányzó levezetés a szakirodalomban sem található meg, legfeljebb részlegesen, illetve bonyolultabb tárgyalás keretében, ezért az oktatói tevékenységem kapcsán vállalkoztam ezeknek a levezetéseknek a kidolgozására és az oktatási segédanyagokba való beépítésébe.

Ha a modellező alaposan ismeri a modelljének az elméleti alapjait, és az ennek megfelelő kategóriákat, akkor esetenként felül is kell bírálnia a statisztikai szervezetek által valamilyen – a modell feltevéseivel éppenhogy inkompatibilis – módszerrel előállított adatokat. Erre az 1. fejezet egy példát is bemutat, konkrétan az ún. (perem)szimmetrikus ÁKM készítésénél alkalmazott módszer tárgyalásával. Itt egy egyszerűbb, majdnem minden gazdaságelemző számára releváns példát említek. A KSH Stadat adatbázisa 21.1.1.12. táblázata lábjegyzete szerint „A gyermekgondozási ellátás igénybevétele miatt munkájuktól tartósan távol lévők – a 2021 január 1-jétől hatályos uniós jogszabályokkal összhangban – foglalkoztatottaknak minősülnek”. A KSH szakértőivel való konzultációnk során kiderült, hogy ez annyiban pontosítandó, hogy az említett „uniós jogszabály” valójában csak egy Eurostat ajánlás, amit a KSH arra hivatkozva alkalmaz, hogy mivel legalább 9 EU-ország alkalmazza, az ezekkel való összhang érdekében követi azok gyakorlatát. Noha ez jogilag érthető (állományban maradnak), a fizetett gyerekszabadság szabályozásában és gyakorlatában levő alapvető különbségek miatt ez Magyarországon nem indokolt. Ugyanis amíg más EU országokban általában a szülő igen rövid részekben is kiveheti e szabadságot, addig idehaza a szülő két évre folyamatosan van távol a munkahelyétől. Ezért amíg a rövidebb időszakokat kivevő szülő szorosabb kapcsolatban marad a munkahelyével, és általában nem esik ki a gyakorlatból (esetleg bizonyos munkafeladatokat home office/online jelleggel a szabadsága alatt is ellát) és nem marad ki a továbbképzésekből, addig az itthon gyed-en lévőkről ez nem mondható el. Ezért a gazdasági elemzők szempontjából igencsak félrevezető a (hivatkozott Stadat táblázat szerint mintegy 130 ezer fő) gyed-en lévő személy beszámítása a munkaerőbe, amikről rendszerint feltételezik, hogy aktívan dolgoznak, és rájuk is vetítve határozzák meg a termelékenységet. Ez azonban azoknál az ágazatoknál (pl. textiliparban, közszolgáltatásokban), ahol viszonylag sok gyed-en lévő van állományban, meglehetősen félrevezető következtetésekhez vezet. Ezért a termelés és a munkaerőinput kapcsolatát elemzőknek és modellezőknek ki kellene szűrni ezt az átlagosan kb. 3 % fiktív munkaerőt.

Az egyes modelltípusokkal, adatbázis problémákkal, alkalmazásokkal kapcsolatos konkrétabb elméleti és gyakorlati kérdéseket az értekezés egyes fejezetei fejtik ki részletesebben.

I. rész

1. Háztartási rétegadatok előállítása a többszektoros makrogazdasági modellek számára

A háztartási szektor (illetve a modellek ún. „reprezentatív” háztartásának) felbontása rétegekre az egyedi háztartásokra, sőt azok személyeire vonatkozó egyedi adatok („adatrekordok”) alapján célszerű. Ez teszi ugyanis lehetővé a rétegképző ismérvek rugalmas módosítását, és kombinált kritérium (például nagycsaládos városi háztartás) szerinti képzését. A hivatalos statisztikában szereplő különféle egy- illetve többkritériumos rétegbontások ugyanis nem képesek bemutatni az összes, a gazdasági elemzés és modellezés szempontjából releváns háztartási csoportot, illetve a bemutatott adatok köre is igencsak korlátozott, messze nem fedi le a modellek által igényelt adatkört. Igaz, a háztartásokra elérhető mikroadat-állományok is általában vagy a háztartások pénzügyi helyzetére, vagy a jövedelmeire, vagy a fogyasztására koncentrálnak, míg a többi kategóriáról legfeljebb csak meglehetősen aggregált adatokat közölnek. E fejezetben egy nemzetközi összehasonlító elemzés, illetve multiregionális modell számára is alkalmas adatállománynak a főbb ismérveit, illetve feldolgozásának elméleti kérdéseit és gyakorlati technikáit mutatom be. Az ismertetés egy 4 éves, jelenleg is folyó Európai Uniós Horizon2020-as (TRADE4SD kódnevű) kutatási projektben végzett kutatásokon és arról készült angol nyelvű kutatási jelentéseken alapul. E projekt egyik célkitűzése a GTAP-modell (Corong et al., 2017) háztartási szektorának bontása különféle rétegekre, és a világgazdasági változások, valamint klíma- és kereskedelempolitikák társadalmi hatásainak számszerűsítése a GTAP-modell különféle kiterjesztéseivel, mint például a MAGNET-modellel (Woltjer and Kuiper, 2014). A GTAP modellnek a világ összes országára illetve régiójára vonatkozó adatait összefoglaló adatbázisának a fenti kutatási projekt kezdetekor elérhető legutolsó változata, a GTAP10.1 adatbázis 2014. évi adatokat tartalmaz (Aguiar et al., 2019). E fejezetben az EU-tagállamok Háztartási Költségvetési Felvételének (HKF) 2015. évi magyar, bolgár és portugál adatainak a GTAP10.1 adatbázis háztartási szektorra vonatkozó adatainak dezaggregálásához szükséges feldolgozásának főbb lépéseit ismertetem.

1.1. A felhasznált adatállományok

Az Eurostat 1988 óta 5 évente gyűjti össze és publikálja az EU-tagállamok Háztartási Költségvetési Felvétel (HKF) adatait. Az utolsó 2 gyűjtési kör 2015 és 2020 volt. A mikroadatok a 2010-es és 2015-ös referenciaévekre vonatkoznak. Az Eurostat Microdata Team hozzáférést biztosított számunkra a részben anonimizált 2015. évi adatokhoz (ezek az ún. „tudományos felhasználási célú” fájlok). Az angol rövidítéssel HBS-nek nevezett HKF tudományos felhasználású fájljai főként 2 adatcsoportból állnak:

- Háztartási fájl: a háztartás egészére vonatkozó változók

- Háztartási tagok fájlja: a háztartás tagjaira vonatkozó változók

Ezek az adatok 23 EU-országra vonatkozóan álltak rendelkezésre: BE, BG, CZ, DK, DE, EE, FR, IE, IT, EL, ES, HR, HU, CY, LV, LT, LU, PL, PT, RO, SK, SE, FI.

A Háztartási adatállomány (fájl) 605 változót (oszlopot) tartalmazott a (magyar esetben) 7185 háztartáshoz (ezeket a sorok képviselik). A Háztartási tagok adatállománya pedig (a magyar esetben 16785 személyre vonatkozóan) személyenként egy-egy sort és 26 oszlopot (változónként egyet) tartalmazott.

A háztartási adatállományban a háztartások külföldi fogyasztási kiadásaira mind a 12 fő COICOP-kategóriára bontva, mind az összesenjére ismeretlen – még a használati útmutatóban sem említett – okok miatt zérus érték szerepel. Kérdés, hogy hagyhatók ezek el a háztartások fogyasztási összkiadása eltorzítása nélkül.

A szerencsejátékokra, prostitúcióra és kábítószerre fordított kiadások „érzékeny" változóit is törölték az adatállományból. A szerencsejáték és prostitúció esetében a részösszegeket és az összkiadási adatokat ennek megfelelően módosították (csökkentették). A kábítószerek esetében azonban a megfelelő részösszeg (az 'alkohol, dohány és kábítószer') nem módosult ennek megfelelően, így a (jelentett) kábítószer-kiadás maradék-elv alapján kiszámítható volt. Ez a magyar esetben 90%-kal csökkentette a mintabeli fogyasztási kiadások rész-egész (angolul „add-up") inkonzisztenciáját.

Sajnos a NUTS-2 kódot (amely azt mutatná, hogy a háztartás lakóhelye melyik megyébe tartozik) szintén elhagyták, illetve a NUTS-1, azaz nagyrégió kóddal helyettesítették. Ami Magyarországot illeti, ez azt jelenti, hogy a háztartásokat csak 3 nagyrégió (Középső /Budapesttel/, Dunántúl és az ország többi része) szerint tudjuk rétegezni, a 20 alaprégió (megye) szerint nem.

Ez igen kiábrándító tény, mivel megakadályozza a különféle szakpolitikák és gazdasági sokkok társadalmi-gazdasági hatásának elemzését a leginkább érintett (pl. a kevésbé fejlett mezőgazdasági) régiókra, és a kapcsolódó szakpolitikai ajánlások kidolgozását, noha a kohéziós politika támogatására jogosult régióit NUTS 2 szinten határozták meg.

Furcsa módon az Eurostat által elérhetővé tett HKF-adatállományok nem tartalmaznak a nemzeti számlákhoz hasonló jövedelemkategóriákat. Még a számunkra igen fontos munkajövedelmek sincsenek külön feltüntetve. A megadott jövedelemkategóriák a következők:

- Munkaviszonyból származó természetbeni jövedelem (természetbeni bér és fizetés)
- Nem fizetett tevékenységekből származó természetbeni bevétel
- Imputált lakbér
- Pénzbeli nettó jövedelem (összes monetáris jövedelem mínusz jövedelemadó)
- Nettó jövedelem (a fentiek összege)

A „nettó monetáris jövedelemmel" kapcsolatban a HBS felhasználói kézikönyv a következőket jegyzi meg:

„Ha a jövedelemforrás nem egy egyént érint, hanem a háztartás egészét, akkor azt a háztartás szintű jövedelemként kell nyilvántartani. Emiatt nem szerepel a személyes jövedelemben a tulajdonosi jövedelem, a természetbeni (kivéve a fizetett munkaviszonyból származó) jövedelem és a lakástámogatás. Ebből következően az egyéni jövedelmek összege nem feltétlenül egyezik meg a háztartás jövedelmével.”

A HKF személyi adatállománya csak az alábbi egyetlen jövedelemkategóriákat tartalmazza:

- Az összes forrásból származó összes bevétel (nettó összeg), amely a család adott tagjára vonatkozik

Ennek alapján a háztartások munkajövedelmére a személyi jövedelmek összegeként proxyt állítottam össze. Valójában a személyi jövedelmek tartalmazhatnak nyugdíjat, munkanélküli segélyt és hasonlókat, de ezek többnyire a korábbi munkaviszonyhoz kapcsolódnak, így ezeket a jövedelmeket a tényleges munkajövedelemhez hasonlóan az adott csoport azon személyek munkajövedelmét helyettesítőnek tekinthetjük, akik hiányoznak a mintából. Ez egyértelműen (konstrukciójából eredően) túlbecsüli a tényleges munkajövedelmeket, de remélhetőleg nem torzítja jelentősen az egyes csoportok relatív részesedését a teljes munkajövedelemből, illetve az egyes szektorokból származó összes bevételből. Végeredményben ez a túlbecslés megszűnik, amikor a személyi jövedelmeket (szektoronként) hozzáigazítjuk a megfelelő GTAP-adatokhoz (az ágazatonkénti bontásban adott munkaerőköltségekhez).

Sajnos, mivel a GTAP adatbázisban és az ezekre épülő GTAP-modellben a „regionális háztartás” (ami gyakorlatilag megkapja a teljes elsődleges jövedelmet és a teljes végső keresletet jelenti) nincs felbontva magánháztartásokra, államháztartásra és egyéb összetevőkre, ezért a másodlagos (a jövedelemtulajdonosok, hivatalos néven intézményi szektorok közötti) jövedelemeloszlás szinte teljesen hiányzik a GTAP adatbázisból. Így a GTAP adatokban csak néhány kategória megfeleltethető meg a háztartások jövedelmének.

Pontosabban, a GTAP adatbázis tartalmazza (VFM mátrix) a hozzáadott érték felosztását ágazatonként, illetve a hozzáadott érték fő összetevői szerinti bontásban. Ezek közül a nettó (azaz a munkaadói járulékok és egyéb béradó jellegű tételek levonása utáni) munkaerőköltség a munkavállalók szempontjából a bruttó munkajövedelem kategóriának feleltethető meg, hiszen még mindig tartalmazza (legalábbis elvileg) a munkavállalók társadalombiztosítási járulékait és a személyi jövedelemadót. E két tétel országos összesenje csak az adatbázis „nettó tényezőjövedelem” (EVOA) ágazatilag már nem, csak termelési tényezőnként bontott kategóriájából számítható, a bruttó munkajövedelem országos összesenje és a nettó tényezőjövedelem vektorának a munkaerőre vonatkozó komponense különbségeként. Ez az elszámolási mód részben ezen elvonásoknak az ágazatonkénti adatai hiányából, részben abból a szemléletből adódik, ami ezeket nem a munkaerőt terhelő ágazatspecifikus elvonásoknak, hanem a háztartásokat terhelő elvonásoknak tekinti (azzal, hogy a személyi jövedelemadó tényleg a személyhez és nemcsak a munkajövedelemhez kötődik, ráadásul sok esetben progresszív módon, a járulékért cserébe pedig a háztartás illetve a háztartási szektor egésze az alapszerűen gazdálkodó társadalombiztosítástól társadalombiztosítási szolgáltatásokat kap).

A GTAP adatbázis egyik érdekessége, mondhatnánk erőssége, hogy a munkajövedelmeket főbb munkafajtánként is megkülönbözteti. A projekt jelenlegi fázisában azonban ezt a bontást egyelőre nem használtuk ki, többek között azért is, mert előtte ki kell dolgozni annak a becslését (például az ún. FEOR-kód felhasználásával), hogy a HKF mintában szereplő háztartások személyeinek melyik munkafajtához tartoznak.

A háztartás tagjaira vonatkozó adatállományban igen fontos *a személyek ágazati hovatartozását* (a foglalkoztató ágazatot) mutató változó. Mivel azonban ez csak egybetűs ágazati kóddal, azaz csak 20 ág szerinti bontásban szerepel, ezért a személyekhez tartozó jövedelmeket (lényegében kereseteket, tekintve, hogy a tőkejövedelmek, szociális jövedelmek, és egyéb családi szinten értelmezhető illetve jellemző jövedelmek a háztartási adatállományokban jelennek csak meg) – további támpont híján, de feltehetőleg jó közelítéssel feltételezve, hogy ezek a személyhez tartozó ágból származnak – szét kellett bontanom a GTAP10.1 adatbázis 65 ágazatára. Ez különösen a mezőgazdaság (A kóddal) és a feldolgozóipar (C kóddal) ágakhoz tartozó személyek jövedelmeinek dezaggregálását kívánta meg (valamilyen proxy kategória és/vagy a személyi adatokban található ISCO 08-as foglalkozási kód segítségével), és e dezaggregált (és valószínűleg meglehetősen aluljelentett) HKF-adatoknak a rendelkezésemre álló GTAP10.1 adatbázis megfelelő (VFM kódú) kategóriájának (ágazatonkénti munkaerőköltség) adataihoz igazítását. Ez a feltétele annak, hogy egy CGE-modellben (a projekt tervei szerint konkrétan a MAGNET-modellben) összekapcsolhatók legyenek az ágazatokban keletkező munkajövedelmek a háztartások fogyasztási keresletével, pontosabban, hogy olyan szimulációkat lehessen futtatni, amelyek megmutatják, hogy az egyes háztartási csoportok mennyit kapnak az egyes GTAP ágazatok által kifizetett bérekből, illetve, hogy ezen belül mekkora a fizikai és szellemi munkakörökben dolgozók részesedése.

A HBS magyar fogyasztási kiadási adatok súlyozott összegei reprezentativitásának felmérésére összevetettem azokat a nemzeti számláknak (NSz) a 2015. évi hazai fogyasztási kiadásokra vonatkozó, a COICOP osztályozás 2 számjegyű szintje szerint meghatározott fogyasztási kategóriák szerinti adataival. Az 1-1. Táblázat mutatja az eredményeket (itt és a továbbiakban a táblázatok alatt az Excel-file-ra való hivatkozás a jövőbeni könnyebb ellenőrizhetőséget, és az Excel-file-ban található képletek és cellamegjegyzések segítségével való könnyebb megérthetőséget szolgálja).

1-1. táblázat: A 2015. évi magyar HKF fogyasztási adatai reprezentativitása

millió forint, arány

COICOP kategória név	**COICOP kód**	**HKF súlyozott fogyasztási kiadások**	**Hazai fogyasztási kiadások a Nemzeti Számlákban**	**HKF/NSz hányados**
Élelmiszerek	CP011	6804,2	8751,3	0,78
Alkoholmentes italok	CP012	671,5	1448,8	0,46
Szeszes italok	CP021	405,3	1694,1	0,24

Dohányáruk	CP022	598,9	2049,5	0,29
Kábítószerek	CP023	3,4	428,0	0,01
Ruházat	CP031	867,1	1487,3	0,58
Lábbeli	CP032	397,4	562,7	0,71
Tényleges lakbér	CP041	712,0	511,0	1,39
Imputált lakbér	CP042	7384,9	6920,5	1,07
Lakáskarbantartás és -javítás	CP043	313,3	104,5	3,00
Vízellátás és egyéb lakásszolgáltatás	CP044	1606,9	989,9	1,62
Villamos energia, gáz és egyéb tüzelőanyagok	CP045	3918,9	2887,2	1,36
Bútorok és lakberendezési cikkek, szőnyegek és más padlóburkoló anyagok	CP051	134,8	554,0	0,24
Lakástextíliák	CP052	57,9	282,5	0,20
Háztartási gépek és készülékek	CP053	204,6	554,3	0,37
Háztartási üvegáruk, edények és konyhafelszerelés	CP054	81,1	328,8	0,25
Barkács- és kerti szerszámok, eszközök	CP055	84,8	175,5	0,48
Rendszeres lakáskarbantartáshoz igénybe vett termékek és szolgáltatások	CP056	654,1	619,4	1,06
Gyógyszerek, egészségügyi termékek, gyógyászati segédeszközök	CP061	1187,3	1254,8	0,95
Járóbeteg-ellátás	CP062	294,3	978,1	0,30
Kórházi szolgáltatások	CP063	60,1	214,2	0,28
Járművásárlás	CP071	534,4	1538,7	0,35
Személyszállító járművek üzemeltetése	CP072	2405,6	4670,6	0,52
Közlekedési és szállítási szolgáltatások	CP073	467,8	1020,8	0,46
Postai szolgáltatás	CP081	6,0	32,8	0,18
Telefon- és egyéb hírközlő berendezés	CP082	61,7	72,1	0,86
Telefonálás és egyéb hírközlési szolgáltatás	CP083	2121,5	2043,8	1,04
Audiovizuális, fotooptikai és információfeldolgozó berendezések	CP091	185,1	494,2	0,37
Egyéb szabadidős és kulturális tevékenységet szolgáló tartós javak	CP092	2,5	4,0	0,62
Játékok, hobbi- és sportcikkek, kertészkedés, hobbiállat	CP093	425,6	966,0	0,44
Szabadidős és kulturális tevékenységekkel kapcsolatos szolgáltatások	CP094	619,8	1746,8	0,35
Újság, könyv, papír és írószer	CP095	394,3	525,0	0,75
Szervezett társasutazás	CP096	353,8	284,1	1,25

Oktatás	CP10	279,7	965,1	0,29
Vendéglátás	CP111	978,6	3659,3	0,27
Szálláshely-szolgáltatás	CP112	130,2	869,2	0,15
Testápolás	CP121	950,2	1029,1	0,92
Prostitúció és máshova nem sorolt egyéb szolgáltatások	CP122_127	153,4		0,21
Prostitúció	*CP122*		548,7	
Máshova nem sorolt személyes ingóság	CP123	52,2	248,8	0,21
Szociális ellátás	CP124	101,1	341,7	0,30
Biztosítás	CP125	838,2	614,3	1,36
Máshova nem sorolt pénzügyi szolgáltatások	CP126	119,1	1970,1	0,06
Máshova nem sorolt egyéb szolgáltatások	*CP127*		169,7	
Összesen		**37623,7**	**56611,3**	**0,66**

Forrás: Eurostat HKF és Nemzeti Számla (NSz) adatok 2015-re, saját számítás

(a HBSEUout.xlsx file HU munkalapjának EO2:EV49 tömbje)

Alacsony reprezentativitás figyelhető meg az alkohol és a dohány esetében (ahogyan az a HKF-ekben rendszeresen tapasztalható), a háztartási termékeknél, a járművásárlásnál (valószínűleg a tehetősebb és mobilabb személyek alulreprezentáltsága miatt a mintában), egyes nem anyagi jellegű szolgáltatásoknál (posta, vendéglátás, szálláshely-, oktatási-, pénzügyi és egyéb szolgáltatások), míg a lakásrezsi kiadások túljelentettek (a HBS-ekben megszokott módon).

A modellezési feladataink szempontjából még fontos volt a HKF kiadásoknak a GTAP ágazatok szerinti bontása is, hogy a GTAP10.1 adatbázis megfelelő fogyasztási kategóriájához viszonyítva felmérhessük a kettő közötti statisztikai és módszertani eltéréseket. Azonban ehhez szükség volt a HKF kiadási kategóriáknak a GTAP ágazatokkal való megfeleltetésére (azokba való besorolására). Ezt az alábbi alfejezetekben mutatom be.

1.2. A HKF fogyasztási kategóriák és GTAP ágazatok megfeleltetése

Korábban is voltak kísérletek hasonló megfeleltetési táblák létrehozására a nemzeti számlák statisztikáinak COICOP kategóriái és a GTAP 2014 előtti 57 ágazata között (pl. Sahin és van der Mensbrugghe (2007) vagy legutóbb Cazcarro et al. (2020)), de ezek a COICOP adatok nem kellő részletességgel érhetők el (általában csak 2 számjegyű COICOP-kód bontásban) ahhoz, hogy ezeket a meglehetősen aggregált és vegyes kategóriákat a GTAP új (GSEC3 jelölésű), a 2014. évi GTAP10.1 adatbázissal kezdődően használt 65 szektorával párosíthassuk, amelyek között igen részletes bontásban találhatók a mezőgazdaság, az élelmiszeripar, a bányászat és az energiaszektor (al)ágazatai.

Egy OECD tanulmány (Luu et al., 2020) azt állítja, hogy kidolgozták a COICOP bontásban és az új, 65 GTAP szektor és a HKF kategóriák (valójában 117 db, 4 számjegyű kódmélységben definiált COICOP kategória) közötti megfelelést (a CPC termékosztályozás közvetítésével), de a részletes megfeleltetést nem publikálták.

A felsorolt hiányosságok, és egyéb módszertani problémák, valamint a projekt idő- és erőforráskorlátai miatt célszerűbbnek tartottam saját megfeleltetést kidolgozni az új, 65 GTAP ágazat és az Eurostat HKF 310 (esetenként 5-számjegyű kódos mélységig bontott COICOP-) kategóriája között. Ezt elsősorban az új GTAP (GSEC3) szektorok tartalmának alapos áttanulmányozásával és az APRAISE projekt egyik kutatási jelentésének (EPU-NTUA, 2013) felhasználásával végeztem el, melynek melléklete tartalmazza a korábbi GTAP ágazatoknak az ISIC/Nace 2 nomenklatúra szerinti ágazati kódokkal való megfelelését.

Elméletileg a két osztályozás között nem egy-egyértelmű a megfeleltetés, több sok-sok típusú megfelelés létezik. A jelen munkafázisban minden HKF kategóriát csak egy (a kategórián belül a feltehetően legnagyobb értéket képviselő) GTAP ágazathoz tartozónak tekintettem, így nem kellett ún. transzformációs együttható mátrixokat létrehozni, amelyek megmondanák, hogy az adott HBS kategóriára fordított fogyasztói kiadások milyen arányaiban (százalékos részarányai) tartozhatnak az egyes GTAP szektorokhoz.

Mint az említett szerzők többségének, nekem is több olyan GTAP szektor adódott, amellyel nem lehetett HKF kategóriát párosítani. Legtöbbjük olyan ágazat, amely nem fogyasztási cikkeket állít elő. Ezek a „pfb” (rostos növények), „c_b” (cukorrépa), wol (textilekben használt állati nyersanyagok), „oil” (kőolaj kitermelése), „gas” (földgáz kitermelés), „i_s” (nyersvas és acél gyártása) és „dwe” (imputált lakásszolgáltatás) ágazatok. A 2021. január 13-ikán közzétett 2014. évre vonatkozó GTAP10.1 adatok azonban bizonyos mértékű fogyasztói kiadást mutatnak ezekből (bár csak 10 EU-ország esetében, és csak minimális összeget jelentettek a háztartásoknak az „oil” ágazat termékeiből történt fogyasztásaként). Ezért, ezeknek az összegeknek az egyes háztartások, pontosabban az általam képzett (kiválasztott) háztartáscsoportok közötti szétosztásához kellett találnom néhány proxyt (hasonló vagy részben átfedő HKF kategóriákat).

A sok HKF/COICOP kategória (ágazati eredet szerinti) vegyes jellege miatt (még a rendelkezésre álló 4 számjegyű kód szintű bontásban is), valamint a HKF kategóriáknak a GTAP szektorokba való besorolási módszere miatt, maradtak további GTAP szektorok megfelelő HKF kategóriák nélkül. Például a „Só_ fűszerek és fűszernövények” HKF kategóriát elsősorban az „ofd” (egyéb élelmiszerek) GTAP szektorral párosítottam, bár a konyhasó az „oxt” (egyéb bányászati kitermelés) ágazathoz tartozik. Ezért ezt a HKF kategóriát használtam proxy változóként a háztartásoknak az „oxt” szektor termékeire a GTAP10.1 szerint fordított fogyasztási kiadásának a háztartáscsoportok közötti elosztására. Hasonlóan más (hasonló okokból) páratlan GTAP szektorokhoz (nevezetesen a „pdr” (nyers rizs), „wht” (búza), „gro” (egyéb gabonák), „osd” (olajos magvak és gyümölcsök), „ctl” (szarvasmarha), „lum” (fafeldolgozás) kódolású GTAP szektorokhoz) más, részben átfedő HKF kategóriákat használtam proxyként ugyanerre a célra.

Végül a gyakorlatilag teljesen nem reprezentatív (rendkívül aluljelentett) HKF kategóriák esetében, mint például a légi közlekedésre fordított kiadások Magyarországon (ahol csak egy vidéki háztartás számolt be ilyen kiadásokról), egy másik HKF kategóriát kellett proxyként használni a háztartásoknak a GTAP10.1 adatok szerint a légi közlekedésre („atp" szektor) fordított kiadásainak a szétosztásához. Ebben a (magyar) esetben a „Személyszállítás taxival és bérautó sofőrrel" HKF kategóriát használtam proxyként (amely az „otp", azaz „egyéb szállítás" GTAP szektorhoz tartozik és amelyet már ide is soroltam), figyelembe véve, hogy Magyarországon sok repülővel utazó taxival vagy reptéri transzferrel jut el Magyarország (egyetlen nyilvános) repülőterére.

1.3. Az Eurostat HKF fogyasztási adatai transzformálása a GTAP adatbázis ágazati bontására

A HKF fogyasztási kategóriáinak a GTAP ágazatokkal való fentebb tárgyalt megfeleltetése alapján a HKF fogyasztási adatokat GTAP ágazati bontásba transzformáltam. Ezután az egyes háztartások (euróban megadott) kiadási adatait a háztartásokhoz tartozó (elvileg az demográfiai típusú háztartás tényleges és mintában szereplő darabszáma hányadosát jelentő) „súllyal" megszorozva és összeadva a háztartási szektor kiadásainak súlyozott összegeit számítottam ki. Ezeket a 2014. évi EUR/USD keresztárfolyammal USA-dollárra váltva, majd osztva a GTAP10.1 adatbázis VDPA adatmátrixának Magyarországra és a megfelelő GSEC3 szektorra vonatkozó értékével a kapott hányadosok a (súlyozott) HKF fogyasztási adatok „kvázi-reprezentativitását" mutatják. Természetesen a megfigyelési időszakok eltérése (a HKF-adataink 2015-re vonatkoznak, míg a GTAP10.1-es adatok 2014-re vonatkoznak), a dollárra váltásnál a 2014. évi keresztárfolyam választásának önkényessége, a HKF kategóriáknak a GTAP ágazatokkal való fentebb tárgyalt megfeleltetésének tökéletlensége, valamint az összehasonlított HKF és GTAP kategóriák módszertani különbségei miatt az 1-nél kisebb illetve 1-nél nagyobb hányados nemcsak a HKF adatok (súlyozásból vagy hiányos bevallásból eredő) alul- illetve felülreprezentáltságát mutatja. Az említett módszertani különbségek közül a legfontosabb, hogy a HKF a rezidens háztartásoknak a nemzeti számlák fogalomrendszere szerinti „nemzeti" fogyasztását képviseli, a GTAP fogyasztási adat viszont a külföldi turisták kiadásait is tartalmazó „hazai" fogyasztást. Szintén fontos különbség, hogy a HKF adatok fogyasztói áron, a GTAP adatok viszont az ún. „agents prices" fogalomnak felelnek meg, ami lényegében a fogyasztói árakból a kereskedelmi és szállítási árréseket a kereskedelem és szállítási ágazatokhoz csoportosítja át (mintha az a fogyasztó külön fizetné ezeket az árréseket e kapcsolódó szolgáltatásokért). Ezért, azaz a HKF adatok GTAP kategóriákra való transzformálásakor ezeket az árréseket saját becsléssel, lényegében a háztartásoknak a termékek vásárlására fordított összkiadásaival arányosan becsültem.

1.4. Háztartási csoportok képzése a HKF adatok alapján

Az előző alfejezetben ismertetett háztartási szintű mutatók és a háztartás NUTS1 régiókódja alapján jelenleg az adatok feldolgozására készített GAMS-program 5 különböző módon teszi lehetővé a háztartások csoportosítását:

1. lakóhelyük nagyrégiója szerint

2. a főkereső korcsoportja (15 év széles sávok) szerint

3. a háztartásoknak az egy főre jutó fogyasztási kiadás mutatója szerint képzett tercilisei szerint a nagyrégió szerinti hovatartozással kombinálva (azaz 1. tercilisbe és 1. nagyrégióba tartozók, 1. tercilisbe és 2. nagyrégióba tartozók, …. 3. tercilisbe és 3. nagyrégióba tartozók csoportja)

4. a fő kereső gazdasági ágazata szerint (az eredeti 20 ág szerinti bontásban)

5. a háztartások egy főre eső jövedelme szerint képzett decilisek szerint

Megjegyzendő, hogy a személyi adatállományban nincs megjelölve, hogy kik a főkeresők, viszont minden háztartásban elvileg kellene lennie egy ún. „referencia személynek", aki általában a főkereső, de lehet olyan személy is, akit „a többiek megjelölnek" (pl. háztartásfő). Az Eurostat HKF magyar háztartásokra vonatkozó adatállományban azonban 16 olyan háztartás található, ahol nincs referencia személy megadva. Másfelől 63 referenciaszemélynek nincs megadva jövedelme. Ezért a háztartásoknak a főkereső kora vagy gazdasági szektora szerinti csoportosítása attól függ, hogyan kezeljük azokat a háztartásokat, ahol nincsenek referenciaszemélyek és/vagy nem jelentenek be személyes jövedelmeket (például a bolgár adatállományban egyetlen személynél sincs jövedelem feltüntetve). A probléma megoldását megnehezíti, hogy láthatóan jónéhány olyan háztartás van, ahol több személy egyenlő arányban osztozik egy (feltehetőleg közös, például háztáji gazdaságból származó) jövedelmen, így nem lehet egyértelműen megállapítani, hogy ki a főkereső.

A fenti nehézségek kiküszöbölésére alkalmazott további elméleti megfontolásokat (például tekinthető-e főkeresőnek egy olyan gyerek, akinek a munkanélküli családjában az utána kapott szociális juttatások képezik az egyetlen jövedelmet) és technikákat itt nem részletezem, csak megjegyzem, hogy vaskos statisztikai-szociológiai-szociálpolitikai tanulmányokat lehetne írni arról, hogy az ilyen „rendellenes" attribútumokkal rendelkező háztartásoknak a mintából (és ezáltal az elemzésből, modellből) való elhagyása, vagy a különféle önkényes technikai megoldások (imputálások, összevonások, stb.) milyen mértékben torzíthatják az elemzések, modellszámítások eredményeit, a levonható következtetéseket.

Az Eurostat által szolgáltatott HKF-adatok közül a „háztartás monetáris jövedelme" kategóriát választottam a jövedelemtizedek képzésére.

Először az egy főre jutó jövedelmet úgy számítottam ki a teljes jövedelmet elosztva a háztartás „méretével", azaz a háztartásban élők számával.

Ezt követően a GAMS szoftvercsomag RANK segédprogramjának (alprogramjának) segítségével a háztartásokat az egy főre jutó jövedelmük szerint rendeztem.

Végül a háztartásokat a jövedelmi rangjuknak megfelelő jövedelmi tizedcsoportokba soroltam. A GAMS programcsomag nem statisztikai programcsomag, ezért a decilisképzésnél nem tudja figyelembe venni a háztartás méretét vagy a mintavételi

revesz.tamas_73_23

súlyokat. Így a decilisek a háztartások mintabeli darabszámának tizedeit jelentik. Mivel a nagyobb háztartásokban az egy főre jutó jövedelem általában alacsonyabb, az így létrejött alacsonyabb jövedelmi tizedek népessége magasabb az átlagnál. Ha azonban a projektben szükség lesz rá, akkor valószínűleg ki lehet dolgozni GAMS programban is egy körülményesebb eljárást arra, hogy a jövedelmi decilisek létszáma azonos legyen.

A háztartások kombinált kritériumok szerinti csoportosításának illusztrálására az alábbi táblázat a kombinált nagyrégió és fogyasztási tercilis csoportoknak az Eurostat HKF magyar adataiból számított (súlyozott) bevételeit és fogyasztási kiadásait mutatja be. E fejezet további táblázatai is a magyar adatokból számítottak. Hasonló tartalmú táblázatokat készítettem a bolgár, illetve portugál háztartásokra vonatkozóan, sőt itt nem tárgyalt, és az Eurostatétól igencsak eltérő módszertanú, és tartalmú brazil és indiai háztartási adatfelvételek adatállományai alapján sikerült a megfelelő GTAP10.1 adatokkal konzisztens GTAP ágazatok és jövedelmi tizedek szerinti bontású brazil és indiai kereseti és fogyasztási mátrixokat is előállítani. A projekt célja ugyanis elsősorban a különféle világgazdasági sokkok és külkereskedelmi politikák (egyezmények, stb.) hatásainak a fejlődő országokra való hatását kimutatni, illetve az azokban okozott változások visszahatását a világgazdasági mutatókra. Jelentős visszahatásokat elsősorban az olyan nagy gazdaságok okozhatnak, mint az általunk vizsgált brazil, illetve indiai.

1-2. táblázat: Súlyozott háztartási fogyasztási kiadások és jövedelmek jövedelemtípusonként és kombinált regionális és fogyasztási szintű csoportok szerint

millió €-ban

	Reg1-Poor	**Reg1-Midd**	**Reg1-Rich**	**Reg2-Poor**	**Reg2-Midd**	**Reg2-Rich**	**Reg3-Poor**	**Reg3-Midd**	**Reg3-Rich**	**Összes**
Természetbeni bérek	11,6	41,8	44,3	11,8	31,8	35,6	15,8	18,8	13,4	**224,8**
Egyéb természetbeni jövedelmek	9,9	4,5	6,0	23,7	31,3	23,8	62,1	54,5	26,8	**242,5**
Imputált lakásszolgáltatás	455,6	755,0	1798,4	464,8	740,7	889,2	763,9	826,3	690,9	**7384,8**
Pénzbeni jövedelmek	2203	3615	6896	2939	4029	4268	4649	4348	3230	**36176**
Nettó jövedelmek összesen	**2680**	**4416**	**8745**	**3439**	**4833**	**5217**	**5490**	**5248**	**39618**	**44028**
Fogyasztási kiadások	***2407***	***4186***	***9058***	***2962***	***4482***	***5661***	***5081***	***5081***	***4634***	***43554***

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapjának A364:L371 tömbje)

A következő, 1-3. táblázat a fenti 5 különböző csoportosításban tartalmazza az egyes háztartási csoportok jövedelmeinek és kiadásainak mérlegét, ahol a megtakarítást reziduálisan számítottam. A fogyasztási kiadásokat és a megtakarításokat negatív előjellel számoltam el. Ezért a sorösszegek zérus értékűek. A nettó transzfereket a bér és a nem bérjellegű természetbeni jövedelmek összegeként határoztam meg. A számértékek a mintaadatok súlyozott összegei.

1-3. táblázat: Különféle rétegek 2014. évi súlyozott HKF-beli jövedelmei és kiadásai

millió €-ban

	Bevételi-kiadási tétel ->		Szemé-lyes jövede-lem	Családi jövede-lem	Imputált lakbér	Nettó transz-fer	Fogy-asztás (-)	Megta-karítás (-)
	Háztartási réteg neve	**Kódok**	**PersInc**	**FamInc**	**ImpRent**	**Ntransfer**	**Consum**	**Savings**
Összes háztartás			**34234**	**1942**	**7385**	**467**	**-37623**	**-6406**
Nagyrégiók szerint	**Középső nagyrégió**	**NUTS1 HU1**	12046	667	3009	118	-13723	-2118
	Dunántúl	**NUTS1 HU2**	10686	550	2095	158	-11266	-2223
	Alföld és Észak	**NUTS1 HU3**	11502	725	2281	191	-12634	-2064
Háztartásfő korcsoportja szerint	**14 éves vagy fiatalabb**	**0_14**	20	0	24	0	-80	36
	15–29 éves	**15_29**	2855	368	452	43	-3247	-470
	30–44 éves	**30_44**	10664	1103	1974	155	-11433	-2463
	45–59 éves	**45_59**	10880	435	2218	170	-11611	-2092
	60 éves vagy idősebb	**60_Inf**	9835	17	2718	99	-11252	-1417
Nagyrégió és fogyasztási szint szerint	**Reg. 1 Alacsony fogy.**	**Reg1 Poor**	1911	292	456	21	-2092	-587
	Reg. 1 Átlagos fogy.	**Reg1 Midd**	3364	251	755	46	-3644	-772
	Reg. 1 Magas fogy.	**Reg1 Rich**	6771	125	1798	50	-7986	-759
	Reg. 2 Alacsony fogy.	**Reg2 Poor**	2575	364	465	35	-2545	-895
	Reg. 2 Átlagos fogy.	**Reg2 Midd**	3892	138	741	63	-3849	-984
	Reg. 2 Magas fogy.	**Reg2 Rich**	4220	48	889	59	-4872	-345
	Reg. 3 Alacsony fogy.	**Reg3 Poor**	4031	617	764	78	-4329	-1162
	Reg. 3 Átlagos fogy.	**Reg3 Midd**	4240	108	826	73	-4346	-901
	Reg. 3 Magas fogy.	**Reg3 Rich**	3230	-1	691	40	-3960	-1
Háztar-tásfő nemzet-gazdasági ághoz való tartozása szerint	Mező- erdő-halgazdálkodás	**1**	2254	96	427	53	-2286	-543
	Bányászat	**2**	339	-5	59	5	-332	-66
	Feldolgozóipar	**3**	7766	406	1632	109	-8316	-1597
	Villamosenergia-, gáz-, hőszolgáltatás	**4**	461	-2	92	12	-502	-60
	Vízgazdálkodás, szennyvíz- és hulladékkezelés	**5**	421	30	91	7	-450	-99
	Építőipar	**6**	2575	178	526	32	-2786	-525
	Kereskedelem	**7**	2720	160	656	30	-3189	-377

	Szállítás, raktározás	**8**	2693	107	502	60	-2696	-666
	Szálláshely szolgáltatás és vendéglátás	**9**	782	56	187	6	-936	-96
	Információszolgáltatás, távközlés	**10**	1087	37	213	17	-1078	-277
	Pénzügyi és biztosítási szolgáltatás	**11**	813	50	172	11	-889	-157
	Ingatlanszolgáltatás	**12**	59	4	19	0	-72	-11
	Szakmai, tudományos és műszaki szolgáltatás	**13**	1421	47	340	8	-1559	-258
	Adminisztratív és egyéb üzleti szolgáltatás	**14**	1134	71	251	10	-1290	-178
	Közigazgatás, védelem, kötelező társadalombiztosítás	**15**	3752	251	744	53	-4098	-703
	Oktatás	**16**	2751	137	629	21	-3029	-509
	Egészségügyi és szociális ellátás	**17**	1833	93	448	18	-2167	-225
	Kulturális és szabadidős szolgáltatás	**18**	481	20	136	3	-646	6
	Egyéb szolgáltatások	**19**	432	30	102	5	-490	-79
	Háztartások munkaadói tevékenysége	**20**	10	2	3	0	-18	4
	Területen kívüli szervezetek tevékenysége	**21**	20	0	6	0	-26	0
	Nem megadott	**22**	427	173	150	7	-766	9

Egy főre jutó jövedelem szerinti tizedek szerint	**1. jövedelmi decilis**	**dec1**	1349	621	417	30	-2501	85
	2. jövedelmi decilis	**dec2**	2275	378	515	31	-2899	-300
	3. jövedelmi decilis	**dec3**	2644	256	566	46	-3074	-438
	4. jövedelmi decilis	**dec4**	2789	169	574	40	-3062	-511
	5. jövedelmi decilis	**dec5**	3020	146	643	39	-3434	-415
	6. jövedelmi decilis	**dec6**	3268	89	661	51	-3575	-495
	7. jövedelmi decilis	**dec7**	3270	84	753	42	-3734	-415
	8. jövedelmi decilis	**dec8**	3658	4	812	37	-4032	-478
	9. jövedelmi decilis	**dec9**	4236	-12	1003	53	-4585	-697
	10. jövedelmi decilis	**dec10**	7725	207	1439	100	-6728	-2743

Forrás: saját számítás (A HBSEUout.xlsx file HU munkalapjának B401:J457 tömbje)

Általánosságban elmondható, hogy a fenti adatok többsége reálisnak tűnik. Az utolsó blokkban látható, hogy a megtakarítások együtt nőnek az egy főre jutó jövedelemmel. A maradékként számított „családi jövedelmek” oszlopainak egyes elemei azonban enyhén (minimálisan) negatívak. Ha használni kívánjuk ezt a kategóriát, akkor előtte meg kell vizsgálni, hogy ez csak számviteli hiba, vagy módszertani oka van (pl. lehet, hogy a személyi jövedelmeket csak rövidebb időszakból, azaz havi bevételekből „évesítették”).

1-4. táblázat: A HKF személyes jövedelmei nemzetgazdasági ágak és a háztartásfő NACE ág szerinti hovatartozása szerinti rétegek szerinti bontásban (millió €)

Ág	Mező-erdő-halgazdálkodás	Bányászat	Feldolgozóipar	Villamosenergia-, gáz-, hőszolgáltatás	Vízgazdálkodás, szennyvíz- és hulladékkezelés	Építőipar	Kereskedelem	Szállítás, raktározás	Szálláshely szolgáltatás és vendéglátás	Információszolgáltatás, távközlés	Pénzügyi és biztosítási szolgáltatás	Ingatlan-szolgáltatás	Szakmai, tudományos és műszaki szolgáltatás	Adminisztratív és egyéb üzleti szolgáltatás	Közigazgatás, védelem, kötelező társadalombiztosítás	Oktatás	Egészségügyi és szociális ellátás	Kulturális és szabadidős szolgáltatás	Egyéb szolgáltatások	Háztartások munkaadói tevékenysége	Területen kívüli szervezetek tevékenysége	Nem megadott	Összesen
Ág sorszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
1	1715,9	0,3	89,4	2,8	2,6	49,3	29,8	25,5	4,8	1,0	5,0	0,0	31,5	24,6	59,5	38,6	26,4	0,0	0,6	0,6	0,0	18,3	**2126,6**
2	4,2	251,8	14,5	0,0	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	2,0	3,8	0,0	0,0	1,4	0,0	2,8	0,0	5,8	3,5	0,0	0,0	0,0	**290,5**
3	160,0	23,8	6024,9	31,7	23,2	143,2	125,4	158,2	17,3	12,5	47,9	3,1	30,5	48,9	188,5	111,2	60,5	11,5	19,8	0,4	0,0	20,1	**7262,6**
4	0,5	0,0	8,1	325,1	0,0	7,7	2,9	5,9	0,0	0,0	3,7	0,0	0,0	0,0	2,8	1,8	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**359,5**
5	9,3	0,8	28,8	0,0	274,6	10,7	1,3	11,2	7,8	0,0	0,0	0,0	0,0	6,2	11,1	11,2	9,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**382,6**
6	22,3	0,6	130,4	7,4	0,2	1709,1	25,5	26,8	3,5	3,2	5,5	0,0	27,2	5,5	34,4	30,8	36,8	0,0	2,6	0,0	0,0	3,5	**2075,3**
7	60,2	11,0	280,1	12,3	37,8	147,0	2090,3	111,9	33,8	22,3	10,1	1,9	53,3	17,8	122,3	57,5	49,3	6,6	19,9	0,0	0,0	2,1	**3147,6**
8	20,8	2,9	108,4	4,8	5,8	59,7	34,0	1953,1	6,8	1,4	16,3	0,0	29,9	12,4	41,0	35,9	25,6	4,2	5,6	0,0	0,0	0,8	**2369,5**
9	17,7	4,2	103,3	1,3	6,7	38,9	33,1	44,8	588,3	6,9	14,4	0,0	8,9	21,4	43,3	30,6	13,4	4,6	4,1	0,0	0,0	0,8	**986,4**
10	3,0	0,0	13,8	0,4	0,0	8,1	4,9	4,8	5,9	839,8	3,6	0,0	0,0	4,4	6,8	8,7	5,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**909,4**
11	10,6	0,0	20,5	7,1	0,2	22,0	27,5	7,2	6,5	18,9	620,8	3,0	4,9	5,1	16,8	7,6	4,1	1,7	11,9	0,0	0,0	0,0	**796,5**
12	0,0	0,9	8,5	0,0	0,0	0,0	6,6	1,2	0,0	5,0	0,0	44,6	0,0	0,0	0,0	0,0	4,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**71,3**
13	4,4	0,0	64,5	0,0	3,8	10,9	43,4	22,1	5,1	54,9	13,7	0,0	1097,3	19,6	37,8	44,8	12,0	4,8	0,0	0,0	0,0	8,3	**1447,4**
14	12,6	0,0	66,1	2,4	1,1	36,3	57,3	14,0	8,3	6,6	15,5	0,0	23,1	859,3	32,6	23,9	20,6	0,0	0,2	0,0	0,0	14,9	**1194,7**
15	66,7	26,0	153,0	12,3	12,9	105,4	57,1	39,1	25,7	19,9	7,0	0,0	27,2	13,2	2829,0	60,7	41,9	4,1	3,7	0,0	0,0	2,6	**3507,4**

16	49,8	6,6	234,5	31,8	33,3	95,4	71,4	115,8	28,3	60,4	10,5	0,0	36,6	38,6	137,8	2148,8	36,0	22,8	5,2	0,0	1,2	2,3	**3167,2**
17	34,9	5,5	228,7	9,6	13,0	90,4	49,7	74,8	17,6	21,3	13,0	3,9	24,2	37,3	77,7	42,4	1417,2	3,5	9,4	0,0	0,8	3,4	**2178,2**
18	3,6	0,0	52,4	0,8	3,4	5,2	15,7	9,4	3,4	0,0	21,0	2,1	14,6	6,0	31,7	25,1	33,4	408,3	4,1	0,0	0,0	0,9	**641,2**
19	20,9	2,2	54,0	10,9	0,0	9,6	12,3	47,9	8,6	0,6	0,0	0,0	0,5	3,9	19,8	21,3	10,5	0,0	335,2	0,0	0,0	0,0	**558,1**
20	0,5	0,0	0,9	0,0	0,0	0,0	0,8	1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,9	0,0	0,0	**13,0**
21	1,9	0,0	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,9	3,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,4	0,0	0,0	0,0	0,0	18,2	0,0	**34,9**
22	34,1	2,7	79,3	0,7	2,4	26,1	30,7	17,9	5,8	7,0	1,4	0,8	11,6	7,9	59,4	42,7	25,0	2,9	6,6	0,0	0,0	349,4	**714,4**
Ösz-szes	**2253,9**	**339,2**	**7766,1**	**461,5**	**421,2**	**2575,0**	**2720,3**	**2692,7**	**782,4**	**1087,2**	**813,3**	**59,3**	**1421,2**	**1134,3**	**3752,4**	**2750,8**	**1832,9**	**480,9**	**432,3**	**9,8**	**20,1**	**427,4**	**34234,4**

Forrás: saját számítás (A HBSEUout.xlsx file HU munkalapjának B372:Z399 tömbje)

Jól látható, hogy a mátrix átlós elemei (dőlt betűvel formázva) a domináns elemek az oszlopokban. Ez várható volt, hiszen értelemszerűen a háztartásban a fő keresőé a legmagasabb, feltehetőleg a hozzátartozó nemzetgazdasági ágból származó jövedelem.

1.5. A rétegenkénti fogyasztások kiigazítása a GTAP10.1 adatbázis fogyasztási adataihoz

A fenti 5 csoportosításnak megfelelő rétegbontásban kiszámítottam a magyar háztartások (súlyozott) fogyasztási kiadásait a GTAP szektorok szerint, a súlyozott népességét, a súlyozott háztartási (nettó) jövedelmeit típusonként, a súlyozott személyi (nettó) jövedelmeit a 20 ág szerinti bontásban, valamint ugyanilyen bontásban a teljes munkaidős egyenértékben számított foglalkoztatottak számát. Megjegyzendő, hogy mivel az adatállomány nem tartalmazta azt, hogy az adott személy napi hány órát dolgozott, ezt becsülni kellett az ehelyett vagylagosan megadott „teljes munkaidős”, „részmunkaidős”, „nem meghatározható munkaidős”, és „nem megadott” kódokból. Természetesen e becslés módszere is önálló kutatás tárgya lehetne, de a projekt szigorú keretei között a kérdés alaposabb vizsgálatára nem vállalkoztunk.

A GTAP10.1 adatokhoz való kiigazítás első lépéseként a GTAP-ból (a VDPA mátrix mindösszesenjeként) számított összfogyasztási kiadást a súlyozott HKF adatokból számított rétegenkénti összkiadásokkal arányosan szétosztva rétegekre meghatároztam az egyes rétegek „GTAP-adatokkal konzisztens” fogyasztási összkiadását.

Ahhoz, hogy a HKF-adatokat a GTAP adatbázist használó modellekben is felhasználhassuk, az eddig becsült HKF-alapú háztartási fogyasztási kiadási adatok mátrixát úgy kell kiigazítani, hogy mind a sorösszegei (az adott GTAP ágazatból való fogyasztások összesenje) megegyezzenek a megfelelő GTAP adattal (a VDPA mátrixnak az adott országhoz és ágazathoz tartozó elemével) mind oszlopösszesenjei a fent becsült „GTAP-adatokkal konzisztens” teljes fogyasztási kiadások vektorának megfelelő (az adott réteghez tartozó) elemével.

Ehhez a kétirányú mátrixkiigazítási feladathoz az ún. RAS algoritmust használtam. A jövőben használhatjuk a javított normalizált négyzetes eltérések (angolul: Improved Normalized Squared Differences, rövidítve: INSD) modellt, illetve annak megoldási algoritmusát az előjeltartó, illetve nem előjeltartó esetre (lásd Huang et al., 2008; Révész, 2023). Ez azért választható a népszerűbb RAS algoritmus helyett, mert képes negatív elemeket is megfelelően kezelni, amire akkor lehet szükség, ha (a tervek szerint) a (réteg- és ágazat szerint bontott) háztartási kiadások mátrixának kétirányú kiigazítását integráljuk a teljes háztartási költségvetés (azaz ahol a bevételeket pozitív, míg a megtakarításokat és kiadásokat negatív előjellel számoljuk el úgy, hogy a bevételek, kiadások és megtakarítások összege nulla) mátrixának kiigazítási módszerébe. Az algoritmus erősségei és gyengeségei a hivatkozott cikkekben is megtalálhatók.

A háztartási szektor fogyasztói keresleti rendszerének kalibrálásához benchmark, azaz megfigyelt fogyasztási kiadási adatok szükségesek. Nyilvánvaló, hogy egyetlen aggregált keresleti rendszer sem képes megbecsülni a háztartások fogyasztását anélkül, hogy figyelembe ne venné az egyes háztartáscsoportok arányának esetleges eltolódását a teljes háztartási fogyasztási kiadásokban. A fogyasztási kiadási minták vagy struktúrák eltéréseinek vizsgálatával azonosíthatók azok a tényezők, amelyek beépülhetnek az általános keresleti függvénybe.

A fogyasztási szerkezetek fontosságának fenti ismeretében az alábbiakban bemutatom a fogyasztási mátrix kiigazításának a háztartások fenti 5 csoportosításának mindegyikére (külön-külön elvégezve) kapott eredményeket. Először azonban a kétirányú arányos kiigazítás eredményeként közvetlenül kapott abszolút nagyságok érzékeltetésére a három nagyrégióra vonatkozó, millió $-ban mért eredményeket mutatom be, majd a fogyasztási szerkezetek becsült mátrixait. A táblázatokban rövidítésükkel szereplő GTAP-ágazatok sorszáma, tartalma (angolul) és kódja az alábbi:

1	Rice: seed, paddy (not husked)	**pdr**	**34**	pharmaceuticals, medicinal chemical and botanical products	**bph**
2	Wheat: seed, other	**wht**	**35**	rubber and plastics products	**rpp**
3	Other Grains: corn, barley, sorghum, rye, oats, millets, other cereals	**gro**	**36**	other non-metallic mineral products	**nmm**
4	Veg & Fruit: vegetables, fruit and nuts, edible roots and tubers, pulses	**v_f**	**37**	Iron & Steel: basic production and casting	**i_s**
5	Oil Seeds: oil seeds and oleaginous fruit	**osd**	**38**	Non-Ferrous Metals: production and casting of copper, aluminium, zinc, lead, gold, and silver	**nfm**
6	Cane & Beet: sugar crops	**c_b**	**39**	fabricated metal products, except machinery and equipment	**fmp**
7	Fibres crops	**pfb**	**40**	computer, electronic and optical products	**ele**
8	Other Crops	**ocr**	**41**	electrical equipment	**eeq**
9	Cattle: bovine animals, horses	**ctl**	**42**	machinery and equipment n.e.c.	**ome**
10	Other Animal Products	**oap**	**43**	motor vehicles, trailers and semi-trailers	**mvh**
11	Raw milk	**rmk**	**44**	other transport equipment	**otn**
12	Wool: wool, silk, etc. used in textile	**wol**	**45**	Other Manufacturing: includes furniture	**omf**
13	Forestry	**frs**	**46**	Electricity; steam and air conditioning	**ely**
14	Fishing	**fsh**	**47**	Gas manufacture, distribution	**gdt**
15	Coal: mining and agglomeration of hard coal, lignite and peat	**coa**	**48**	Water supply; sewerage, waste management and remediation activities	**wtr**
16	Oil: extraction of crude petroleum, and related services	**oil**	**49**	Construction: building houses factories offices and roads	**cns**
17	Gas: extraction of natural gas, and related services	**gas**	**50**	Wholesale and retail trade; repair of motor vehicles and motorcycles	**trd**
18	Other Mining Extraction and quarrying	**oxt**	**51**	Accommodation, Food and service activities	**afs**
19	Cattle Meat, meat of horses	**cmt**	**52**	Land pipeline transport	**otp**
20	Other Meat: of pigs, rabbits, poultry, etc.	**omt**	**53**	Water transport	**wtp**
21	Vegetable Oils	**vol**	**54**	Air transport	**atp**
22	Milk: dairy products	**mil**	**55**	Warehousing and support activities	**whs**
23	Processed Rice	**pcr**	**56**	Information and communication	**cmn**
24	Sugar and molasses	**sgr**	**57**	Other Financial Intermediation:	**ofi**
25	Other Food	**ofd**	**58**	Insurance (formerly isr):	**ins**
26	Beverages and Tobacco products	**b_t**	**59**	Real estate activities	**rsa**
27	textiles	**tex**	**60**	Other Business Services nec	**obs**
28	wearing apparel	**wap**	**61**	Recreation & Other Services:	**ros**
29	leather and related products	**lea**	**62**	Other Services (Government, public)	**osg**
30	Lumber: wood and of wood products	**lum**	**63**	Education	**edu**
31	Paper & Paper Products: includes printing and reproduction of recorded media	**ppp**	**64**	Human health and social work	**hht**
32	Petroleum & Coke: coke and refined petroleum products	**p_c**	**65**	Dwellings: ownership of dwellings (imputed rents of houses)	**dwe**
33	chemicals and chemical products	**chm**			

revesz.tamas_73_23

1-5. táblázat: Háztartások becsült fogyasztási kiadásai nagyrégióként és GTAP ágazatonként

millió €-ban

ágazat	NUTS1 HU1	NUTS1 HU2	NUTS1 HU3	*Összesen*	Ágazat	NUTS1 HU1	NUTS1 HU2	NUTS1 HU3	*Összesen*
pdr	0,04	0,06	0,08	*0,18*	**rpp**	26,56	24,04	26,30	*76,90*
wht	66,57	63,24	58,24	*188,05*	**nmm**	5,84	9,05	14,12	*29,02*
gro	17,54	16,66	15,35	*49,55*	**i_s**	0,72	0,62	0,58	*1,92*
v_f	132,11	140,00	168,59	*440,70*	**nfm**	0,08	0,09	0,11	*0,28*
osd	5,66	5,50	5,18	*16,34*	**fmp**	15,89	12,21	10,38	*38,48*
c_b	0,31	0,41	0,64	*1,35*	**ele**	41,07	37,92	29,26	*108,25*
pfb	0,20	0,19	0,20	*0,59*	**eeq**	24,28	17,89	19,61	*61,78*
ocr	38,45	32,75	31,97	*103,17*	**ome**	48,41	57,25	63,04	*168,70*
ctl	1,15	0,73	1,09	*2,97*	**mvh**	65,39	72,33	70,26	*207,98*
oap	45,38	52,46	62,49	*160,34*	**otn**	4,46	8,79	6,96	*20,21*
rmk	20,02	23,79	28,32	*72,14*	**omf**	139,02	129,92	154,54	*423,48*
wol	0,11	0,11	0,11	*0,33*	**ely**	503,17	563,08	619,11	*1685,36*
frs	15,42	43,23	58,13	*116,79*	**gdt**	125,05	103,34	149,73	*378,12*
fsh	6,40	6,66	7,05	*20,11*	**wtr**	82,02	107,18	109,41	*298,61*
coa	0,57	5,58	7,14	*13,29*	**cns**	26,97	37,97	34,84	*99,79*
oil	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**trd**	2469,97	2608,27	3105,74	*8183,98*
gas	31,43	23,97	35,11	*90,51*	**afs**	2452,98	1326,42	1525,99	*5305,39*
oxt	1,48	1,79	2,72	*5,98*	**otp**	642,11	331,67	367,38	*1341,15*
cmt	43,85	29,13	47,26	*120,24*	**wtp**	7,67	8,85	0,00	*16,52*
omt	527,96	653,11	868,61	*2049,68*	**atp**	72,97	16,13	27,69	*116,79*
vol	38,66	47,02	65,99	*151,66*	**whs**	7,17	129,28	118,93	*255,38*
mil	260,04	236,21	287,50	*783,75*	**cmn**	527,61	509,36	604,42	*1641,40*
pcr	1,96	2,65	3,62	*8,23*	**ofi**	829,85	571,29	768,07	*2169,21*
sgr	11,96	16,04	24,87	*52,86*	**ins**	346,95	465,89	397,53	*1210,37*
ofd	225,77	260,84	312,08	*798,69*	**rsa**	827,98	535,48	462,06	*1825,52*
b_t	1280,32	1058,58	1331,00	*3669,90*	**obs**	203,22	143,60	140,89	*487,71*
tex	26,28	16,59	22,59	*65,46*	**ros**	1637,32	1082,80	1049,68	*3769,80*
wap	54,77	41,50	49,66	*145,93*	**osg**	246,89	165,62	128,91	*541,42*
lea	24,88	19,71	25,34	*69,92*	**edu**	350,47	443,96	575,53	*1369,95*
lum	2,36	6,60	8,88	*17,84*	**hht**	738,13	557,62	563,12	*1858,88*
ppp	33,63	32,26	34,78	*100,67*	**dwe**	3120,33	2412,13	2677,73	*8210,19*
p_c	754,92	778,38	781,81	*2315,11*					
chm	73,15	75,14	101,73	*250,03*	**Összes**	**19357,8**	**16209,1**	**18301,63**	***53868,45***
bph	23,85	28,11	31,59	*83,55*					

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapjának B328:K363 tömbje)

Látható, hogy a taxiköltségek alapul vétele a légi közlekedési kiadások („atp” szektor) szétosztására bevált: a légi közlekedési kiadások legnagyobb részét (közel 36 %-át) a központi nagyrégió kapta, amely a lakosság mindössze 30 %-át teszi ki. Ez teljesen ésszerű, hiszen itt található Magyarország egyetlen nyilvános személyszállítási repülőtere, amit a budapestiek használnak leginkább.

Az eredmények más szempontból is ésszerűnek tűnnek, a sorösszegek megegyeznek a háztartások fogyasztási kiadásainak megfelelő GTAP-adataival.

1-6. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi fogyasztási kiadásai szerkezete nagyrégió és GTAP ágazatok szerinti bontásban

mértékegység: százalék (%)

GTAP ágazat	NUTS1 HU1	NUTS1 HU2	NUTS1 HU3	*Átlag*	GTAP ágazat	NUTS1 HU1	NUTS1 HU2	NUTS1 HU3	*Átlag*
pdr	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**rpp**	0,14	0,15	0,14	*0,14*
wht	0,34	0,39	0,32	*0,35*	**nmm**	0,03	0,06	0,08	*0,05*
gro	0,09	0,10	0,08	*0,09*	**i_s**	0,00	0,00	0,00	*0,00*
v_f	0,68	0,86	0,92	*0,82*	**nfm**	0,00	0,00	0,00	*0,00*
osd	0,03	0,03	0,03	*0,03*	**fmp**	0,08	0,08	0,06	*0,07*
c_b	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**ele**	0,21	0,23	0,16	*0,20*
pfb	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**eeq**	0,13	0,11	0,11	*0,11*
ocr	0,20	0,20	0,17	*0,19*	**ome**	0,25	0,35	0,34	*0,31*
ctl	0,01	0,00	0,01	*0,01*	**mvh**	0,34	0,45	0,38	*0,39*
oap	0,23	0,32	0,34	*0,30*	**otn**	0,02	0,05	0,04	*0,04*
rmk	0,10	0,15	0,15	*0,13*	**omf**	0,72	0,80	0,84	*0,79*
wol	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**ely**	2,60	3,47	3,38	*3,13*
frs	0,08	0,27	0,32	*0,22*	**gdt**	0,65	0,64	0,82	*0,70*
fsh	0,03	0,04	0,04	*0,04*	**wtr**	0,42	0,66	0,60	*0,55*
coa	0,00	0,03	0,04	*0,02*	**cns**	0,14	0,23	0,19	*0,19*
oil	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**trd**	12,76	16,09	16,97	*15,19*
gas	0,16	0,15	0,19	*0,17*	**afs**	12,67	8,18	8,34	*9,85*
oxt	0,01	0,01	0,01	*0,01*	**otp**	3,32	2,05	2,01	*2,49*
cmt	0,23	0,18	0,26	*0,22*	**wtp**	0,04	0,05	0,00	*0,03*
omt	2,73	4,03	4,75	*3,80*	**atp**	0,38	0,10	0,15	*0,22*
vol	0,20	0,29	0,36	*0,28*	**whs**	0,04	0,80	0,65	*0,47*
mil	1,34	1,46	1,57	*1,45*	**cmn**	2,73	3,14	3,30	*3,05*
pcr	0,01	0,02	0,02	*0,02*	**ofi**	4,29	3,52	4,20	*4,03*
sgr	0,06	0,10	0,14	*0,10*	**ins**	1,79	2,87	2,17	*2,25*
ofd	1,17	1,61	1,71	*1,48*	**rsa**	4,28	3,30	2,52	*3,39*
b_t	6,61	6,53	7,27	*6,81*	**obs**	1,05	0,89	0,77	*0,91*
tex	0,14	0,10	0,12	*0,12*	**ros**	8,46	6,68	5,74	*7,00*
wap	0,28	0,26	0,27	*0,27*	**osg**	1,28	1,02	0,70	*1,01*
lea	0,13	0,12	0,14	*0,13*	**edu**	1,81	2,74	3,14	*2,54*

lum	0,01	0,04	0,05	*0,03*	**hht**	3,81	3,44	3,08	*3,45*
ppp	0,17	0,20	0,19	*0,19*	**dwe**	16,12	14,88	14,63	*15,24*
p_c	3,90	4,80	4,27	*4,30*					
chm	0,38	0,46	0,56	*0,46*	**Összes**	**100,0**	**100,0**	**100,00**	***100,00***
bph	0,12	0,17	0,17	*0,16*					

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapjának B640:K676 tömbje)

Ezen a viszonylag aggregált csoportszinten a fogyasztási szerkezetek nem különböznek túlságosan. Megfigyelhető azonban, hogy a vidéken élő háztartások (2. és 3. nagyrégió) viszonylag többet költenek élelmiszerre, benzinre ("p_c" ágazat), vegyi termékekre ("chm" és "bph" ágazatok, amiből az utóbbi a rosszabb egészségi állapot, részben az „hht” sorában megjelenő egészségügyi szolgáltatásokhoz való kevésbé hozzáférés miatt lehet magasabb), az („edu” ágazat sorában található magán-)oktatásra (ami hozzáférési problémákat is tükrözhet) és az („ely” és „gdt” ágazatbeli) lakhatási szolgáltatásokra (ami a vidéki háztartások alacsonyabb egy főre jutó jövedelmének tudható be), miközben kevesebbet költenek különféle üzleti szolgáltatásokra. Ezek a különbségek teljesen érthetőek, ezért nem tárgyaljuk őket tovább.

1-7. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi fogyasztási kiadásai szerkezete a háztartásfő korcsoportja és GTAP ágazatok szerinti bontásban
(a 15 évesnél fiatalabb referencia személyt tartalmazó háztartások kis csoportja nélkül)

mértékegység: százalék (%)

GTAP ágazat	**A referencia személy életkor-csoportja**					**GTAP ágazat**	**A referencia személy életkor-csoportja**				
	15_29	**30_44**	**45_59**	**60_Inf**	***Átlag***		**15_29**	**30_44**	**45_59**	**60_Inf**	***Átlag***
pdr	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**rpp**	0,13	0,13	0,13	0,17	*0,14*
wht	0,36	0,46	0,33	0,25	*0,35*	**nmm**	0,02	0,05	0,07	0,05	*0,05*
gro	0,10	0,12	0,09	0,07	*0,09*	**i_s**	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
v_f	0,66	0,65	0,76	1,10	*0,82*	**nfm**	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
osd	0,02	0,03	0,03	0,03	*0,03*	**fmp**	0,07	0,07	0,07	0,08	*0,07*
c_b	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**ele**	0,25	0,25	0,22	0,12	*0,20*
pfb	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**eeq**	0,11	0,10	0,11	0,14	*0,11*
ocr	0,17	0,13	0,18	0,27	*0,19*	**ome**	0,29	0,27	0,32	0,36	*0,31*
ctl	0,00	0,00	0,01	0,01	*0,01*	**mvh**	0,29	0,44	0,51	0,23	*0,39*
oap	0,26	0,23	0,31	0,36	*0,30*	**otn**	0,04	0,06	0,04	0,02	*0,04*
rmk	0,13	0,13	0,12	0,16	*0,13*	**omf**	0,72	0,94	0,76	0,67	*0,79*
wol	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**ely**	2,99	2,82	3,03	3,59	*3,13*
frs	0,22	0,18	0,23	0,25	*0,22*	**gdt**	0,53	0,56	0,63	0,97	*0,70*
fsh	0,03	0,03	0,04	0,05	*0,04*	**wtr**	0,52	0,50	0,56	0,62	*0,55*
coa	0,03	0,02	0,02	0,03	*0,02*	**cns**	0,11	0,15	0,19	0,24	*0,19*

oil	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*	**trd**	13,90	14,55	15,48	15,94	*15,19*
gas	0,12	0,13	0,15	0,24	*0,17*	**afs**	14,73	13,50	9,47	5,14	*9,85*
oxt	0,01	0,01	0,01	0,01	*0,01*	**otp**	4,60	2,60	3,23	1,00	*2,49*
cmt	0,16	0,16	0,23	0,31	*0,22*	**wtp**	0,00	0,05	0,05	0,00	*0,03*
omt	3,60	3,25	3,88	4,36	*3,80*	**atp**	0,46	0,02	0,09	0,41	*0,22*
vol	0,25	0,23	0,27	0,36	*0,28*	**whs**	0,03	0,80	0,35	0,40	*0,47*
mil	1,40	1,38	1,38	1,62	*1,45*	**cmn**	3,03	2,99	3,22	2,94	*3,05*
pcr	0,01	0,01	0,01	0,02	*0,02*	**ofi**	3,73	4,94	4,19	3,00	*4,03*
sgr	0,10	0,07	0,09	0,13	*0,10*	**ins**	1,70	2,07	2,14	2,70	*2,25*
ofd	1,37	1,38	1,46	1,64	*1,48*	**rsa**	6,76	3,23	2,92	3,07	*3,39*
b_t	7,50	6,12	7,50	6,63	*6,81*	**obs**	0,82	0,98	0,94	0,82	*0,91*
tex	0,15	0,10	0,12	0,14	*0,12*	**ros**	6,86	7,83	6,13	7,12	*7,00*
wap	0,29	0,36	0,28	0,17	*0,27*	**osg**	0,96	1,05	0,78	1,21	*1,01*
lea	0,14	0,16	0,13	0,09	*0,13*	**edu**	3,77	3,01	3,59	0,60	*2,54*
lum	0,03	0,03	0,03	0,04	*0,03*	**hht**	1,41	2,47	2,77	5,76	*3,45*
ppp	0,15	0,21	0,17	0,20	*0,19*	**dwe**	9,86	12,47	14,58	20,28	*15,24*
p_c	3,49	4,97	4,99	3,09	*4,30*						
chm	0,51	0,47	0,45	0,47	*0,46*	**Összes**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	***100,00***
bph	0,09	0,09	0,12	0,28	*0,16*						

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapja B678:M714 tömbje)

Az 1-7. táblázat a közgazdasági és szociológiai elemzéshez is bőséges muníciót ad. A korcsoportok közötti különbségek egy része is könnyen érthető, mint például a közlekedés, a ruházkodási cikkek viselet („wea”) és az oktatás alacsonyabb százalékos aránya, vagy az egészségügyi kiadások magasabb részaránya az idősek összes kiadásában. Némelyik adat azonban további magyarázatot érdemel. Például az idősebbek (legalább 60 évesek) fogyasztási kiadásaiban az imputált lakbér („dwe” ágazat) 5-10 százalékponttal nagyobb arányt képvisel, mint a többi korosztályban. Ez azt fejezi ki, hogy ezek az emberek nagyobb értékű lakásállományt halmoztak fel, mint a fiatalabbak.

Annak bemutatására, hogy két háztartási jellemző együttesen hogyan befolyásolja a fogyasztási mintákat, az 1-8. táblázat a háztartások fogyasztási szerkezeteit mutatja be főbb régiók és fogyasztási szintek szerint.

1-8. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi fogyasztási kiadásai szerkezete a háztartás régió-fogyasztási tercilis kombinált csoportjai és GTAP ágazatok szerinti bontásban

mértékegység: százalék (%)

	1. nagyrégió (Központi)			**2. nagyrégió (Dunántúl)**			**3. nagyrégió (Alföld és Észak)**			**Összes**
	Kis fogy.	**Átlagos fogy.**	**Nagy fogy.**	**Kis fogy.**	**Átlagos fogy.**	**Nagy fogy.**	**Kis fogy.**	**Átlagos fogy.**	**Nagy fogy.**	
GTAP ágazat	*Reg1 Poor*	*Reg1 Midd*	*Reg1 Rich*	*Reg2 Poor*	*Reg2 Midd*	*Reg2 Rich*	*Reg3 Poor*	*Reg3 Midd*	*Reg3 Rich*	***Átlag***
pdr	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
wht	0,36	0,53	0,26	0,35	0,40	0,40	0,36	0,33	0,26	*0,35*
gro	0,10	0,14	0,07	0,09	0,11	0,11	0,10	0,09	0,07	*0,09*
v_f	0,71	0,68	0,68	0,85	0,90	0,84	0,89	0,92	0,96	*0,82*
osd	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	*0,03*
c_b	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
pfb	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
ocr	0,12	0,18	0,23	0,07	0,25	0,23	0,12	0,16	0,25	*0,19*
ctl	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	*0,01*
oap	0,27	0,31	0,19	0,33	0,31	0,32	0,35	0,35	0,32	*0,30*
rmk	0,15	0,13	0,08	0,18	0,16	0,12	0,19	0,15	0,12	*0,13*
wol	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
frs	0,21	0,11	0,03	0,38	0,26	0,21	0,43	0,29	0,22	*0,22*
fsh	0,04	0,02	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,04	0,05	*0,04*
coa	0,01	0,00	0,00	0,03	0,04	0,03	0,05	0,04	0,02	*0,02*
oil	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
gas	0,19	0,18	0,15	0,12	0,16	0,16	0,18	0,20	0,21	*0,17*
oxt	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	*0,01*
cmt	0,22	0,25	0,22	0,15	0,20	0,18	0,16	0,25	0,37	*0,22*
omt	3,92	3,21	2,21	4,52	4,20	3,62	5,49	4,54	4,14	*3,80*
vol	0,35	0,24	0,14	0,35	0,31	0,25	0,42	0,36	0,30	*0,28*
mil	1,60	1,50	1,21	1,55	1,57	1,31	1,68	1,58	1,44	*1,45*
pcr	0,02	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02	*0,02*
sgr	0,10	0,08	0,05	0,13	0,11	0,08	0,16	0,15	0,10	*0,10*
ofd	1,47	1,26	1,05	1,90	1,66	1,42	2,02	1,59	1,48	*1,48*
b_t	7,55	7,47	5,99	8,05	6,41	5,82	8,31	7,14	6,26	*6,81*
tex	0,10	0,06	0,18	0,07	0,12	0,11	0,11	0,11	0,16	*0,12*
wap	0,24	0,30	0,28	0,27	0,28	0,24	0,27	0,28	0,27	*0,27*
lea	0,14	0,14	0,12	0,14	0,13	0,10	0,15	0,13	0,13	*0,13*
lum	0,03	0,02	0,01	0,06	0,04	0,03	0,07	0,04	0,03	*0,03*
ppp	0,17	0,21	0,16	0,17	0,19	0,22	0,17	0,21	0,19	*0,19*
p_c	3,39	4,68	3,69	4,20	5,28	4,73	3,70	4,66	4,46	*4,30*

chm	0,52	0,40	0,33	0,52	0,50	0,40	0,60	0,54	0,53	*0,46*
bph	0,12	0,13	0,12	0,15	0,19	0,17	0,15	0,18	0,19	*0,16*
rpp	0,15	0,13	0,14	0,14	0,17	0,14	0,13	0,15	0,15	*0,14*
nmm	0,03	0,05	0,02	0,04	0,05	0,07	0,04	0,07	0,12	*0,05*
i_s	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
nfm	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
fmp	0,05	0,06	0,10	0,05	0,08	0,08	0,04	0,07	0,07	*0,07*
ele	0,19	0,19	0,23	0,13	0,26	0,27	0,14	0,17	0,16	*0,20*
eeq	0,13	0,10	0,13	0,09	0,11	0,12	0,08	0,11	0,13	*0,11*
ome	0,26	0,23	0,26	0,31	0,40	0,34	0,26	0,34	0,45	*0,31*
mvh	0,04	0,17	0,49	0,13	0,20	0,80	0,08	0,24	0,88	*0,39*
otn	0,03	0,04	0,01	0,04	0,07	0,05	0,07	0,02	0,02	*0,04*
omf	0,89	0,66	0,70	0,67	0,83	0,85	0,65	0,89	1,01	*0,79*
ely	3,36	2,75	2,34	4,01	3,54	3,13	3,89	3,22	2,99	*3,13*
gdt	0,79	0,72	0,58	0,58	0,67	0,64	0,82	0,80	0,83	*0,70*
wtr	0,60	0,47	0,36	0,86	0,66	0,56	0,71	0,57	0,50	*0,55*
cns	0,12	0,13	0,15	0,18	0,24	0,26	0,08	0,18	0,32	*0,19*
trd	14,38	13,87	11,86	16,40	16,56	15,50	17,36	16,73	16,79	*15,19*
afs	9,91	10,26	14,46	8,29	7,61	8,60	8,72	7,15	9,33	*9,85*
otp	5,37	3,78	2,58	2,68	1,89	1,82	2,20	2,24	1,52	*2,49*
wtp	0,00	0,00	0,07	0,00	0,16	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,03*
atp	0,36	0,03	0,45	0,31	0,21	0,16	0,02	0,10	0,22	*0,22*
whs	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	1,82	0,41	1,11	0,45	*0,47*
cmn	2,99	3,08	2,50	3,58	3,23	2,84	3,53	3,30	3,04	*3,05*
ofi	4,25	4,31	4,30	3,02	3,16	4,04	4,48	4,27	3,84	*4,03*
ins	1,32	1,92	1,86	1,86	2,79	3,45	1,71	2,16	2,70	*2,25*
rsa	3,62	3,95	4,58	4,85	3,11	2,68	2,92	2,27	2,38	*3,39*
obs	0,73	0,97	1,17	0,81	0,90	0,92	0,69	0,76	0,87	*0,91*
ros	5,53	7,01	9,87	5,01	6,39	7,78	4,38	5,85	7,16	*7,00*
osg	0,79	1,50	1,31	0,60	0,46	1,66	0,59	0,53	1,03	*1,01*
edu	2,31	2,65	1,31	3,44	3,27	1,96	3,53	3,55	2,23	*2,54*
hht	2,82	3,06	4,42	2,17	3,32	4,19	1,70	3,47	4,18	*3,45*
dwe	16,88	15,63	16,14	15,00	15,78	14,11	14,51	15,32	14,02	*15,24*
Összes	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	*100,00*

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapja B716:L785 tömbje)

Például az 1-8. táblázat megerősíti azt a tényt, hogy a tehetősebb háztartások általában jóval többet költenek szállásra és vendéglátó-ipari szolgáltatásokra, de ez a tendencia vidéken sokkal kevésbé szembetűnő, ahol sok család lakik nyaralószerű házban, és saját kertjében állít elő sok élelmiszert.

Érdekes az is, hogy az imputált lakbér aránya a fenti régió x fogyasztási szint kombinált háztartáscsoportokon belül meglehetősen egyenletes.

A többszektoros modellek egymással konzisztensen számítják ki a háztartások bevételeit és kiadásait, ahol a munkajövedelmeket és a fogyasztási kiadásokat ágazati bontásban jelenítik meg. A többháztartásos modelleknél ezt az összhangot a háztartáscsoportok szintjén is biztosítani kell, hogy minden háztartás azokból a szektorokból kapjon munkajövedelmet, ahol foglalkoztatott, és hogy a feltételezett viselkedési függvényük által meghatározott fogyasztási szerkezeteik szerint költsenek fogyasztási javakra.

A modellszimulációkban az ágazatok munkajövedelem-képzésben való részesedése drámaian változhat, például egy olyan szimulációs forgatókönyv esetében, amelyben egy adott ágazat termékei iránti külföldi kereslet növekedése leginkább az adott ágazat munkajövedelmét növeli meg. Ezért nagyon hasznos bemutatni, hogyan költik el ezt a megtermelt munkajövedelmet, vagyis tudni, hogy az adott szektorban dolgozó háztartásokat milyen fogyasztási szerkezetek jellemzik.

Az ilyen modellek kalibrálását és szimulációs eredményeik elemzését (megértését) segítendő az 1-9. táblázat a magyar háztartások RAS-algoritmussal becsült 2014-es fogyasztási szerkezetei kereszttáblázatát („kontingencia táblázatát”) mutatja (a fő gazdasági szektor szerint rétegezve). kereső) (oszlopok) és GTAP szektorok szerint. A táblázat forrása a HBSEUout.xlsx fájl HU lapjának CM148:DJ214 cellatartománya.

Az 1-9. táblázat adatai meglehetősen érdekesek. Látható például, hogy a bányászatban és az építőiparban dolgozó háztartások költik bevételük legnagyobb hányadát alkoholra és dohányra (vagy legalábbis ők vallják be a legtöbbet).

1-9. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi fogyasztási kiadásai szerkezete a háztartásfő nemzetgazdasági ág szerinti hovatartozása és nemzetgazdasági ágak és GTAP ágazatok szerint (%)

Ág / GTAP-ágazat	Mező-erdő-halgazdálkodás	Bányászat	Feldolgozóipar	Villamosenergia-, gáz-, hőszolgáltatás	Vízgazdálkodás, szennyvíz- és hulladékkezelés	Építőipar	Kereskedelem	Szállítás, raktározás	Szálláshely szolgáltatás és vendéglátás	Információszolgáltatás, távközlés	Pénzügyi és biztosítási szolgáltatás	Ingatlanszolgáltatás	Szakmai, tudományos és műszaki szolgáltatás	Adminisztratív és egyéb üzleti szolgáltatás	Közigazgatás, védelem, kötelező társadalombiztosítás	Oktatás	Egészségügyi és szociális ellátás	Kulturális és szabadidős szolgáltatás	Egyéb szolgáltatások	Háztartások munkaadói tevékenysége	Területen kívüli szervezetek tevékenysége	Nem megadott	Összesen
Ág sor-száma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	Átlag
pdr	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,00**
wht	0,19	0,13	0,34	0,19	0,29	0,33	0,42	0,31	0,24	0,47	0,25	0,56	0,39	0,32	0,37	0,42	0,29	0,39	0,29	1,20	11,06	0,50	**0,35**
gro	0,05	0,03	0,09	0,05	0,08	0,09	0,11	0,08	0,06	0,12	0,07	0,15	0,10	0,08	0,10	0,11	0,08	0,10	0,08	0,32	2,91	0,13	**0,09**
v_f	1,12	0,77	0,88	0,66	0,73	0,88	0,74	0,83	0,70	0,45	0,63	0,75	0,69	0,75	0,84	0,81	0,87	0,63	0,64	0,95	0,49	0,67	**0,82**
osd	0,03	0,02	0,03	0,03	0,02	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,02	0,00	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,03	0,02	0,39	0,02	**0,03**
c_b	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,00**
pfb	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,13	0,07	0,00	**0,00**
ocr	0,21	0,13	0,22	0,39	0,24	0,19	0,14	0,26	0,13	0,09	0,19	0,00	0,14	0,15	0,18	0,20	0,23	0,15	0,08	0,08	0,00	0,15	**0,19**
ctl	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,27	0,03	0,00	**0,01**
oap	0,44	0,31	0,33	0,51	0,42	0,34	0,27	0,30	0,31	0,13	0,23	0,24	0,23	0,20	0,28	0,24	0,30	0,15	0,37	0,99	0,10	0,20	**0,30**
rmk	0,19	0,20	0,15	0,12	0,17	0,14	0,12	0,15	0,11	0,06	0,09	0,12	0,09	0,12	0,13	0,13	0,13	0,08	0,14	0,16	0,17	0,14	**0,13**
wol	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,04	0,00	**0,00**
frs	0,50	0,23	0,27	0,18	0,30	0,27	0,17	0,20	0,14	0,02	0,11	0,15	0,08	0,15	0,24	0,16	0,18	0,08	0,09	0,36	0,02	0,19	**0,22**
fsh	0,06	0,03	0,04	0,04	0,02	0,04	0,04	0,05	0,04	0,03	0,03	0,07	0,04	0,02	0,04	0,03	0,04	0,03	0,02	0,00	0,00	0,02	**0,04**
coa	0,06	0,03	0,03	0,01	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,00	0,01	0,00	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,00	0,01	0,00	0,00	0,03	**0,02**
oil	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,00**

gas	0,18	0,18	0,19	0,16	0,19	0,17	0,17	0,18	0,17	0,11	0,18	0,14	0,14	0,15	0,14	0,18	0,17	0,13	0,17	0,04	0,08	0,18	**0,17**
oxt	0,02	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	**0,01**
cmt	0,48	0,33	0,18	0,42	0,31	0,33	0,17	0,26	0,25	0,03	0,29	0,12	0,35	0,11	0,12	0,17	0,24	0,17	0,41	0,00	1,33	0,15	**0,22**
omt	5,24	4,71	4,49	3,21	4,62	4,54	3,49	4,28	3,60	1,66	2,67	2,67	2,69	2,88	3,60	3,17	3,49	2,37	3,13	2,77	1,72	3,07	**3,80**
vol	0,43	0,35	0,32	0,24	0,33	0,34	0,25	0,31	0,28	0,10	0,21	0,20	0,18	0,21	0,27	0,23	0,28	0,15	0,21	0,20	0,12	0,24	**0,28**
mil	1,73	1,17	1,60	1,24	1,37	1,49	1,45	1,40	1,28	1,02	1,22	1,89	1,22	1,31	1,46	1,41	1,52	1,17	1,37	1,52	1,37	1,49	**1,45**
pcr	0,03	0,01	0,02	0,01	0,02	0,02	0,01	0,02	0,02	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,00	0,01	**0,02**
sgr	0,19	0,11	0,11	0,08	0,14	0,11	0,09	0,09	0,07	0,03	0,07	0,05	0,05	0,07	0,10	0,08	0,09	0,05	0,08	0,16	0,06	0,07	**0,10**
ofd	1,89	1,63	1,61	1,19	1,58	1,64	1,42	1,51	1,40	0,92	1,11	1,14	1,12	1,45	1,52	1,37	1,42	1,15	1,44	1,46	0,85	1,40	**1,48**
b_t	7,30	8,30	7,55	5,75	8,09	8,22	6,72	6,99	6,33	4,69	4,93	3,88	4,43	6,11	6,93	6,17	6,76	6,67	5,28	3,53	2,86	6,48	**6,81**
tex	0,05	0,30	0,09	0,14	0,21	0,12	0,27	0,10	0,05	0,16	0,04	0,02	0,10	0,08	0,13	0,15	0,13	0,05	0,12	0,39	0,00	0,15	**0,12**
wap	0,22	0,18	0,24	0,31	0,26	0,28	0,31	0,25	0,28	0,35	0,30	0,14	0,39	0,28	0,28	0,26	0,28	0,26	0,27	0,05	0,05	0,27	**0,27**
lea	0,13	0,12	0,12	0,12	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,15	0,13	0,09	0,15	0,13	0,13	0,13	0,12	0,09	0,13	0,05	0,04	0,11	**0,13**
lum	0,08	0,04	0,04	0,03	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,00	0,02	0,02	0,01	0,02	0,04	0,02	0,03	0,01	0,01	0,06	0,00	0,03	**0,03**
ppp	0,16	0,38	0,19	0,21	0,18	0,18	0,20	0,14	0,10	0,15	0,23	0,10	0,19	0,12	0,19	0,23	0,21	0,15	0,17	0,05	0,15	0,30	**0,19**
p_c	4,93	3,03	3,93	4,79	4,18	5,54	4,36	4,69	3,91	3,82	5,71	2,64	4,26	4,67	4,29	3,73	3,82	4,04	4,19	0,52	0,47	3,66	**4,30**
chm	0,56	0,48	0,49	0,44	0,52	0,50	0,45	0,47	0,45	0,28	0,44	0,34	0,33	0,40	0,53	0,44	0,43	0,41	0,43	0,81	0,50	0,39	**0,46**
bph	0,24	0,23	0,18	0,11	0,17	0,15	0,12	0,15	0,15	0,08	0,13	0,18	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,13	0,14	0,52	0,09	0,11	**0,16**
rpp	0,14	0,10	0,14	0,18	0,12	0,14	0,16	0,16	0,18	0,13	0,13	0,09	0,12	0,13	0,15	0,13	0,15	0,13	0,12	0,11	0,24	0,13	**0,14**
nmm	0,05	0,03	0,05	0,04	0,03	0,06	0,04	0,06	0,02	0,18	0,04	0,03	0,02	0,07	0,05	0,08	0,07	0,01	0,02	0,00	0,03	0,05	**0,05**
i_s	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,04	0,00	**0,00**
nfm	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,00**
fmp	0,06	0,11	0,07	0,06	0,05	0,05	0,08	0,08	0,03	0,13	0,07	0,17	0,11	0,07	0,08	0,07	0,05	0,06	0,09	0,00	0,28	0,05	**0,07**
ele	0,15	0,17	0,19	0,21	0,19	0,18	0,20	0,18	0,21	0,33	0,25	0,03	0,27	0,31	0,20	0,20	0,21	0,15	0,06	0,00	0,00	0,18	**0,20**
eeq	0,11	0,11	0,12	0,11	0,18	0,12	0,12	0,10	0,12	0,11	0,05	0,17	0,14	0,14	0,10	0,13	0,14	0,08	0,08	0,07	0,16	0,02	**0,11**
ome	0,33	0,30	0,33	0,18	0,37	0,31	0,34	0,35	0,30	0,16	0,23	0,11	0,23	0,22	0,31	0,34	0,35	0,60	0,18	0,00	0,02	0,22	**0,31**
mvh	0,26	0,10	0,22	0,37	0,02	0,26	0,53	0,37	0,05	0,27	0,02	0,23	0,00	0,56	1,03	0,31	0,89	0,00	0,09	3,37	0,00	0,10	**0,39**
otn	0,02	0,01	0,05	0,03	0,01	0,06	0,02	0,07	0,03	0,03	0,00	0,00	0,00	0,01	0,05	0,02	0,02	0,01	0,09	0,00	0,00	0,10	**0,04**
omf	0,64	1,07	0,75	0,80	1,03	0,91	0,84	0,67	0,53	0,89	0,38	1,24	0,91	0,93	0,88	0,87	0,72	0,58	1,00	0,40	1,05	0,58	**0,79**
ely	3,52	3,32	3,44	2,76	3,11	3,44	3,12	3,14	3,50	1,90	2,61	4,35	2,37	2,92	2,91	3,03	3,17	2,33	3,85	2,44	4,09	2,76	**3,13**

gdt	0,87	0,77	0,79	0,63	0,80	0,73	0,69	0,73	0,69	0,41	0,69	0,60	0,53	0,61	0,60	0,71	0,70	0,57	0,66	0,16	0,32	0,72	**0,70**
wtr	0,72	0,61	0,61	0,49	0,66	0,59	0,56	0,56	0,58	0,32	0,43	0,37	0,40	0,47	0,53	0,52	0,54	0,40	0,59	0,23	0,30	0,57	**0,55**
cns	0,09	0,22	0,21	0,23	0,11	0,20	0,14	0,17	0,08	0,24	0,15	0,01	0,09	0,14	0,15	0,25	0,40	0,07	0,08	0,13	0,05	0,21	**0,19**
trd	18,83	15,80	15,85	14,27	16,33	16,93	14,72	15,53	13,58	11,28	12,70	11,50	12,39	14,22	15,96	14,04	15,40	11,63	13,32	17,55	8,22	12,79	**15,19**
afs	4,99	8,45	8,39	8,79	10,04	8,35	10,03	7,46	13,87	17,09	13,31	9,87	12,31	9,56	10,50	11,03	10,21	18,95	12,12	3,90	19,60	13,37	**9,85**
otp	0,89	2,12	2,48	1,98	2,82	2,14	2,59	2,44	1,92	3,00	2,40	0,86	2,67	2,71	2,45	3,15	3,04	3,13	3,21	0,00	1,86	3,47	**2,49**
wtp	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,36	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,03**
atp	0,02	1,65	0,07	0,23	1,24	0,01	0,04	0,20	0,27	0,71	0,18	7,16	0,69	0,06	0,14	0,08	0,05	0,02	1,07	25,74	14,04	0,67	**0,22**
whs	0,24	0,43	0,65	0,00	0,00	0,02	0,31	0,00	0,00	7,64	0,56	0,00	0,00	0,08	0,37	0,02	0,18	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,47**
cmn	3,12	2,91	3,09	2,58	3,42	3,31	3,05	3,40	3,37	2,21	2,82	2,40	2,59	2,73	2,91	3,19	3,15	2,98	3,00	1,58	2,54	2,77	**3,05**
ofi	4,08	1,99	3,79	4,53	3,93	3,31	3,69	5,67	3,07	4,10	6,87	2,86	5,41	4,19	3,98	3,82	3,98	2,57	3,53	0,00	1,93	2,91	**4,03**
ins	2,65	2,02	2,24	3,13	2,23	2,38	2,01	2,42	2,64	1,32	2,70	4,24	2,48	2,22	2,18	2,03	2,25	0,91	2,96	1,11	0,59	2,14	**2,25**
rsa	1,33	3,48	3,11	2,67	1,61	3,00	3,95	2,88	6,26	4,20	3,95	3,36	3,20	4,71	3,37	3,48	3,68	4,81	2,95	3,22	3,22	6,11	**3,39**
obs	0,80	0,98	0,85	0,87	0,81	0,98	1,01	0,84	0,87	1,33	0,83	0,65	1,41	0,99	0,76	0,85	0,92	0,89	0,92	0,30	0,38	0,84	**0,91**
ros	5,87	7,20	6,76	7,43	5,40	5,39	6,61	6,72	6,36	8,57	8,19	7,85	11,58	11,81	6,19	7,09	5,85	9,85	7,21	5,79	0,01	7,11	**7,00**
osg	0,39	0,15	0,98	4,91	0,44	0,79	1,27	1,96	0,53	0,69	0,64	0,00	1,94	0,24	1,13	1,03	0,45	0,52	0,17	0,00	0,00	0,29	**1,01**
edu	3,03	2,75	1,84	4,65	1,65	1,91	2,44	2,56	2,48	2,53	3,27	3,55	1,75	1,78	2,95	4,11	2,33	2,01	4,49	3,87	0,00	4,10	**2,54**
hht	4,24	5,75	3,49	4,00	2,52	2,86	3,36	3,61	2,72	2,50	3,52	2,60	3,16	3,36	3,93	3,45	3,14	3,43	3,22	3,09	3,24	3,14	**3,45**
dwe	15,86	13,94	15,68	13,20	16,17	15,41	15,99	14,41	15,42	12,73	13,68	19,95	15,68	14,79	14,01	15,89	16,61	14,64	15,58	10,06	12,80	14,43	**15,24**
Össz-szes	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	*100,0*

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapja CM148:DJ217 tömbje)

Végül, de nem utolsósorban az 1-10. táblázat a fogyasztási szerkezeteket az egy főre eső jövedelmek szerinti decilisek szerint tartalmazza.

1-10. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi fogyasztási kiadásai szerkezete az egy főre eső jövedelmek alapján képzett jövedelmi tizedek (decilisek) és GTAP ágazatok szerinti bontásban

mértékegység: százalék (%)

	1. decilis	**2. decilis**	**3. decilis**	**4. decilis**	**5. decilis**	**6. decilis**	**7. decilis**	**8. decilis**	**9. decilis**	**10. decilis**	**Összes**
kód	**dec1**	**dec2**	**dec3**	**dec4**	**dec5**	**dec6**	**dec7**	**dec8**	**dec9**	**dec10**	**Átlag**
pdr	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
wht	0,40	0,33	0,44	0,31	0,44	0,35	0,33	0,42	0,28	0,29	*0,35*
gro	0,11	0,09	0,12	0,08	0,12	0,09	0,09	0,11	0,07	0,08	*0,09*
v_f	0,85	0,82	0,86	0,88	0,91	0,78	0,87	0,87	0,82	0,67	*0,82*
osd	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	*0,03*
c_b	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
pfb	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
ocr	0,09	0,13	0,15	0,15	0,19	0,19	0,24	0,22	0,29	0,19	*0,19*
ctl	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01	*0,01*
oap	0,34	0,35	0,33	0,31	0,31	0,27	0,36	0,31	0,27	0,22	*0,30*
rmk	0,19	0,16	0,17	0,15	0,16	0,14	0,13	0,13	0,11	0,08	*0,13*
wol	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
frs	0,45	0,33	0,30	0,27	0,25	0,23	0,21	0,18	0,13	0,07	*0,22*
fsh	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,04	0,03	0,05	0,04	0,04	*0,04*
coa	0,04	0,03	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,03	0,02	0,01	*0,02*
oil	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
gas	0,12	0,15	0,17	0,18	0,18	0,18	0,18	0,19	0,19	0,14	*0,17*
oxt	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	*0,01*
cmt	0,16	0,20	0,11	0,35	0,17	0,19	0,32	0,32	0,13	0,25	*0,22*
omt	5,68	4,69	4,55	4,36	4,17	3,87	3,76	3,57	3,31	2,38	*3,80*
vol	0,44	0,36	0,36	0,33	0,30	0,30	0,28	0,28	0,23	0,15	*0,28*
mil	1,64	1,54	1,57	1,59	1,52	1,51	1,43	1,55	1,37	1,18	*1,45*
pcr	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	*0,02*
sgr	0,16	0,13	0,13	0,13	0,13	0,10	0,10	0,08	0,08	0,04	*0,10*
ofd	2,08	1,70	1,72	1,63	1,60	1,49	1,44	1,46	1,36	1,03	*1,48*
b_t	9,21	8,64	8,15	7,22	6,14	6,80	6,60	6,67	5,93	5,44	*6,81*
tex	0,06	0,10	0,09	0,07	0,13	0,19	0,11	0,17	0,17	0,10	*0,12*
wap	0,23	0,26	0,28	0,28	0,30	0,25	0,26	0,24	0,25	0,32	*0,27*
lea	0,14	0,15	0,13	0,13	0,14	0,13	0,12	0,12	0,12	0,13	*0,13*
lum	0,07	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,01	*0,03*
ppp	0,16	0,19	0,20	0,22	0,18	0,19	0,16	0,18	0,21	0,17	*0,19*

p_c	2,94	3,77	4,56	4,31	4,84	4,40	4,47	4,00	4,51	4,51	*4,30*
chm	0,63	0,54	0,55	0,52	0,48	0,51	0,45	0,46	0,39	0,33	*0,46*
bph	0,12	0,14	0,16	0,17	0,16	0,18	0,17	0,19	0,17	0,11	*0,16*
rpp	0,12	0,14	0,15	0,16	0,14	0,16	0,14	0,17	0,14	0,13	*0,14*
nmm	0,03	0,05	0,05	0,05	0,04	0,06	0,10	0,05	0,06	0,05	*0,05*
i_s	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
nfm	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	*0,00*
fmp	0,04	0,06	0,05	0,05	0,07	0,08	0,08	0,09	0,09	0,08	*0,07*
ele	0,11	0,17	0,17	0,16	0,26	0,22	0,15	0,24	0,23	0,22	*0,20*
eeq	0,06	0,08	0,10	0,12	0,11	0,13	0,10	0,13	0,14	0,13	*0,11*
ome	0,17	0,33	0,27	0,28	0,36	0,29	0,39	0,47	0,27	0,28	*0,31*
mvh	0,14	0,11	0,40	0,41	0,36	0,48	0,18	0,51	0,22	0,70	*0,39*
otn	0,05	0,05	0,06	0,04	0,04	0,06	0,04	0,02	0,02	0,02	*0,04*
omf	0,56	0,70	0,91	0,66	0,84	0,79	0,75	0,82	0,74	0,90	*0,79*
ely	3,83	3,40	3,49	3,36	3,35	3,02	3,32	3,08	3,07	2,37	*3,13*
gdt	0,64	0,70	0,74	0,76	0,76	0,74	0,75	0,75	0,74	0,55	*0,70*
wtr	0,78	0,67	0,65	0,61	0,58	0,60	0,54	0,54	0,49	0,37	*0,55*
cns	0,07	0,15	0,10	0,29	0,13	0,20	0,24	0,20	0,22	0,19	*0,19*
trd	16,90	16,02	16,98	16,21	16,18	15,72	15,09	15,33	14,19	12,73	*15,19*
afs	10,11	9,08	8,19	8,08	7,79	10,34	10,60	8,29	10,18	12,79	*9,85*
otp	2,67	3,26	2,53	2,71	2,92	2,92	2,55	2,36	1,96	1,91	*2,49*
wtp	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08	*0,03*
atp	0,02	0,02	0,01	0,03	0,04	0,13	0,18	0,56	0,25	0,49	*0,22*
whs	0,42	1,05	0,08	0,17	0,37	0,04	0,31	0,00	0,37	1,29	*0,47*
cmn	2,91	3,37	3,53	3,33	3,21	2,97	3,01	3,05	2,96	2,64	*3,05*
ofi	3,42	3,96	3,77	3,45	4,02	4,64	4,05	3,59	3,69	4,83	*4,03*
ins	1,36	1,34	1,93	1,96	2,45	2,32	2,26	2,83	2,84	2,36	*2,25*
rsa	5,24	4,33	3,35	3,55	2,98	2,81	2,84	2,86	3,27	3,45	*3,39*
obs	0,70	0,66	0,78	0,72	0,99	0,80	0,86	0,88	1,01	1,22	*0,91*
ros	4,57	5,19	5,11	5,85	7,00	7,26	6,36	6,82	8,49	9,45	*7,00*
osg	0,38	1,01	1,13	0,36	1,04	0,59	0,48	1,26	1,10	1,76	*1,01*
edu	3,69	3,33	3,04	4,05	3,34	2,41	2,03	2,77	1,67	1,23	*2,54*
hht	1,26	1,91	2,14	3,48	2,56	3,32	4,53	4,54	4,03	4,43	*3,45*
dwe	13,34	13,93	14,97	15,08	15,05	14,40	15,78	15,88	17,06	15,38	*15,24*
Összes	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	***100,0***

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapja EA148:EL217 tömbje)

A fenti táblázat számos érdekes számot tartalmaz. Nemcsak azokat, amelyek az alacsony és a magas jövedelmű háztartások fogyasztási szerkezete eltéréseit mutatják, hanem egyes áruknak az egyes jövedelmi tizedek kiadásaiban való hasonló részarányát is.

Például a legfelső decilistől eltekintve a szállás- és vendéglátó-ipari szolgáltatások részaránya 8-10 százalék között mozog, a jövedelemtől függetlenül. Az is furcsa, akár a földgázra vonatkozó speciális árképzési szabályok miatt is, hogy a 3. decilistől a 9. decilisig a gázelosztás az összes fogyasztási kiadásuk 0,74 – 0,76 százalékát teszi ki, míg 0,64 és 0,55 százalékot tesz ki az alsó és felső decilisben. Hasonlóan, a kommunikációs és az „egyéb pénzügyi" ráfordítások („cmn" és „ofi" ágazatok) kiadási részarányában sem tapasztalható folyamatos csökkenő vagy növekvő tendencia (a bevételekkel együtt).

1.6. A rétegenkénti személyi jövedelmek kiigazítása a GTAP10.1 adatbázis munkajövedelem adataihoz

Az 1.1. alfejezetben leírtakból érthető módon a HKF jövedelemre vonatkozó adatai közül csak néhány feleltethető meg egyértelműen a GTAP adatbázis valamelyik kategóriájának. Az inputált lakásszolgáltatás mint jövedelem megfeleltehető a GTAP adatbázisnak a „dwe" (inputált lakásszolgáltatás) ágazatában (a tényezőjövedelmek között) kimutatott tőkejövedelemnek. Mivel a magyar adatokban a HKF-beli (súlyozott) összesen igen közel van a GTAP-beli adathoz, a HKF adat ehhez történő kis arányos kiigazításával becsültem a háztartási rétegek részesedését ebből a tőkejövedelem összetevőből (a „dwe" ágazat tőkejövedelméből). A többi ágazat tőkejövedelmét nem lehetett hasonlóan felosztani, mert a HKF-ben csak a közvetlenül a háztartásokhoz került tőkejövedelmek szerepelhetnek (ha egyáltalán be vannak vallva), a közvetve (tulajdonukban levő vállalatok által kapott), vagy más intézményi szektorok (állam, külföld) által kapott tőkejövedelmeket nem lehet elkülöníteni a háztartásokat illető résztől (főleg nem ágazatilag), a nem felosztott (visszaforgatott) jövedelmekre semmi fogódzó nincs a HKF-ben, az átértékelődésből eredő jövedelmek pedig nem szerepelnek a GTAP adatbázisban sem. Hasonló mondható el a HKF-ben szereplő természetbeni munkajövedelmekről. Ezek ágazati eredete ismeretlen (legfeljebb a mezőgazdasági kistermelői jövedelem vélelmezhető), és összegük igen kicsi (a magyar adatok esetében országos szinten mindössze a munkajövedelem 0,5 %-át teszik ki). Ezért egyelőre ezek GTAP ágazatokkal és kategóriákkal való megfeleltetésével, és a megfelelő GTAP adatokhoz való kiigazításával sem foglalkoztam.

Végeredményben csak a GTAP ágazatilag bontott bruttó munkajövedelem adatai HKF-beli megfelelőjét (legalábbis proxy-ját, mivel a HKF-ben eleve csak nettó jövedelmek szerepelnek) kellett megtalálni, és ezeket a megfelelő GTAP adatokhoz kiigazítani (ami a nettó adatoknak a bruttó munkajövedelmekhez való kiigazítása lévén egyfajta bruttósítást, az szja és a munkavállalói járulék „visszapakolását" jelenti). Mivel a háztartási nettó jövedelmekben meglehetősen sok tőkejövedelem és társadalmi juttatás szerepel(het), ezért és mivel a személyi jövedelmeknél vélelmezhető azok ágazati eredete (a személy ágazati hovatartozása, „affiliációja" révén), a háztartások munkajövedelmének közelítő értékének a háztartás tagjai személyi jövedelmeinek összesenjét tekintettem. A háztartások „nettó pénzügyi jövedelme" és a tagok összes személyi jövedelme különbségeként képeztem egy „családi jövedelem" kategóriát, ami elvben a tőkejövedelmeket, pénzbeni társadalmi juttatásokat, lakástámogatásokat foglalja magában, de kérdéses, hogy ezeket mely GTAP, illetve nemzeti számla kategóriákkal lehet megfeleltetni, és egy GTAP adatbázis alapú modellben kifejlesztendő másodlagos jövedelemelosztás paramétereinek kalibrálásában hogyan lehet majd felhasználni.

Először a személyi jövedelmek ági bontását kellett GTAP ágazati bontásra alakítani. Ehhez egy transzformációs együttható mátrixot használtam. Ha egy ágat dezaggregálni kellett az összetevő GTAP ágazatokra, akkor a bruttó munkajövedelem százalékos értékarányait (a VFM mátrix megfelelő elemeiből számolva) használtam a transzformációs együttható mátrix megfelelő oszlopa kitöltéshez. Az így kapott transzformációs együttható mátrixot szorozva a személyi jövedelmek eredeti mátrixával, annak a GTAP ágazatok szerinti bontásban való becsléséhez jutottam.

A következő lépésben ezt a mátrixot hozzá kellett igazítani a megfelelő GTAP10.1 adatokhoz (vagyis a VFM mátrixból számított ágazatonkénti összes munkajövedelemhez). A korrigált mátrix a munkajövedelmek mátrixának tekinthető. Ez a kiigazítás implicit módon kiküszöböli a HKF és a GTAP adatok közötti minden inkonzisztenciát is, amely az eltérő megfigyelési évből, a HKF-beli 20 ágnak a GTAP ágazatokkal való megfeleltetésének és a HKF adatok súlyozásának tökéletlenségéből, valamint bizonyos jövedelmek HKF-beli alulreprezentáltságából/aluljelentéséből adódnak.

Az egyes háztartáscsoportoknak a (súlyozott) teljes személyi jövedelemből való eredetileg megfigyelt/jelentett részarányának a megtartása érdekében ismét a RAS biproporcionális (kétirányú arányos) mátrixkorrekciós algoritmust alkalmaztam. Ennek következtében a kapott korrigált munkajövedelem mátrixban az egyes GTAP ágazatok százalékos részesedése a megfelelő ág teljes munkajövedelméből a háztartáscsoportok között többé nem lesz egységes.

Az alábbi táblázatokban a háztartások tárgyalt 5-féle csoportosítása közül 3-ra vonatkozó mátrix-kiigazítási eredményeket mutatom be, ezúttal GTAP adatbázisban szereplő ágazati bruttó munkajövedelmek magyar adatait (összesen oszlopok) is feltüntető millió $-ban. Az 1-11. táblázat a háztartás referencia személyének korcsoportja szerint bontott eredményeket mutatja (a 15 évesnél fiatalabb referencia személyt tartalmazó háztartások kis csoportja nélkül).

1-11. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi bruttó munkajövedelmei a háztartásfő korcsoportja és GTAP ágazatok szerinti bontásban

mértékegység: millió $

GTAP ágazat	**A referencia személy életkor-csoportja**					**GTAP ágazat**	**A referencia személy életkor-csoportja**				
	15_29	**30_44**	**45_59**	**60_Inf**	***Összes***		**15_29**	**30_44**	**45_59**	**60_Inf**	***Összes***
pdr	0,0	0,1	0,2	0,2	**0,5**	**bph**	22,5	69,7	66,5	82,0	**240,6**
wht	17,3	59,1	86,4	99,4	**262,2**	**rpp**	67,4	209,1	199,5	246,2	**722,2**
gro	16,6	56,7	82,9	95,4	**251,6**	**nmm**	30,3	93,9	89,6	110,6	**324,4**
v_f	27,8	95,2	139,3	160,2	**422,4**	**i_s**	21,0	65,1	62,2	76,7	**224,9**
osd	8,5	29,1	42,6	48,9	**129,1**	**nfm**	16,4	51,0	48,6	60,0	**176,0**
c_b	0,6	1,9	2,8	3,2	**8,4**	**fmp**	58,0	180,0	171,8	211,9	**621,6**
pfb	0,8	2,6	3,9	4,5	**11,8**	**ele**	70,8	219,6	209,6	258,6	**758,7**
ocr	2,3	7,7	11,3	13,0	**34,2**	**eeq**	82,9	257,2	245,4	302,8	**888,3**
ctl	2,1	7,2	10,5	12,1	**32,0**	**ome**	76,6	237,4	226,6	279,5	**820,2**
oap	39,2	134,1	196,3	225,7	**595,3**	**mvh**	71,2	220,8	210,7	259,9	**762,6**
rmk	7,6	25,8	37,8	43,5	**114,7**	**otn**	11,5	35,7	34,1	42,0	**123,3**
wol	0,8	2,8	4,1	4,7	**12,5**	**omf**	20,9	65,0	62,0	76,5	**224,4**
frs	4,8	16,3	23,9	27,5	**72,5**	**ely**	20,9	77,7	140,6	79,8	**319,0**
fsh	0,4	1,4	2,1	2,4	**6,2**	**gdt**	4,2	11,9	16,3	14,4	**46,8**
coa	0,0	1,7	2,9	7,0	**11,6**	**wtr**	34,2	96,4	131,7	116,5	**378,8**
oil	0,0	2,9	4,9	11,9	**19,8**	**cns**	125,5	454,8	617,6	344,9	**1542,8**
gas	0,0	2,6	4,3	10,4	**17,2**	**trd**	412,3	1137,5	1095,1	923,2	**3568,1**
oxt	0,0	6,1	10,3	24,7	**41,0**	**afs**	131,9	251,6	238,4	177,1	**798,9**
cmt	1,5	4,6	4,4	5,4	**15,9**	**otp**	45,3	297,8	519,1	305,3	**1167,5**
omt	30,5	94,5	90,2	111,3	**326,5**	**wtp**	0,6	4,2	7,3	4,3	**16,3**
vol	3,2	9,9	9,5	11,7	**34,2**	**atp**	1,0	6,9	12,0	7,1	**27,0**
mil	9,1	28,1	26,9	33,1	**97,2**	**whs**	11,7	76,8	133,9	78,7	**301,0**
pcr	0,1	0,3	0,3	0,3	**0,9**	**cmn**	110,4	789,2	267,3	167,0	**1333,8**
sgr	1,1	3,4	3,2	4,0	**11,7**	**ofi**	116,0	549,1	317,6	368,7	**1351,4**
ofd	36,6	113,6	108,5	133,8	**392,6**	**ins**	19,8	93,9	54,3	63,0	**231,0**
b_t	15,7	48,6	46,4	57,2	**167,8**	**rsa**	52,7	125,6	51,4	197,9	**427,6**
tex	12,3	38,0	36,3	44,8	**131,4**	**obs**	368,2	1573,8	950,2	1075,8	**3968,1**
wap	20,0	62,0	59,1	73,0	**214,0**	**ros**	112,8	355,1	364,5	257,6	**1090,0**
lea	8,2	25,5	24,4	30,1	**88,2**	**osg**	252,1	853,1	1214,8	699,1	**3019,1**
lum	9,6	29,9	28,5	35,2	**103,2**	**edu**	134,6	690,4	1078,2	925,4	**2828,7**
ppp	35,9	111,4	106,3	131,2	**384,8**	**hht**	201,5	1118,8	1479,2	1108,4	**3907,8**
p_c	4,4	13,8	13,1	16,2	**47,6**	**dwe**	1,1	4,6	5,6	6,6	**17,8**
chm	26,9	83,5	79,7	98,3	**288,5**	**Összes**	**3050,1**	**11394,0**	**11624,7**	**10507,4**	**36576,3**

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapja B459:M495 tömbje)

Látható az 1-11. táblázatból, hogy elsősorban idősebb személyeknek van mezőgazdasági jövedelme, míg a fiatalabbak keresete leginkább az anyagi szolgáltatásokból és a pénzügyi szolgáltatásokból származik.

1-12. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi bruttó munkajövedelmei a háztartások kombinált (nagyrégió, fogyasztási tercilis) csoportjai és GTAP ágazatok szerinti bontásban

mértékegység: millió $

	1. nagyrégió (Központi)			2. nagyrégió (Dunántúl)			3. nagyrégió (Alföld és Észak)			Összes
	Kis fogy.	Átlagosfogy.	Nagy fogy.	Kis fogy.	Átlagos fogy.	Nagy fogy.	Kis fogy.	Átlagos fogy.	Nagy fogy.	
GTAP ágazat	*Reg1 Poor*	*Reg1 Midd*	*Reg1 Rich*	*Reg2 Poor*	*Reg2 Midd*	*Reg2 Rich*	*Reg3 Poor*	*Reg3 Midd*	*Reg3 Rich*	***Összes***
pdr	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	**0,5**
wht	7,7	5,9	3,9	26,1	30,8	29,8	49,6	79,1	29,3	**262,2**
gro	7,4	5,6	3,8	25,0	29,6	28,6	47,6	75,9	28,1	**251,6**
v_f	12,5	9,5	6,3	42,0	49,7	48,0	79,9	127,4	47,2	**422,4**
osd	3,8	2,9	1,9	12,8	15,2	14,7	24,4	38,9	14,4	**129,1**
c_b	0,2	0,2	0,1	0,8	1,0	1,0	1,6	2,5	0,9	**8,4**
pfb	0,3	0,3	0,2	1,2	1,4	1,3	2,2	3,5	1,3	**11,8**
ocr	1,0	0,8	0,5	3,4	4,0	3,9	6,5	10,3	3,8	**34,2**
ctl	0,9	0,7	0,5	3,2	3,8	3,6	6,0	9,6	3,6	**32,0**
oap	17,6	13,4	8,9	59,2	70,0	67,6	112,6	179,5	66,5	**595,3**
rmk	3,4	2,6	1,7	11,4	13,5	13,0	21,7	34,6	12,8	**114,7**
wol	0,4	0,3	0,2	1,2	1,5	1,4	2,4	3,8	1,4	**12,5**
frs	2,1	1,6	1,1	7,2	8,5	8,2	13,7	21,9	8,1	**72,5**
fsh	0,2	0,1	0,1	0,6	0,7	0,7	1,2	1,9	0,7	**6,2**
coa	0,0	0,3	1,3	0,9	2,5	2,6	0,7	1,9	1,4	**11,6**
oil	0,0	0,5	2,2	1,6	4,3	4,5	1,3	3,2	2,3	**19,8**
gas	0,0	0,4	1,9	1,4	3,7	3,9	1,1	2,8	2,0	**17,2**
oxt	0,0	1,0	4,5	3,4	8,8	9,2	2,6	6,6	4,8	**41,0**
cmt	1,0	1,3	1,8	1,6	2,4	2,1	2,4	2,1	1,2	**15,9**
omt	20,6	25,9	37,4	32,7	49,8	44,0	49,2	42,3	25,2	**327,1**
vol	2,2	2,7	3,9	3,4	5,2	4,6	5,2	4,4	2,6	**34,3**
mil	6,1	7,7	11,1	9,7	14,8	13,1	14,6	12,6	7,5	**97,4**
pcr	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	**0,9**
sgr	0,7	0,9	1,3	1,2	1,8	1,6	1,8	1,5	0,9	**11,7**
ofd	24,8	31,2	45,0	39,3	59,9	52,9	59,1	50,8	30,4	**393,3**
b_t	10,6	13,3	19,2	16,8	25,6	22,6	25,3	21,7	13,0	**168,1**
tex	8,3	10,4	15,1	13,2	20,0	17,7	19,8	17,0	10,2	**131,6**
wap	13,5	17,0	24,5	21,4	32,6	28,8	32,2	27,7	16,6	**214,4**
lea	5,6	7,0	10,1	8,8	13,5	11,9	13,3	11,4	6,8	**88,4**
lum	6,5	8,2	11,8	10,3	15,7	13,9	15,5	13,4	8,0	**103,4**
ppp	24,3	30,5	44,1	38,5	58,7	51,8	57,9	49,8	29,8	**385,5**
p_c	3,0	3,8	5,5	4,8	7,3	6,4	7,2	6,2	3,7	**47,6**
chm	18,2	22,9	33,1	28,9	44,0	38,9	43,4	37,3	22,3	**289,0**
bph	15,2	19,1	27,6	24,1	36,7	32,4	36,2	31,1	18,6	**241,0**
rpp	45,6	57,3	82,8	72,3	110,2	97,3	108,7	93,5	55,9	**723,5**

nmm	20,5	25,8	37,2	32,5	49,5	43,7	48,9	42,0	25,1	**325,0**
i_s	14,2	17,9	25,8	22,5	34,3	30,3	33,9	29,1	17,4	**225,4**
nfm	11,1	14,0	20,2	17,6	26,8	23,7	26,5	22,8	13,6	**176,3**
fmp	39,3	49,3	71,3	62,2	94,8	83,7	93,6	80,4	48,1	**622,8**
ele	47,9	60,2	87,0	75,9	115,7	102,2	114,2	98,2	58,7	**760,1**
eeq	56,1	70,5	101,8	88,9	135,5	119,6	133,8	115,0	68,7	**889,9**
ome	51,8	65,1	94,0	82,1	125,1	110,5	123,5	106,1	63,4	**821,7**
mvh	48,2	60,5	87,4	76,3	116,3	102,7	114,8	98,7	59,0	**764,1**
otn	7,8	9,8	14,1	12,3	18,8	16,6	18,6	16,0	9,5	**123,5**
omf	14,2	17,8	25,7	22,5	34,2	30,2	33,8	29,0	17,4	**224,8**
ely	0,0	41,5	26,9	20,2	58,7	84,5	20,3	31,9	34,9	**319,0**
gdt	2,5	5,5	4,8	6,7	4,7	4,5	9,0	5,2	3,9	**46,8**
wtr	20,0	44,4	39,1	54,2	38,2	36,6	73,0	41,9	31,4	**378,8**
cns	151,1	180,6	185,0	134,5	182,0	180,9	225,5	179,0	124,1	**1542,8**
trd	323,4	331,1	805,3	273,2	349,7	359,4	365,5	390,7	370,5	**3568,9**
afs	69,7	101,7	110,9	85,5	92,5	123,6	100,9	65,3	48,8	**799,0**
otp	101,6	186,5	164,6	83,3	133,4	170,0	127,6	121,3	80,0	**1168,3**
wtp	1,4	2,6	2,3	1,2	1,9	2,4	1,8	1,7	1,1	**16,4**
atp	2,3	4,3	3,8	1,9	3,1	3,9	2,9	2,8	1,8	**27,0**
whs	26,2	48,1	42,4	21,5	34,4	43,8	32,9	31,3	20,6	**301,2**
cmn	25,8	137,3	679,5	76,3	103,1	128,3	57,1	41,3	85,1	**1333,8**
ofi	33,5	143,9	416,6	34,6	134,7	274,9	53,2	125,3	134,6	**1351,4**
ins	5,7	24,6	71,2	5,9	23,0	47,0	9,1	21,4	23,0	**231,0**
rsa	19,1	79,1	134,8	0,0	58,7	22,8	23,9	16,8	72,4	**427,6**
obs	191,4	604,7	1658,7	140,1	307,3	323,5	240,8	271,5	230,1	**3968,1**
ros	74,9	86,6	299,5	86,5	93,4	121,8	133,8	118,9	77,0	**1092,4**
osg	140,0	295,7	480,0	245,3	305,7	332,3	506,9	383,7	329,4	**3019,1**
edu	118,1	267,3	476,2	195,4	269,5	339,7	259,9	475,6	428,5	**2830,3**
hht	158,9	312,1	657,2	262,1	465,4	564,3	454,7	541,6	491,5	**3907,8**
dwe	2,1	1,9	1,8	2,1	2,0	2,0	2,1	2,0	1,9	**17,9**
Összes	**2043,1**	**3596,1**	**7238,6**	**2752,3**	**4160,2**	**4511,5**	**4309,5**	**4532,8**	**3453,2**	**36597,3**

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapja B497:L566 tömbje)

Már a fenti, csak viszonylag aggregált háztartáscsoportokat bemutató táblázatból is jól látható, hogy a Budapesten és környékén élő háztartások a kommunikációs és pénzügyi szektorból kapják a munkajövedelem nagy részét, különösen a tehetősebb háztartások.

A magyar háztartások RAS-módszerrel becsült munkajövedelmeit GTAP szektorok és a referencia személy nemzetgazdasági ági hovatartozása által meghatározott háztartáscsoportok szerint nem mutatom itt be, mivel a GTAP-szektorok szerinti bontás csak dezaggregációja az 1-4. táblázatban már bemutatott nemzetgazdasági ág szerinti bontásnak.

A táblázat további regionális és fogyasztási szinttel kapcsolatos jellegzetességeket is mutat, ezek tanulmányozását az Olvasóra bízom.

1-13. táblázat: A háztartások becsült 2014. évi bruttó munkajövedelmei az egy főre eső jövedelmek alapján képzett jövedelmi tizedek (decilisek) és GTAP ágazatok szerinti bontásban

mértékegység: millió $

	1. decilis	2. decilis	3. decilis	4. decilis	5. decilis	6. decilis	7. decilis	8. decilis	9. decilis	10. decilis	Összes
GTAP ágazat	dec1	dec2	dec3	dec4	dec5	dec6	dec7	dec8	dec9	dec10	
pdr	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	**0,5**
wht	17,8	21,3	24,9	32,5	27,0	26,2	20,5	22,1	19,7	50,2	**262,2**
gro	17,1	20,4	23,9	31,2	25,9	25,1	19,7	21,2	18,9	48,2	**251,6**
v_f	28,8	34,2	40,2	52,4	43,4	42,2	33,0	35,6	31,7	80,9	**422,4**
osd	8,8	10,5	12,3	16,0	13,3	12,9	10,1	10,9	9,7	24,7	**129,1**
c_b	0,6	0,7	0,8	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	1,6	**8,4**
pfb	0,8	1,0	1,1	1,5	1,2	1,2	0,9	1,0	0,9	2,3	**11,8**
ocr	2,3	2,8	3,3	4,2	3,5	3,4	2,7	2,9	2,6	6,5	**34,2**
ctl	2,2	2,6	3,0	4,0	3,3	3,2	2,5	2,7	2,4	6,1	**32,0**
oap	40,5	48,3	56,6	73,9	61,2	59,4	46,6	50,2	44,6	114,0	**595,3**
rmk	7,8	9,3	10,9	14,2	11,8	11,5	9,0	9,7	8,6	22,0	**114,7**
wol	0,8	1,0	1,2	1,5	1,3	1,2	1,0	1,1	0,9	2,4	**12,5**
frs	4,9	5,9	6,9	9,0	7,5	7,2	5,7	6,1	5,4	13,9	**72,5**
fsh	0,4	0,5	0,6	0,8	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	1,2	**6,2**
coa	0,1	0,7	0,2	1,0	1,2	0,9	1,3	2,0	1,5	2,7	**11,6**
oil	0,2	1,2	0,4	1,8	2,0	1,6	2,2	3,3	2,5	4,5	**19,8**
gas	0,1	1,1	0,3	1,5	1,8	1,4	1,9	2,9	2,2	4,0	**17,2**
oxt	0,3	2,6	0,8	3,7	4,2	3,3	4,6	6,9	5,3	9,4	**41,0**
cmt	0,7	1,3	1,6	1,5	1,5	1,8	1,5	1,8	1,8	2,3	**15,9**
omt	14,7	26,8	33,3	30,1	31,6	36,7	31,9	36,8	37,9	47,2	**327,1**
vol	1,5	2,8	3,5	3,2	3,3	3,8	3,3	3,9	4,0	5,0	**34,3**
mil	4,4	8,0	9,9	9,0	9,4	10,9	9,5	11,0	11,3	14,1	**97,4**
pcr	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	**0,9**
sgr	0,5	1,0	1,2	1,1	1,1	1,3	1,1	1,3	1,4	1,7	**11,7**
ofd	17,7	32,2	40,0	36,2	38,0	44,1	38,3	44,3	45,6	56,8	**393,3**
b_t	7,6	13,8	17,1	15,5	16,3	18,8	16,4	18,9	19,5	24,3	**168,1**
tex	5,9	10,8	13,4	12,1	12,7	14,8	12,8	14,8	15,3	19,0	**131,6**
wap	9,7	17,6	21,8	19,8	20,7	24,0	20,9	24,1	24,9	31,0	**214,4**
lea	4,0	7,2	9,0	8,1	8,5	9,9	8,6	9,9	10,3	12,8	**88,4**
lum	4,7	8,5	10,5	9,5	10,0	11,6	10,1	11,6	12,0	14,9	**103,4**
ppp	17,4	31,6	39,2	35,5	37,3	43,2	37,6	43,4	44,7	55,6	**385,5**
p_c	2,1	3,9	4,8	4,4	4,6	5,3	4,6	5,4	5,5	6,9	**47,6**
chm	13,0	23,7	29,4	26,6	28,0	32,4	28,2	32,5	33,5	41,7	**289,0**
bph	10,9	19,7	24,5	22,2	23,3	27,0	23,5	27,1	28,0	34,8	**241,0**
rpp	32,6	59,3	73,6	66,7	70,0	81,1	70,5	81,4	83,9	104,4	**723,5**
nmm	14,6	26,6	33,1	29,9	31,4	36,4	31,7	36,6	37,7	46,9	**325,0**

i_s	10,2	18,5	22,9	20,8	21,8	25,3	22,0	25,4	26,1	32,5	**225,4**
nfm	7,9	14,4	17,9	16,2	17,1	19,8	17,2	19,8	20,5	25,5	**176,3**
fmp	28,1	51,0	63,4	57,4	60,2	69,8	60,7	70,1	72,2	89,9	**622,8**
ele	34,2	62,3	77,3	70,0	73,5	85,2	74,1	85,5	88,2	109,7	**760,1**
eeq	40,1	72,9	90,5	82,0	86,1	99,8	86,8	100,1	103,2	128,5	**889,9**
ome	37,0	67,3	83,6	75,7	79,5	92,1	80,1	92,5	95,3	118,6	**821,7**
mvh	34,4	62,6	77,7	70,4	73,9	85,7	74,5	86,0	88,6	110,3	**764,1**
otn	5,6	10,1	12,6	11,4	11,9	13,9	12,0	13,9	14,3	17,8	**123,5**
omf	10,1	18,4	22,9	20,7	21,7	25,2	21,9	25,3	26,1	32,5	**224,8**
ely	5,0	18,2	18,2	24,2	37,2	10,4	41,2	37,1	84,1	43,5	**319,0**
gdt	3,4	2,5	5,5	4,7	3,1	8,4	4,8	3,6	5,0	5,8	**46,8**
wtr	27,6	20,3	44,1	38,2	24,8	68,1	38,5	29,0	40,8	47,2	**378,8**
cns	90,0	137,8	153,8	148,0	175,9	151,0	159,9	162,1	142,0	222,4	**1542,8**
trd	101,2	292,0	297,3	341,7	414,6	351,2	343,4	314,6	350,3	762,6	**3568,9**
afs	32,4	73,7	81,2	101,1	68,8	94,2	107,5	72,4	53,2	114,5	**799,0**
otp	34,6	69,6	68,2	98,4	118,6	132,1	130,3	117,4	152,0	247,2	**1168,3**
wtp	0,5	1,0	1,0	1,4	1,7	1,8	1,8	1,6	2,1	3,5	**16,4**
atp	0,8	1,6	1,6	2,3	2,7	3,1	3,0	2,7	3,5	5,7	**27,0**
whs	8,9	17,9	17,6	25,4	30,6	34,1	33,6	30,3	39,2	63,7	**301,2**
cmn	1,2	40,8	18,9	18,3	46,5	83,6	91,0	97,0	262,5	674,1	**1333,8**
ofi	12,7	5,3	42,6	63,5	78,5	122,3	91,7	202,6	210,2	521,9	**1351,4**
ins	2,2	0,9	7,3	10,9	13,4	20,9	15,7	34,6	35,9	89,2	**231,0**
rsa	9,6	0,0	80,3	0,0	17,6	27,3	5,6	88,9	96,4	101,9	**427,6**
obs	88,7	178,8	163,5	218,9	339,8	255,9	373,6	334,7	586,2	1427,9	**3968,1**
ros	93,1	69,0	86,5	86,8	97,4	76,9	124,8	108,3	75,4	274,3	**1092,4**
osg	270,7	246,7	176,0	194,3	247,7	282,2	272,6	339,4	420,8	568,7	**3019,1**
edu	37,1	148,6	205,8	237,1	232,7	267,5	256,3	367,6	398,9	678,8	**2830,3**
hht	116,8	269,7	333,4	358,4	271,5	378,1	436,0	461,4	458,6	824,1	**3907,8**
dwe	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,7	1,7	1,7	**17,9**
Összes	**1441,7**	**2432,4**	**2826,8**	**2981,7**	**3228,5**	**3493,4**	**3495,8**	**3910,2**	**4528,8**	**8258,0**	36597,3

Forrás: saját számítás (a HBSEUout.xlsx file HU munkalapja B568:M638 tömbje)

A fenti, 1-13. táblázat azt mutatja, hogy érdekes módon a GTAP10.1 adatbázisban egy kisebb összegű munkajövedelem a „dwe" imputált lakbér ágazatból származik.

A felső tized jövedelme közel hatszorosa az alsó decilisének. Vegyük észre azt is, hogy a legfelső tized még többször nagyobb munkajövedelmet kap a nem anyagi szolgáltatásokból, mint az alsó decilis. A leglátványosabb jellemzője, hogy a felső decilis több mint 500-szor több bevételt kap a „*cmn*" kommunikációs szektorból, mint az alsó decilis. Nem is csoda azonban, hiszen ebben az ágazatban a legmagasabb az átlagbér, így előfordulhat, hogy csak néhány alacsony fizetésű alkalmazottja van.

1.7. Az Eurostat HKF bolgár és portugál adataival kapcsolatos tapasztalatok modellezési aspektusai

Az Eurostat HKF adatait más országokra is feldolgoztam. Ezek eredményeit a magyaréhoz hasonló részletességgel nem mutatom be, csak a többszektoros modellezés szempontjából fontos jellemzőiket vázolom.

Az első fontos tény, hogy még az Eurostat sem tudja biztosítani az egyes országok HKF-ei „egyenszilárdságát”, azt, hogy módszertanilag egységesek legyenek, és a minta hasonló minőségű legyen. Ennek illusztrálására az EU 2 Magyarországhoz hasonló méretű és lakosságú országának HKF adatait használom fel azt az esetleges véleményt eloszlatandó, hogy a minták különbségeit az ország mérete vagy fejlettsége magyarázza.

A bolgár HKF minta rendkívül kicsi: mindössze 2766 háztartást tartalmaz, alig több mint a harmadát a magyarnak. Ahogy említettem, a személyi adatok közül hiányzik (zérus) a személy jövedelme. Ez rendkívül megnehezíti a háztartások jövedelmeinek ágazati eredetének becslését. Az a kényszerű feltételezés, hogy a háztartás jövedelme kizárólag a referencia személy ágazatából származik, ilyen kis mintánál a minta alapján történő becslések megbízhatóságát igen kérdésessé teszi. E feltevés ugyanis ellentmond annak a ténynek, hogy a háztartásokban a személyeknek eltérő az ágazati hovatartozása. Ennek következtében a becsült foglalkoztatás mátrixban (ami a foglalkoztatottakat GTAP nemzetgazdasági ágak és rétegek szerinti bontásban adja meg) olyan helyeken is pozitív elemek vannak, ahol a hasonló dimenziójú becsült munkajövedelem mátrixban zérus értékek. Ez azt jelenti, hogy a mátrix ezekhez az elemeihez tartozó rétegekben csak olyan személy dolgozik az adott (szintén az adott elemhez tartozó) ágban, akik közül egyik sem referencia személy (azaz feltehetőleg egyik sem főkereső). Ez nagyon eltorzítja azon ágak elemzését, ahol jellemzően nem családfők dolgoznak, mint például ahol főleg nők dolgoznak. Valóban ez a probléma, illetve ellentmondás élesen előjött az „rsa” kódú GTAP ágazatban, ahol a GTAP adatbázisbeli bruttó munkajövedelem 8-szor akkorának mutatkozott mint annak a rétegnek a súlyozott HKF-beli összjövedelme, amelyiknek az L Nace-kódú ingatlanszolgáltatásban dolgozik a referenciaszemélye, azaz amelynél e módszer egyedül vélelmez az ingatlanszolgáltatásból munkajövedelmet.

Tovább nehezíti az adatok regionális elemzésre való felhasználását az, hogy Bulgáriában már csak 2 nagyrégió van.

Portugália ugyan 3 nagyrégiót tartalmaz, de ezeket a regionális elemzők és modellezők számára a lehető leghasználhatatlanabb módon definiálták. Ugyanis az egész kontinentális Portugália egy nagyrégiót képez, miközben két kis sziget, Madeira és az Azori szigetek képezi a maradék 2 nagyrégiót. Nem vitatom, hogy e szigetek gazdasági helyzete rendkívül speciális, ami külön kezelést igényel (legalábbis akkor ha rájuk vonatkoztatható eredményeket is kívánunk kapni), de a kontinentális Portugália egyetlen régióként való kezelése lehetetlenné teszi az ottani regionális különbségek (pl. az északi és déli országrész, a főváros és vidék, vagy a tengerparti és belső térségek közötti óriási különbségek) elemzését.

A portugál minta dicséretére válik, hogy a magyarénál is másfélszer több, 11398 háztartást tartalmaz. A háztartások mintegy fél százalékában viszont úgy tűnik, hogy egy gyerek a főkereső, vagy legalábbis az egyik főkereső (azaz egyike a háztartás legmagasabb jövedelmű személyeinek). Remélem ez csak statisztikai hiba és nem a gyerekmunka elterjedtségét jelenti.

Fentiek fényében a magyar HKF adatok nem tűnnek rossznak, de több ország adatainak feldolgozásával szerzett tapasztalatok alapján lehetne jobban megismerni az HKF adatok megbízhatóságát és nemzetközi összehasonlíthatóságát. Mindenesetre a modellezőnek tudatában kell lenni e kihívásoknak, és késznek, hogy egyes adatokat illetve adatfeldolgozási technikákat, feltevéseket korrigáljon.

2. A 2020. évi magyar megyei ÁKM-ek becslése és multiregionális ÁKM-modell készítése

A rétegbontások ágazati bontásokkal való kombinálásának statisztikai és modellezési kérdései tárgyalása után e fejezetben a mezo-szintek másik kombinációjával, a regionális és ágazati bontások kombinációjával foglalkozunk. A szubnacionális régiók közötti fejlettségi különbségek csökkentését célzó uniós és nemzeti fejlesztési politikáknak információra van szükségük arról, hogy az egyik régióban támasztott keresletek mekkora keresletet, és ezáltal jövedelmet generálnak a többi régióban. A más magyarországi régiókban előállított építőanyagok felhasználásával történő építkezés, vagy más magyarországi régiók termékeinek élelmiszer-fogyasztásának nyilvánvaló példáin kívül minden lehetséges visszaható (beszállítói) és előreható (kínálati szűk keresztmetszetek feloldását és egyéb járulékos, angolul „spillover") hatást figyelembe kell venni.

E regionális (szak)politikáknak a modellekkel való támogatása volt kutatásom gyakorlati célja. Konkrétan Magyarország 19 vármegyéjére és a fővárosra (a továbbiakban ezeket egyszerűen „megyék"-nek, illetve „a 20 megye"-nek hívom) külön-külön elkészítettem ezeknek Magyarország 2020. évre vonatkozó, alapáras[1], szervezeti besorolású[2], ún. B-típusú[3] 64 ágazatos ÁKM-ével konzisztens, azonos szerkezetű ÁKM-eit, majd ezeket egymáshoz kapcsolva Magyarország 2020. évi (az egyes megyék más megyékbe történő szállításait a fogadó megyék, és azon belül a felhasználó ágazatok és végső felhasználási kategóriák szerint is részletező) ún. multiregionális ÁKM-ét. Végül ezek alapján egy interregionális, illetve egy multiregionális ÁKM-modellt specifikáltam és számszerűsítettem (kalibráltam).

Szabó (2021) leírása szerint a megyei ÁKM-ek becslésére irányuló hazai úttörő munkák közé sorolható Csepinszky és társai (1973, 1976), amelyek Vas megye B típusú ÁKM-ének 1968. majd 1972. évi adatok alapján történt összeállításáról számoltak be. A szerzők elsődleges forrásként vállalati, szövetkezeti mérlegbeszámolókat és elérhető statisztikai adatokat használtak fel. Emellett a nagyobb

[1] az alapár lényegében a termelői ár azzal a módosítással, hogy a szállítási és kereskedelmi árrést a termék értékesítési árából levonva, azt a szállítás illetve kereskedelem ágazatok alapáras kibocsátásaként számoljuk el.
[2] a szervezeti besorolás azt jelenti, hogy az egyes termelőegységeket a vállalatuk ágazatánál számoljuk el.
[3] azaz az importot a hazai termékkel komplementer jellegűnek ábrázoló, azt külön sorban kimutató

vállalatok esetében végeztek helyszíni kigyűjtéseket is, valamint országos arányszámokon nyugvó becsléseket is. A későbbiek során Rechnitzer (1981) szintén elsődlegesen vállalati adatok gyűjtése révén becsült megyei ÁKM-et a Dél-Dunántúli régió megyéire.

Magyarország összes megyéjére kiterjedően eddig csak 2010-re és csak 37 ágazatos bontásban készültek az országos ÁKM-mel összhangban álló ÁKM-becslések (pontosabban a multiregionális ÁKM), amelyről Szabó (2021) doktori értekezése számol be. Ezt is figyelembevéve mondhatjuk, hogy a feladat újszerű, számos eredeti megoldást igénylő kihívást jelentett.

Mivel e majdnem két évig (2021. februárjától 2023. januárjáig) tartó komplex munkafolyamatnak csak a végére készült el a KSH a 2020. évi országos ÁKM-ével, a becslési módszert először a magam által becsült 2020. évi országos ÁKM-mel végeztem el. A becslést 2022. februárjában az időközben megjelent, illetve frissült nemzeti számla és megyei statisztikai adatok alapján átdolgoztam (Révész, 2022), de a végleges változatot csak most, a KSH 2022. végén megjelentetett 2020. évi ÁKM-e és ún. háttértáblázatai (Forrás-Felhasználás táblák, Importmátrix és “Termékadók és támogatások egyenlegének” táblázata), valamint a megyei hozzáadott értékekre vonatkozó adatközlésének revíziója alapján tudtam elkészíteni.

Hogy ezeknek a becsült megyei ÁKM-eknek és modelleknek a szerkezetét és elemzési, modellezési felhasználhatóságát jobban megvilágítsuk, a becslési módszer részletei előtt röviden tárgyalnunk kell az országos ÁKM-ek típusait és szerkezetét, valamint az ezeken alapuló főbb modelltípusokat.

Az ún. „A”, „B” és „C”-típusú ÁKM-ek az import kezelésében különböznek, pontosabban abban, hogy az importtermékeket a hasonló ágazati besorolású hazai termékekkel helyettesíthetőnek tekintik-e (Zalai (2012)). Az importált és hazai eredetű termékek általában csak egymás tökéletlen helyettesei. A lineáris input-output modellek azonban nem teszik lehetővé a tökéletlen helyettesítés jelenségének árnyalt ábrázolását. Az „A” típusú mérleg a hazai és az importált ágazati termékeket egymás tökéletes helyettesíthetőiként kezeli, a „B” típusú mérleg pedig egymás tökéletes kiegészítőiként ábrázolja (az importot az alsószárnyon külön sorban feltüntetve).

2.1. A “B”-típusú ÁKM és az azon alapuló modell

Ha n ágazatot, f belföldi végső felhasználási kategóriát és l hozzáadott érték összetevőt különböztetünk meg, akkor az ágazati kapcsolatok „B” típusú mérlege országos szinten az alábbi sémával adható meg:

2-1. ábra: Az ágazati kapcsolatok „B" típusú mérlegének sémája

	Az ágazatok (mint felhasználók)	A végső felhasználás területei	Az export	A kibocsátás ill. összjövedelem
Az ágazatok (mint kibocsátók)	**X**	**Y**	**z**	**x**
Az import felhasználása	**m**	**d**	u_z	u
A termékadók és támogatások egyenlege	**p**	**b**	t_z	t
A hozzáadott érték összetevőnként	**H**	0	0	**h**
A teljes kibocsátás ill. felhasználás	**x**	**v**	z	

A fenti ábrán szereplő mátrixalgebrai jelölések (mátrixok, vektorok) magyarázata az alábbi (zárójelben a skaláralgebrai jelölésükkel, ahol az i = 1, 2,…, n illetve j = 1, 2,…, n index a kibocsátó illetve felhasználó ágazatokra, a g = 1, 2,…, f index a belföldi végső felhasználás kategóriáira, a q = 1, 2,…, l index pedig a hozzáadott érték fő összetevőire vonatkozik):

x = (x_i) a teljes termelés (avagy ágazati kibocsátások) n elemű vektora,

X = (x_{ij}) a hazai termékek alapáras folyó termelőfelhasználásainak $n \times n$-es mátrixa (a *belső négyzet*),

Y = (y_{ig}) a hazai termékek belföldi végső felhasználásainak $n \times f$-es mátrixa,

z = (z_i) a hazai termékek exportjának n elemű vektora (ami az **Y**-nal együtt az ún. *oldalsó szárny*),

m = (m_j) az import termékek alapáras (forintosított devizaár) folyó termelőfelhasználásainak n elemű vektora,

d = (d_g) az import termékek alapáras (forintosított devizaár) belföldi végsőfelhasználásainak f elemű vektora,

u_z az import termékek alapáras (forintosított devizaár) exportja (reexport jellegű tételek elszámolása),

u az import termékek alapáras (forintosított devizaár) összes felhasználása,

p = (p_j) az ágazatok folyó termelőfelhasználásai után fizetendő (összes, azaz csak felhasználó ágazatonkénti) termékadók és támogatások egyenlegének n elemű vektora,

b = (b_g) a végsőfelhasználások után fizetendő (összes, azaz csak felhasználási területenkénti) termékadók és támogatások egyenlegének f elemű vektora,

t_z az export után fizetendő összes termékadók és támogatások egyenlege,

t összes termékadók és támogatások egyenlege,

H = (h_{qj}) a hozzáadott érték összetevők $l \times n$-es mátrixa (az *alsó szárny*).

h = (h_q) a hozzáadott érték összetevők $l \times n$-es mátrixa (az *alsó szárny*)

Mivel az ágazatok soraiban a felhasználások csak alapáron vannak elszámolva, ezért az *import* és a *termékadók és támogatások egyenlege* a fenti sémában mind az ágazatok oszlopaiban, mind a végső felhasználási tételek alatt is megjelennek, mivel azok beszerzési költségének részét képezik.

Az export oszlopának összege a külkereskedelmi forgalom forintosított devizabevételét mutatja.

A 2-2. ábrán ugyanezeket az adatokat részletesen, skalárformában jelenítjük meg.

2-2. ábra: a „B”-típusú ágazati kapcsolati mérleg (ÁKM) általános skalár-sémája

		felhasználó ágazatok						végső felhasználók				export	teljes kibocsátás
		1	2	...	j	...	n	1	2	...	f		
kibocsátó ágazat	1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}	y_{11}	y_{12}	...	y_{1f}	z_1	x_1
	2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}	y_{21}	y_{22}	...	y_{2f}	z_2	x_2
	.											.	.
	i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}	y_{i1}	y_{i2}	...	y_{if}	z_i	x_i
	.											.	.
	n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nj}	...	x_{nn}	y_{n1}	y_{n2}	...	y_{nf}	z_n	x_n
import		m_1	m_2	...	m_j	...	m_n	d_1	d_2	...	d_f	u_z	u
termékadók		p_1	p_2	...	p_j	...	p_n	b_1	b_2	...	b_f	t_z	t
hozzáa.ért	1	h_{11}	h_{12}	...	h_{1j}	...	h_{1n}						h_1
	2	h_{21}	h_{22}	...	h_{2j}	...	h_{2n}						h_2
	.												
	l	h_{l1}	h_{l2}	...	h_{lj}	...	h_{ln}						h_l
Összesen		x_1	x_2	...	x_j	...	x_n	v_1	v_2	...	v_f	z	

A „B”-típusú ÁKM-nek az ágazatokhoz tartozó *sorai* tehát az ágazati *termékmérleg-azonosságokat,* azaz az összes forrás (jelen esetben a kibocsátás) és összes felhasználás egyezőségét rögzítik:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + ... + x_{ij} + ... + x_{in} + y_{i1} + y_{i2} + ... + y_{ig} + ... + y_{if} + z_i \qquad (i = 1, 2, ... , n) \qquad (2\text{-}1)$$

ahol x_i illetve z_i az i-edik *ágazat* adott évi teljes termelésének illetve exportjának értéke, x_{ij}, illetve y_{ig} pedig ennek felhasználása a j-edik *ágazatban*, illetve a *végső felhasználás g*-edik területén.

Mivel a végső felhasználási kategóriák között szerepel a készletváltozás, ezért a források és felhasználások egyezősége definíciószerűen fennáll. Valódi (keresleti-kínálati) egyensúlyról csak akkor beszélhetünk, ha a készletváltozás megegyezik az adott („egyensúlyi”) árak mellett szándékolt (nettó) készletfelhalmozással.

Az ágazati kapcsolati mérlegösszefüggések másik, oszlopok szerinti fajtája a *termelési érték* számviteli konvención alapuló, *költség- és jövedelem-összetevők* szerinti *azonos felbontása*:

$$x_j = x_{1j} + x_{2j} + ... + x_{ij} + ... + x_{nj} + m_j + p_j + h_{1j} + h_{2j} + ... + h_{qj} + ... + h_{lj} \quad (j = 1, 2, ... , n) \qquad (2\text{-}2)$$

ahol m_i illetve p_i az i-edik *ágazat* által felhasznált import értéke, illetve az általa felhasznált termékek és szolgáltatások után fizetendő termékadók és támogatások egyenlege.

Az ágazati kapcsolatok mérlege alapján végzett elemzések elméleti és módszertani alapját az input-output modellek képezik. A hazai termékekből és szolgáltatásokból való fajlagos ágazati felhasználásokat (az egységnyi ágazati kibocsátásra vetített a_{ij} *közvetlen ráfordítási együtthatókat*) az $\mathbf{A} = \mathbf{X}\langle\mathbf{x}\rangle^{-1}$ módon képezhetjük, ahol $\langle\mathbf{x}\rangle$ az $\mathbf{x}$ vektorból képzett diagonális mátrix. Hasonlóan az ágazatok fajlagos importigényét (importanyagráfordítási együtthatók) az $\mathbf{a}^{\mathrm{m}} = \mathbf{m}\langle\mathbf{x}\rangle^{-1}$ képlettel számíthatjuk ki.

A „B” típusú mérlegekből nyert együtthatókkal a statikus, nyílt input-output volumenmodellek alapegyenleteit az alábbi módon írhatjuk fel:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Y1} + \mathbf{z}, \qquad (2\text{-}3)$$

ahol **1** (a jelen esetben az **Y** mátrix oszlopait egyetlen oszlopvektorba összevonó) összegzővektor.

Nemcsak a belső négyzetben, hanem az alsó és az oldalsó szárnyon szereplő adatokból is számíthatunk fajlagos hozzáadottérték mutatókat (amelyeket a modellekben együtthatóként használhatunk) illetve végső felhasználási szerkezeteket (megoszlási részarányokat):

$$\mathbf{C} = (c_{kj}) = \mathbf{H}\langle\mathbf{x}\rangle^{-1}, \quad \mathbf{S} = (s_{ik}) = \mathbf{Y}\langle\mathbf{y}^{s}\rangle^{-1}, \qquad (2\text{-}4), \quad (2\text{-}5)$$

ahol $\mathbf{y}^s = \mathbf{1}'\mathbf{Y}$ és $\mathbf{1}'$ a sorvektorként felírt, 1-esekből álló, és *n*-elemű összegzővektor.

A konstans együtthatók bevezetésével az ÁKM sorirányú (2-1) elosztási összefüggéseit az input-output modellből megismert lineáris egyenletrendszer formájában írhatjuk fel:

$$x_i = a_{i1}\cdot x_1 + a_{i2}\cdot x_2 + \ldots + a_{ij}\cdot x_j + \ldots + a_{in}\cdot x_n + y_i + z_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \quad (2\text{-}6)$$

avagy mátrixalgebrai jelölésekkel:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} + \mathbf{z}, \qquad (2\text{-}7)$$

ahol

$$\mathbf{y} = \mathbf{Y1}. \qquad (2\text{-}8)$$

Az **x** változókra (kibocsátásokra) nézve implicit (2-7) egyenletrendszernek általában (gyakorlatilag) mindig létezik az alábbi, **x** -re nézve explicit megoldása:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{z}), \qquad (2\text{-}9)$$

ahol **E** az ún. egységmátrix (amelyben $e_{i,j} = 0$ ha $j \neq i$, és $e_{i,j} = 1$ ha $j = i$), $(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$ pedig az **A** hazai termékráfordítási együtthatómátrix ún. Leontief-inverze.

Az ágazati kibocsátásokra az (2-9) egyenletben kapott formula segítségével nemcsak a kibocsátásokat határozhatjuk meg a végsőfelhasználás és a ráfordítási együtthatók függvényében, hanem minden olyan kategóriát is, amelyet a kibocsátásokkal arányosnak tekinthetünk (például *foglalkoztatás, energiafelhasználás, környezetszennyezés, iparűzési adó, importanyag-felhasználás*, stb.). Például az (2-9) egyenlet jobb oldalát behelyettesítve **x** helyére az m_x -szel jelölt összes importanyag-felhasználást (a fenti $\mathbf{a}^{\mathrm{m}} = \mathbf{m}\langle\mathbf{x}\rangle^{-1}$ ágazati importanyagráfordítási együtthatókkal) meghatározó $m_x = \mathbf{a}^{\mathrm{m}}\mathbf{x}$ képletbe, az

$$m_x = \mathbf{a}^{\mathrm{m}}\,(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{z}) \qquad (2\text{-}10)$$

képletet kapjuk a gazdaság importanyagigényének meghatározására. Hasonlóan, ha például $\mathbf{a}^{\mathbf{f}}$ az egyes ágazatok egységnyi kibocsátásához szükséges foglalkoztatotti létszám, akkor az adott végső felhasználás által biztosított, f_x -szel jelölt összfoglalkoztatást az

$$f_x = \mathbf{a}^{\mathbf{f}}\,(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{z}) \qquad (2\text{-}11)$$

képlettel számíthatjuk ki.

Az ÁKM úgynevezett *oldalsó szárnyán* megjelenő *végső felhasználás jellemző részterületei* a lakossági és közösségi *fogyasztás,* a *felhalmozás*, ezen belül elkülönítve az állóeszközök létrehozására szolgáló beruházást és a (forgóeszköz-) készletek változását (sőt esetleg az értéktárgyak felhalmozását ezen belül is elkülönítve), és ugyancsak itt jelenik meg az *export*.

A hozzáadott értékek blokkjának *jellemző összetevői* a munkajövedelem (amin belül a bruttó kereseteket és az azok után a munkaadók által fizetendő adókat elkülönítve is kimutathatják), a termelési adók és támogatások egyenlege, az amortizáció és az ágazatok *nettó* működési eredménye (lényegében az üzemi nyeresége). Az utóbbi kettő összege a *bruttó* működési eredmény.

A 2-3. ábrán szereplő „B” típusú ÁKM termékmérlegek csak a hazai kibocsátás felhasználását részletezik, ugyancsak alapáron.

2-3. ábra: Az importot a hazai termékektől külön ábrázoló alapáras, „B” típusú ÁKM-nek a hozzáadott érték és végső felhasználás konkrét kategóriáival felírt sémája

	ágazatok	háztartások fogyasztási kiadásai	háztartásokat segítő nonprofit szervezetek fogyasztási kiadásai	állam-háztartás fogyasztási kiadásai	állóesz-köz-felhal-mozás	készlet-változás	export	összesen
hazai termékek ágazatonként	$\mathbf{X}$	$\mathbf{y}^c$	$\mathbf{y}^n$	$\mathbf{y}^g$	$\mathbf{y}^b$	$\mathbf{y}^k$	$\mathbf{z}$	$\mathbf{x}$
import	$\mathbf{m}$	d_c	d_n	d_g	d_b	d_k	u_z	u
termékadók és támogatások	$\mathbf{p}$	b_c	b_n	b_g	b_b	b_k	t_z	t
amortizáció	$\mathbf{h}^d$							
bérek	$\mathbf{h}^w$							
bérek közterhe	$\mathbf{h}^t$							
nettó műkö-dési eredmény	$\mathbf{h}^\pi$							
termelési adók	$\mathbf{h}^x$							
termelési érték	$\mathbf{x}$	v_c	v_n	v_g	v_b	v_k	z	

A táblázat jelöléseit egyenként nem magyarázzuk, az előző táblázatok sémái alapján értelemszerűen beazonosíthatók. Viszont megjegyezzük, hogy a gyakorlatban a készletváltozáson belül elkülönítik az ún. értéktárgyak felhamozását (lásd erről a KSH Nemzeti Számlák módszertani útmutatóját[4]), illetve az

[4] https://www.ksh.hu/docs/eng/modsz/gdp_meth.html

exporton belül az EU-n belüli és az EU-n kívüli exportot. Lényegében ezt követjük mi is az ÁKM-ek becslésénél.

2.2. A megyei “B”-típusú ÁKM-ek sémája

A megyei ÁKM-ek formátumát (méretét, valamint sorainak és oszlopainak kategóriáit) az országos ÁKM-ével azonosnak definiáltam. Ez tehát azt jelenti, hogy az országos ÁKM-nek az egyes felhasználókra vonatkozó oszlopait aszerint bontjuk megyékre, hogy abból az egyes megyékben mennyit használtak fel. Hangsúlyozandó, hogy (ellentétben a nemzetközi kereskedelmi kapcsolatok modellezéshez használt multiregionális modellekkel) az egyes ágazatoknak a (z ezekhez besorolt hazai termékekhez tartozó) sorait nem bontjuk fel (az előállító) megyékre.

Ha így az ÁKM táblázat minden celláját 20 megyére bontjuk, és ezeket egymás fölött helyezzük el, azaz a mátrix minden elemét egy vektorra bontjuk fel, akkor a kétdimenziós táblázat háromdimenziós táblázattá válik, mintegy egyszintes épületből 20 szintes épületté, ahol az egyes szintek („rétegek”) az adott megyéhez tartozó ÁKM-ek. Mivel a 3-dimenziós ábrázolás meglehetősen bonyolult, az alábbi, 2-4. ábra a felbontásnak nem ezt a vertikális (egymás fölé helyező) változatát, hanem az egymás mellé helyező változatát mutatja, ami az oszlopokat először megyék, majd ágazatok szerinti sorrendbe átrendezve tartalmazza (a mátrix egyes blokkjaira vonatkozó még nem bevezetett jelölések magyarázatát lásd a táblázat utáni szövegben!):

2-4. ábra: Az országos "B"-típusú ÁKM felhasználó megyék szerinti kibontásának sémája

	Az ágazatok (mint felhasználók)					A belföldi végső felhasználás (kategóriánként)					Az export					Összes felhasz-nálás (elosztott forrás)
	1. megye	…	r. megye	…	20.megye	1.megye	…	r. megye	…	20.megye	1. megye	…	r. megye	…	20.megye	
hazai termékek ágazatonként	$\mathbf{X}^1$	…	$\mathbf{X}^r$	…	$\mathbf{X}^{(20)}$	$\mathbf{Y}^1$	…	$\mathbf{Y}^r$	…	$\mathbf{Y}^{(20)}$	$\mathbf{z}^1$	…	$\mathbf{z}^r$	…	$\mathbf{z}^{(20)}$	$\mathbf{x}$
import felhasználás	$\mathbf{m}^1$	…	$\mathbf{m}^r$	…	$\mathbf{m}^{(20)}$	$\mathbf{d}^1$	…	$\mathbf{d}^r$	…	$\mathbf{d}^{(20)}$	u_z^{1}	…	u_z^{r}	…	$u_z^{(20)}$	u
termékadók és támo-gatások egyenlege	$\mathbf{p}^1$	…	$\mathbf{p}^r$	…	$\mathbf{p}^{(20)}$	$\mathbf{b}^1$	…	$\mathbf{b}^r$	…	$\mathbf{b}^{(20)}$	t_z^{1}	…	t_z^{r}	…	$t_z^{(20)}$	t
hozzáadott érték összete-vőnként	$\mathbf{H}^1$	…	$\mathbf{H}^r$	…	$\mathbf{H}^{(20)}$											$\mathbf{h}$
kibocsátás ill. felhasználás összértéke	$\mathbf{x}^1$	…	$\mathbf{x}^r$	…	$\mathbf{x}^{(20)}$	$\mathbf{v}^1$	…	$\mathbf{v}^r$	…	$\mathbf{v}^{(20)}$	z^{1}	…	z^{r}	…	$z^{(20)}$	

A jelölések magyarázatát lásd a további szövegben!

Az oszlopok fenti felbontásával összhangban az i-edik ágazat országos kibocsátását (azaz x_i -t) x^r_i öszetevőkre bontjuk, ahol r =1,2,…20 felsőindex jelöli a megye (régió) sorszámát:

$$x_i = x^1_i + x^2_i + ... + x^r_i + ... + x^{20}_i \qquad (i = 1, 2, ... , n) \qquad (2\text{-}12)$$

Természetesen az (2-2) egyenlet analógiájára az x^r_j kibocsátásokat is felírhatjuk *költség- és jövedelem-összetevők* szerinti *felbontásban* (ahol a hozzáadott érték l tételre bontva jelenik meg):

$$x^r_j = x^r_{1j} + x^r_{2j} + ... + x^r_{ij} + ... + x^r_{nj} + m^r_j + p^r_j + h^r_{1j} + h^r_{2j} + ... + h^r_{qj} + ... + h^r_{lj} \quad (j = 1, 2, ... , n) \qquad (2\text{-}13)$$

Hasonlóképpen a g-edik belföldi végső felhasználási kategória r-edik régióban megvalósult v^r_g összkiadásait is felbonthatjuk a hazai termékekre és szolgáltatásokra fordított (alapáras) y^r_{ig} kiadásaikra (i = 1, 2, ... , n), importkiadásaikra (d^r_g) és nettó termékadókra (b^r_g) az alábbi módon

$$v^r_g = y^r_{1g} + y^r_{2g} + ... + y^r_{ng} + d^r_g + b^r_g \qquad (g = 1, 2, ... , f) \qquad (2\text{-}14)$$

Ha z^r_i -vel jelöljük az i-edik termékből illetve szolgáltatásból az r-edik megye által exportált mennyiséget (alapáron), akkor az i-edik termék illetve szolgáltatás z_i országos összes exportját felírhatjuk mint a megyei részesedések összegét:

$$z_i = z^1_i + z^2_i + ... + z^r_i + ... + z^{20}_i \qquad (i = 1, 2, ... , n) \qquad (2\text{-}15)$$

Az egyes megyék z^r -rel jelölt összes exportbevétele pedig az alábbi módon írható fel a z^r_i ágazati exportok, valamint az importkiadásaik (u^r_z) és az exportjukra jutó nettó termékadók (t^r_z) összegeként:

$$z^r = z^r_1 + z^r_2 + ... + z^r_n + u^r_z + t^r_z \qquad (r = 1, 2, ... , 20) \qquad (2\text{-}16)$$

Végezetül még fel kellene írni a megyei termékmérlegeket. Mivel azonban az országos ÁKM sorait nem bontottuk meg aszerint, hogy melyik megyéből származnak, az r-edik megye összes felhasználását az i-edik ágazatból is csak úgy tudjuk felírni a fenti jelölésekkel, hogy az az i-edik ágazati összes *hazai* (és nemcsak a megyei!) termék felhasználására vonatkozzon. Itt azonban be kell iktatnunk egy új végső felhasználási kategóriát, mégpedig a *hazai termékek megyeközi exportját*. Ez lehet reexport jellegű is, ha az adott terméket a megye más megyékből hozta be, aztán más megyékbe tovább is szállította (ez gyakran fordul elő akkor, ha egy cég az egyik gyárából a terméket a cég székhelye szerinti megyébe szállítja át, majd a székhelyről szállítja egy másik megyében levő felhasználónak). Ezt viszont a fogadó megyében a *hazai termékek megyeközi import*jaként kell elszámolni. Tehát ha c^{r-}_i -vel jelöljük az r-edik megye *megyeközi exportját* az i-edik hazai termékből, c^{r+}_i -vel pedig az r-edik megye *megyeközi importját* az i-edik hazai termékből, akkor az az i-edik hazai terméknek az r-edik megyében a forrás=felhasználás mérlegazonosságát a következőképpen írhatjuk fel:

$$x^r_i + c^{r+}_i = x^r_{i1} + x^r_{i2} + ... + x^r_{ij} + ... + x^r_{in} + y^r_{i1} + y^r_{i2} + ... + y^r_{ig} + ... + y^r_{if} + z^r_i + c^{r-}_i \qquad (i = 1, 2, ... , n) \qquad (2\text{-}17)$$

A fenti bruttó termékmérlegben a megyeközi export és -import azonban adatok híján külön-külön nem becsülhető megbízhatóan, sőt a bruttó forgalmakat (angol szakkifejezéssel „cross-hauling”, azaz „keresztbeszállításokat”) becslő szokásos eljárások is rendszerint a nettó forgalmakból indulnak ki (lásd például Kronenberg (2007), illetve Szabó (2021) 71-72. oldalán). Fentiek miatt a megyei ÁKM-becsléseket az (2-17) azonosság alábbi nettó változatára készítettem el (mindkét oldalból levonva a $c^{r+}{}_i$ megyeközi importot úgy, hogy azt a jobb oldalon a $c^{r-}{}_i$ megyeközi exportból vonva le, a $c^r{}_i = c^{r-}{}_i - c^{r+}{}_i$ *nettó* megyeközi export értékét tüntetjük fel):

$$x^r{}_i = x^r{}_{i1} + x^r{}_{i2} + ... + x^r{}_{ij} + ... + x^r{}_{in} + y^r{}_{i1} + y^r{}_{i2} + ... + y^r{}_{ig} + ... + y^r{}_{if} + z^r{}_i + c^r{}_i \qquad (i = 1, 2, ... , n) \qquad (2\text{-}18)$$

Az (2-18) nettó termékmérleg szövegesen úgy szól, hogy amennyivel több az adott megye kibocsátása az adott termékből mint a (megyeközi forgalom nélkül számított) felhasználása, annyit exportál (nettó) más megyéknek[5].

A fenti nettó elszámolással biztosítottuk, egyfelől a megyei ÁKM-ek *peremszimmetriáját* (azaz, hogy minden egyes ágazatra a hozzá tartozó sor sorösszege – a megyei kibocsátás − egyenlő az adott ágazathoz tartozó oszlop összesenjével), másfelől, hogy *a megyei ÁKM-ek peremeinek összege megegyezzen az országos ÁKM peremével*[6]. Végül megjegyzendő, hogy a kibocsátásoknak a termékmérlegek peremeien való szerepeltetése az azért is előnyös, mert ezekre lehet megbízható adatokat találni, és így alkalmazhatók a becsülendő mátrix szerkezetéhez hasonlónak feltételezett ún. „referencia”-mátrixot adott sor- és oszlopösszesenekhez kiigazító modellek.

A fenti nettósítás, és annak a felhasználási oldalon való elszámolása analóg az ún. „A”-típusú országos ÁKM-mérlegeknél alkalmazott azon megoldással, amellyel az hazai termékeknek az ún „C”-típusú ÁKM-ekben alkalmazott

$$\mathbf{x} + \mathbf{u} = \mathbf{\ddot{X}1} + \mathbf{\ddot{Y}1} + \mathbf{z} \qquad (2\text{-}19)$$

bruttó forrás – felhasználás mérlege helyett (amelyben $\mathbf{\ddot{X}}$ és $\mathbf{\ddot{Y}}$ az $\mathbf{X}$ folyó termelőfelhasználási illetve Y végsőfelhasználási mátrix azon megfelelői, amelyek mind az importot mind a hazai termékeket tartalmazzák) utal arra, hogy mindkét oldalból levonva az importok (az ágazatoknak megfelelő termékcsoportonként bontott) $\mathbf{u}$ vektorát, a

$$\mathbf{x} = \mathbf{\ddot{X}1} + \mathbf{\ddot{Y}1} + (\mathbf{z} - \mathbf{u}) \qquad (2\text{-}20)$$

nettó mérleg jobb oldalán a $\mathbf{z^n} = \mathbf{z} - \mathbf{u}$ nettó exportokat szerepeltetik[7].

[5] Érdemes itt megjegyezni, hogy mivel a megyék viszonylag specializált gazdasági egységek, amelyek viszonylag kevés hazai termékből tudják fedezni a helyi igényeket, a legtöbb termékből ténylegesen negatív a nettó megyeközi export értéke.

[6] Ez alól az egyetlen kivételt a turistakiadások elszámolása okozza, amelyek egyenlegével az országos ÁKM-ben a hazai magánfogyasztási kiadásokat kiegészítve a rezidensek fogyasztási kiadásai kategóriáját képezik, a turizmus bevételekkel pedig az (cég-) exportot kiegészítve az export „nemzeti számlák” szerinti kategóriájához jutnak. Ezeket a korrekciókat megyei szinten nem végeztem el, részben adathiány, részben a multiregionális modellben való irrelevanciája miatt.

[7] V.ö. Zalai (2012), 191-192.oldal: “Ha a hazai kibocsátást és az importot összevonva ábrázoljuk, akkor elvben két módon tehetünk eleget ennek a formai követelménynek. Az egyik lehetőség (ezt fogjuk „A” típusú ÁKM-nek nevezni), hogy az importot levonjuk a végső felhasználásból, s így az elosztott források összege meg fog egyezni a hazai kibocsátással, ami az ágazati oszlopok összege. Ezt rendszerint úgy oldjuk meg, hogy az export helyén az export és az import különbségét, a *nettó exportot* szerepeltetjük.”

revesz.tamas_73_23

Ez a megoldás azért analóg a miénkkel, mert a hazai termékek körén belül az egyes megyei termékeket ugyanúgy összevontan (helyettesíthetőséget sejtető módon) szerepeltettük mint az „A”-típusú országos ÁKM-ekben a hazai és import termékeket.

Fentiek alapján felírhatjuk a megyei ÁKM-eknek azt a sémáját (lásd 2-5. ábra), ami mutatja, hogy az egyes blokkjainak illetve peremeiknek mi a viszonya a 2-4. ábrán látható sémával felírt dezaggregált országos ÁKM-hez.

2-5. ábra: Az *r*-edik megye "B"-típusú ÁKM-ének a sémája

	Az ágazatok (mint felhasználók)	A belföldi végső felhasználás (kategóriánként)	Az export	A nettó megyeközi export	Összes felhasználás (elosztott forrás)
	r. megye	r. megye	r. megye	r. megye	
hazai termékek ágazatonként	$\mathbf{X}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{Y}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{z}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{c}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{x}^{\mathbf{r}}$
import felhasználás	$\mathbf{m}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{d}^{\mathbf{r}}$	u_z^r		u^r
termékadók és támogatások egyenlege	$\mathbf{p}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{b}^{\mathbf{r}}$	t_z^r		t^r
hozzáadott érték összetevőnként	$\mathbf{H}^{\mathbf{r}}$				$\mathbf{h}^{\mathbf{r}}$
kibocsátás ill. felhasználás összértéke	$\mathbf{x}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{v}^{\mathbf{r}}$	z^r	c^r	

A fenti ÁKM-sémát tulajdonképpen **"BA"-típusú területi ÁKM**-nek nevezhetjük, amennyiben az import kezelése B-típusú (külön sorban), a hazai termékek kezelése pedig "A"-típusú, azaz az adott régió és a többi régió termékeit összevonva szerepeltetjük az ágazatok soraiban.

Ha a végső felhasználást illetve hozzáadott értéket a 2-3. ábrán szereplő kategóriák szerint bontjuk fel, akkor végeredményben a megyei ÁKM-ek ahhoz a sémájához jutunk (lásd az alábbi 2-6. ábrát), amelyet konkrétan számszerűen becsültem a következő alfejezetekben bemutatott adatok alapján és módszer szerint:

2-6. ábra: Az importot a hazai termékektől külön ábrázoló alapáras megyei ÁKM-nek a hozzáadott érték és végső felhasználás konkrét kategóriáival felírt sémája

	az adott régióbeli ágazatok	háztartások fogyasztási kiadásai az adott régióban	háztartásokat segítő nonprofit szervezetek fogyasztási kiadásai az adott régióban	államháztartás fogyasztási kiadásai az adott régióban	állóeszköz-felhalmozás az adott régióban	készletváltozás az adott régióban	az adott régió export-ja	az adott régió nettó megyeközi export-ja	felhasználás (elosztott forrás) összesen
hazai termékek ágazatonként	$\mathbf{X}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{y}^{\mathrm{wr}}$	$\mathbf{y}^{\mathrm{nr}}$	$\mathbf{y}^{\mathrm{gr}}$	$\mathbf{y}^{\mathrm{br}}$	$\mathbf{y}^{\mathrm{kr}}$	$\mathbf{z}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{c}^{\mathbf{r}}$	$\mathbf{x}^{\mathbf{r}}$
import	$\mathbf{m}^{\mathbf{r}}$	d^{r}_{w}	d^{r}_{n}	d^{r}_{g}	d^{r}_{b}	d^{r}_{k}	u^{r}_{z}	d^{r}_{c}	u^{r}
termékadók és támogatások	$\mathbf{p}^{\mathbf{r}}$	b^{r}_{w}	b^{r}_{n}	b^{r}_{g}	b^{r}_{b}	b^{r}_{k}	t^{r}_{z}	b^{r}_{c}	t^{r}
amortizáció	$\mathbf{h}^{\mathrm{dr}}$								
bérek	$\mathbf{h}^{\mathrm{wr}}$								
bérek közterhe	$\mathbf{h}^{\mathrm{tr}}$								
nettó működési eredmény	$\mathbf{h}^{\pi\mathrm{r}}$								
termelési adók	$\mathbf{h}^{\mathrm{xr}}$								
termelési érték ill. végső felhasználás	$\mathbf{x}^{\mathbf{r}}$	v^{r}_{w}	v^{r}_{n}	v^{r}_{g}	v^{r}_{b}	v^{r}_{k}	z^{r}	v^{r}_{c}	

A 2.5. alfejezetben e séma számszerűsítésének a módszerét ismertetjük.

2.3. Hatáselemzési lehetőségek a „B-A”-típusú megyei ÁKM-ekkel

Az általam számszerűsített, lényegében „BA”-típusúnak nevezhető megyei ÁKM-ek előállításának egyik fő célja egy olyan ÁKM-volumenmodell kidolgozása, amellyel megbízhatóan meg lehet becsülni (ki lehet számítani), hogy ha az egyik megyében megváltozik a technológia, vagy a végső kereslet, akkor az hogyan hat az adott megye és a többi megye kibocsátásaira, jövedelmeire, foglalkoztatására és egyéb fontos mutatóira. E modell (vagy *multiplikátor-modell*, ahogy azt például Zalai (2012) és Koppány (2017) előszeretettel hívják) egyik megválaszolandó alapkérdése, hogy a modellel a hazai termékek számított forrásából (kibocsátásából) az adott megye által megtermelt és a más megyékből származó részt hogyan lehet elkülöníteni, és hogy a számított (nemzetközi és megyeközi) importok, valamint exportok között milyen összefüggést tételezünk fel.

A hatáselemzések egyrésze konkrétan azt vizsgálja, hogy ha a külkereskedelmi egyenlegre valamilyen feltevéssel élünk, akkor az milyen exportokat feltételez (igényel), és ezt az exportkeresletet is figyelembevéve, hogy alakulnak az ágazati kibocsátások.

Az ÁKM-modellekben alkalmazott, a külkereskedelmi egyenlegre vonatkozó szokásos feltevések közül Zalai (2012) az alábbi kettőt tárgyalja:

- a külkereskedelmi egyenleg deficitje (d_e) exogén (ez az ún „D1”-típusú ÁKM-modell),

vagy

- a külkereskedelmi egyenleg deficitjének az import összértékéhez való aránya (c_e) exogén (ez az ún. „D2”-típusú ÁKM-modell)

Természetesen hasonló feltevések jöhetnek szóba a megyeközi import és a megyeközi export („*belkereskedelmi egyenleg*nek” nevezhető) egyenlegére vonatkozóan is.

A „BA”-típusú megyei ÁKM-eken alapuló modellekben azonban probléma, hogy mivel az ilyen ÁKM-eknek az egyes ágazatokhoz tartozó soraiban az összes megyének az adott ágazatba tartozó terméke (összevontan) szerepel, az „A”-típusú ÁKM-modellekhez hasonlóan csak pótlólagos feltevésekkel lehet az egyes megyék részesedését meghatározni a hazai termék iránti számított forrás-igényből. Ahhoz, hogy a más megyékből származó termékmennyiségeket az egyes ágazati termékekre külön-külön megadott *megyeközi importarányokkal*[8] becsülhessük, a megyei ÁKM „nettó megyeközi export” oszlopát két azonos méretű oszlopra kell kettéválasztani: Az egyik a pozitív elemeket tartalmazó „nettó megyeközi export” oszlop lesz, a másik pedig egy, a negatív elemeket tartalmazó „nettó megyeközi import” oszlop, amelyeknek a többi eleme (ahol az eredeti oszlopban az új oszlopban elvárt pozitivitás illetve negativitás nem teljesül) zérus. A „nettó megyeközi import” oszlopából lehet a fenti megyeközi importarányokat számítani. A fenti eljárást és az így definiált megyeközi importarányokkal, valamint a megye külkereskedelmi és belkereskedelmi egyenlegének definiálásával és alakulására tett feltevésekkel/feltételekkel kiegészített ún. **„D1-A” típusú ÁKM-volumenmodell**t precízen az alábbiakban ismertetem, először a levezetését adva meg.

Mivel ebben az alfejezetben csak egy adott megye ÁKM-éről és ÁKM-modelljéről van szó, a megyére (*r*égióra) utaló *r* felsőindexet elhagytam, de egyébként a jelölések megegyeznek (beazonosíthatók) az *r*-indexet szerepeltető megfelelőikkel.

Jelölje $\mathbf{c}^\mathbf{e}$ a $\mathbf{c}$ „nettó megyeközi export” oszlopvektorával azonos méretű, de csak annak pozitív elemeiből álló, „*nettó pozitív* megyeközi *export*”-nak nevezhető oszlopvektort (amelyben tehát $c^e_i = c_i$ ha $c_i > 0$, és $c^e_i = 0$ ha $c_i \leq 0$), és $\mathbf{c}^\mathbf{b}$ a $\mathbf{c}$ „nettó megyeközi export” oszlopvektorával azonos méretű, de csak annak negatív elemeiből álló, „*nettó pozitív* megyeközi *import*”-nak nevezhető oszlopvektort (amelyben tehát $c^b_i = c_i$ ha $c_i < 0$, és $c^b_i = 0$ ha $c_i > 0$). Nyilván $\mathbf{c} = \mathbf{c}^\mathbf{e} + \mathbf{c}^\mathbf{b}$. Figyeljük meg, hogy $\mathbf{c}^\mathbf{e}$ nem azonos a megye $\mathbf{c}^+$ *(bruttó) megyeközi exportjával*, és $\mathbf{c}^\mathbf{b}$ nem azonos a megye $\mathbf{c}^-$ *(bruttó) megyeközi importjával* (pontosabban annak ellentettjével a negatív elemek miatt), hanem $c^e_i = c^+_i - c^-_i$ ha $c^+_i > c^-_i$ és $c^e_i = 0$ ha $c^+_i \leq c^-_i$, azaz csak azon i-edik elemeiben (ágazatainál) van zérustól különböző számérték, amelyben az

[8] az adott megye megyeközi importjának és az összes, az adott ágazatba tartozó terméknek a megyében történt összes felhasználásának a hányadosa

adott ágazati termékből a megye megyeközi exportja nagyobb mint a megyeközi importja. Ezért a részleges nettózások miatt neveztük $\mathbf{c^e}$ -t „*nettó pozitív* megyeközi *export*”-nak. Természetesen – mutatis mutandis – hasonló mondható el a $\mathbf{c^b}$ „*nettó pozitív* megyeközi *import*”-ról is.

Legyen továbbá w_i = a megye i-edik ágazati termékből való nettó pozitív megyeközi importjának az i-edik hazai ágazati termék *megyén belüli* (tehát nemzetközi exportot és nettó megyeközi exportot nem tartalmazó) összes felhasználásához való arányát. A w_i -kből képzett **w** vektorra tehát definíciószerűen fennáll az alábbi összefüggés:

$$\mathbf{c^b} = \langle\mathbf{w}\rangle(\mathbf{Ax} + \mathbf{y}) \qquad (2\text{-}21)$$

ahol az ÁKM-modellek alapfeltevésének megfelelően a termelőfelhasználást a megyének a hazai termékekre vonatkozó **A** ráfordítási együtthatói és **x** kibocsátásai szorzataként írtuk fel, a végső felhasználásait pedig csak a hazai (ágazati) termékek szerinti bontásban (de nem felhasználónkénti bontásban, azaz $\mathbf{y} = \mathbf{Y1}$). Jelölje $\mathbf{s^z}$ a nemzetközi export termékszerkezetét, azaz

$$\mathbf{z} = \mathbf{s^z} \cdot \check{z} \qquad (2\text{-}22)$$

ahol **z** a nemzetközi export oszlopvektora, $\check{z}$ pedig ennek szintje (ami ha $\check{z} = \mathbf{1}'\mathbf{z}$, akkor annak az alapáron mért összvolumenét is jelenti, ahol $\mathbf{1}'$ a sorvektorként felírt, 1-esekből álló, és *n*-elemű összegzővektor).

Hasonlóképpen, jelölje $\mathbf{s^e}$ a nettó pozitív megyeközi export termékszerkezetét, azaz

$$\mathbf{c^e} = \mathbf{s^e} \cdot \varepsilon \qquad (2\text{-}23)$$

ahol ε ennek a szintje (ami ha $\varepsilon = \mathbf{1}'\mathbf{c^e}$, akkor annak az összvolumenét is jelenti).

Jelölje $\omega_i = m_i/x_j$ a j-edik ágazat fajlagos import(anyag)igényét, és $\boldsymbol{\omega}' = \mathbf{m}'\langle\mathbf{x}\rangle^{-1}$ az ezekből képzett sorvektort, δ a belföldi végső felhasználás összes közvetlen importigényét (a 2-1., 2-2. illetve 2-5. ábra jelöléseivel $\delta = \mathbf{d1}$, illetve $\delta = \mathbf{d^r1}$), u_z pedig az import reexportált mennyiségét. Ekkor a (nemzetközi) import (alapáron mért) u összvolumene a fenti összetevőivel az alábbi módon írható fel:

$$u = \boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta + u_z, \qquad (2\text{-}24)$$

Jelölje továbbá d_e az alapáron mért külkereskedelmi deficitet, azaz

$$d_e = u - (\mathbf{1}'\mathbf{z} + u_z), \qquad (2\text{-}25)$$

amiből az u-ban és az összexportban szereplő, de ellentétes előjellel figyelembeveeendő u_z reexportot kiiktatva, és bevezetve az $\bar{u} = u - u_z$ jelölést az „országban maradó” importra, a

$$d_e = \bar{u} - \mathbf{1}'\mathbf{z} \qquad (2\text{-}26)$$

összefüggést kapjuk.

Természetesen lehetne a külkereskedelmi deficitet a $\mathbf{p^e}$ exportárakkal és $\mathbf{p^m}$ importárakkal devizában is definiálni, de ehhez az import termékenkénti bontására lenne szükség (amit azonban az importot termékenként nem bontva, hanem csak összevonva tartalmazó „B”-típusú ÁKM nem mutat). Általában az ár- és adókérdéseket a B-típusú ÁKM-volumenmodellben csak meglehetősen leegyszerűsítve lehet ábrázolni, ezért amennyiben az árak és adók változása miatt szeretnénk az exportot változtatni, akkor azt közvetve, a d_e-re vonatkozó további feltételekkel vehetjük figyelembe (például a modellen kívül kiszámolva, hogy a kívánt devizaegyenleghez az adott árak és adók mellett mekkora d_e szükséges.

revesz.tamas_73_23

A „D1”-típusú ÁKM-modell szellemében tehát a d_e külkereskedelmi (volumen)egyenleget rögzítjük, és a modellben az (2-26) egyenletbe $\mathbf{1'z}$ helyére az (2-22) egyenletből (összesítéssel) kapható

$$\mathbf{1'z} = (\mathbf{1's^z}) \cdot \check{z} \tag{2-27}$$

összefüggés jobboldalán kapott képletet beírva a

$$d_e = \bar{u} - (\mathbf{1's^z}) \cdot \check{z} \tag{2-28}$$

összefüggéshez jutunk. Ez az $\mathbf{1's^z} = 1$ esetén az

$$\check{z} = \bar{u} - d_e \tag{2-29}$$

összefüggésre egyszerűsödik.

Hasonló módon írhatjuk fel az adott megye (alapáron mért) megyeközi export- és importvolumeneire vonatkozó („bel”-)kereskedelmi egyenleget:

$$\beta = \mathbf{1'c^b} - \mathbf{1'c^e} \tag{2-30}$$

Mivel (2-23) -ből $\mathbf{1'c^e} = (\mathbf{1's^e}) \cdot \varepsilon$, ezért ezt (2-30)-ba behelyettesítve az

$$\beta = \mathbf{1'c^b} - (\mathbf{1's^e}) \cdot \varepsilon \tag{2-31}$$

összefüggéshez jutunk. Ez az $\mathbf{1's^e} = 1$ esetén az

$$\varepsilon = \mathbf{1'c^b} - \beta \tag{2-32}$$

összefüggésre egyszerűsödik.

A fentiek alapján a „D1-A”-típusú ÁKM-volumenmodellt az alábbi bekeretezett részben található (részben új, részben korábban már definiált) egyenletekkel írhatjuk fel:

A hazai termékek (kvázi, megyei szempontból nézve lényegében A-típusú) *termékmérleg*ei:

$$\mathbf{x} + \mathbf{c^b} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} + \mathbf{c^e} + \mathbf{z} \tag{2-33}$$

Az (országon belül maradó nemzetközi) *import termékmérleg*e (lásd az (2-24) és $\bar{u}$ definícióját):

$$\bar{u} = \boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta \tag{2-34}$$

A nettó pozitív megyeközi importok felírása a *megyeközi importarányok* és megyén belüli (termelő és végső) felhasználások szorzataként (lásd a (2-21) egyenletet):

$$\mathbf{c^b} = <\mathbf{w}>(\mathbf{Ax} + \mathbf{y}), \tag{2-35}$$

A nettó pozitív megyeközi export abszolút mennyiségei felírása az $\mathbf{s^z}$ termékszerkezete és a szintje szorzataként (lásd a (2-23) egyenletet):

$$\mathbf{c^e} = \mathbf{s^e} \cdot \varepsilon \tag{2-36}$$

A nemzetközi export volumenei felírása az $\mathbf{s^z}$ termékszerkezet és az export szintje szorzataként (lásd a (2-22) definíciót):

$$\mathbf{z} = \mathbf{s^z} \cdot \check{z} \tag{2-37}$$

A külkereskedelmi egyenlegre vonatkozó összefüggés (definíció, elvárás, feltételezés, lásd a (2-26) összefüggést):

$$d_e = \bar{u} - \mathbf{1'z} \tag{2-38}$$

A megyeközi („belkereskedelmi”) egyenlegre vonatkozó összefüggés (definíció, elvárás, feltételezés, lásd a (2-31) összefüggést):

$$\beta = \mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{b}} - \mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{e}} \tag{2-39}$$

Formailag nincs szükség az export szintjének az (2-22) egyenletben megadott $\check{z} = \mathbf{1}'\mathbf{z}$ definíciójára illetve a nettó pozitív megyeközi export ε -nal jelölt (lásd az (2-36) egyenlet magyarázatánál) szintjének $\varepsilon = \mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{e}}$ képletére, amikből az (2-37) és (2-36) egyenletek figyelembevételével az $\mathbf{s}^{\mathbf{e}}$ és $\mathbf{s}^{\mathbf{z}}$ paraméterekre fennáll, hogy $\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}} = 1$, illetve $\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}} = 1$ (azaz tényleg termékszerkezetnek tekinthetők).

Természetesen ha $\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}} \neq 1$, illetve $\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}} \neq 1$, a modell akkor is szabályosan megoldható, de ebben az esetben $\check{z} \neq \mathbf{1}'\mathbf{z}$ illetve $\varepsilon \neq \mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{e}}$, azaz e szintváltozók nem tekinthetők a hozzájuk tartozó kategóriák összvolumenének.

A fenti egyenletekkel definiált „D1-A” típusú volumenmodell redukálása és megoldása a következőképpen történhet:

Az $\bar{u}$ (2-34) egyenletbeli $\bar{u} = \boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta$ meghatározását, valamint az (2-37) egyenleteket balról az $\mathbf{1}'$ összegzővektorral megszorozva kapott $\mathbf{1}'\mathbf{z} = \mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}} \cdot\check{z}$ összefüggést behelyettesítve az (2-38)-ba, majd az így $\check{z}$ -re kapott $\check{z} = (\boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta - d_e)/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}})$ képletet behelyettesítve (2-37)-ba, majd a $\mathbf{z}$ -re így kapott $\mathbf{z} = \mathbf{s}^{\mathbf{z}}/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}})\cdot(\boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta - d_e)$ képletet valamint a $\mathbf{c}^{\mathbf{b}}$ -re az (2-35) összefüggés jobb oldalán található $<\mathbf{w}>(\mathbf{Ax} +\mathbf{y})$ kifejezést behelyettesítve az (2-33) termékmérleg(ek)be, a termékmérlegek az alábbi alakot öltik:

$$\mathbf{x} + <\mathbf{w}>(\mathbf{Ax} +\mathbf{y}) = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} + \mathbf{c}^{\mathbf{e}} + \mathbf{s}^{\mathbf{z}}/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}})\cdot(\boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta - d_e) \tag{2-40}$$

Hasonló módon az (2-36) egyenleteket balról az $\mathbf{1}'$ összegzővektorral megszorozva kapott $\mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{e}} = \mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}}\cdot\varepsilon$ összefüggést behelyettesítve az (2-39)-be, majd az így ε -ra kapott $\varepsilon = (\mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{b}} - \beta)/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}})$ képletet behelyettesítve (2-36)-ba, majd a $\mathbf{c}^{\mathbf{e}}$ -re így kapott $\mathbf{c}^{\mathbf{e}} = \mathbf{s}^{\mathbf{e}}/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}})\cdot(\mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{b}} - \beta)$ összefüggés jobb oldalának képletét behelyettesítjük (2-40)-be, a termékmérlegek az alábbiak lesznek:

$$\mathbf{x} + <\mathbf{w}>(\mathbf{Ax} +\mathbf{y}) = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} + \mathbf{s}^{\mathbf{e}}/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}})\cdot(\mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{b}} - \beta) + \mathbf{s}^{\mathbf{z}}/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}})\cdot(\boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta - d_e) \tag{2-41}$$

A „visszaszivárgott” $\mathbf{c}^{\mathbf{b}}$ helyére a (2-35) alapján ismét a $<\mathbf{w}>(\mathbf{Ax} +\mathbf{y})$ képetet írva, bevezetve az $\mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta} = \mathbf{s}^{\mathbf{e}}/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}})$ és $\mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta} = \mathbf{s}^{\mathbf{z}}/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}})$ jelöléseket (a Δ szimbólum a szimplex alakjára utal, tekintve, hogy ezekre már biztosan teljesülnek az egységszimplexhez tartozás $\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta} = 1$, és $\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta} = 1$ feltételei), valamint elvégezve az egynemű tagok összevonását, a (2-41) termékmérlegek, azaz **a modell redukált alakja** az alábbi formát ölti:

$$\{\mathbf{E} -\mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta}\boldsymbol{\omega}' - (\mathbf{E} -<\mathbf{w}> +\mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta}\, \mathbf{w}')\mathbf{A}\}\mathbf{x} = (\mathbf{E}-<\mathbf{w}> +\mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta}\, \mathbf{w}')\mathbf{y} - \mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta}\cdot\beta + \mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta}\cdot\delta - \mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta}\cdot d_e \tag{2-42}$$

Ebből a megyei ágazati kibocsátások az

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{E} - \mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta}\boldsymbol{\omega}' - (\mathbf{E} - <\mathbf{w}> + \mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta}\, \mathbf{w}')\mathbf{A}\}^{-1}[(\mathbf{E}-<\mathbf{w}> +\mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta}\, \mathbf{w}')\mathbf{y}- \mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta}\cdot\beta + \mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta}\cdot\delta - \mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta}\cdot d_e] \tag{2-43}$$

képlettel fejezhetők ki a jobb oldalon szereplő kategóriákal. Ha ezek ismertek (paraméterek, *exogén változók*), akkor ez **a kibocsátások megoldóképletét** adja, amiben a $\{\mathbf{E} - \mathbf{s}^{\mathbf{z}\Delta}\boldsymbol{\omega}' - (\mathbf{E} - <\mathbf{w}> + \mathbf{s}^{\mathbf{e}\Delta}\, \mathbf{w}')\mathbf{A}\}^{-1}$ a Leontief-inverz módosult változatának tekinthető.

Az $\mathbf{x}$ kibocsátások (2-43) egyenletbeli megoldóképletében a jobb oldalon álló kategóriák konkrétan a következők:

- A megyei végső felhasználások a hazai (**y**) és import (δ) termékekből
- A megye volumenben mért külkereskedelmi- (d_e) és belkereskedelmi deficitje (β)
- A megyeközi importarányok (**w**) és a megyei ágazatonkénti importanyag fajlagosok (**ω**)
- A megyei hazai termékráfordítási együtthatók mátrixa (**A**)
- A megye nemzetközi exportjának ($\mathbf{s}^{z\Delta}$) és megyeközi (nettó pozitív) exportjának termékszerkezete ($\mathbf{s}^{e\Delta}$)

Természetesen az **x** kibocsátások ismeretében aztán **kiszámíthatók további kategóriák** is. Például az (2-34) illetve (2-35) egyenletből az $\bar{u}$ nemzetközi import és a $\mathbf{c}^{\mathbf{b}}$ nettó pozitív megyeközi importok mennyiségei is meghatározhatók, valamint (a kibocsátásokon belül) a fentebb levezetett $\check{z} = (\boldsymbol{\omega}'\mathbf{x} + \delta - d_e)/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{z}})$ és $\varepsilon = (\mathbf{1}'\mathbf{c}^{\mathbf{b}} - \beta)/(\mathbf{1}'\mathbf{s}^{\mathbf{e}})$ képletekkel a nemzetközi exportok és a nettó pozitív megyeközi exportok és szintjei (összvolumenei) is ($\mathbf{z}$, $\mathbf{c}^{\mathbf{e}}$). Emellett minden *a kibocsátásokhoz arányosan kapcsolódó* más kategória (például foglalkoztatás, hozzáadott érték, adóbevétel, energiaigény, környezeti emisszió) is becsülhető az ismert, vagy jó közelítéssel becsülhető együtthatóik (a kibocsátásokra vetített fajlagosai) segítségével. Mint a multiregionális modellek formális ismertetésénél majd látni fogjuk, a $\mathbf{c}^{\mathbf{b}}$ nettó pozitív megyeközi importok tovább bonthatók az egyes megyékből származó részekre (például egy $\mathbf{C}^{\mathbf{b}} = \mathbf{c}^{\mathbf{b}}\,\mathbf{G}$ képlettel, ahol egy ún. *gravitációs-modell*el vagy máshogy becsült **G** mátrix $g_{i,r}$ eleme mutatná az r-edik megye százalékos részesedését az adott megyének az i-edik ágazatba tartozó termékekből való nettó pozitív megyeközi importjából). Hasonlóképpen, pontosabban a modellben alternatív módon, a $\mathbf{c}^{\mathbf{e}}$ megyékre való bontása is megoldható, de egyelőre csak technikai értelemben (például feltételezett exportrészesedési arányokkal).

Mivel a modell lineáris, ezért a fenti megoldóképlet **alkalmazható a növekményekre is**, de ekkor természetesen végig kell gondolni, hogy például a végső felhasználások adott növekményének (Δ**y**) kibocsátási- és importvonzata milyen („marginális”) ráfordítási együtthatókkal, a (ágazati) termékenként számított bruttó forrásigényből milyen („marginális”) import- és hazai fajlagosokkal különíthető el a hazai kibocsátási igény és a nemzetközi illetve megyeközi importigény, és ezen többletimportigények milyen mértékben és termékszerkezetben kerülnek ellentételezésre a nemzetközi illetve megyeközi exportok által.

Bár ezt az egyrégiós modellt teszteltem egy 4-ágazatos, 4-régiós aggregáltabb változatban, további alfejezetekben nem ezt mutatom be, hanem magának a megyei ÁKM-ek előállításának a lépéseit, valamint az ezekből becsült multiregionális ÁKM-et és -modellt.

2.4. A „B-A”-típusú megyei ÁKM-ek becslése a szakirodalomban

A nemzetközi szakirodalomban az ÁKM-ek, beleértve a regionális ÁKM-ek előállításának két alapvető módszerét angolul „survey” és „non-survey” módszernek nevezik. Természetesen e módszereket vegyítve is lehet alkalmazni, különféle úgynevezett „hibrid” módszerekkel. Ez a precízen nehezen lefordítható „survey” kifejezés arra utal, hogy teljeskörű megfigyeléssel vagy mintavétel szerezett adatokból állítják össze az ÁKM-táblázatokat, vagy legalábbis az azok alapjául szolgáló segédtáblázatokat, az ún. „Forrás Táblát” illetve „Felhasználás Táblát”. Természetesen ez a módszer igen időigényes és költséges, ezért a lényegében statisztikai feladatot az elemzők, modellezők nem vállal(hat)ják át a statisztikai hivataloktól. A statisztikai hivataloknak sincsen elegendő erőforrása arra, hogy megyei ÁKM-eket állítsanak elő megfelelő minőségben és határidőre, de ezen túlmenően számos olyan elméleti-gazdaságfilozófiai kérdés tisztázatlansága, illetve az ezek által felvázolt alternatívák közötti választás fel nem vállalása miatt sem várható a statisztikai szervezetektől e feladat elvégzése. Ilyen elméleti kérdés például az, hogy a nem megfigyelhető, csak országos szinten becsült kategóriák (például az import, vagy az országos közjavakat előállító közigazgatás, honvédelem imputált teljesítményértéke) hogyan osztható fel megyékre, vagy a vállalatoknak csak a székhelye szerint megadott adatai (kibocsátás, export, költségek, stb.) hogyan oszthatók szét a különböző megyékben található telephelyeikre. Az egyes termékek megyék közötti (bel-)kereskedelmi forgalma sem figyelhető meg.

Ezért a nemzetközi szakirodalomban elsősorban a „non-survey" módszerekkel foglalkoznak. Ezeket Szabó (2021) részletesen tárgyalja, de mivel értekezésemnek ez nem annyira központi tárgya mint nála, hasonlóan részletes tárgyalásra nem vállalkozom.

Mindenesetre e „non-survey" módszerek lényege az országos „Forrás Tábla" illetve „Felhasználás Tábla", esetleg magának az országos ÁKM-nek a „regionalizálása", azaz régiókra bontása. Ezt lényegében két lépésben hajtják végre: először a régiókra külön-külön egy nyers becslést készítenek, majd azokat valamilyen (a nyers becsléstől való valamilyen metrika szerinti eltérést minimalizáló célfüggvényt és a különféle országos adatokat és elvárt számviteli azonosságokat, mint korlátozó feltételeket szerepeltető) matematikai programozási modell megoldásával kiigazítják, az országos ÁKM-mel konzisztenssé teszik.

Az egyes megyék ágazati bontású végső felhasználásainak nyers becsléséhez (azaz az országos ÁKM végső felhasználási blokkjának megyékre való nyers dezaggregációjához) Magyarország esetében a következő proxy adatok használhatók (Szabó, 2021):

- Alkalmazásban állók létszáma (NUTS 3 szinten, TEÁOR 08 ágazatokra, 4 fő fölötti vállalkozások és a központi és helyi költségvetés szervezetei, társadalombiztosítás és kijelölt non-profit szervezetek, fő)[9]
- Fogyasztás régiók szerint (NUTS 2 szinten, Magánháztartások fogyasztása, COICOP kategóriák szerint, egy főre vetítve, ezer Ft)[10]
- A lakónépesség nem szerint, január 1. (NUTS 3 szinten, fő)[11]
- Területi bruttó állóeszköz-felhalmozás (folyó áron, NUTS 2 szinten, millió Ft)[12]
- Bruttó hazai termék (GDP) (NUTS 3 szinten, millió Ft)[13]

[9] Forrás: KSH Tájékoztatási adatbázis/Népesség- és társadalomstatisztika/Munkaerő/Területi munkaügyi adatok
[10] Forrás: KSH Tájékoztatási adatbázis/Népesség- és társadalomstatisztika/Jövedelem és fogyasztás/ Fogyasztás színvonala, szerkezete/A háztartások egy főre jutó éves fogyasztási kiadása régiók szerint
[11] Forrás: https://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_eves/i_wdsd003c.html
[12] Forrás: https://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_eves/i_qb003f.html
[13] Forrás: https://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_eves/i_qpt012c.html

Ezek felhasználhatóságáról Szabó az alábbiakat írja:

„A megyei szinten elérhető legrészletesebb ágazati adatállományt az „alkalmazásban állók létszáma" jelenti" … „több esetben aggregálásra kényszerültem a hiányzó adatok miatt vagy nullától nem igazán különböző, nagyon alacsony, bizonytalan, nem reprezentatív létszámadat miatt. Végül 37 aggregált TEÁOR ágazatot sikerült definiálni a létszámadatok alapján." … „Bár a regionalizáláshoz más tényezők is felhasználhatók (pl. ágazati kibocsátás, hozzáadott érték), az adatok elérhetősége okán általában létszámadatok felhasználásával történik a regionalizálás".

A létszámadatok felhasználása azért is kívánatos, mert ezek telephely szerinti bontásban (is) megtalálhatók. De bár bemutatja a Felhasználás Tábla ezzel a proxyval arányosan történő megyékre bontásának képletét, ezt annak a végső felhasználási blokkjára nem alkalmazza. Ehelyett a háztartások fogyasztásának és az állóeszközfelhalmozásnak az oszlopát a fenti adatállományokból számított megyénkénti összfogyasztásokra és megyénkénti összes állóeszközfelhalmozásra vonatkozó adatok arányában, a végső felhasználás többi tételét, pontosabban oszlopát (export, készletfelhalmozás, közfogyasztás, nonprofit szervezetek fogyasztási kiadása) pedig „adatok hiányában" a megyei GDP-k arányában osztja szét megyékre. Bár Szabó idézett művében nem szerepel, hogy a csak NUTS2 régiók szerinti bontásban rendelkezésre álló fogyasztási és állóeszközfelhalmozási adatokat először valamilyen arányban (többnyire a megyei GDP-k illetve megyei összberuházások arányában) fel kellett bontania NUTS3 régiókra (megyékre) mielőtt az adott végső felhasználási terület országos (átlagos) ágazati megoszlásával ágazatokra bontotta. Mivel a felhasználónkénti importfelhasználásokat és a termékadók és támogatások egyenlegét, valamint az egyes ágazatok kibocsátásait és hozzáadott-érték összetevőit is létszámarányosan osztotta fel megyékre, ezzel implicit módon az egyes ágazatok ráfordítási fajlagosait is azonosnak tekintette minden megyére nézve.

Természetesen ez csak a nyers, első becslés, ami a nemzetközi szakirodalomnak a minimális adatigényű ajánlott módszerén alapul, azt ezt követő, fent vázolt konzisztencia teremtő programozási modellben lehet ezek differenciálását eredményező sarokszámokat, kiegészítő feltételeket előírni.

Ennek a módszernek az általa alkalmazott konkrét további részleteit itt most nem ismertetem, mivel a saját (de a megyei ÁKM-eket mindjárt az országos ÁKM-mel konzisztens módon meghatározó) módszerem is ehhez hasonló, de az esetleges különbségekre annak a tárgyalásakor még visszatérek.

2.5. A 2020. évi „B-A"-típusú megyei ÁKM-ek becslése

Ebben az alfejezetben lépésenként mutatjuk be a becsült megyei ÁKM-ek előállításának folyamatát. A folyamat komplexitása miatt először egy tömörebb, az egyes lépések lényegét összefoglaló változatban, majd egy a részletesebb, az adatok forrását, konkrét felhasználási módját, a becslési feltevéseket precízebben kifejtő változatban. A becslési eljárásnak egy még részletesebb, az Olvasó általi reprodukálhatóságot biztosítani igyekvő, a számításokhoz használt Excel-táblákkal és GAMS programkóddal kiegészített, szinte „gyártói dokumentáció" jellegű leírását a kutatás eredményeit és az erről szóló tanulmány korábbi változatát megismerő főszerkesztő bíztatására a Szigma folyóiratba 2023. márciusában benyújtott cikktervezetem háttéranyagaiként kívánom közzétenni. Elsőként tehát a megyei ÁKM-ek becslésének főbb lépéseinek lényegét vázolom fel alábbiak szerint (dőlt betűvel jelölve *az adott lépésben megbecsült kategóriák*at):

- A becslés kulcsfontosságú eleme *a 2020. évi hozzáadott érték* és ezen belül az egyes hozzáadott értékösszetevők a KSH Stadat rendszerben *megyénként és* 11 ágra bontva megadott adatainak a *64 ágazatra* való bontása.
- Ezeken a megyénként és ágazatonként becsült hozzáadott értékeken ($\mathbf{h}^r = \mathbf{1H}$) alapul a *2020. évi ágazati kibocsátások megyénkénti* ($\mathbf{x}^r$) becslése is, figyelembevéve a 2015. évi megyei és ágazati hozzáadott érték-hányadokat, illetve az ágazati hozzáadottérték-hányadok (a 2020. évi országos ÁKM-ből számított) 2015-2020. közötti alakulását is.
- A *megyei folyó termelőfelhasználási mátrixok*at ($\mathbf{X}^r$ hazai és $\mathbf{m}^r$ import komponenseit) az országos ÁKM-ből számított ráfordítási együtthatóknak olyan arányú (oszlopirányú, azaz termékenként egységes arányú) módosításával számítottam, ami összhangban van az adott ágazatnak az adott megyében becsült hozzáadott érték-hányadával (vagy az ebből számított, azt 100%-ra kiegészítő „anyaghányadával", azaz a felhasználói áras folyó termelőfelhasználásnak a kibocsátásokkal osztott értékével).
- A *folyó termelőfelhasználások és végső felhasználások* (a termelőfelhasználsában $\mathbf{p}^r$ -rel jelölt, a belföldi végső felhasználásokban $\mathbf{b}^r$ -rel, az exportban pedig t^r_z jelölésekkel jelölt) *megyénkénti nettó termékadó részét* (közvetlen adóterhét) első körben a KSH 2020. évi „Termékadók és támogatások egyenlege" mátrixa és „Felhasználási mátrix alapáron" táblája megfelelő elemeiből (illetve a készletváltozás hiányzó adatai miatt e kategória esetében a termelőfelhasználás és az erre jutó nettó termékadó ágazati értékeiből) számított implicit adókulcsokat a megfelelő becsült (folyó termelő- illetve végső-) felhasználásokkal szorozva becsültem, majd e becsléseket kiigazítottam a 2020. évi ÁKM nettó termékadó sorának (az adott felhasználóra vonatkozó) megfelelő eleméhez. Hasonló módon becsültem a *végső felhasználások import-összetevőjének megyénkénti* értékeit ($\mathbf{d}^r$, u^r_z).
- Az *ágazati és megyei bontású exportok*at ($\mathbf{z}^r$) az ipari ágazatokban a kibocsátások és a KSH megyei iparstatisztikai adataiból számítható 2020. évi exportértékesítési hányadok szorzataként becsültem. A mező-erdő-halgazdálkodás, valamint a legtöbb szolgáltatási ágazat esetében az ágazathoz tartozó ágcsoport 2020. évi hozzáadott értékéből való részarányaik arányában osztottam szét megyékre az országos ÁKM-ben található exportot. Más ágazatoknál pedig egy korábbi, 2010. évi adatbázisból, illetve az adott ágazatra jellemző országos exportértékesítési hányadok segítségével becsültem a megyei exportokat.
- A *belföldi végső felhasználások (megyeközi forgalom nélküli) megyei és ágazati bontását* ($\mathbf{Y}^r$) a megyei kibocsátási részesedések arányában, valamint a már hivatkozott 2010. évi adatbázisból számított részesedési arányokkal számítottam az országos ÁKM megfelelő végső felhasználási adatának szétosztásával.
- A *nettó megyeközi exportok*at ($\mathbf{c}^r$) maradékelv alapján, konkrétan az (2-18) termékmérlegekből a hazai termékek megyei kibocsátása és összes (egyéb) felhasználása különbségeként számítottam.

A megyei ÁKM-eknek az alábbiakban részletesen, és lépésenként, pontos forrás és (a számításokat tartalmazó Excel-file-okra történő) adatlelőhely hivatkozásokkal (ha file nincs megnevezve, akkor a hivatkozott Excel munkalap és cellatartomány az **ÁKM2020Megyék_Tény.xlsx** file-ra vonatkozik) bemutatásra kerülő becslési folyamatánál felhasznált főbb adatállományokat a könnyebb (sorszámmal való) hivatkozás és nagyobb áttekinthetőség végett az alábbiakban előre felsoroljuk:

[1] A KSH Tájékoztatási Adatbázisából 2022. december 31-én letöltött 2020. évi országos szervezeti besorolású ÁKM (az ***AKM20*** munkalapjának *A1:BZ83* tömbje). Ennek a termelési adók és támogatások egyenlegére vonatkozó sorát felbontottam az adó- és támogatás összetevőkre a Tájékoztatási Adatbázisából szintén letöltött, az ágazatok hozzáadott-érték felosztását mutató „Jövedelmek_keletkezése" táblázat adatai alapján)

[2] A foglalkoztatást szervezetméret-, megye-, (64 ÁKM-) ágazati- és FEOR-bontásban tartalmazó, a KSH-ból származó **Foglalkoztatasi_adatok_2008-2017_KEOR_szerint_Regi.xlsx** file (aminek összesenje egy 21-es megyekódú, talán a külföldi munkavállalókat tartalmazó kb. 110 ezer fős csoporttal együtt összességében a KSH teljes foglalkoztatotti létszámától alig néhány ezer fővel tér el). Ennek a csak az ÁKM 64 ágazata és 21 megye szerint bontott (azaz részösszeseneket és FEOR-bontást nem tartalmazó) kivonata a ***MeÁKM*** munkalap *O1:CE25* tömbjében található.

[3] Az ÁKM főbb kategóriáinak (kibocsátás, végső felhasználási kategóriák) a 2010. évre vonatkozó ágazati és megyei bontású adatait becslő **AKM20regIn.xlsx** file (ami egy korábbi kutatáshoz készült, de nem lett publikálva)

[4] A KSH-tól korábbi adatigénylésünk során kapott, a megyei kibocsátásokat és hozzáadott értékeket (az ÁKM-nél aggregáltabb) 53 ágazatos bontásban a 2010-2015. évekre tartalmazó Excel-adattábla (a 2015. évi adatok az ***Adat_OutHe*** munkalap *A1:Z57* tömbjében találhatók)

[5] Az egyes megyék 2020. évi hozzáadott értékét 11 ágcsoport szerinti bontásban tartalmazó, a KSH Tájékoztatási Adatbázisából letöltött adatok (***HÉmegyék*** munkalap *A1:AB15* tömb)

[6] A KSH Tájékoztatási Adatbázisában elérhető 2020. évi Felhasználás-tábla piaci áron (**YUSE_2020.xlsx** file)

[7] A KSH Tájékoztatási Adatbázisában elérhető 2020. évi "Termékadók- és támogatások egyenlege" mátrix (**NetTax_2020.xlsx** file)

[8] A KSH "Fókuszban a megyék" c. kiadványnak az ipari termelésre, értékesítésre és exportra vonatkozó Excel-háttértábláiból készített egységes szerkezetű, **IpariÁgazatok_13_ipar.xlsx** file

[9] A háztartások 2010. évi munkajövedelmeit a 8 magyarországi régió, és a háztartásstatisztikai adatokat az ÁKM 64 ágazata szerinti bontásra transzformált és a nemzeti számlák peremadataihoz kiigazított **HKF_NSzRegiok.xls** file

[10] A foglalkoztatottak számát megyénként és évenként mutató, KSH Stadat tábla (**FoglalkoztatásMegye_6_2_1_3i.xls** file)

[11] A foglalkoztatottak számát 33 ágra illetve ágazatra és évenként (2020-ig bezárólag) mutató, KSH Stadat tábla (**Foglalkoztatás_ágazat_2_1_7_2i_r.xls** file)

[12] A foglalkoztatottak számát 2011-2018. évekre az ÁKM 64 ágazatára FEOR illetve létszámkategóriánkénti bontásában tartalmazó, korábbi foglalkoztatásstatisztikai adatszolgáltatásból származó Excel-táblázat (**bce_2011_2018_TEAOR.xlsx** file). Ebből a 2018. évi foglalkoztatás a 64 ágazatra (illetve a közfoglalkoztatottak és a külföldön dolgozók ágazati

bontás nélkül) FEOR- és létszámkategóriás bontás nélkül a "2018" munkalap AWM350:AZW350 tömbjében található.

[13] A 2020. évi GDP megyei bontását tartalmazó 21.1.2.1. számú KSH Stadat táblázat (**MegyékGDP-2020_stadat-gdp0077-21.1.2.1-221221.xls**). Ezt a becslésnél nem használtuk fel, mert láthatóan az egyes megyék GDP-jét a hozzáadott értékükkel arányosan határozták meg, ami irreális, és a jelen becslési módszerünk reálisabb és differenciáltabb módon határozza meg az egyes megyéknek a (GDP és a hozzáadott érték különbségét jelentő) nettó termékadókat.

[14] Az egyes megyék 2020. évi építőipari termelési értékeit mutató, a KSH Stadat rendszeréből letöltött adattábla (**MegyékÉpítőipar_15_epitoipar.xlsx** file)

[15] Az egyes megyék 50 illetve 100 legnagyobb árbevételű vállalkozását bemutató, a megyei iparkamarák és a NAV együttműködésében készült TOP50 illetve TOP100 kiadványok (internetről letöltve)

[16] A Igazságügyi Minisztérium Céginformációs és az Elektronikus Cégeljárásban Közreműködő Szolgálatának nyilvántartásában szereplő vállalati mérlegadatok (Elektronikus Beszámoló Portál (gov.hu))

[17] A KSH Tájékoztatási adatbázisából és Stadat rendszeréből letöltött, egyes ágazatokra vonatkozó információk miatt felhasznált adattáblák (Repülőterek_TájAdatbázis.xlsx, CégekSzámaÁgazatonként_stadat-gsz0010-9.1.1.8-hu.xlsx, Megyék_Vendégéjszakák_20_turizmus.xlsx)

[18] Cégek és vállalati szakmai szervezetek kiadványai és honlapjain elérhető információi (GyógyszergyárakTelephelyei2013.jpg, Koltai_Poreisz_Kautz_2018_Tanulmány.pdf, Egis_Gyogyszergyar_Zrt._IFRS_konszolidalt_eredmenykimutatas_20200930.pdf, Richter_2020_RG_Konszolidalt_Eredmenykimutatas_HUN.pdf, SanofiAventis_HU_2020_eves_jelentes.pdf, MOL_Data_Library_2019.xlsx.xlsx, AgrárZsebkonyv_2019_magyar_web_pass2.pdf, Magyarország természetesvízi halászata 2012-ben.pdf, Jasz_Plasztik_Kft_konsz_eredmenykimutatas_2015.pdf)

A fenti adatállományok közül kiemelendő a [4], aminek köszönhetően a 2020. évi kibocsátás és hozzáadott érték megyei és ágazati bontása közvetlenül volt becsülhető (lásd alább a 4.1. pontban), és ezáltal a megyei ÁKM-ek termelőfelhasználási részei is a nemzetközi szakirodalomban található „minimális adatigényű" módszereinél (pl. Flegg et al. (1995) LQ-módszerénél és hasonló módszereknél) sokkal megbízhatóbban voltak becsülhetők. A megyei ÁKM mátrixok becslésének a fenti adatforrásokból történt előállításának főbb lépései az alábbiak voltak:

1. A 2015. évi kibocsátások becslése

Az ágazatok 2015. évi megyei és ágazati bontású kibocsátásainak becslése a [4] egyes aggregáltabb ágazatainak az ÁKM 64 szektorára történő, az abban szereplő 64 ágazat 2015. évi országos összes kibocsátásaival konzisztens dezaggregálását igényelte. Konkrétan az alábbi ágazatok (az utánuk zárójelben levő) kétszámjegyű TEÁOR-kódú összetevőikre való felbontására volt szükség:

- Erdő- és halgazdálkodás (02, 03)
- Fafeldolgozás, papír és papírtermék gyártása (16, 17)

- Kőolaj-feldolgozás, koksz-, vegyi termék és gyógyszergyártás (19, 20, 21)
- Fémalapanyag és fémfeldolgozási termék gyártása (24, 25)
- Közúti jármű gyártása, egyéb jármű gyártása (29, 30)
- Víztermelés, -kezelés és -ellátás, szennyvíz és szennyeződés kezelés, hulladékkezelés és -gazdálkodás (36, 37-39)
- Szállítás (49, 50, 51)
- Biztosítás, egyéb pénzügyi tevékenység (65, 66)
- Ingatlanügyletek (68B, 68A)
- Közigazgatás és védelem; kötelező társadalombiztosítás, oktatás (84, 85)

Ehhez elsősorban a [8], és [2] adatállományokat használtam fel. Az ipari kibocsátási adatok a székhely szerinti megyében jelentek meg, hosszadalmas és körültekintést igénylő feladat volt ezeket a telephely szerinti bontásban rendelkezésre álló létszámadatok segítségével szétosztani a tevékenységet végző megyékre, amit a KSH nemzeti számlák is csinálnak.

A megyei ágazati bontású kibocsátások becslésénél (dezaggregációjánál) a [2]-ben feltárt problémás létszámadatokból és az iparstatisztika termelési értékadatainak a székhelynél való megjelenéséből származó anomáliákat a Igazságügyminisztérium céginformációs adatbázisa, a megyei TOP100 cégekről szóló kiadványok, és vállalati közlemények, wikipédia szócikkek, stb. alapján részben korrigálni tudtam (főleg a vegyiparban).

2. A 2015. évi hozzáadott értékek becslése

Az ágazatok 2015. évi hozzáadott értékeinek becslése is a [4] egyes aggregáltabb ágazataira vonatkozó adatainak az ÁKM 64 szektorára történő, az abban szereplő 64 ágazat 2015. évi országos összes hozzáadott értékadatával konzisztens dezaggregálását igényelte. Ezeket az előző lépésben becsült kibocsátási arányok, az egyes ágazatok (országos) átlagos hozzáadott-értékhányadai, valamint egyes ágazatok reprezentatív nagyvállalatainak a 2020. évi számított hozzáadott érték hányadai alapján végeztem el.

3. Az ágazati és megyei bontású 2020. évi hozzáadott értékek első becslése

Az egyes megyék ágazati bontású 2020. évi hozzáadott értékeinek első becslését a 2015. évi adatnak az adott ágazat országos 2020/2015-ös hozzáadott-értékindexe és a 2020. évi megyei (össz-) hozzáadott értékek [5]-beli adatai alapján az adott megyére számított 2020/2015-ös hozzáadott értékindex mértani átlagával való szorzatával becsültem. Ez fejezi ki a 2015. évi adatokat tartalmazó hozzáadottérték-mátrix egyes celláinak a sor- és oszlopösszesenek ismert/becsült 2015. és 2020. közötti változását egyaránt figyelembevevő első becslését.

4. Az ágazati és megyei bontású 2020. évi hozzáadott értékek kiigazított becslése

Utána az ágazati és megyei bontású 2020. évi hozzáadott értékek mátrixának ezt az első becslését az [5]-ben megadott 11 ághoz tartozó blokkokra külön-külön a RAS kétirányú mátrixkiigazító eljárással kiigazítottam úgy, hogy a sor- illetve oszlopösszesenjei kiadják az adott ágazatra vonatkozó országos hozzáadott értékeket illetve az adott ágra és megyére az [5]-ben található 2020. évi hozzáadott értékeket.

5. Az ágazati és megyei bontású 2020. évi kibocsátások becslése

A 2020. évi kibocsátások megyénkénti és ágazatonkénti első, még *kiigazítatlan* becslése az előző pontban ismertetett módon becsült 2020. évi hozzáadott érték és az adott megyére és ágazatra vonatkozó 2015. évi kibocsátás/hozzáadott érték arány szorzatával lett meghatározva. Utána az ezt a kiigazítatlan becsléseket tartalmazó mátrixot *sorirányban arányosan kiigazítottam* az [1]-beli 2020. évi ÁKM-nek az adott sorhoz tartozó ágazat kibocsátásához. Oszlopirányú kiigazításra nem volt szükség, mivel hivatalos statisztikai adat még a megyei összkibocsátásokra sem jelent meg.

6. A ágazati és megyei bontású 2020. évi folyó termelőfelhasználások becslése

A folyó termelőfelhasználások ágazati és megyei bontású mátrixát a kibocsátások és hozzáadott értékek hasonló dimenziójú mátrixainak különbségeként határoztam meg. Ennek az egyes ágazatokhoz és megyékhez tartozó elemeit megszorozva az országos ÁKM adott ágazatának (azaz az egyes ágazatokból, illetve importból való felhasználásait, valamint az utánuk fizetett nettó termékadókat tartalmazó) termelőfelhasználási oszlopából képzett részarányokkal (relatív költségrészesedésekkel) becsültem a megyénkénti (ágazatilag bontott) folyó termelőfelhasználási mátrixokat. Ez az eljárás implicit módon feltételezi, hogy az egyes ágazatoknak a ráfordítási együtthatói az egyes megyékben szerkezetükben azonosak, csak szintjükben térnek el (arányosan kiigazítva) úgy, hogy összesenjük megegyezik az adott ágazat adott megyében az (1 – hozzáadott értékhányad) képlettel számítható anyaghányadával.

7. A 2020. évi végső felhasználások becslése

Az egyes végső felhasználások 64 ágazatra és 20 megyére bontott mátrixa 2020. évre történő becslése egy korábbi kutatási projekt keretében készült, hasonló tartalmú és bontású 2010. évi adatállományon [3] alapult. Az akkori (az **AKM20regIn.xlsx** file-ban, illetve az abban hivatkozott **HKF_NSzRegiok.xls** [9], valamint ez utóbbihoz kapcsolódó **AddRAS10teaor08.xlsm** és egyéb Excel-file-okban történt) becslés menetét egy külön kutatási jelentésben tervezem részletezni, itt ennek csak viszonylag rövid vázlatát mutatom be:

7/A. A háztartások 2010. évi fogyasztási kiadásainak becslése

A 2010. évi háztartásstatisztika fogyasztási tételek (lényegében az ún. COICOP-nomenklatúra szerinti fogyasztási cikkek) szerint bontott fogyasztási kiadásaiból a 8 magyarországi régióra csoport-összeseneket számítottam, majd a beutazó turisták fogyasztását is hasonló bontásban határoztam meg.

A következő lépésben az így kapott fogyasztási cikkek és régió bontású mátrix sorait arányosan kiigazítottam a 2010. évi fogyasztásstatisztikának a hazai fogyasztás értékét COICOP-bontásban közlő (még szintén fogyasztói áron mért) megfelelő adatához.

Ezután ezeket a kiigazított értékeket egy 2009. évi adatokból RAS-módszerrel becsült fogyasztás transzformációs mátrixszal az ÁKM 64 ágazatára transzformáltam.

Ezután a kereskedelmi árréseket választottam le és adtam hozzá a megfelelő kereskedelmi ágazat sorának adott eleméhez.

A következő lépésben az így kapott ágazati és régió bontású mátrix sorait arányosan kiigazítottam a 2010. évi ÁKM alapáras fogyasztási oszlopának megfelelő elemeihez (ezáltal implicit módon minden ágazati termék értékadatából leválasztottam a termékadók és terméktámogatások egyenlegét, majd a leválasztott összes (nettó) termékadót külön sorban tüntettem fel).

Az utolsó előtti lépésben a 8 régióra számított adatokat dezaggregáltam (szakzsargonnal: “szétbecsültem”) a 20 megyére, a megyéknek a régió hozzáadott értékében való részarányának megfelelően (jobb adatok híján implicite feltéve, hogy a háztartások fogyasztási szerkezete régión belül megyénként azonos, és hogy a háztartások fogyasztása arányos a háztartások jövedelmeivel, az pedig a megyében előállított hozzáadott értékkel).

Végül a beutazó turisták fogyasztási kiadásait is szétosztottam a megyék között, konkrétan a kereskedelmi szálláshelyek proxyként használt 2013. évi külföldi vendégéjszakáinak arányában (a külföldiek kiadásaival kapcsolatban csak erre volt megyei adat a KSH honlapról letölthető **debrecengazdfejl13.xls** file-ban).

7/B. A nonprofit szervezetek és a kormányzat 2010. évi fogyasztási kiadásainak becslése

A 2020. évi ÁKM-nek a háztartásokat segítő nonprofit szervezetek fogyasztási kiadásait tartalmazó oszlopát jobb proxy kategória híján az adott ágazati termék ágazati kibocsátásából való megyei részesedési arányok alapján osztottam szét a megyékre (ahol a megyei kibocsátások becslése a megyéknek az adott ágazathoz tartozó ágcsoport hozzáadott értékén belüli részesedési arányai alapján történt).

Hasonló módon (kibocsátásarányosan) történt a kormányzati fogyasztási kiadások szétosztása megyék között is. Ez utóbbi kétségtelenül indokolt, (hogy ha egyáltalán megyékre oszthatók a sokszor országos szintű közjószágnak tekinthető kormányzati szolgáltatások) tekintve, hogy többnyire elvben a szolgáltatások nem “szállíthatók”, a keletkezésük helyén történik az elfogyasztásuk.

7/C. A megyénkénti és ágazatonkénti 2010. évi állóeszközfelhalmozások becslése

Az ÁKM-ek állóeszközfelhalmozási oszlopa az állóeszközfelhalmozást beruházási javak (előállító ágazatok) szerinti bontásban mutatja. Szervezeti ÁKM-ben ez azt jelenti, hogy ha az állóeszközfelhalmozás oszlopában olyan ágazatnál van adat, amely nem értelmezhető beruházási jószágként (építés, gép, bútor, műszaki-jogi, stb. előkészítés), akkor ez csak “*saját rezsis beruházás*” lehet, ami a vállalati számviteli rendszerben az “aktivált saját teljesítmények” egyik komponense (a saját termelésű készletek állományváltozása mellett). Tehát ez az a tevékenység, amit az ágazat kvázi saját magától “rendel”. Mivel a megyékre bontott állóeszközfelhalmozási adat csak az azok egyik (bár legnagyobb) összetevőjét képező *beruházások*ra volt, és ezeket beruházó ágazat illetve beruházási javak szerint bontva mutatta (6.3.3. sorszámú Stadat adattábla), az ÁKM állóeszközfelhalmozási oszlopának ilyen saját rezsis beruházást képviselő elemeit az egyes megyéknek az azonos ágazat beruházásából való részesedései arányában osztottam szét megyékre.

A *lakásberuházások*at a háztartásstatisztika “Lakásépítés, ingatlanvásárlás kiadások” kategóriája alapján osztottam szét régiókra, majd megyékre. A *háztartások* lakásépítésen felüli, azaz (vállalkozói) gép-, szállítóeszköz, és *egyéb termelő beruházás*ait pedig a háztartásstatisztika “Egyéni vállalkozásból származó munkajövedelem (kivét)” kategóriája alapján osztottam szét régiókra, majd megyékre (természetesen a megfelelő gépipari ágazatban elszámolva).

Az ÁKM-ben az építőipar sorában elszámolt beruházásokat értelemszerűen a beruházásstatisztika összes “*építés*” kategóriája alapján osztottam szét megyékre.

Végül, néhány *szolgáltatási szektorból származó beruházási jószág* csak mint kiegészítő szolgáltatás képzelhető el (gépbeszerzésre is!), azaz az összberuházásukkal arányosan osztottam szét megyékre.

7/D. A megyénkénti és ágazatonkénti 2010. évi készletfelhalmozások becslése

Az ÁKM a készletfelhalmozást is ágazati eredet (termék) szerinti bontásban mutatja. Az általam becsült 2010. évi importmátrix ennek az import részét is mutatja. A hazai termékek készletváltozását az adott ágazat kibocsátásából való részesedésük arányában osztottam szét megyékre. Az importtermékekből történt készletfelhalmozások szétosztásához először az országos (ágazatonkénti) importanyag felhasználási együtthatókkal becsült importanyagfelhasználásokat számítottam ki termékenként (az importmátrix termelőfelhasználási blokkjából számított együtthatók mátrixának és az ágazati kibocsátások oszlopvektorának mátrixszorzataként), majd ezeket az adott termékhez tartozó ágazat megyei kibocsátásai arányában osztottam szét megyékre.

7/E. A megyénkénti és ágazatonkénti 2010. évi exportok becslése

Az ÁKM export oszlopában található, ágazati eredet szerint bontott adatokat különféle proxyk alapján osztottam szét ágazatokra. Az ipari ágazatokra többé-kevésbé rendelkezésre állt az export megyei bontása (vagy abszolút számként, vagy az exportértékesítés részarányaként számítva), ami az adathiányok és módszertani problémái (pl. hogy nem tartalmazza a nagykereskedelmi cégeknek saját számlás exportként lebonyolított átvételeit) ellenére még mindig a legjobb proxynak volt tekinthető. Természetesen itt is néhány ipari ágazat az ÁKM-énél aggregáltabb módon jelent meg, így ezeket az ÁKM ágazatai bontására dezaggregálnom kellett (alapvetően a kibocsátásaik arányában).

A mezőgazdaság és a legtöbb szolgáltatási ágazat esetében az exportot az ágazathoz tartozó ágcsoport hozzáadott értékéből való részarányaik arányában osztottam szét megyékre. A vízgazdálkodás és hulladékgazdálkodás-szennyvízkezelés ágazatokban az exportot az alkalmatlannak bizonyult hozzáadott érték adatok helyett – jobb proxy híján – a beruházásaik arányában osztottam szét a megyékre. Az építőipari exportot az építőipari teljesítményértékeik arányában osztottam szét megyékre.

Megjegyzendő, hogy mivel ugyanezeket az adatokat az ipari ágazatokra nézve 2020-ra is előállítottam, az export fenti bontásait csak az iparon kívüli ágazatoknál használtam fel a 2020. évi megyei ÁKM-ek becslésénél, illetve néhány olyan esetben, amikor a megyei bontású 2020. évi ipari exportadatok a 2010. évinél hiányosabban, illetve csak aggregáltabban álltak rendelkezésre. Megjegyzendő továbbá, hogy ugyan az iparon kívüli exportadatok fenti becslését természetesen lehetne finomítani, de ezek az ipari export töredékét teszik csak ki, így ennek nemzetgazdasági elemzések szempontjából csak korlátozott hozadéka volna.

7/F. A 2020. évi megyénkénti és ágazatonkénti végső felhasználások becslése

A 2020. évi becsült országos ÁKM belföldi végső felhasználásának minden egyes elemét abban az arányban osztottam el megyékre, amekkora részarányt képviselnek a 2010. évi becsült adatokban.

Az export esetében először a megyénkénti és ágazatonkénti exportarányok mátrixát becsültem. A [8] ÁKM ipari ágazatainak megfeleltethető (azaz azoknál nem aggegáltabb) ipari ágazatokra az abból számítható *exportértékesítési részarány*t vettem alapul, kivéve néhány elemet, amelynél ez az arány nem állt rendelkezésre (a [8]-ból reziduálisan sem lehetett meghatározni a kívánt dezaggregáltsági szinten) vagy nyilvánvalóan irreális volt (az adott cellát képviselő, és annak értékét jelentős mértékben meghatározó, [15], [16] illetve [18]-beli egyedi vállalati adatok, illetve az adott ágazatnak a becsült 2020-as ÁKM-ből számított átlagos exportértékesítési részarányának fényében). Az exportarány mátrix ezen elemeit ezért vagy *a 2010-es aránnyal* (főleg a C16, C17, C18, C24, C25, C30 kódú ágazatoknál), vagy *egyedi vállalati adatok*kal (főleg a *gyógyszeripar*ban), vagy a 2020-as ÁKM-ből számított (átlagos, a kibocsátáson belüli) exportaránnyal (főleg a bányászatban és a villamosenergia- gáz- hőszolgáltatásban) becsültem. Néhány esetben (például a C31-32-es kódú egyéb feldolgozóipari termék gyártása ágazat néhány megyei adata vonatkozásában) az adat anomáliák miatt az exportarányt 1-ben kellett maximálnom (megelőzendő, hogy az 1-hez közeli indulóarány az alább ismertetendő arányos kiigazítások miatt 1 fölé kerüljön).

A következő lépésben az ágazatonkénti és megyénkénti *abszolút exportértékek első becslés*ét számítottam ki a 2020. évi kibocsátások és az előbb meghatározott exportarányok szorzataként. Ezt *EU-s és nem EU-s reláció*ra bontottam a 2020-as ült ÁKM-ben az adott ágazatra megadott EU-s és EU-n kívüli export arányában. (Természetesen az exportnak ez az egyszerű, *megyénként differenciálatlan relációs bontás*a feltehetően nem ad reális eredményt, de mivel az ÁKM-ekben szerepel a relációs bontás, technikai okból így jártam el)

Végül ezeket az első becslésként számított EU-s és EU-n kívüli exportmátrixokat sorirányban arányosan kiigazítottam a 2020. évi ÁKM-nek az adott ágazatra vonatkozó EU-s és EU-n kívüli exportadatához. (Szerencsére a szükséges kiigazítások nem voltak nagyarányúak, így Komárom-Esztergom megye C22-es kódú gumi-műanyaggyártás ágazati mutatója kivételével a végeredményül kapott export/kibocsátás arányok sem lettek 1-nél nagyobbak.)

8. Az egyes felhasználások megyénkénti 2020. évi importigényének becslése

A 2020. évi “B”-típusú országos ÁKM importsorának megyei bontásához az ÁKM-mel egyidejűleg publikált 2020. évi importmátrix alapján először az import/hazai felhasználási arányok mátrixát számítottam ki a termék ágazati jellege és felhasználónkénti bontásban (azaz az ÁKM minden cellájára külön-külön). Ezután az ágazati, megyei és felhasználónkénti bontásban a fentiek szerint becsült kibocsátásoknak és a megfelelő import/hazai arányok szorzatösszegeként (az adott felhasználási oszlop egyes termékekhez tartozó elemei és az import/hazai arány mátrix azonos oszlopa megfelelő elemeinek összeszorzásával, majd e szorzatok összeadásával) számítottam ki a megye- és felhasználó-specifikus importigények (azaz az ÁKM importsora megyei bontásának) *első becslés*ét.

A következő lépésben ezeket az első becsléseket *arányosan kiigazítottam* úgy, hogy a megyénkénti összesenek megegyezzenek a 2020. évi „B”-típusú ÁKM (importsorának) megfelelő elemével.

9. Az egyes felhasználások megyénkénti 2020. évi nettó termékadójának becslése

Hasonlóan jártam el a 2020. évi “B”-típusú országos ÁKM nettó termékadó sorának megyei bontásánál, csak import/hazai felhasználási arányok helyett az *első becslés*nél a [7] és [6] megfelelő elemei hányadosaként számított (implicit) *adóráták*kal (közvetlen %-os adótartalmakkal) számoltam. Megjegyzendő, hogy az (szervezeti) ÁKM-ek egyes ágazatokból származó felhasználásait szorozni az ágazat főterméke(i)re (azaz termékcsoportonként) számított adórátával az azon felhasználási területeken jelentős torzuláshoz vezet, ahol a termékbontásból szervezeti bontásba transzformált ágazati felhasználások szerkezete jelentősen eltér a transzformálás előttitől. Erre a legszélsőségesebb példa az „értéktárgyak felhalmozása”, ahol a termékbontású Felhasználás Táblában (és a Termékadók és támogatások egyenlege mátrixban) csak a „bútorok, egyéb feldolgozóipar" (azaz bútorok, ékszerek) illetve „kulturális szolgáltatások" (műalkotások) soraihoz tartozó elemek pozitívak, miközben a ÁKM-ek szerint ezen termékek egyrésze a gumi-műanyaggyártásból származik, illetve a kereskedelem ágazatban van (árrés) elszámolva.

Mindenesetre az első becsléseket ezúttal is megyénként arányosan igazítottam ki a 2020. évi ÁKM nettó termékadó sorának megfelelő eleméhez.

10. A nettó megyeközi exportok becslése

Követve Jackson (1998) eljárását, aki termékenként a megyei források és felhasználások különbségét tekinti a megyeközi (belföldi) export és import nettó nagyságának (lásd még Szabó (2021) 69-70. oldalait), a megyei kibocsátások és a megyének az azonos ágazati besorolású hazai termékekből való összes felhasználásának különbségeként becsültem a nettó megyeközi exportot (illetve negatív érték esetén nettó megyeközi importot).

A megyei ÁKM-ek készítésének fázisában még nem foglalkoztam e nettó exportok bruttósításával (azaz mennyi az export és mennyi az import). Erről a multiregionális ÁKM-et illetve modellt tárgyaló alfejezetekben számolok be.

2.6. A becsült 2020. évi megyei ÁKM-ek tesztelése és értékelése

A becsült megyei ÁKM-ek számszerű táblázatos bemutatása nagy számuk és méretük miatt még egy könyv terjedelmű beszámolóba sem férne/illene bele. Ezek megtalálhatók az ezeket készítő GAMS program **RegIO20HUNSz.xls** output-file-jában az egyes megyék nevének rövidítésével jelzett munkalapokon. Mindenesetre az alábbi 2-1. táblázatban bemutatom az ábécé-sorrendben első Baranya megye – egyúttal Rechnitzer János tiszteletére is, aki a hazai regionális ÁKM-ek egyik már említett úttörőjeként Baranya megye 1975. évi ÁKM-ét (is) elkészítette (Smahó, 2007), – általam becsült 2020. évi ÁKM-ének 4-szektoros aggregációját.

2-1. táblázat: Baranya megye becsült 2020. évi Ágazati Kapcsolati Mérlegének 4-szektoros aggregációja (*az adatok millió Ft-ban*)

	Felhasználók	Egyéb ipar	Energia-ipar	Egyéb anyagi ágak	Nem anyagi szolgálta-tások	Háztar-tások fogyasz-tási kiadása	Nonprofit szervezetek fogyasztási kiadása	Kormányzat fogyasztási kiadása	Álló-eszköz felhal-mozás	Érték-tárgyak felhal-mozása	Készlet-felhal-mozás	Export (nemzet-közi)	Megyeközi export (székhelyre szállított exporttal)	- Megyeközi import (székhelyre szállított importtal)	**Összes felhasznált forrás**
Inputok és jövedelmek	kód	**C**	**BD**	**AE_J**	**K_T**	**P3_S14**	**P3_S15**	**P3_S13**	**P51G**	**P53**	**P52**	**P6_D0**	**P6_B0**	**P7**	**TU**
Egyéb ipar	**C**	58 080	2 093	65 042	13 364	60 058	94	1 508	19 787	144	- 129	303 957	136 282	- 125 170	**535 109**
Energiaipar	**BD**	9 365	2 916	8 766	4 743	15 166	7	98	2 225	0	- 134	6 910	0	- 6 044	**44 016**
Egyéb anyagi ágak	**AE_J**	79 904	6 531	139 087	51 307	181 561	212	29 547	271 711	200	667	131 758	113 014	- 259 947	**745 552**
Nem anyagi szolgáltatások	**K_T**	25 290	4 334	62 144	73 748	191 279	50 440	312 461	47 749	671	29	38 432	85 698	- 163 400	**728 873**
Import	**IMP**	200 819	9 314	126 395	67 780	123 147	294	6 290	79 679	207	5 669	27 312			**646 906**
Nettó termékadó	**D21X31**	2 227	362	16 525	24 297	133 486	93	1 209	45 312	-	-	4 220			**227 731**
Bérek és keresetek	**D11**	76 507	5 263	131 403	230 866										**444 038**
Bérek utáni adók	**D12**	11 605	1 029	17 809	35 804										**66 247**
Termelési adók	**D29**	4 190	1 320	8 692	7 626										21 828
Termelési támogatások	**D39**	-1 704	-372	-30 812	-3 861										-36 749
Nettó működési eredmény	**B2A3N**	34 973	4 358	143 234	125 746										**308 310**
Amortizáció	**P51C**	33 853	6 870	57 268	97 455										**195 446**
Összesen	**P1**	**535 109**	**44 016**	**745 552**	**728 873**	**704 697**	**51 140**	**351 113**	**466 463**	**1 222**	**6 101**	**512 588**	**334 993**	**- 554 560**	**3 927 308**

Az ágazatok soraiban az összes hazai terméknek az adott megyében történt felhasználása illetve megyeközi és nemzetközi exportja van részletezve, az eredeti termékmérlegben a forrásoldalon (a **P7** oszlopban) *szereplő (nettó) megyeközi import negatív előjellel formailag a felhasználások tételei között szerepel.*

A fenti táblázatban mind a 4 aggregált szektorban egyaránt található „megyeközi export" és „megyeközi import", amik az eredetileg becsült nettó exportnak a „keresztbeszállításokat" (cross-hauling) is figyelembevevő, azoknak a 2.7. alfejezetben tárgyalt módon becsült értékeivel „felbruttósított" export és import összetevői.

revesz.tamas_73_23

A becsült megyei ÁKM-ek tesztelésének első teendője annak ellenőrzése, hogy a 20 megye ÁKM-jének összesenje megegyezik-e az országos ÁKM megfelelő cellájának adatával. Ez minden cellára igaznak bizonyult. Igaz, a megyei ÁKM-ek nem tartalmazták a turizmus bevételek és kiadások elszámolására az országos ÁKM-ben egy-egy kiegészítő sorban megjelenő tételeket, amelyek megyékre való felosztásával nem kellett foglalkoznom.

Különösen fontos volt a becsült megyei ÁKM-ek export oszlopainak és nettó megyeközi export oszlopainak a tesztelése, ezért ezekre számos ellenőrző számítást és áttekintő táblázatot készítettem, a megyei részesedéseket egymás mellett bemutatva, valamint a kibocsátásokhoz, illetve az összes (a megyeközi nettó exportot nem tartalmazó) felhasználásokhoz viszonyítva.

Az általam becsült megyeközi nettó exportok plauzibilitását különösen azon ágazatok esetében célszerű ellenőrizni, ahol a termelővállalatoknak a székhelyüktől különböző megyében is van telephelyük. A szolgáltatásoknál számított nettó megyeközi exportok értelmezését azonban (a fenti telephely-székhely problémán túlmenően) végig kell gondolni, hiszen annak ellenére, hogy a nemzeti számlákban (és az ÁKM-ekben) egyre nagyobb mértékben tüntetnek fel szolgáltatásexportot, a szolgáltatások elvben a keletkezésük helyén használódnak fel. Megjegyzendő, hogy a 2020. évi Felhasználás táblában [6] a vízgazdálkodás, kiskereskedelem, pénzügyi kiegészítő tevékenység, ingatlanszolgáltatás, munkaerő közvetítés, utazási irodák (!), szociális ellátás, érdekképviselet és tagsággal bíró civil szervezetek, valamint a magánháztartási alkalmazottjai és egyéb szolgáltatásainál nem jelenik meg export. De ez nem zárja ki, hogy az egyes megyék között ezen ágazatokban is meg ne jelenjen forgalom (“belkereskedelmi export”).

A nettó megyeközi export és összes felhasználás hányadosa -1 -hez közeli, illetve az alatti értékeknél aggályos. A -1-hez közeli, de azt meg nem haladó érték (például Budapestnek a mezőgazdaság termékeire vonatkozó -0,816 -os mutatója) esetenként magyarázható azzal, hogy az adott megye az adott hazai terméket alig termeli, így ennek keresletét a más megyékből való importtal tudja csak kielégíteni. A -1 alatti érték viszont a más megyékből behozott termékek reexportjára (vagy adathibára) utalna, de ilyen nincs a becsült adatokban. Az 1 feletti mutató pedig arra utal (az esetleges adat- illetve becslési hibát leszámítva), hogy az adott terméket az adott megyében (a megye felhasználási szükségletéhez képest) aránytalan nagy mennyiségben termelik. Ilyen értékekkel csak elvétve találkozunk, és ezek majdnem mind közismert gazdaságföldrajzi tényekkel magyarázhatók, illetve Budapest magas biztosítási és érdekképviseleti megyeközi exportja esetében azzal, hogy e szolgáltatások jelentős részét budapesti székhelyű szervezetek nyújtják az egész országnak.

A nettó megyeközi export és saját kibocsátás hányadosa mutatónál a -1 alatti értékek sem tekinthetők eleve gyanúsnak. Sőt e mutató szélsőségesebb értékeket vehet fel mint az előző (a felhasználáshoz viszonyítás), tekintve, hogy a termelésben sokkal specializáltabb lehet egy megye mint a felhasználásban. Az 1-nél nagyobb értékek azonban itt is problémásak lennének, de ilyenekkel a táblázatban nem találkozunk.

Az export és a saját kibocsátás hányadosa mutató értelemszerűen nemnegatív, és az 1-nél nagyobb értékek jelentenének (reexportra utaló) problémát. E mutatók közül azonban csak kettő haladja meg (kis mértékben) az 1-et, Komárom-Esztergom megye gumi-műanyagtermék exporthányada és Hajdú-Bihar megye vegyi termék exporthányada. De ezeknél az exportarányokkal becsült exportadatoknak az ÁKM-hez való arányos kiigazítása (növelése) miatt lettek éppen magasabbak az export becsült értékei a termelésnél (mivel már előtte is majdnem elérték az 1-et).

Összességében azt állapíthatjuk meg, hogy a tesztelés nem tárt fel súlyosabb anomáliákat, főleg nem rendszerszintű, a becslési eljárás módszerét illető hibákat. Természetesen a felhasználók, a szakemberek részéről és újabb mutatószámok (például az összes, nemzetközi+megyeközi export és a kibocsátás hányadosa) képzésével további tesztelésekre van szükség, és ha célszerű, akkor újabb egyedi adatok beépítésére a becslési eljárásba.

2.7. A nettó megyeközi exportokból az export és import rész becslése

A nettó megyeközi exportokat (nettó forgalmakat) mutató megyei ÁKM-eken alapuló egyrégiós modellek illetve azok összefűzése többrégiós modellekre az egyes megyék belső (belföldi) felhasználásának megyeközi importhányadát igencsak alulértékelik. Ha ugyanis a nettó export nemnegatív, akkor egyáltalán nem feltételezik, hogy az adott megye importál a többiből. De természetesen a nettó export negativitása esetén is elsikkad az export és az import közül a kisebbnek, jelen esetben az exportnak a teljes összege. Ez az egyes megyéknek a keresleteken keresztül történő húzóhatását, illetve a más megyékben jelentkező kínálathiányokból adódó növekedési korlátait (általában véve a megyék közötti „spillover” hatásokat) a valóságosnál jóval kisebbnek tünteti fel. Ezért és a későbbiekben ismertetendő multiregionális modell számszerűsítéséhez szükséges volt a megyeközi kereskedelem *bruttósítása*. Mivel azonban a megyeközi kereskedelmi forgalomra nem állnak rendelkezésre adatok (különösen nem ilyen részletes, ágazati és partner-megyei bontásban), ezért az interregionális ágazaton belüli kereskedelem becslésére a nemzetközi irodalomban található kevés módszer közül az egyik legismertebbet, Kronenberg (2007) módszerét vettem alapul. Kronenberg ún. CHARM (Cross-Hauling Adjusted Regionalization Method) módszere ((lásd még Kronenberg (2009), valamint Többen – Kronenberg (2014) műveit) feltételezi, hogy az egyazon termékcsoportba tartozó export és import közül a kisebb (az ún. „*szimultán export és import*”) nagysága elsősorban az adott termékcsoportba tartozó termékek heterogenitásától függ, másodsorban pedig az adott területi egység gazdaságának nagyságától is. Azonos termékeket ugyanis a régiók aligha szállítanak egymásnak mindkét irányban. A heterogenitás tehát valószínűsíti a nagyobb *keresztbeszállítás*t („*cross-hauling*”-ot). Szabó (2021) részletesen ismerteti a CHARM-módszert, ezért ezt az ő ismertetését követve az alábbiakban csak vázolom, kiegészítve a az alkalmazás során általam kidolgozott módszertani konkretizálásokkal és észrevételekkel.

Kronenberg az alábbi egyszerűsített egyenlettel adta meg a termékheterogenitás számszerűsítéséhez szükséges szimultán import/export egyenletét (a k-adik termékre):

$$CH_k^N = h_k^N \cdot (q_k^N + z_k^N + d_k^N) \qquad (2\text{-}44)$$

ahol CH_k^N = min (EXP_k^N,IMP_k^N) az *országos külföldi export/import szimultán nagysága*, q_k^N a kibocsátás, z_k^N az összes közbenső felhasználás termékbontásban, d_k^N pedig az összes hazai végső felhasználás szintén termékbontásban (a nevezőben látszólag érthetetlen módon halmozottan, mind a kibocsátásban, mind a felhasználásban szerepelnek a régión belül előállított termékek, de erre azért van szükség, hogy azon termékekre is lehessen heterogenitást számítani, amelyekből a régió nem termel, vagy nem használ fel). A (2-44) összefüggésben a h_k^N heterogenitási mutatószám kivételével minden kategória ismert az ÁKM-ből, tehát az egyenlet átrendezésével a heterogenitás kiszámítható.

Feltételezve, hogy a megyeközi forgalomban szereplő termékek heterogenitása azonos a külkereskedelmi forgalomban szereplő, azonos termékcsoportba tartozó termékekével, a (2-44) képlet alapján az egyes megyék CH_k^r szimultán export és import forgalma kiszámítható a

$$CH_k^r = h_k^N(q_k^r + z_k^r + d_k^r) \tag{2-45}$$

képlettel, amelynek a jobb oldalán minden más változó (a (2-44) egyenlet jobb oldalán szereplő változók regionális megfelelői) ismert a régiós (megyei) ÁKM-ekből.

Végül az így kiszámított CH_k^r értékekből a definíciója alapján kiszámíthatók a régióközi „bruttó" exportok és importok. Konkrétan: ha a nettó régióközi export pozitív, akkor a bruttó régióközi import éppen CH_k^r, a bruttó régióközi export pedig a nettó régióközi export és a CH_k^r összege. Ha pedig a nettó régióközi export negatív, akkor értelemszerűen éppen fordítva (fordított „szereposztással"), a bruttó régióközi export éppen CH_k^r, a bruttó régióközi import pedig a nettó régióközi import és a CH_k^r összege, ahol a nettó régióközi import a nettó régióközi export -1 -szerese.

A módszer alkalmazásakor a bruttó megyeközi forgalmak e becsléseibe korlátként beépítettem, hogy a bruttósított megyeközi export nem lehet nagyobb a kibocsátásoknál, a bruttósított import pedig a megye belső felhasználásánál. A háztartási szolgáltatásoknál és néhány más ágazatnál nem engedtem meg cross-hauling-ot (a kőolajfeldolgozásnál is figyelembe vettem, hogy lényegében csak Pest megye/Százhalombatta jöhet szóba exportőrként).

2.8. A megyeközi kereskedelem mátrixainak becslése

Ezután Szabó Norbertnek az idézett értekezésében felhasznált és később részemre megküldött, a *megyék távolságai*t tartalmazó mátrix (amelynek d_{rq} eleme az r és q régiók centroidjának távolsága), valamint a kereskedelem távolságra való érzékenységét kifejező ágazati λ_i kitevők alapján egy az általa is használt *gravitációs modell*el (ezekről lásd Black, 1972; Jahn, 2017; Thissen et al., 2014; Yamada, 2015) azt is megbecsültem, hogy a (megyeközi) export- illetve import-tranzakciók összegein belül mekkora volt az egyes megyék részesedése, azaz az exportoknak felhasználó megyék, az importoknak pedig származási megyék szerinti bontásának becslését készítettem el.

Az itt most nem részletezett, de Szabó (2021) művében részletesen leírt eljárás első fázisa minden egyes termékre külön-külön az exportokat bontja szét felhasználó régiókra. Egy adott terméknél az ún. „régióközi kereskedelmi mátrix" azt mutatja, hogy a sorok által képviselt exportáló régiókból e termékből mennyit szállítanak az egyes oszlopok által képviselt felhasználó (importáló) régiókba.

A régióközi kereskedelmi mátrixnak ez a nyers becslése a felhasználók (importáló régiók) oldaláról nézve azt is megmutatja, hogy az egyes felhasználó régiók mennyit importálnak az adott termékből a többi régióból külön-külön, és ezáltal összesen is. Ez az összesen azonban nem egyezik meg a régió ebből a termékből történt régióközi importjának korábban becsült értékével. Tehát a régióközi kereskedelmi mátrixok e nyers becslései kiigazítandók (termékenként) úgy, hogy az egyes régiók régióközi importjára vonatkozó becslésekkel is összhangban legyen. Ezt az összhangot a korábban említett kétirányú mátrix kiigazító INSD modellnek lineáris egyenletrendszer formájába átírható, előjeltartást nem előíró változata segítségével számítottam ki. Ez a termékek csoportját képviselő ágazatok számával azonos, azaz 64 -szer történő egyenkénti kiigazítást igényelt. A megoldást a hatalmas helyigényű iteráció helyett a modell ún. *normál egyenletrendszere megoldóképlet*ével számítottam ki.

2.9. A multiregionális ÁKM és modell számszerűsítése

A régióközi kereskedelmi mátrixok csak azt mutatják meg, hogy az egyes régióknak az egyes ágazatokból származó termékeiből melyik másik régióba mennyi kerül, de azt nem, hogy abban a régióban hol (melyik ágazatban illetve végső felhasználási területen) használják fel. A lényegében az ÁKM-ek „ágazat" fogalmának általánosítását jelentő multiregionális ÁKM-eken alapuló „Multiregionális Input-Output", rövidítve MRIO modelleknek a szokásos, ún. „nyílt Leontief" (volumen)modellek logikájának megfelelően a belföldi végső felhasználást exogénnek tekintik, a termelő felhasználási (beleértve a régiók egymás termékei iránt támasztott) igényeket viszont a kereslet által meghatározott, ágazati és azon belül régiónkénti bontásban endogén módon (a modell által) számított kibocsátások és a ráfordítási együtthatók szorzataként, ahol a ráfordítási együtthatók is ágazati és azon belül régiós eredet szerinti bontásban is előre adottak (az adatokból kalibrált paraméterek). Tehát a modell az egyes régiók régióközi exportjából a más régiókban termelőfelhasználásra kerülő részt endogén változóként számítja, a más régiók belföldi végső felhasználására kerülő részt viszont exogénként. Emiatt a MRIO modell által a régiók belföldi végső felhasználásainak feltételezett változása igen eltérő módon hathat (a közvetlen importhányadoktól függően) közvetlenül, és az általa generált kibocsátásváltozások inputigényén keresztül a többi régió termelőfelhasználására kerülő exportjára és ezáltal a generált kibocsátására. A fenti logikából láthatóan természetesen az is fontos, hogy a modellben egyébként exogénnek tekintett belföldi (régión belüli) végső felhasználásban hol és mekkora az import. Ugyanis az általában az egyes belföldi végső felhasználási területek szintjének változtatásával operáló szimulációs forgatókönyvek is – a ráfordítási együtthatókhoz hasonló módon képzett – rögzített együtthatókkal, azaz kiadási szerkezetekkel számolnak, ami az importhányadoktól függően igen eltérő importigényt, azaz a többi régióban export és ezáltal kibocsátásigényt generál. Ezért különösen fontos a régióközi exportoknak a felhasználó ágazat, illetve végső felhasználási terület szerinti bontása.

Az úgynevezett interregionális (azaz az ideális, amelyben minden elem a rendelkezésre álló statisztikákon alapul) input-output modell (IRIO) struktúrát először Isard (1951) írta le (lásd még Isard et al., 1960). Ezt gyakran „Isard-modellnek" nevezik.

Az egyes régiók ÁKM-eiből összerakható, általam „B-A-típusú"-nak nevezett területi ÁKM struktúráját az *n*-régiós általános esetre az alábbi 2-7/a. számú ábra mutatja. A következő oldalon a 2-7/b. számú ábrán látható a szakirodalomban egyszerűen MRIOT-nak (MultiRegional Input-Output Table) nevezett multiregionális ÁKM sémája.

2-7/a. ábra : A megyei ÁKM-ekből készített „B-A-típusú” területi ÁKM sémája

			1. régió	2. régió	…	n. régió	1. régió		2. régió		…	n. régió		nettó régióközi export	Kibocsátás/ Összjövedelem
			Ágazatok, mint felhasználók	Ágazatok, mint felhasználók		Ágazatok, mint felhasználók	Végső felhasználások	Export	Végső felhasználások	Export		Végső felhasználások	Export		
			1. … n.	1. … n.		1. … n.	1. … f.		1. … f.			1. … f.			
1. régió	Ágazatok, mint kibocsátók	1. … n.	$\mathbf{X}^{(1)}$	**0**	…	**0**	$\mathbf{Y}^{(1)}$	$\mathbf{z}^{(1)}$	**0**	**0**	…	**0**	**0**	$\mathbf{c}^{(1)}$	$\mathbf{x}_1$
2. régió	Ágazatok, mint kibocsátók	1. … n.	**0**	$\mathbf{X}^{(2)}$	…	**0**	**0**	**0**	$\mathbf{Y}^{(2)}$	$\mathbf{z}^{(2)}$	…	**0**	**0**	$\mathbf{c}^{(2)}$	$\mathbf{x}_2$
…	…	…	…	…		…	…	…	…	…		…	…	…	…
n. régió	Ágazatok, mint kibocsátók	1. … n.	**0**	**0**	…	$\mathbf{X}^{(n)}$	**0**	**0**	**0**	**0**	…	$\mathbf{Y}^{(n)}$	$\mathbf{z}^{(n)}$	$\mathbf{c}^{(n)}$	$\mathbf{x}_n$
Import felhasználás			$\mathbf{m}_1$	$\mathbf{m}_2$	…	$\mathbf{m}_n$	$\mathbf{d}_1$	u_{z1}	$\mathbf{d}_2$	u_{z2}		$\mathbf{d}_n$	u_{zn}		u
Termékadók-támogatások			$\mathbf{p}_1$	$\mathbf{p}_2$	…	$\mathbf{p}_n$	$\mathbf{b}_1$	t_{z1}	$\mathbf{b}_2$	t_{z2}		$\mathbf{b}_n$	t_{zn}		t
Hozzáadott érték tételei			$\mathbf{H}_1$	$\mathbf{H}_2$	…	$\mathbf{H}_n$									$\mathbf{h}$
Kibocsátás/Összfelhaszn.			$\mathbf{x}_1$	$\mathbf{x}_2$	…	$\mathbf{x}_n$	$\mathbf{v}_1$	z_1	$\mathbf{v}_2$	z_2		$\mathbf{v}_n$	z_n	0	

Megjegyzés: A jelölések azonosak a 2-1.-2-3. ábrán találhatóval (lásd a magyarázatokat a 2-2. ábra előtt, illetve a 60. oldalon). A hozzáadott érték tételei és a végső felhasználási területek (lásd a 2-3. ábrán) itt nincsenek felsorolva.

2-7/b. ábra : A megyei ÁKM-ekből készített multiregionális ÁKM sémája

			1. régió	2. régió		n. régió	1. régió		2. régió			n. régió		Kibocsátás/Össz-jövedelem
			Ágazatok, mint felhasználók	Ágazatok, mint felhasználók	…	Ágazatok, mint felhasználók	Végső felhasz-nálások	Ex-port	Végső felhasz-nálások	Ex-port	…	Végső felhasz-nálások	Ex-port	
			1. **…** n.	1. **…** n.		1. … n.	1. **…** f.		1. **…** f.			1. **…** f.		
1. régió	Ágazatok, mint kibocsátók	1. **…** n.	$\mathbf{X}_{11}$	$\mathbf{X}_{12}$	**…**	$\mathbf{X}_{1n}$	$\mathbf{Y}_{11}$	$\mathbf{z}_{11}$	$\mathbf{Y}_{12}$	$\mathbf{z}_{12}$ (=**0**?)	**…**	$\mathbf{Y}_{1n}$	$\mathbf{z}_{1n}$ (=**0**?)	$\mathbf{x}_1$
2. régió	Ágazatok, mint kibocsátók	1. **…** n.	$\mathbf{X}_{21}$	$\mathbf{X}_{22}$	**…**	$\mathbf{X}_{2n}$	$\mathbf{Y}_{21}$	$\mathbf{z}_{21}$ (=**0**?)	$\mathbf{Y}_{22}$	$\mathbf{z}_{22}$	**…**	$\mathbf{Y}_{2n}$	$\mathbf{z}_{2n}$ (=**0**?)	$\mathbf{x}_2$
…	**…**	**…**	**…**	**…**		**…**	**…**	**…**	**…**	**…**		**…**	**…**	**…**
n. régió	Ágazatok, mint kibocsátók	1. **…** n.	$\mathbf{X}_{n1}$	$\mathbf{X}_{n2}$	**…**	$\mathbf{X}_{nn}$	$\mathbf{Y}_{n1}$	$\mathbf{z}_{n1}$ (=**0**?)	$\mathbf{Y}_{n2}$	$\mathbf{z}_{n2}$ (=**0**?)	**…**	$\mathbf{Y}_{nn}$	$\mathbf{z}_{nn}$	$\mathbf{x}_n$
Import felhasználás			$\mathbf{m}_1$	$\mathbf{m}_2$	**…**	$\mathbf{m}_n$	$\mathbf{d}_1$	u_{z1}	$\mathbf{d}_2$	u_{z2}		$\mathbf{d}_n$	u_{zn}	u
Termékadók-támogatások			$\mathbf{p}_1$	$\mathbf{p}_2$	**…**	$\mathbf{p}_n$	$\mathbf{b}_1$	t_{z1}	$\mathbf{b}_2$	t_{z2}		$\mathbf{b}_n$	t_{zn}	t
Hozzáadott érték tételei			$\mathbf{H}_1$	$\mathbf{H}_2$	**…**	$\mathbf{H}_n$	**…**	**…**	**…**	**…**		**…**	**…**	$\mathbf{h}$
Kibocsátás/Összfelhaszn.			$\mathbf{x}_1$	$\mathbf{x}_2$	**…**	$\mathbf{x}_n$	$\mathbf{v}_1$	z_1	$\mathbf{v}_2$	z_2		$\mathbf{v}_n$	z_n	

Megjegyzés: A jelölések azonosak a 2-1.-2-3. ábrán találhatóval (lásd a magyarázatokat a 2-2. ábra előtt). A hozzáadott érték tételei és a végső felhasználási területek (lásd a 2-3. ábrán) itt nincsenek felsorolva.

A szürke blokkok képviselik az adott sorhoz tartozó régiónak az ún. „B-A-típusú" területi ÁKM „nettó régióközi export" oszlopának „régióközi export" összetevőjének kibontását felhasználó régiók és azokon belül felhasználási területek szerint. A „régióközi import" összetevő pedig a felhasználó régió termelőfelhasználási (ágazati) és végső felhasználási oszlopaiban található szürke blokkokban található. Ezzel a bruttósított kibontással és elrendezéssel a „nettó régióközi export" oszlop kiürült, és ezáltal ki lett iktatva.

Az (=**0**?) jelölés utal arra, hogy a számszerűsítésnél általában nem feltételezik, hogy az egyes régiók más régiók termékét exportálják. Ekkor az r-edik régióra a 2-7/a. ábrán szereplő, elvben minden régió termékét tartalmazható $\mathbf{z}_{rr} = \mathbf{z}^{(r)}$.

Természetesen a sémán látható ÁKM-eket 20 megyére és 64 ágazatra kibontva számszerűsítettem.

A szakirodalom MRIO modellnek hívja az IRIO modellnek a statisztikai adatokon és arányossági becsléseken alapuló számszerűsített változatát. A számszerűsítés módszerét először, egymástól függetlenül majdnem egyidejűleg dolgozta ki Chenery (1953) (két régiós modell Olaszországban) és Moses (1955) (egy kilenc régiós amerikai modell). Az emiatt Chenery-Moses féle (oszlop) módszernek hívott eljárás az egyes régiók által a régión belül („belföldön") bárhol felhasznált termékei származási régiók szerinti részarányait egységesnek, azaz az adott termék összes forrásának (saját termelés + összes régióközi importjának) származási régió szerinti részarányaival azonosnak tekinti. Ezután e részarányokkal szétbontja az egyes megyei ÁKM-ek minden egyes elemét (felhasználási adatát), majd az adott felhasználó (adott régió adott ágazata, illetve végső felhasználási területe) oszlopában (innen a módszer „oszlop" jelzője) összesítve az egyes termékfelhasználásai (a termelőfelhasználásban inputjai) felosztásából kapott számokat, külön-külön az egyes származási régiók és ágazatok iránti igények szerint, képezi a MRIO mátrixnak az adott felhasználóhoz tartozó oszlopát. Ezt minden felhasználóra elvégezve előáll a teljes MRIO összes oszlopa, azaz az egész mátrix. Természetesen a mátrix termékfelhasználási blokkja alá beírhatók az egyes régiók hozzáadott érték blokkjai is.

A kapott abszolút számokból a termelőfelhasználási blokkját elosztva az adott régió adott ágazatának kibocsátásával számítható a MRIO-modell ráfordítási együttható mátrixa. Természetesen a hozzáadott értékekből, illetve azok összetevőiből is számíthatunk fajlagosokat, „hányadokat", a végső felhasználások oszlopaiból pedig a hozzájuk tartozó oszlopösszesenekkel osztva végső felhasználási szerkezeteket.

E ráfordítási együtthatók mátrixa akkor releváns (tekinthetők az együtthatók „létezőnek"), ha a számszerűsítésükhöz használt származási régió szerinti részesedések stabilak (lásd például Moses (1955) cikkét). Ezt a technológiára hivatkozva nemigen lehet feltételezni, mivel a technológia ilyen mértékű merevségét – tekintettel arra, hogy igen kevés termék esetében állhat fenn az, hogy a régió olyan specializált terméket állít elő, ami helyettesíthetetlen más régiók termékeivel – nem indokolt feltételezni, de a „megszokott üzletmenetet" preferáló stabil gazdálkodói magatartást feltételezve rövid távon lehet változatlannak, vagy a változását a modell futtatása előtt kiszámíthatónak (exogénnek) tekinteni.

Fentiek szerint a 2020. évi becsült megyei ÁKM-ekből a multiregionális ÁKM-nek az eredeti **64 ágazatos és 20 megyés változat**át is elkészítettem, valamint a multiregionális modellhez szükséges (a továbbiakban **B** mátrixszal jelölt) ráfordítási együtthatókat is kiszámítottam. Ezt a fentiekhez képest annyival pontosítva, illetve kiegészítve végeztem el, hogy az egyes megyék hazai ágazatokból származó (nemzetközi) exportját saját terméküknek tekintettem, azaz más régióból származó termékeket a megyék nem exportálnak.

A MRIO-modell formális felírásához be kell vezetni az alábbi jelöléseket:

$\mathbf{y_r}$: az r -edik régió származási régiók és azon belül ágazati eredet szerint bontott exogén (azaz a fogyasztásból, felhalmozásból és a nemzetközi exportból álló) végső felhasználásainak oszlopvektora,

$\mathbf{Y} := [\mathbf{y_1} \mid \mathbf{y_2} \mid \ldots \mid \mathbf{y_r} \mid \ldots \mid \mathbf{y_R}]$ (ahol R a régiók száma) az egyes régiók $\mathbf{y_r}$ végső felhasználási oszlopvektorait egymás mellé írva kapott végső felhasználási mátrix,

$\mathbf{y} := \mathbf{Y1} = \mathbf{y_1} + \mathbf{y_2} + \ldots + \mathbf{y_r} + \ldots + \mathbf{y_R}$, az egyes régiók exogén végső felhasználási vektorainak összesítése a régiókra (ahol **1** az összegzővektor),

$\mathbf{g_r}$: az r -edik régió hozzáadott értékét ágazati bontásban mutató sorvektor,

$\mathbf{g} := [\mathbf{g_1} \mid \mathbf{g_2} \mid \ldots \mid \mathbf{g_r} \mid \ldots \mid \mathbf{g_R}]$ az egyes régiók $\mathbf{g_r}$ hozzáadott érték sorvektorait egymás mellé írva kapott „kiterjesztett" hozzáadott érték (sor)vektor,

$\mathbf{x_r}$: az r -edik régió kibocsátását ágazati bontásban mutató sorvektor,

$\mathbf{x} := [\mathbf{x_1} \mid \mathbf{x_2} \mid \ldots \mid \mathbf{x_r} \mid \ldots \mid \mathbf{x_R}]$ az egyes régiók $\mathbf{x_r}$ kibocsátási sorvektorait egymás mellé írva kapott „kiterjesztett" kibocsátási (sor)vektor,

$\mathbf{h_r}$: az r-edik régió egyes ágazatainak a $\mathbf{h_r} = \mathbf{g_r} <\mathbf{x_r}>^{-1}$ képlettel számított hozzáadott érték-hányadait mutató sorvektor (azaz amelynek $h_{r,j}$ elemére $h_{r,j} = g_{r,j} / x_{r,j}$), ahol < > a vektorból (fő)diagonális mátrixot képező operátor, a $^{-1}$ kitevő pedig a mátrix invertálást jelenti,

$\mathbf{h} := [\mathbf{h_1} \mid \mathbf{h_2} \mid \ldots \mid \mathbf{h_r} \mid \ldots \mid \mathbf{h_R}]$ az egyes régiók $\mathbf{h_r}$ hozzáadott érték hányadai sorvektorait egymás mellé írva kapott „kiterjesztett" hozzáadott érték hányad (sor)vektor,

$\mathbf{Q} := (\mathbf{E} - \mathbf{B})^{-1}$ a ráfordítási együtthatómátrix ún. Leontoef-inverze (mátrixa, ahol az **E** egységmátrix),

Fenti jelölésekkel a MRIO-modell alapegyenlete az alábbi:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Qy} \tag{2-46}$$

ami tehát a régiónként, és azon belül ágazati bontásban megadott exogén végső felhasználásokhoz kiszámítja az általuk generált kibocsátásokat régionális- és azon belül ágazati bontásban. Ha a modell (**Q**) jól van kalibrálva, akkor a számszerűsítéshez alapul vett MRIOT-ból meghatározott $\mathbf{y^0}$ vektorra a $\mathbf{Qy^0}$ éppen a MRIOT-beli $\mathbf{x^0}$ kibocsátásokat adja (rekonstruálja).

A modell lineáris jellege miatt alkalmazható növekményi számításokra. Ha például az exogén végső felhasználások $\Delta\mathbf{y}$ változásának hatását kívánjuk meghatározni, akkor ezt a **Q** mátrix és ezáltal közvetve a **B** ráfordítási együtthatók változatlanságát feltételezve a

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{Q}\Delta\mathbf{y} \tag{2-47}$$

képlettel számíthatjuk ki a kibocsátások $\Delta\mathbf{x}$ változását.

Természetesen egy a kiindulóhelyzettől eltérő exogén végső felhasználási forgatókönyv esetében számolhatunk a **B** és ezáltal **Q** megváltozásával. Ha a módosult **B** mátrixot $\mathbf{B}''$ -vel jelöljük, az ennek megfelelően módosult **Q** mátrixot pedig $\mathbf{Q}''$-vel ($\mathbf{Q}'' = (\mathbf{E} - \mathbf{B}'')^{-1}$), akkor az új kibocsátásokat a

$$\mathbf{x}'' = \mathbf{Q}''\mathbf{y}'' \tag{2-48}$$

szorzattal számíthatjuk ki.

Ha a hozzáadott érték hányadokat adottnak vesszük (ezt jelölje $\mathbf{h}''$), akkor a (2-48) képlettel számított $\mathbf{x}'' = \mathbf{Q}''\mathbf{y}''$ kibocsátásokhoz meghatározhatók a $\mathbf{g}''$ hozzáadott értékek a

$$\mathbf{g}'' = \mathbf{h}''<\mathbf{x}''> = \mathbf{h}'' <\mathbf{Q}''\mathbf{y}''> \tag{2-49}$$

képlet szerint.

Sajnos a megyei ÁKM-ekből becsült, Excel-file-ban található MRIOT-ot a maga 64 ágazatos 20 régiós bontásában nem tudom bemutatni, de ennek 3-régiós 3-szektoros aggregációját igen (2-2. táblázat).

Az R1, R2, R3 -mal jelölt 3 régió rendre „Budapest", „Zala" és „Vidék–Zala", azaz a Zala nélköli vidék összesen. Ez a régióbontás hivatott bemutatni, hogy ha konkrétan egy megye (itt Zala) gazdaságának fő reálgazdasági mutatóinak alakulását kívánjuk meghatározni, akkor kis mérete ellenére önálló régióként jeleníthetjük meg a modellben. Így mód van a kereskedelmi mátrix és részesedési együtthatók kalibrálása során közvetlenül becsülni a megye és egy másik régió (itt konkrétan a főváros) kereskedelmi kapcsolatát, majd a 3. régióval való kapcsolatukat reziduálisan lehet meghatározni.

A 3 régiós bontás egyúttal jól illusztrálja, hogy az Eurostat HKF-ekben csak a 3 nagyrégióra bontva megadott adatokkal milyen korlátozott elemzéseket lehet végezni.

A 3 ágazat közül az „Alapanyag"-nak nevezett első ágazat az **A** és **B** TEÁOR08 kódjelű mező-erdő-halgazdálkodást, valamint a bányászatot foglalja magában, a „Feldolgozó" megnevezésű ágazat a **C** TEÁOR08 kódjelű feldolgozóipart, míg a „Szolgáltatás" ágazat a többi (**D**–**T** kódjelű) ágazatot.

A kereskedelmi mátrixok számszerűsítésénél azzal a (MRIOT-ok számszerűsítésének a vonatkozó statisztikai adatok hiányában alkalmazott) fenti általános arányosítási módszertől eltérő feltevéssel éltem, hogy Budapest belkereskedelmi exportja (minden ágazat termékéből) 3%-a megy Zalába (ez kb. megfelel a megye vidéken belüli 2020-ban pontosan 3,07 %-os GDP-részesedésének), míg Zala belkereskedelmi exportja (szintén minden termékből) 20 %-a megy Budapestre (azaz kb. népességarányosan részesül belőle a főváros). A (bel-)kereskedelmi mátrix ezzel való kalibrálása azt eredményezte, hogy a modellben Budapest a hazai „Alapanyag" szükséglete (10119/460004=) 2,2 %-át, hazai „Feldolgozóipari" termék szükséglete (20201/2096505=) 1 %-át, hazai „Szolgáltatás" szükségletének pedig csak (33308/16979736=) 0,2 %-át importálja Zalából. Az alábbiakban ismertetendő szimuláció szempontjából még fontos tudni, hogy a becsült megyei ÁKM-ek alapján Budapest „Feldolgozóipari" ágazata összes folyó hazai inputigényének (161329/986574=) 16,4 %-a származik az „Alapanyag" ágazatból, (353829/986574=) 35,8 %-a „Feldolgozóipar" ágazatból, (471416/986574=) 47,8 %-a pedig a „Szolgáltatás" ágazatokból.

2-2. táblázat: 3-szektoros, 3-régiós 2020. évi multiregionális ÁKM (*az adatok millió Ft-ban*)

		R1			R2			R3			R1		R2		R3		**kibocsátás**
		Alapany.	Feldolg.	Szolgált.	Alapany.	Feldolg.	Szolgált.	Alapany.	Feldolg.	Szolgált.	vég.felh.	Export	vég.felh.	Export	vég.felh.	Export	**Összesen**
R1	Alapanyag	2781	21681	21170	380	228	99	7869	13343	3072	16196	33991	265		7159		**128234**
	Feldolgozó	5571	141256	375108	**1914**	**5438**	**6994**	**41318**	**311177**	**158564**	315034	2650688	**8885**		**240089**		**4262037**
	Szolgáltatás	20537	431128	5426318	***2757***	***8749***	***35770***	***72217***	***553497***	***1131354***	9650618	3859647	***115213***		***3496734***		**24804539**
R2	Alapanyag	455	3548	3465	22639	13590	5878	10130	17176	3955	2651		15793	37106	9216		**145600**
	Feldolgozó	**134**	**3409**	**9053**	6220	17671	22726	**4445**	**33474**	**17057**	**7603**		28871	341225	**25827**		**517716**
	Szolgáltatás	***44***	***925***	***11639***	12687	40255	164585	***1831***	***14036***	***28690***	***20700***		530127	112350	***88675***		**1026546**
R3	Alapanyag	17454	136099	132890	1332	800	346	568671	964203	222003	101665		930		517329	932626	**3596348**
	Feldolgozó	**8249**	**209164**	**555439**	**5957**	**16923**	**21764**	312801	2355806	1200429	**466484**		**27648**		1817625	22904176	**29902465**
	Szolgáltatás	***1875***	***39364***	***495446***	***1796***	***5700***	***23305***	336664	2580315	5274190	***881142***		***75064***		16301213	3188232	**29204305**
k	külf. imp.	24783	1954110	3323977	21513	252295	142469	527903	15930474	4033746	2295390	579182	166489	56988	7299811	3020929	**39630059**
g	hozzáa.é.	46351	1321352	14450033	68403	156066	602613	1712500	7128964	17131245							**42617527**
x^1, …	**Összesen**	**128234**	**4262037**	**24804539**	**145600**	**517716**	**1026546**	**3596348**	**29902465**	**29204305**	**13757483**	**7123507**	**969285**	**547669**	**29803679**	**30045963**	**175835377**

*Forrás: saját számítás (***RegIO20HUNSz_BP.xls** *file „***3x3***" munkalap B42:U55 tömb)*

A táblázatban a rozsdabarna háttérszínű tömbök képviselik a nemzetközi exportot. A halványabb háttérszínű tömbök képviselik az adott színű soraihoz tartozó régió régióközi (belkereskedelmi) exportját. Az inputokon levő nettó termékadók a hozzáadott érték részeként vannak elszámolva, a végső felhasználásokat terhelő (a modellben egyébként is exogén) termékadók nincsenek feltüntetve, hogy a végső felhasználások oszlopösszesenekre vetített fajlagosai tisztán a termékszerkezetet mutassák.

A fenti MRIOT ráfordítási együtthatóiból számított **Q** Leontief-inverzet az alábbi, 2-3. táblázat mutatja:

2-3. táblázat: A 3-szektoros, 3-régiós 2020. évi multiregionális ÁKM-ből számított ráfordítási együtthatók Leontief-inverze (a **Q** : = (**E** – **B**)$^{-1}$ mátrix)

A kibővített **Q** együttható-mátrix (az exogén végső felhasználások együtthatói (multiplikátorai)			x_r								
			R_1			R_2			R_3		
			Sector1	Sector2	Sector3	Sector1	Sector2	Sector3	Sector1	Sector2	Sector3
x_r	R_1	Sector1	1.023	0.006	0.001	0.003	0.001	0.000	0.003	0.001	0.000
		Sector2	0.053	1.038	0.021	0.020	0.014	0.010	0.017	0.014	0.009
		Sector3	0.226	0.140	1.286	0.042	0.032	0.058	0.044	0.035	0.064
	R_2	Sector1	0.005	0.001	0.000	1.187	0.033	0.009	0.004	0.001	0.000
		Sector2	0.002	0.001	0.001	0.056	1.039	0.028	0.002	0.001	0.001
		Sector3	0.001	0.001	0.001	0.128	0.100	1.195	0.002	0.001	0.002
	R_3	Sector1	0.173	0.044	0.011	0.017	0.005	0.003	1.195	0.044	0.014
		Sector2	0.099	0.065	0.035	0.063	0.044	0.033	0.122	1.097	0.058
		Sector3	0.055	0.027	0.037	0.032	0.023	0.039	0.151	0.122	1.230
a kibocsátásokra vetített import és hozzáadott értékhányadok:											
külf. imp. hányadok:		**d**	0,1933	0,4585	0,1340	0,1478	0,4873	0,1388	0,1468	0,5327	0,1381
hozzáa.é. hányadok:		**h**	0,3615	0,3100	0,5826	0,4698	0,3015	0,5870	0,4762	0,2384	0,5866

Forrás: saját számítás *(***RegIO20HUNSz_BP.xls** *file „WIOT" munkalap A65:L78 tömb)*

Az elkészült MRIOT és 3x3-as MRIO-modell tesztelésére különféle számításokat végeztem. A modell működésének illusztrálására az alábbi, 2-4. táblázatban bemutatom azt a *szimulációt*, amelyben Budapestnek a „Feldolgozóipar" ágazatba tartozó termékeiből történő nemzetközi exportja 1 %-os, azaz 26507 M Ft-os növekedését írtam be a $\Delta\mathbf{y}$ vektor megfelelő helyére, és a $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{Q}\Delta\mathbf{y}$ képlet alapján számítottam a kibocsátások változását, majd a (H-4) képletbe az aktuális paraméterértékeket írva be, a $\Delta\mathbf{g} = \mathbf{h} \langle\mathbf{Q}\Delta\mathbf{y}\rangle$ képlettel a hozzáadott értékek változását.

revesz.tamas_73_23

2-4. táblázat: Budapest (R1 régió) feldolgozóipari exportja 1 %-os növekedésének a 3-ágazatos modellel becsült hatásai az egyes ágazatokra és régiókra

		kibocsátás változása		hozzáadott érték változása	
régió	ágazat	millió Ft	relatív (%)	millió Ft	relatív (%)
R_1 (Budapest)	Alapanyag	150	0,117%	54	0,117%
	Feldolgozó	27517	0,646%	8531	0,646%
	Szolgáltatás	3702	0,015%	2157	0,015%
R_2 (Zala)	Alapanyag	35	0,024%	16	0,024%
	Feldolgozó	30	0,006%	9	0,006%
	Szolgáltatás	18	0,002%	11	0,002%
R_3 (Vidék-Zala)	Alapanyag	1164	0,032%	554	0,032%
	Feldolgozó	1711	0,006%	408	0,006%
	Szolgáltatás	718	0,002%	421	0,002%
	Összesen	**35045**	**0,037%**	**12161**	**0,029%**
ebből** (részösszegek)**:					
R1 (Budapest)		31 369	0,107%	10 742	0,068%
R2 (Zala)		83	0,005%	36	0,004%
R3 (Vidék-Zala)		3 593	0,006%	1 383	0,005%
	Alapanyag	1 348	0,0348%	625	0,0342%
	Feldolgozó	29 259	0,0844%	8 948	0,1040%
	Szolgáltatás	4 438	0,0081%	2 588	0,0080%

Forrás: saját számítás *(RegIO20HUNSz_BP.xls file „WIOT” munkalap AL7:AQ26 tömb)*

A 2-4. táblázatból látható, hogy a „Feldolgozóipar” ágazat keresletének és ezáltal kibocsátásának 26,5 milliárd forintos növekedése mintegy (35–26,5=) 9,5 milliárd forint további (beszállítói) termelést generál. E beszállítói hatások több mint fele, (31,37–26,51=) 4,86 milliárd forint járulékos kibocsátás magában Budapesten belül jelentkezik. Ágazatilag az abszolút mértékben legnagyobb, 4,44 milliárd forintnyi beszállítói termelés a szolgáltatásokban keletkezik. Százalékos értelemben viszont a járulékos kibocsátások tekintetében az Alapanyag ágazatok kibocsátása nő a legnagyobb, 0,035 %-os mértékben. A Zalában generált 83 millió forint értékű többletkibocsátás még azt is figyelembevéve aránytalanul kevés a Budapesten generált 4,86 millió forint járulékos többletkibocsátáshoz képest, hogy Budapest összkibocsátása 17,3-szorosa volt Zala kibocsátásának (ezen belül a feldolgozóipari kibocsátása pedig csak 8,2-szerese). Ez is érzékelteti a magyar gazdaság kevésbé integrált jellegét.

A 2-4. táblázat további elemzése helyett az alfejezet hátralevő részében a 20 megye és 64 ágazat bontású MRIO-modellel elvégzett hasonló szimulációm eredményeit mutatom be, az előzővel való összehasonlíthatóság kedvéért a fenti 3 régióra és ágazatra visszaaggregálva.

2-5. táblázat: Budapest (R1 régió) feldolgozóipari exportja 1 %-os növekedésének hatásai az egyes ágazatokra és régiókra a 64 ágazat és 20 megye szerint bontott MRIO-modell eredményeiből aggregálva

		kibocsátás változása		hozzáadott érték változása	
régió	ágazat	millió Ft	relatív (%)	millió Ft	relatív (%)
R_1 (Budapest)	Alapanyag	125	0,0973%	46	0,0270%
	Feldolgozó	27417	0,6433%	8882	0,7409%
	Szolgáltatás	3714	0,0150%	2060	0,0143%
R_2 (Zala)	Alapanyag	60	0,0410%	26	0,0387%
	Feldolgozó	37	0,0071%	12	0,0077%
	Szolgáltatás	26	0,0025%	13	0,0022%
R_3 (Vidék-Zala)	Alapanyag	1175	0,0327%	549	0,0346%
	Feldolgozó	1755	0,0059%	475	0,0065%
	Szolgáltatás	665	0,0023%	367	0,0021%
	Összesen	**34973**	**0,037%**	**12431**	**0,0292%**
ebből** (részösszegek)**:					
R1 (Budapest)		31 255	0,1071%	10 987	0,0695%
R2 (Zala)		122	0,0072%	52	0,0063%
R3 (Vidék-Zala)		3 595	0,0057%	1 391	0,0054%
	Alapanyag	1 360	0,0351%	621	0,0340%
	Feldolgozó	29 209	0,0842%	9 368	0,1089%
	Szolgáltatás	4 404	0,0080%	2 441	0,0076%

Forrás: saját számítás *(RegIO20HUNSz_MRIO_modell.xlsx file „64x20" munkalap AYC2728:AYH2746 tömb)*

Amint az a 2-5. táblázatnak a 2-4. táblázattal való összehasonlításából kiolvasható, az összkibocsátás szempontjából az aggregáltabb modell és a részletes bontású modell majdnem teljesen azonos eredményeket produkált. Az összes generált hozzáadott értékekre pedig a részletes modell mintegy 3 %-kal magasabb összeget számított mint az aggregáltabb modell.

A részletes modell a zalai kibocsátásra és hozzáadott értékre, bár továbbra is csekély, de az előzőnél majdnem másfélszer akkora értéket számított, köszönhetően a megyeközi kapcsolatok részletesebb ábrázolásának, valamint a Budapest és Zala közötti kereskedelmi kapcsolatoknak más, az általános módszer feltevései szerinti becslésének. Konkrétan, amíg a 3x3-as modellben az első ránézésre ésszerűnek látszó feltevéseink következtében Budapest „Feldolgozóipar" ágazata a hazai inputszükségletei (7883/986574=) 0,8 %-át, addig a 64x20 -as részletes modell a Chenery-Moses oszlopmódszer arányossági feltevései szerint (12772/986574=) 1,24 %-át igényli Zalából. Legfőképpen tehát ez a körülbelül másfélszeres arány magyarázza a legtöbb Zalára vonatkozó hatás mintegy másfélszer nagyobb voltát a részletes MRIO-modellben.

A fentiekből megállapítható, hogy a modell aggregált mutatói meglehetősen robusztusak az aggregáció mértékére vonatkozóan. Ugyanakkor az ágazati szerkezetre vonatkozóan esetenként szignifikánsan eltérő számokat eredményeznek. Például a 3x3-as modellben Zala alapanyag-ágazati kibocsátása 35 millió forinttal nő, a 64x20-as modellben pedig 74 %-kal többel, 60 millió forinttal.

Zala feldolgozóipari kibocsátása viszont a 3x3-as modellben 30 millió forinttal nő, míg a 64x20-as modellben ennél csak 23 %-kal többel, azaz 37 millió forinttal.

A modellbe csak a napokban átvezetett új statisztikai adatok további tesztelésére, önálló elemzések végzésére az adatbázis és a módszertan dokumentációja elkészítése mellett egyelőre még nem volt időm. A megyei ÁKM-ek, az abból készített MRIOT és MRIO-modell gyakorlati hasznosítása azonban már meg is kezdődött, a Boda&Partners gazdasági tanácsadó cég az e modellel készült számításokat a Pénzügyminisztériummal kötött szerződésében vállalt feladatok elvégzéséhez is felhasználja. Ennek a nemzetközi munkamegosztásban való szakosodásunkkal és regionális fejlődéssel kapcsolatos kérdéseiről, az ipar, illetve az ipari export hozzáadottérték „termelő" képességéről és hasonló aspektusairól egy könyv és egy, a Statisztikai Szemlébe benyújtandó cikk is készül.

3. A negatív elemeket is tartalmazó mátrixok kétirányú kiigazításának előjeltartást nem előíró modelljei és algoritmusai

Az előző két fejezetben többször hivatkozott RAS módszert, illetve INSD modellt a 90-es évek eleje óta használtam különféle adatmátrixok adott sor- és oszlopösszesenekhez („peremekhez") történő kiigazítására. Ilyen kiigazításokra az alábbi esettípusokban van szükség:

- *Mintá*ból a sokaság eloszlásának becslése (pl. demográfia)
- Adattáblázat becslése más, de hasonló szerkezetűnek feltételezett megfigyelési egység adataiból (*analógiák*, pl. más országok adataiból)
- Inkonzisztens adatok *összehangolás*a (azonos időszakra vonatkozó adatoké)
- Régebbi adattáblázatok *aktualizálás*a (múltbeli adatokból jelenlegiek becslése)
- Adattáblázatok *előrejelzés*e („kivetítése") (korábbi adatokból jövőbeli adatok)

A már az 1930-as években dokumentált, az 1940-es években már az input-output-modellezésben is használt biproporcionális (kétirányú *arányos* mátrixkiigazítási) RAS-módszerről először átfogó ismertetést Bacharach (1970) adott, aki néhány alapvető matematikai tulajdonságát is bizonyította, és az akkoriban a Cambridge Growth Project keretében történt fontos alkalmazásokat is bemutatta.

Az INSD-modell a "korlátozott legkisebb-négyzetek" jellegű célfüggvényeket alkalmazó mátrixkiigazítási módszerek közé tartozik. Lahr és de Mesnard (2004) e módszerek és a biproprorcionális módszerek alkalmazásának történetét röviden összefoglalva megjegyzik, hogy Pearson χ^2 mutatóját, avagy a normalizált négyzetes eltérést (másnéven a normalizált legkisebb négyzetek módszerét) először Deming és Stephan (1940) majd Friedlander (1961) tárgyalták szisztematikusan és tették közismertté a társadalomtudományokban. A négyzetes eltérésekhez hasonló célfüggvények minimalizálása azonban nem garantálja a (továbbiakban a_{ij} általános elemű **A** mátrixszal jelölt) kiinduló („referencia"-) mátrix és a (továbbiakban x_{ij} általános elemű **X** mátrixszal jelölt) becsült mátrix azonos pozíciójú (sor- és oszlopindexű) elemei előjelének azonosságát, azaz az „előjeltartást".

Ezt a modellt Lecomber (1971) felvetése alapján általánosítva Henry (1973) (1974) a negatív elemekre is használhatóvá (értelmezhetővé) tette, és megoldását matematikailag levezette. Huang et al. (2008) a modell célfüggvényét kiegészítve egy büntetőfüggvény-komponenssel azt de facto előjeltartóvá tették, ami nekik fontos volt, hogy az általuk becsült Ágazati Kapcsolatok Mérlegeinek (ÁKM-eknek) elvileg nemnegatív elemei becsült értékei ne lehessenek negatív számok. A modell normálegyenleteinek megoldására egy iterációs eljárást is javasoltak, anélkül, hogy bizonyították volna annak konvergenciáját, illetve bemutatták volna annak számszerű teszteredményeit illetve egyéb matematikai tulajdonságait.

A két modell részleteinek, egymáshoz és más mátrixkiigazító módszerekhez való viszonyának ismertetésére nem térek ki, azok a hivatkozott művekben, köztük saját cikkeimben (Révész – Koppány, 2018; Révész, 2023) és konferencia előadásanyagaimban (Révész, 2020) megtalálhatók. E fejezetben csak a megértéshez szükséges néhány alapismeretet fogalmazok meg, és elsősorban a hivatkozott publikációimban kifejtett, valamint az azokból terjedelmi, fókuszálási, gondolatmentbe illeszkedési, stb. problémák miatt kimaradt főbb saját kutatási eredményeimet mutatom be. A publikációimból kimaradt, pontosabban csak később precízen kidolgozott legfontosabb eredményem annak bizonyítása, hogy a Huang et al. (2008) által javasolt iterációs algoritmus az előjelváltást megengedő esetben nemcsak tényleg megoldása az INSD-modell általuk levezetett normálegyenletrendszerének, hanem *az egyes iterációs lépései is megegyeznek* az általam „additív-RAS"-nak illetve az idei cikkemben (Révész, 2023) „additív korrekciós" iterációnak nevezett algoritmuséval (ami a Smith (1947) által „proportional distribution of marginal adjustments"-nek, azaz a maradék eltérések arányos szétosztásának hívott módszerek speciális esete). Hogy ez mennyire nem triviális, azt az is jelzi, hogy a cikkem egyik bírálója az átdolgozott változat publikálásának támogatása mellett megjegyezte, hogy „In the sentence "It is also shown that if the sign-preservation requirement is dropped then the iteration procedure suggested by Huang et al. (2008) boils down to the same algorithm", I think that "then" is a mistake." Mivel az előjeltartási követelmény megőrzése mellett a Huang és szerzőtársai által javasolt algoritmus a büntetőfüggvény-komponens miatt nyilvánvalóan nem lehet azonos a saját egyszerű algoritmusommal, ezt csak úgy lehetett értelmezni, hogy a bíráló nem látja bizonyítottnak, hogy a két algoritmus lépései azonosak. Ezért a végső változatban enyhítettem a megfogalmazáson, azt írva, hogy „The solution of the Improved Normalized Squared Differences (INSD) model is proved to be the same as the result of that iteration algorithm which is presented in the paper. It is also argued that if the sign-preservation requirement is dropped then the iteration procedure suggested by Huang et al. (2008) boils down to the same algorithm.", azaz magyarul: „A cikk bizonyítja, hogy az Improved Normalized Squared Differences (INSD) modell *megoldása* megegyezik a cikkben bemutatott iterációs algoritmus eredményével. Amellett is *érvelek*, hogy ha az előjel-megtartási követelményt elhagyjuk, akkor a Huang és munkatársai által javasolt *iterációs eljárás* ugyanerre az algoritmusra vezethető vissza."

A téma fentiekben megfogalmazott aspektusból való tárgyalása előtt meg kell jegyeznem, hogy a RAS illetve INSD modellt a többszektoros, többháztartásos nemzetgazdasági modellek különféle adatmátrixai szükséges becslése során, azaz nem az elméletből, hanem a gyakorlatból ismertem meg. Az algoritmust Budavári Péter mutatta meg nekem, akit a pénzügyminisztériumban felkerestem a problémával, és aki az irodájában a számítógépén a Lotus táblázatkezelő szoftverben ott helyben írt meg nekem egy RAS algoritmust végző programot.

Szintén előrebocsátandó, hogy rendkívül megnehezíti a több évtizedes távlatból és másfélezer kilométeres távolságból kutató számára az elmélet kialakulásának rekonstruálását, és ezáltal a jelenlegi állapotának, a szakmai álláspontok megértését az, hogy a vonatkozó szakirodalom alapvető cikkeiben is számos képlethiba található. Ezek egy részét helyesbítik a későbbi cikkek szerzői, de jónéhány hiba az olvasóra marad, aki természetesen elsősorban a saját előismereteinek és belátóképességének hiányosságaira gyanakszik, és nem feltételezi, hogy az ilyen alapművekben rejlő hibák észrevétlenül, illetve szó nélkül maradhatnak az ezzel kapcsolatos szakirodalomban. Gyanítható, hogy e hibák egyrészét az egymással jó ismeretségben, sőt közös gyakorlati projektekben dolgozó szerzők egymással élőszóban tisztázzák, és nem többéves átfutással, folyóiratcikkekben teregetik ki, illetve üzengetnek egymásnak. A magamfajta kívülálló azonban olyan tragikomikus szituációkba fut bele, mint ami velem Lemelin (2009) cikkével kapcsolatban történt, aki az Economic Systems Research folyóiratba leadott cikkem anoním bírálója lett volna, de kénytelen volt nekem írt levélben felfedni magát, hogy az említett cikkében általam észlelt anomáliát tisztázva beismerje, hogy az anomália csak azért mutatkozik, mert a cikkében a vonatkozó táblázat egyes elemeiről lemaradt a negatív előjel. A később megjelent cikkemben (Révész, 2023) ki is térek e hibák, illetve az értelmezhetőséget és egyértelműséget érintő hiányosságok egy részére, de további hibák jelen értekezésemben is szóba kerülnek (sőt előfordulhatnak). Mielőtt azonban ezeket konkrétan megemlíteném, és egyáltalán, a saját vonatkozó kutatási eredményeimet érdemben kifejthetném, röviden ki kell térnem a RAS- illetve INSD-modell matematikai alapjainak bemutatására.

3.1. A RAS és INSD modell matematikai leírásának vázlata

A szakirodalomban leggyakrabban tárgyalt mátrixkiigazítási problémát a következőképpen fogalmazhatjuk meg (lásd például Lahr és de Mesnard (2004), amin a módszer alábbi ismertetése is alapul):

Legyen $\mathbf{X}^*$ egy mxn -es méretű ismeretlen mátrix, amelynek sorösszesenjei az ismert $\mathbf{u}$ oszlopvektorral, oszlopösszesenjei pedig a szintén ismert $\mathbf{v}$ sorvektorral egyeznek meg (azaz $\mathbf{X}^*\mathbf{1} = \mathbf{u}$, $\mathbf{1}^T\mathbf{X}^* = \mathbf{v}$, ahol $\mathbf{1}$ a megfelelő méretű összegzővektor, a ^{T} felsőindex pedig a transzponálás jele).

Ha rendelkezésünkre áll egy szintén mxn -es méretű $\mathbf{A}$ indulómátrix (vagy másnéven prior- vagy referenciamátrix), ami valamilyen értelemben közvetett információt tartalmaz $\mathbf{X}^*$-ról („szerkezetében hasonló” $\mathbf{X}^*$ -hoz), akkor $\mathbf{X}^*$-ot azzal a szintén mxn -es méretű $\mathbf{X}$ mátrixszal becsülhetjük, amelynek sorösszesenjei az $\mathbf{u}$ oszlopvektorral, oszlopösszesenjei pedig a $\mathbf{v}$ sorvektorral egyeznek meg (azaz $\mathbf{X1} = \mathbf{u}$, $\mathbf{1}^T\mathbf{X} = \mathbf{v}$) úgy, hogy $\mathbf{X}$ az $\mathbf{A}$ referenciamátrixhoz valamilyen értelemben leghasonlóbb, legközelebb legyen.

Természetesen attól függően, hogy hogyan definiáljuk két mátrix “*hasonlóságát*” (vagy ennek ellentéteként “*eltérését*” vagy “*távolságát*”) a feladat megoldása ($\mathbf{X}$) eltérhet. Mindenesetre a mátrixkiigazítási feladat *matematikai programozási feladat*ként írható fel, amelyben az adott korlátok ($\mathbf{X1} = \mathbf{u}$, $\mathbf{1}^T\mathbf{X} = \mathbf{v}$, valamint esetleg nemnegativitási, illetve előjelazonossági korlátok) mellett keressük az általánosan $f(\mathbf{X},\mathbf{A})$ -val jelölhető *célfüggvény* optimális értékét (konkrétan a hasonlósági képlet maximumát vagy az eltérés valamilyen monoton növekvő függvényének minimumát).

A RAS azonban először mint iterációs módszer vált ismertté. Ennek első lépése az $\mathbf{A}$ mátrixnak (aminek sorösszesenjeit jelölje a $\mathbf{b}$ oszlopvektor, oszlopösszesenjeit pedig az $\mathbf{f}$ sorvektor) először a sorait szorozza meg a hozzátartozó kívánt sorösszesen és a tényleges sorösszesen (u_i/b_i) arányában (ezáltal a mátrixot kiigazítva az elvárt sorösszesenekhez), majd az így kapott mátrixot oszlopirányban igazítja ki hasonló arányos módon az elvárt $\mathbf{v}$ oszlopösszesenekhez. A második lépésben az így kapott $\mathbf{A}^{(1)}$ mátrixra hajtja végre a fenti sor- és oszlopirányú arányos kiigazításokat, majd így tovább, az i-edik lépésben az (i–1)-edik lépésben kapott $\mathbf{A}^{(i-1)}$ mátrixra végrehajtva a fenti sor- és oszlopirányú kiigazításokat kapja az $\mathbf{A}^{(i)}$ mátrixot. Ha $\mathbf{A}$, $\mathbf{u}$ és $\mathbf{v}$ nemnegatívak, akkor ez az eljárás rendszerint konvergens, az $\mathbf{A}^{(i)}$ mátrixsorozat határértéke, azaz a megoldásul kapott nemnegatív $\mathbf{X}$ mátrix az

$$\mathbf{X1} = \mathbf{u}\ ,\ \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{X} = \mathbf{v},\ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{i,j}\ln(x_{i,j}/a_{i,j}) \rightarrow \min \qquad (3\text{-}1)$$

matematikai programozási feladat megoldása (Bacharach, 1970), ahol az összegzés csak azon elemekre történik, ahol $a_{i,j} \neq 0$, azaz ahol a természetes alapú logaritmus argumentuma (független változója) értelmezve van. A logaritmusfüggvény miatt (aminek az $x_{i,j}$ -vel súlyozva való szerepeltetése és ezáltal a Shannon-féle információelmélet entrópia-definíciójához való hasonlósága miatt a RAS-modellt az *entrópia*-modellekhez sorolják) az is nyilvánvaló, hogy a megoldás előjeltartó (beleértve, hogy ahol $a_{i,j} = 0$, ott $x_{i,j}$ értékét is zérusnak veszik, ahogy azt a vázolt iterációs algoritmus is zérussá teszi), pontosabban az $x_{i,j}/a_{i,j}$ hányados nem lehet negatív. Az is könnyen belátható (már csak abból is, hogy már az első iterációs lépésben lenullázódnak az érintett mátrixelemek), hogy ha $u_i = 0$, akkor minden j-re $x_{i,j} = 0$ lesz, és hasonlóan ha $v_j = 0$, akkor minden i-re $x_{i,j} = 0$ lesz.

A (3-1) programozási feladatot a Lagrange multiplikátor módszerrel megoldva a megoldásra fennáll az

$$\mathbf{X} = \hat{\mathbf{r}}\,\mathbf{A}\,\hat{\mathbf{s}} \text{ (skaláralgebrai kifejezéssel minden } i, j \text{ indexpárra } x_{i,j} = a_{i,j} \cdot r_i \cdot s_j) \qquad (3\text{-}2)$$

szorzat-összefüggés, ahol $\hat{}$ a vektorból diagonális mátrix képzésének a jele, **r** és **s** pedig rendre az **X1** = **u** és $\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{X} = \mathbf{v}$ korlátok árnyékáraiból képzett vektorok (Bacharach, 1970).

Technikailag a RAS iterációs algoritmusa működhet akkor is, ha **A**, **u** és **v** egyes elemei negatívak, de ekkor a megoldás nem tekinthető a (3-1) programozási feladat megoldásának és előfordulhatnak előjelváltások, bár **u** és **v** nemnegativitása esetén ez igen valószínűtlen (Günlük-Şenesen és Bates, 1988).

A Huang et al (2008) által definiált és „javított normalizált négyzetes eltérés"-nek (INSD) hívott modell az alábbi:

$$\mathbf{X1} = \mathbf{u}\ ,\ \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{X} = \mathbf{v},\ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} (z_{i,j} - 1)^2 \cdot |a_{i,j}| + M/2 \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} |a_{i,j}| \cdot [\min(0, z_{i,j})]^2 \rightarrow \min \qquad (3\text{-}3)$$

ahol $z_{i,j} := x_{i,j} / a_{i,j}$, és M egy adott, kellően nagy (az előjelváltást megakadályozni hivatott) pozitív szám. E modellt azonban célszerűbb „előjeltartó javított normalizált négyzetes eltérés"-nek hívni, mivel a „normalizálás" a képletben az $a_{i,j}$ -vel való osztásra, a „javított" jelző pedig az $a_{i,j}$ súlyok abszolútértékben való szerepeltetésére utal.

Huang és szerzőtársai a modelljük megoldására az alábbi normál egyenletrendszert (optimumfeltételeket) vezetik le:

$$z_{i,j} = \begin{cases} 1 & ha\ a_{i,j} = 0 \\ 1 + sgn(a_{i,j}) \cdot (\lambda_i + \tau_j) & ha\ ez\ nemnegatív\ vagy\ M = 0 \\ 0 & ha\ 1 + sgn(a_{i,j}) \cdot (\lambda_i + \tau_j) < 0\ és\ M \rightarrow \infty \end{cases}, \qquad (3\text{-}4)$$

$$\lambda_i = \{(u_i - \Sigma_j\, a_{i,j}) + \Sigma_j\, (M \cdot a_{i,j} \cdot \min(0, z_{i,j}) - \tau_j \cdot |a_{i,j}|)\} / \Sigma_j |a_{i,j}|, \qquad (3\text{-}5)$$

$$\tau_j = \{(v_j - \Sigma_i\, a_{i,j}) + \Sigma_i\, (M \cdot a_{i,j} \cdot \min(0, z_{i,j}) - \lambda_i \cdot |a_{i,j}|)\} / \Sigma_i |a_{i,j}|, \qquad (3\text{-}6)$$

ahol λ_i és τ_j a Lagrange-függvényben a sor- és oszlopirányú eltérésekhez tartozó Lagrange-szorzók.

Mivel a (3-4), (3-5), (3-6) egyenletrendszer szimultán (λ_i és τ_j függenek $z_{i,j}$ -től és fordítva), megoldására egy iterációs algoritmust javasolnak „a (3-4), (3-5) és (3-6) egyenletek iteratív kiszámításával" a „**Z**, $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\tau}$ rendre **I**, **0**, **0** kezdőértékeivel", amit Temursho(ev) et al. (2011) pontosították, hogy a $z_{i,j}^{(0)} = 1$, $\lambda_i^{(0)} = 0$, $\tau_j^{(0)} = 0$ indulóértékekről van szó. Azonban sem ennek konvergenciáját nem bizonyítják, sem számpéldával nem mutatják be az általuk elképzelt értelemben való használatát.

Temursho(ev)és szerzőtársai ezen túlmenően helyesbítették (megfordították) a korlátoktól való eltérés előjelét a Huang és társai által felírt Lagrange-függvényben, és tisztázták az iterációs algoritmus lépéssorrendjét azzal, hogy minden lépésben („körben") először a (3-5) egyenletből a λ_i -ket, majd ezek értékét felhasználva a (3-6) egyenletből a τ_j -ket, végül pedig a (3-4) egyenletből a $z_{i,j}$ cellaindexeket kell meghatározni. Amint azt nemsokára látni fogjuk, ezek a helyesbítések illetve tisztázások segítettek ennek és az általam használt iterációs algoritmusnak az azonossága felismeréséhez az előjelkorlátozás nélküli esetben.

3.2. A negatív elemek kezelése a peremfeltételes mátrixkiigazító modellekben

A hivatkozott konferenciaelőadásomban (Révész, 2020) részletesen áttekintettem, hogy a legtöbb természettudományi és társadalomtudományi alkalmazásban olyan mátrixok kiigazításával foglalkoztak, amelyek definíciószerűen nemnegatívak voltak (lásd például a ráfordítási együtthatók mátrixát, vagy az 1. és 2. fejezetben említett jövedelmi-, fogyasztási-, bilaterális kereskedelmi mátrixokat), vagy amelyekben az esetleg bennük levő negatív elemeket a mátrixkiigazító módszerek alól kivonva, egyszerűbb módszerekkel külön tudták kezelni.

Hogy megérthessük, hogy ez a lehetőség miért szorította évtizedekig háttérbe a negatív elemeknek a nemnegatív elemekkel együtt, a mátrixkiigazító modellekben való alkalmazását, ahhoz az alábbiakban (az említett publikációimban vázoltakat itt részletesebben kifejtve) sorolom fel, és magyarázom a negatív elemek kezelésének a gyakorlatban „szokásos" módszereit:

a) A negatív elemek értékének *változatlanul hagyás*a (ha $a_{i,j} < 0$ akkor $x_{i,j} = a_{i,j}$ előírása), azaz kiemelése a mátrixkiigazító eljárásból (és értelemszerűen levonva a hozzátartozó előírt peremekből is, majd a mátrixkiigazító eljárást az $a_{i,j} = 0$ módosított érték mellett alkalmazva)
b) A becsült érték *0-ra állítás*a ($x_{i,j} = 0$) (gyakorlati okokból vagy a negatív adatot kétségbevonó elméleti indoklással) (lásd például Omar,1967, Lahr – de Mesnard, 2004)
c) A referencia mátrix negatív elemeinek megfelelő (becsülendő) adat lehetőleg *közvetlen megfigyelés*ből exogénként történő bevitele
d) Az adatok *aggregálás*a úgy, hogy a negatív elemeket több pozitív elemhez adva, az aggregált szám nemnegatív legyen
e) A probléma újrafogalmazása vagy „*tükörszámlák*" bevezetése (Lenzen et al., 2014), hogy a negatív tételek eltűnjenek (pl. az ÁKM-ek termékmérlegeiben a végső felhasználások között található „készletváltozás" oszlop negatív elemeivel *a mérleg „bruttósítása"* avagy „átrendezése", amelynek eredményeként a források oldalán mint „készletcsökkenésből" pozitív komponensként jelenik meg a negatív készletváltozás)
f) Explicit $x_{i,j} \geq 0$ *nemnegativitási feltétel* előírása és a modell matematikai programozási modellként való (némely esetben „ágyúval verébre" jellegű) megoldása bármely alkalmas algoritmussal

g) A Társadalmi Elszámolási Mátrixban (SAM-ban) a negatív elemek *transzponálás*a, azaz ha a j-edik számla (kategória) kiadása az i-edik számla felé negatív, ($s_{i,j} < 0$), akkor azt fordítva, az i-edik számlának a j-edik számla felé történő kiadásaként számolják el. A RAS-t az $s'_{j,i} = s_{j,i} + s_{i,j}$, és $s'_{i,j} = 0$, módosult mátrixelemekkel hajtják végre.

A fenti módszerekhez a következő megjegyzéseket kell tenni:

ad a) – c) Nyilvánvaló, hogy ha az $x_{i,j}$ értéket kívülről adjuk meg, akkor annak értékét ki kell vonni a megfelelő peremadatokból, mielőtt a szokásos megoldási algoritmusokat használnánk. Végül az $x_{i,j}$ -t vissza kell helyezni a becsült mátrixba.

ad a) Ez a módszer akkor megfelelő, ha az elem értéke kicsi, és így nem okoz gondot a változatlanságuk. Ez akkor is alkalmazható szükségmegoldásként, ha fennáll annak a veszélye, hogy a megoldási algoritmus ezt a negatív értéket tovább torzítja (rossz irányba).

ad b) Ezt a módszert széles körben alkalmazzák, ha a modellező meg van győződve arról, hogy a referenciamátrix negatív eleme statisztikai hiba, és ezért mindenképpen ki kell küszöbölni. Ráadásul, ha a negatív elem kicsi, annak nullára állítása feltehetően nem torzítja jelentősen az eredményeket.

ad c) Még akkor is, ha egyes negatív mátrixelemekre nem állnak rendelkezésre statisztikai adatok, még mindig jobb lehet ezeket néhány egyszerű arányos kiigazítással megbecsülni (például arányosan a megfelelő sorösszeg, oszlopösszeg vagy teljes összeg kívánt változásaival arányosan), mint az esetleg instabil (nagy zajérzékenységű) megoldási algoritmusra hagyni azok módosítását.

ad d) Nyilvánvaló, hogy ha valaki továbbra is bontott becsléseket szeretne kapni, akkor még az aggregált megoldás megtalálása után is megoldandó feladatot jelent az eredményeket úgy (vissza)dezaggregálni, hogy azok konzisztensek maradjanak (az aggregált becsléssel, stb.).

ad e) Egy hasonló eset, hogy az ÁKM-ben az „adók mínusz támogatások” esetenként negatív elemei úgy kezelhetők, hogy az összes negatív elemet lenullázzuk, és pozitív előjellel egy újonnan létesített „nettó támogatások” oszlopba helyezzük (Lenzen et al. 2014).

ad f) Ha az $x_{i,j} \geq 0$ nem-negativitási korlát nem válik effektívvé (kényszerítővé), akkor ez csak bonyolítja a megoldási folyamatot (használhatatlanná teszi az **X** mátrix kiszámításához szokásos, egyszerű képleteket). Ha azonban a korlát effektív, akkor $x_{i,j}$ zérussá válik ($x_{i,j} = 0$), ami a legtöbb esetben még mindig nagyon valószínűtlen helyességű eredmény (Omar (1967), Günlük-Şenesen és Bates (1988)).

ad g) Nyilvánvalóan ez a módszer általános esetre, például az ÁKM-re általában nem alkalmazható (pl. a terméktámogatások sorának nincs oszlop megfelelője, illetve a készletváltozásnak sor megfelelője). Az új oszlopok illetve sorok betoldásával egyébként is a peremek adottságból változóvá (ismeretlenné) válnak az összfelhasználások illetve összforrások e komponensének ismeretlensége miatt, így nem alkalmazhatók a szokásos peremfeltételes kiigazítási eljárások. Továbbá ez a módszer nem teszi lehetővé az $s_{j,i}$ és $s_{i,j}$ elemek külön-külön történő becslését. Esetenként még komolyabb probléma, hogy torzítja a referenciamátrixot és ezáltal a (referenciamátrixtól való súlyozott eltérést mérő) célfüggvény optimum helyét is (Lemelin, 2009).

A fenti lehetőségek, a majdnem kivétel nélkül nemnegatív mátrixokra – elsősorban az ÁKM együtthatók becslésére – való alkalmazások, valamint a RAS-módszer kedvező matematikai tulajdonságai és az információelmélet entrópia és maximum likelihood fogalmával való rokonsága miatt nem kaptak kellő figyelmet a negatív elemeket is tartalmazó **A** mátrixra is alkalmazható modellek, főleg mivel a *négyzetes eltérés* (LS-) jellegű célfüggvényeket eleve elvetették az előjeltartás hiánya miatt (például Bacharach, 1970). Az elérhető szakirodalom (Henry, 1973) szerint először Geary (1973) foglalkozott a *negatív elemek* LS-jellegű célfüggvényt tartalmazó modellekben való endogén kezelésével.

Bár a szakemberek felismerték, hogy magának az ÁKM-nek a becslésénél sem kerülhető ki a negatív elemek problémája (Günlük-Şenesen és Bates (1988) meg is nevezi a termékadók és támogatások egyenlegének sorát és a készletváltozás oszlopát, mint ilyeneket tartalmazókat), a fent felsoroltaknál elfogadhatóbb, modellbe integrált megoldást általában a RAS-modell módosításában keresték. Ennek úttörője az említett Günlük-Şenesen és Bates szerzőpáros, akik a RAS-modell (3-1) -beli célfüggvényében észrevették, hogy mégha az *előjeltartás*t meg is követeljük a logaritmus argumentumának értelmezhetősége végett, $a_{i,j} < 0$ esetén a kapott $x_{i,j}$ szintén negatív lesz, ami viszont a logaritmussal mért eltérést negatív súllyal beszámítva ellentmond az eltérés minimalizáló célkitűzésnek. Továbbá ha a becsült érték kisebb mint a referenciamátrix megfelelő eleme, azaz $x_{i,j}/a_{i,j} < 0$, akkor a logaritmus negatív, ami $x_{i,j} > 0$ esetén szintén csökkenti a célfüggvényértéket ellentmondva annak az elvárásnak, hogy a referenciaértéktől való mindkét irányú (relatív) eltérést hasonlóan *büntesse*. Ezek miatt a célfüggvénybe egyszerűen az $x_{i,j} \ln(x_{i,j}/a_{i,j})$ kifejezés helyére annak abszolút értékét tették be, ami így az $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} |x_{i,j} \ln(x_{i,j}/a_{i,j})|$ alakra módosult.

Szintén e szerzőpáros érdeme, hogy felismerték (bár hibás levezetéssel, illetve hiányos bizonyítást adva – hiányzó ∑ jelek az általuk módosított Lagrange-függvényből, logaritmus közvetett függvényének hibás parciális deriválása), hogy *a negatív elemeket a pozitív elemekkel ellentétes irányban kellene módosítani*. Például, ha leértékelik a nemzeti valutát, akkor minden termékcsoport külkereskedelmi egyenlege („profilmérlege”) várhatóan javul, de úgy, hogy a pozitív egyenlegek nőnek, a deficitek pedig csökkennek. Ha ugyancsak közös ok, például a minden ágazat által használt üzemanyagok jövedéki adóját emelik, akkor az ÁKM „termékadók és támogatások egyenlege” végösszege is úgy nő meg, hogy a negatív elemek is a pozitív irányba mozduljanak el, és ezáltal abszolút értékük csökkenjen, sőt esetleg előjelet is váltsanak.

Ez utóbbit ugyan Günlük-Şenesen és Bates (1988) nem tartják kívánatosnak, de mint néhány korábbi szerző is (például Henry (1973)) eleve a Lagrange-függvényből indulnak ki, de azt módosítják úgy, hogy a korlátoktól való eltéréseket nem egyszerűen a megfelelő Lagrange-szorzóval szorozva szerepeltetik, hanem az így kapott szorzatok logaritmusát véve. Az általuk kapott (valószínűleg előre elgondolt) megoldásra levezetik az alábbi összefüggést:

$x_{i,j} = (1/r_i)\cdot a_{i,j}\cdot(1/s_j)$ ha $a_{i,j} < 0$, de továbbra is $x_{i,j} = r_i\cdot a_{i,j}\cdot s_j$ ha $a_{i,j} > 0$ (3-7)

Tehát ha $r_i > 1$, azaz a sorösszeg kisebb az előírtnál, akkor a pozitív elemeket növelni, a („visszahúzó”) negatív elemek *abszolút* értékét pedig csökkenteni kell.

Ezt követően lassan polgárjogot nyert, hogy az ÁKM-ekben (és egyéb közgazdasági értelemmel bíró mátrixokban, mint például a SAM, külkereskedelmi mátrix, a pénzügyi mérlegek, stb.) a negatív elemek a becsült mátrixban is maradhatnak. A fentiek miatt azonban előtérbe kerültek az *előjeltartás*t megkövetelő módszerek.

Erre Junius és Oosterhaven (2003) kidolgozta az ún. *GRAS-módszer*t. Ennek kezdeti hibáit maga a szerző, valamint mások (Oosterhaven (2005), Lenzen et al. (2007), Huang et al. (2008), Temursho(ev) et al. (2013)) kijavították. Az így kapott *Improved Generalised RAS* módszernek (IGRAS) a Lagrange-függvényből levezetett megoldására az alábbi összefüggés áll fenn:

$x_{i,j} = e^{-ri} \cdot a_{i,j} \cdot e^{-sj}$ ha $a_{i,j} < 0$, de továbbra is $x_{i,j} = e^{ri} \cdot a_{i,j} \cdot e^{sj}$ ha $a_{i,j} > 0$ (3-8)

Mint látható, ha például $r_i > 1$, akkor $e^{-ri} < 1$, azaz abszolút értékben csökkenti a negatív elemeket. Mivel pedig az exponenciális függvény pozitív, biztosítja az előjeltartást. De a módszer csak akkor alkalmazható, ha minden sorban és oszlopban van legalább egy pozitív elem ($a_{i,j} > 0$) (Temurshoev et al., 2013).

Az IGRAS modell $x_{i,j}$, r_i, és s_j változói (a paraméterekből való tényleges) meghatározásának a megadott iterációs algoritmusa meglehetősen körülményes (Huang et al. (2008)).

Lemelin (2009) összehasonlítja a GRAS-modellt Kullback és Leibler (1951) információveszteséget mérő keresztentrópia mutatószámával, amelyet a szerzőkre utalva K-L mértéknek nevezünk. Annak érdekében, hogy ez a negatív mátrixelemeknél is értelmes legyen, újradefiniálja az $q_{i,j}$ „a priori valószínűségeket” és $p_{i,j}$ „a posteriori valószínűségeket” a minimalizálandó $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{i,j} \ln(p_{i,j}/q_{i,j})$ kifejezésben úgy, hogy azok a referenciamátrix illetve a becsült mátrix megfelelő elemeinek *abszolútértékben* mért részarányai legyenek a mátrix elemeinek összegén belül (*k* az 1. indexhely futóindexét, *m* pedig a 2. indexhely futóindexét jelöli):

$q_{i,j} = |a_{i,j}|/\Sigma_k \Sigma_m \mid a_{k,m} \mid$ és $p_{i,j} = |x_{i,j}|/ \Sigma_k \Sigma_m \mid x_{k,m} \mid$ (3-9)

Ennek alapján bizonyítja, hogy Junius és Oosterhaven (2003) GRAS célfüggvénye nem pontos reprezentációja a K-L mértéknek. Ezt egyszerű algebrai számítással demonstrálja, figyelembe véve, hogy negatív elemek esetén a $\Sigma_i \Sigma_j |x_{i,j}|$ mindösszesen nincs rögzítve. A különbséget Junius és Oosterhaven (2003) számpéldájából kiindulva számos, köztük negatív előírt peremértékeket és minden sorösszeget zérusnak is megadó számpéldával illusztrálja. Ezek alapján érvel amellett, hogy az általa módosított K-L mérték eredményezi a legelfogadhatóbb eredményt, tekintve, hogy a GRAS olyan megoldást eredményezett, ami mind a pozitív, mind a negatív elemeket sok nagyságrenddel nagyobbra növelte. Ugyanakkor adós marad a fenti módosításai indoklásával, pontosabban arra a problémára való reflektálással, hogy ugyan joga van neki is a célfüggvényt a negatív elemek és peremek kezelésére alkalmasan módosítani, de ennek a valószínűségelméleti interpretációja és a kereszt-entrópia jellege megszűnik, legfeljebb csak azok analógiájának tekinthető. Mindennek ellenére a módszerének számos előnye van: előjeltartó, sőt igyekszik megőrizni az elemek közötti arányokat, és a mutató sosem válik negatívvá annak ellenére, hogy a $p_{i,j} \ln(p_{i,j}/q_{i,j})$ kifejezés egyes *i,j* indexpárokra negatív értéket vehet fel.

Csak Lenzen (2014) kezdte hangsúlyozni, hogy számolni kell *az ÁKM-ben a negatív elemek előjelének változékonyságával*, és ehhez vizsgálta a készletváltozás egyes elemeinek változékonyságát (autokorrelációját) brazil adatok alapján. Ezáltal *megfordítja az előjelváltás addigi negatív minősítését*, és erényként hangsúlyozza, hogy ha kell, adott esetben a becslési eljárás meg tudja fordítani a mátrix elemeinek előjelét. Mindezek és különféle tesztek alapján érvelt az általa kidolgozott „*nem-előjeltartó RAS*” módszer (KRAS – konfliktfreies RAS, utalva a peremek lehetséges inkonzisztenciájának kezelésére - Lenzen (2009)) alkalmazása mellett a negatív elemek kezelésére (is).

Az előjelváltástól rettegő szerzők nem kellően tudatosították, hogy az INSD-modell az előjeltartó GRAS-modell *Taylor-soros közelítése* (Huang et al (2008), Temurshoev et al. (2011)), és ezáltal más négyzetes eltérés-jellegű modelleknél jobban előjeltartó.

3.3. A diszkrepanciákat a referenciamátrix abszolút értéke arányában szétosztó iterációs algoritmus és viszonya az INSD-modellhez

A peremektől való eltéréseknek (diszkrepanciáknak) az adott peremhez tartozó sorban illetve oszlopban levő elemek között történő arányos szétosztásának módszerét már Deming és Stephan (1940) is részletesen tárgyalták és alkalmazták ún. „kontingencia"-táblázatok (kétdimenziós megoszlások mátrixa) kiigazítására, de mivel ezek eleve nemnegatív elemeket tartalmaznak, fel sem vetődött az abszolútértékek arányában való szétosztás módszere.

Miután jómagam is találkoztam olyan mátrixkiigazítási problémákkal, amelyekben a referencia mátrixban negatív elemek szerepeltek, és az általam továbbra is naívul használni próbált RAS iteráció nem jól, vagy egyáltalán nem működött (főleg ha a peremek között megjelentek zérus értékek vagy a hozzájuk tartozó sorokban illetve oszlopokban levő elemek összegétől eltérő előjelű, gyakran előjelváltást kikényszerítő számértékek), a RAS-algoritmus programját egy olyan iterációs algoritmusra módosítottam (Révész, 2001), hogy szorzás helyett először a sorösszegekben az elvárttól való elmaradást kell szétosztani a indulómátrix adott sorában levő elemek között az *abszolútérték-részesedésük* arányában, ezáltal biztosítva a diszkrepancia megszűnését a kiigazítás irányában. Ezután ugyanilyen kiigazítás történik oszlopirányban is. Ezzel (anélkül, hogy tudatosítottam volna) az iterációs algoritmus megszűnt RAS-algoritmusnak lenni, és azt se tudtam, hogy ezzel az INSD-modell iterációs algoritmusához *hasonlóvá* vált. Azért csak „hasonlót" írtam, mert az általam ad hoc módon az Excel-programban végrehajtott technikailag minimális módosítás egy elméletileg egészen más algoritmust eredményezett, amit – mint később kiderült, – Friedlander (1961) a „dissipating the n^{th} difference pro rata to the n^{th} approximation" (a peremektől való eltérésnek a mátrix *n-edik iteráció utáni becsült értékei* arányában való szétosztásának) nevez, és amit elméletileg tárgyalhatatlannak („intractable") tart. Az, hogy ez a szétosztási arányoknak a minden kiigazítási lépés előtti de facto újrakalibrálása, az azért sem tűnt fel nekem, mert az Excel-programomban is implementált RAS-algoritmusnál éppen ez történik, az előző kiigazítás eredményeként kapott mátrix oszlopai illetve sorai szorzódnak arányosan[14]. Az Excel-program ilyen jellegű, technikailag minimális módosulása annak a következménye volt, hogy így tudtam elkerülni azt, hogy a referenciamátrixot, illetve annak elemeinek az abszolútértékeit egy külön tömbben kelljen megőriznem. Az Excel-progamom ugyanis az **A** referenciamátrixot felülírta az 1. iteráció eredményeként kapott $X^{(1)}$ mátrixszal, az abszolútértékeket pedig az utolsó kiigazítás eredményeként kapott mátrixból számította közvetlenül, csak most már az ABS(…) függvénnyel.

Meglepő módon ez az elméletileg szörnyszülött algoritmus meglehetősen jól szolgált, ugyanis a diszkrepanciáknak *a mindenkori abszolútértékek arányában való szétosztása* esetén előjelváltás csak e részarányok drasztikus eltolódása (azaz a mindenkori $x_{i,j}^{(n)(r)}$ illetve $x_{i,j}^{(n)}$ mátrixelemekből illetve az

[14] A RAS és az LS (legkisebb négyzetek módszerén alapuló) iterációs eljárásoknak ezt a különbségét Henry (1973) a következőképpen fogalmazta meg: „The latter form distributes the most recent change pro rata the ***first*** approximation whereas the RAS distributes change pro rata the ***most recent*** approximation."

eredeti $a_{i,j}$ elemekből számított részarányok jelentős különbsége), illetve az elvárt és tényleges peremértékek extrém arányai esetében fordulhat elő. Ugyanis (mivel az abszolútérték-részesedések kisebbek a részesedéseknél) hacsak az elvárt és tényleges peremértékek arányai nem csökkennek -100% alá, akkor az iteráció aligha vezet a mátrix elemeinek előjelváltásához. Sőt általában még ennél szélsőségesebb arányoknál sem. Mindenesetre még szélsőségesebb arányok esetén megkérdőjeleződik a referencia mátrix használhatósága, azaz, hogy a keresett mátrix szerkezete tényleg hasonló-e az eredeti mátrix szerkezetéhez.

Amikor azonban ezt az eltérést a RAS-algoritmustól Koppány Krisztián szerzőtársam észrevette, alaposabban kezdtem foglalkozni az algoritmus elméleti-matematikai vonatkozásaival.

Ezek, illetve az ebben elért eredményeimnek, kutatási tapasztalataimnak az összefoglalása előtt azonban az elméletileg tárgyalható, azaz a diszkrepanciákat *a referenciamátrix elemei abszolútértékei részarányai* arányában szétosztó iterációs algoritmusnak is fel kell írni a matematikai képleteit. Ehhez vezessük be a következő jelöléseket: $g_i := u_i - \Sigma_j\, a_{i,j}$ és $h_j := v_j - \Sigma_i\, a_{i,j}$ az előírt sor- és oszlopösszesenek eltérései az **A** mátrix megfelelő sor- és oszlopösszesenjeitől, $\mathbf{S} := |\mathbf{A}|$, ahol $|\mathbf{A}|$ az a mátrix, amely **A** elemeinek abszolútértékeit tartalmazza (azaz $s_{i,j} := |\, a_{i,j}\,|$), $\mathbf{w} := \mathbf{1}^{\mathbf{T}}\mathbf{S}$, $\mathbf{q} := \mathbf{S1}$, valamint $\mathbf{R} := \hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{S}$ és $\mathbf{C} := \mathbf{S}\hat{\mathbf{w}}^{-1}$ az **S** sor- illetve oszlopirányú megoszlásait (azaz az $r_{i,j} := s_{i,j}/q_i$ illetve $c_{i,j} := s_{i,j}/w_j$ részarányokat) tartalmazó mátrixok. Tetszőleges n természetes számra a felső index helyén található $^{(n)(r)}$ az indexhez tartozó változónak az n-edik iteráció sorirányú kiigazításában szereplő aktuális értékét jelöli, $^{(n)}$ pedig az ezt követő (azaz n-edik) oszlopirányú kiigazítás utáni értékét. Az 1. iteráció sorirányú kiigazítása tehát felírható az

$$x_{i,j}^{(1)(r)} = a_{i,j} + g_i^{(1)} \cdot r_{i,j} \tag{3-10}$$

képlet alapján (ahol $g_i^{(1)} = g_i$), majd oszlopirányban is hasonló kiigazítást kell végrehajtani az

$$x_{i,j}^{(1)} = x_{i,j}^{(1)(r)} + h_j^{(1)} \cdot c_{i,j} \tag{3-11}$$

képlet alapján, ahol $h_j^{(1)} = v_j - \Sigma_i\, x_{i,j}^{(1)(r)}$.

Általában az n-edik iteráció (amely tehát az n. sorirányú és n. oszlopirányú kiigazítás lépéseit tartalmazza) az

$$x_{i,j}^{(n)(r)} = x_{i,j}^{(n-1)} + g_i^{(n)} \cdot r_{i,j} \tag{3-12}$$

(ahol $g_i^{(n)} = u_i - \Sigma_j\, x_{i,j}^{(n-1)}$) illetve

$$x_{i,j}^{(n)} = x_{i,j}^{(n)(r)} + h_j^{(n)} \cdot c_{i,j} = x_{i,j}^{(n-1)} + g_i^{(n)} \cdot r_{i,j} + h_j^{(n)} \cdot c_{i,j} \tag{3-13}$$

képletekkel írható fel, ahol $h_j^{(n)} = v_j - \Sigma_i\, x_{i,j}^{(n)(r)}$. Ennek alapján az első n iteráció után az egyes elemek $d_{i,j}^{(n)} := x_{i,j}^{(n)} - a_{i,j}$ összes addigi módosulása a

$$d_{i,j}^{(n)} = \sum_{l=1}^{n}\left(g_i^{(l)} \cdot r_{i,j} + h_j^{(l)} \cdot c_{i,j}\right) = r_{i,j} \cdot \sum_{l=1}^{n} g_i^{(l)} + c_{i,j} \cdot \sum_{l=1}^{n} h_j^{(l)} \tag{3-14}$$

képlettel írható fel. Ha az eljárás konvergens, akkor nyilvánvalóan a $d_{i,j}^{(\Sigma)}$ határértékre a

$$d_{i,j}^{(\Sigma)} = r_{i,j} \cdot g_i^{(\Sigma)} + c_{i,j} \cdot h_j^{(\Sigma)} \tag{3-15}$$

áll fenn, ahol $g_i^{(\Sigma)} = \lim\limits_{n\to\infty} \sum_{l=1}^{n} g_i^{(l)} = \sum_{l=1}^{\infty} g_i^{(l)}$ és $h_j^{(\Sigma)} = \lim\limits_{n\to\infty} \sum_{l=1}^{n} h_j^{(l)} = \sum_{l=1}^{\infty} h_j^{(l)}$.

Az említett cikkeimben (Révész-Koppány, 2018; Révész, 2023) bizonyítottam, hogy a $g_i^{(\Sigma)}$ és $h_j^{(\Sigma)}$ elemeiből képzett $\mathbf{g}^{(\Sigma)}$ és $\mathbf{h}^{(\Sigma)}$ oszlopvektorok megoldásai a

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^{\mathrm{T}} & \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{g}^{(\Sigma)} \\ \hat{\mathbf{w}}^{-1}\mathbf{h}^{(\Sigma)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix} \tag{3-16}$$

homogén lineáris egyenletrendszernek, ahol a ^ szimbólum most is a diagonális mátrix képzését jelöli az alatta álló vektorból.

A továbblépéshez vissza kell térnünk az INSD-modell Huang et al. (2008) által adott megoldásához. Meg kell jegyezni, hogy a cikkükben bemutatott számpélda megoldását (lásd a cikkük 2. táblázatát) egy jómagam által készített GAMS-programmal reprodukáltam, de kiderült, hogy az előjeltartási követelményre nem is volt szükség!

3.1. Tétel: Az előjeltartást nem megkövetelő INSD-modell megoldása iteráció nélkül, a lineáris egyenletrendszerek megoldóképletével is történhet.

<u>*Bizonyítás*</u>:

Ha elhagyjuk az előjeltartási követelményt, azaz elhagyjuk a $+M \cdot a_{i,j} \cdot \min(0, z_{i,j})$ tagot (vagy M értékét zérusra állítjuk be), akkor az INSD-modell (3-4), (3-5), (3-6) optimumfeltételei a

$$z_{i,j} = 1 + \mathrm{sgn}(a_{i,j})\cdot(\lambda_i + \tau_j) \tag{3-17}$$

$$\lambda_i = \{(u_i - \Sigma_j\, a_{i,j}) - \Sigma_j\, (\tau_j \cdot |a_{i,j}|)\} \,/\, \Sigma_j\, |a_{i,j}| \tag{3-18}$$

$$\tau_j = \{(v_j - \Sigma_i\, a_{i,j}) - \Sigma_i\, (\lambda_i \cdot |a_{i,j}|)\} \,/\, \Sigma_i\, |a_{i,j}| \tag{3-19}$$

alakra egyszerűsödnek. A fenti 3 egyenletcsoport egyes egyenletcsoportjai mindkét oldalát rendre beszorozva $a_{i,j}$ -vel, $q_i = \Sigma_j\, |a_{i,j}|$ -vel, illetve $w_j = \Sigma_i\, |a_{i,j}|$ -vel (a nevezőkkel, ahol emlékeztetőül $z_{i,j} = x_{i,j} / a_{i,j}$) a

$$x_{i,j} = a_{i,j} + |a_{i,j}|\cdot(\lambda_i + \tau_j) \tag{3-20}$$

$$\lambda_i \cdot q_i = g_i - \Sigma_j\, (\tau_j \cdot s_{i,j}) \tag{3-21}$$

$$\tau_j \cdot w_j = h_j - \Sigma_i\, (\lambda_i \cdot s_{i,j}) \tag{3-22}$$

lineáris egyenletrendszert kapjuk. Mivel ebben λ_i és τ_j csak egymástól függenek, először a (3-21) és (3-22) egyenletekből álló blokkot oldjuk meg, majd a kapott λ_i és τ_j értékeket behelyettesítve a (3-20) egyenletbe, számíthatjuk ki $x_{i,j}$ végeredményben becsült (optimális) értékét. A (3-21), (3-22) egyenletek mátrixalgebrai jelölésekkel a

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^{\mathrm{T}} & \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix} \tag{3-23}$$

alakban foglalhatók össze, ahol $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{g}$ és $\mathbf{h}$ rendre a λ_i, τ_j, g_i és h_j elemekből képzett oszlopvektorok.

Mivel $\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{g} = \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{h}$, valamint $\hat{\mathbf{q}}\,\mathbf{1} = \mathbf{q} = \mathbf{S1}$ és $\hat{\mathbf{w}}\,\mathbf{1} = \mathbf{w} = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathbf{1}$ **,** fennáll, hogy

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^{\mathrm{T}} & \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{3-24}$$

azaz a továbbiakban $\mathbf{S}^*$ -gal jelölt $\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^{\mathrm{T}} & \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix}$ (egyébként láthatóan szimmetrikus) mátrix szinguláris (sorai illetve oszlopai összefüggők). Ezért a (3-24) egyenletrendszer nem oldható meg az $\mathbf{S}^*$ (nemlétező) inverzével balról való beszorzásával, hanem (legalább) egy változót ki kell fejezni a többivel, és el kell hagyni az egyenletrendszer hozzátartozó (azonos sorszámú) egyenletével együtt. Végül a (legfeljebb) (m+n-1) egyenletből és változóból álló redukált egyenletrendszert lehet megoldani a redukált együtthatómátrix inverzével balról való beszorzással. <u>*Q.E.D.*</u>

Ezzel tehát bizonyítottam, hogy az előjeltartást nem megkövetelő INSD-modell megoldása iteráció nélkül – más kvadratikus célfüggvényű modellekhez hasonlóan, – lineáris egyenletrendszerek megoldóképletével is történhet. Igaz, ezt már a célfüggvényben az abszolútértékek szerepeltetését először (Henry (1973) modelljének a negatív elemekre való alkalmazhatósága végett) javasló Lecomber (1975) könyvének megjelenése óta meg lehetett volna mutatni, de ezzel sem Henry, és – úgy tűnik – más sem foglalkozott, feltehetőleg részben a más irányokba fordult szakmai érdeklődés miatt.

Ha pedig az egyenletrendszer (3-23) alakját összehasonlítjuk a diszkrepanciákat a referenciamátrix abszolút értéke arányában szétosztó iterációs (a továbbiakban a kifejezés kezdőbetűivel DRAASzI rövidítéssel jelölt) algoritmusnak a (3-16) egyenletrendszerrel felírt végeredményével, akkor látható, hogy mind az együtthatómátrixuk, mind a konstans vektoruk azonos. Tehát a (3-13) és (3-23) egyenletrendszereknek azonosak a megoldásai is. Tehát ha a $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\tau}$ a (3-23) megoldása, akkor a $\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{g}^{(\Sigma)} = \boldsymbol{\lambda}$ és $\hat{\mathbf{w}}^{-1}\mathbf{h}^{(\Sigma)} = \boldsymbol{\tau}$ összefüggéseknek eleget tevő

$$\mathbf{g}^{(\Sigma)} = \hat{\mathbf{q}}\boldsymbol{\lambda} \quad (3\text{-}25)$$

$$\mathbf{h}^{(\Sigma)} = \hat{\mathbf{w}}\boldsymbol{\tau} \quad (3\text{-}26)$$

$\mathbf{g}^{(\Sigma)}$ és $\mathbf{h}^{(\Sigma)}$ vektorok a megoldása a (3-16) egyenletrendszernek. Az így kapott

$g_i^{(\Sigma)} = q_i \cdot \lambda_i$, $c_{i,j} \cdot h_j^{(\Sigma)} = w_j \cdot \tau_j$ értékeket behelyettesítve az (3-15) egyenletbe a

$$d_{i,j}^{(\Sigma)} = r_{i,j} \cdot q_i \cdot \lambda_i + c_{i,j} \cdot w_j \cdot \tau_j = s_{i,j} \cdot \lambda_i + s_{i,j} \cdot \tau_j = |a_{i,j}| \cdot (\lambda_i + \tau_j) \quad (3\text{-}27)$$

összefüggés adódik az iterációs algoritmusunk eredő cellamódosításaira. Ez pedig éppen megegyezik az INSD-modellnek a Huang et al. (2008) által levezetett a (3-20) egyenletben található, a $d_{i,j} := x_{i,j} - a_{i,j}$ jelölés bevezetésével a $d_{i,j} = |a_{i,j}| \cdot (\lambda_i + \tau_j)$ alakra hozható (optimális) megoldásával.

Ezzel tehát igazoltam, hogy az előjeltartást nem megkövetelő INSD-modell és a DRAASzI algoritmus megoldásai megegyeznek ($d_{i,j} = d_{i,j}^{(\Sigma)}$).

Az alábbiakban teljes indukcióval bizonyítom, hogy a Huang et al. (2008) által javasolt iterációs algoritmusnak az előjeltartási követelmény nélküli (az M = 0 választás melletti, tehát a (3-20), (3-21) és (3-22) egyenletekből álló) változata és a DRAASzI_algoritmusunk iterációs lépésenként is azonos. Ehhez először az alábbi tételt bizonyítom be:

3.2. Tétel: A Huang et al. (2008) által javasolt iterációs algoritmusnak az előjeltartási követelmény nélküli változata és a DRAASzI algoritmus 1. iterációs lépése megegyezik.

Bizonyítás:

A (3-4), (3-5) és (3-6) egyenletekből álló egyenletrendszer iterációs megoldására Huang és szerzőtársai által javasolt $z_{i,j}^{(0)} = 1$, $\lambda_i^{(0)} = 0$, $\tau_j^{(0)} = 0$ indulóértékek mellett (ahol a mi esetünkben $z_{i,j}^{(0)}$ irreleváns) az 1. iteráció során kialakuló változóértékek az alábbiak:

$$\lambda_i^{(1)} = g_i / q_i \quad (3\text{-}28)$$

$$\tau_j^{(1)} = [h_j - \Sigma_i (s_{i,j} \cdot \lambda_i^{(1)})]/w_j]= [h_j - \Sigma_i (s_{i,j} \cdot g_i / q_i)]/w_j = [h_j - \Sigma_i (g_i \cdot r_{i,j})]/w_j \quad (3\text{-}29)$$

$$y_{i,j}^{(1)} = a_{i,j} + |a_{i,j}| \cdot (\lambda_i^{(1)} + \tau_j^{(1)}) \quad (3\text{-}30)$$

Mivel $g_i = u_i - \Sigma_j\, a_{i,j}$ és $h_j = v_j - \Sigma_i\, a_{i,j}$ az előírt sor- és oszlopösszesenek eltérései az **A** mátrix megfelelő sor- és oszlopösszesenjeitől látható, hogy az 1. iterációban $\lambda_i^{(1)}$ éppen a fajlagosan (egységnyi abszolút értékre jutó) az *i*-edik sor elemei között (azok $|a_{i,j}|$ értékével súlyozottan) szétosztandó sorirányú diszkrepanciákat jelenti, míg $\tau_j^{(1)}$ a fajlagosan a *j*-edik oszlop elemei között szétosztandó oszlopirányú *reziduális* (a sorirányú kiigazítás után megmaradó $h_j - \Sigma_i\, (g_i \cdot r_{i,j})$) diszkrepanciákat képviseli. Ez éppen az, amit a DRAASzI algoritmusunk mindig is csinál, azaz az 1. iterációban is. Konkrétan az 1. iterációban a (3-10) és (3-11) egyenletek alapján

$x_{i,j}^{(1)} = x_{i,j}^{(1)(r)} + h_j^{(1)} \cdot c_{i,j} = a_{i,j} + g_i^{(1)} \cdot r_{i,j} + h_j^{(1)} \cdot c_{i,j} = a_{i,j} + g_i \cdot s_{i,j}/q_i + [h_j - \Sigma_k (g_k \cdot r_{k,j})] \cdot s_{i,j}/w_j =$

$= a_{i,j} + |a_{i,j}| \cdot (\lambda_i^{(1)} + \tau_j^{(1)}) = y_{i,j}^{(1)}$. Q.E.D.

A teljes indukciós bizonyítás folytatásaként az alábbiakban bizonyítom, hogy ha a két iterációs algoritmus lépései az első *n* iterációban azonosak (amint láttuk $n = 1$ esetén ez fennáll), akkor az $n+1$. iterációban is.

3.3. Tétel : Ha a Huang et al. (2008) által javasolt iterációs algoritmusnak az előjeltartási követelmény nélküli változata és a DRAASzI algoritmus *n*. iterációs lépése megegyezik, akkor az $n+1$. iterációs lépése is.

Bizonyítás:

Tekintsük Huangék (a (3-20), (3-21) és (3-22) egyenletekből álló egyenletrendszer megoldására szolgáló) algoritmusának az $n+1$. iterációt végző képleteit, ahol a megkülönböztethetőség végett $y_{i,j}^{(n+1)}$ az $x_{i,j}$ -re az $n+1$. iteráció végén kapott becslést jelenti:

$$\lambda_i^{(n+1)} = [g_i - \Sigma_j\, (s_{i,j} \cdot \tau_j^{(n)})] / q_i \qquad (3\text{-}31)$$

$$\tau_j^{(n+1)} = [h_j - \Sigma_i\, (s_{i,j} \cdot \lambda_i^{(n+1)})] / w_j \qquad (3\text{-}32)$$

$$y_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + |a_{i,j}| \cdot (\lambda_i^{(n+1)} + \tau_j^{(n+1)}) \qquad (3\text{-}33)$$

A (3-33) egyenletbe $\lambda_i^{(n+1)}$ helyére a (3-31) jobb oldalát, $\tau_j^{(n+1)}$ helyére pedig a (3-32) jobb oldalát behelyettesítve, valamint figyelembevéve, hogy $s_{i,j} = |a_{i,j}|$, továbbá $r_{i,j} = s_{i,j}/q_i$, $c_{i,j} = s_{i,j}/w_j$, az alábbi összefüggést kapjuk:

$$y_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + r_{i,j} \cdot (g_i - \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)})) + c_{i,j} \cdot (h_j - \Sigma_k\, (s_{k,j} \cdot \lambda_k^{(n+1)})) \qquad (3\text{-}34)$$

Ebbe $\lambda_k^{(n+1)}$ -nek a (3-31) jobb oldalán levő képletét újra behelyettesítve, az

$$y_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + r_{i,j} \cdot g_i - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)}) + c_{i,j} \cdot h_j - c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, [s_{k,j}/q_k \cdot (g_k - \Sigma_m\, (s_{k,m} \cdot \tau_m^{(n)}))] \qquad (3\text{-}35)$$

összefüggést kapjuk. Ebben a tagok sorrendjét alkalmasan felcserélve, az $r_{k,j} = s_{k,j}/q_k$ helyettesítést ismételten alkalmazva, és az utolsó ([ ] és külső ()) zárójeleket felbontva a mátrix becsült elemeire az

$$y_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + r_{i,j} \cdot g_i + c_{i,j} \cdot h_j - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)}) - c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (r_{k,j} \cdot g_k) + c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (r_{k,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{k,m} \cdot \tau_m^{(n)})) \qquad (3\text{-}36)$$

egyenlet jobb oldalán álló kifejezést kapjuk.

Ezután tekintsük a DRAASzI algoritmusunk (3-12) és (3-13) egyenletekből álló *n*. iterációjának az *n+1*. iterációra átírt alábbi egyenleteit:

$$x_{i,j}^{(n+1)(r)} = x_{i,j}^{(n)} + g_i^{(n+1)} \cdot r_{i,j} \qquad (3\text{-}37)$$

$$x_{i,j}^{(n+1)} = x_{i,j}^{(n+1)(r)} + h_j^{(n+1)} \cdot c_{i,j} \qquad (3\text{-}38)$$

ahol $g_i^{(n+1)} = u_i - \Sigma_j\, x_{i,j}^{(n)}$ illetve $h_j^{(n+1)} = v_j - \Sigma_i\, x_{i,j}^{(n+1)(r)}$.

Az $x_{i,j}^{(n+1)(r)}$ -re a (3-37) jobb oldalán álló kifejezést behelyettesítve $x_{i,j}^{(n+1)(r)}$ helyére a (3-38) -ba az alábbi összefüggéshez jutunk:

$$x_{i,j}^{(n+1)} = x_{i,j}^{(n)} + g_i^{(n+1)} \cdot r_{i,j} + h_j^{(n+1)} \cdot c_{i,j} \qquad (3\text{-}39)$$

Mivel a (3-33) összefüggés *n*-re fennáll, és *n* -ig az $x_{i,j}^{(n)} = y_{i,j}^{(n)}$ azonosság is, ezért az

$$x_{i,j}^{(n)} = a_{i,j} + |a_{i,j}| \cdot (\lambda_i^{(n)} + \tau_j^{(n)}) = a_{i,j} + s_{i,j} \cdot \lambda_i^{(n)} + s_{i,j} \cdot \tau_j^{(n)} \qquad (3\text{-}40)$$

összefüggés is teljesül. Ennek jobb oldalát $x_{i,j}^{(n)}$ helyére a (3-39) összefüggésbe behelyettesítve kapjuk az

$$x_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + s_{i,j} \cdot (\lambda_i^{(n)} + \tau_j^{(n)}) + g_i^{(n+1)} \cdot r_{i,j} + h_j^{(n+1)} \cdot c_{i,j} \qquad (3\text{-}41)$$

összefüggést. Ebbe $g_i^{(n+1)}$ és $h_j^{(n+1)}$ helyére beírva a (3-12) illetve (3-13) egyenleteknél megadott $g_i^{(n+1)} = u_i - \Sigma_m\, x_{i,m}^{(n)}$ illetve $h_j^{(n+1)} = v_j - \Sigma_k\, x_{k,j}^{(n+1)(r)}$ definíciós képleteiket, az összefüggés az

$$x_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + s_{i,j} \cdot (\lambda_i^{(n)} + \tau_j^{(n)}) + r_{i,j} \cdot [u_i - \Sigma_m\, x_{i,m}^{(n)}] + c_{i,j} \cdot [v_j - \Sigma_k\, x_{k,j}^{(n+1)(r)}] \qquad (3\text{-}42)$$

alakra módosul. Ebben $x_{i,j}^{(n)}$ helyére a (3-40) -beli utolsó képletét, $x_{i,j}^{(n+1)(r)}$ helyére pedig a (3-37) jobb oldalán álló kifejezést behelyettesítve az összefüggés tovább „bonyolódik” az

$$x_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + s_{i,j} \cdot (\lambda_i^{(n)} + \tau_j^{(n)}) + r_{i,j} \cdot [u_i - \Sigma_m\, (a_{i,m} + s_{i,m} \cdot \lambda_i^{(n)} + s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)})]$$
$$+ c_{i,j} \cdot [v_j - \Sigma_k\, (x_{k,j}^{(n)} + g_k^{(n+1)} \cdot r_{k,j})] \qquad (3\text{-}43)$$

alakra. Ebben a zárójeleket felbontva, $x_{i,j}^{(n)}$ és $g_i^{(n+1)}$ helyére ismét a (3-40) -beli utolsó képletét illetve az $u_i - \Sigma_j\, x_{i,j}^{(n)}$ definíciós képletét behelyettesítve, valamint figyelembevéve, hogy $g_i = u_i - \Sigma_j\, a_{i,j}$, az

$$x_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + s_{i,j} \cdot \lambda_i^{(n)} + s_{i,j} \cdot \tau_j^{(n)} + r_{i,j} \cdot g_i - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \lambda_i^{(n)}) - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)})$$
$$+ c_{i,j} \cdot [v_j - \Sigma_k\, (a_{k,j} + s_{k,j} \cdot \lambda_i^{(n)} + s_{k,j} \cdot \tau_j^{(n)} + r_{k,j} \cdot \{u_k - \Sigma_m\, x_{k,m}^{(n)}\})] , \qquad (3\text{-}44)$$

még reménytelenebbnek látszó összefüggést kapjuk. Ebben $x_{i,j}^{(n)}$ helyére ismét a (3-40) -beli utolsó képletét írva, az [ ] ácskapocs zárójelet felbontva, valamint $v_j - \Sigma_i\, a_{i,j}$ helyére h_j -t írva a $h_j := v_j - \Sigma_i\, a_{i,j}$ definíció alapján, a még komplikáltabbnak látszó

$$x_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + s_{i,j} \cdot \lambda_i^{(n)} + s_{i,j} \cdot \tau_j^{(n)} + r_{i,j} \cdot g_i - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \lambda_i^{(n)}) - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)}) + c_{i,j} \cdot h_j$$
$$- c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (s_{k,j} \cdot \lambda_k^{(n)}) - c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (s_{k,j} \cdot \tau_j^{(n)}) - c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, [r_{k,j} \cdot \{u_k - \Sigma_m\, (a_{k,m} + s_{k,m} \cdot \lambda_k^{(n)} + s_{k,m} \cdot \tau_m^{(n)})\}]$$
$$(3\text{-}45)$$

kifejezést kapjuk a mátrixnak az *n+1*. lépéssel bezárólag történt kiigazított értékére. Ebben viszont már a jobb oldalon nem szerepel a rekurzivitást okozó $x_{i,j}^{(n)}$ változó, „csak” tovább kell rendezni és egyszerűsíteni a kapott kifejezést. Ehhez a { } zárójelet bontsuk fel, és ismételten helyettesítsük $u_k - \Sigma_m\, a_{k,m}$ helyére g_k -t. Így az alábbi, eddigi leghosszabb összefüggéshez jutunk:

$$x_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + r_{i,j} \cdot g_i + c_{i,j} \cdot h_j + s_{i,j} \cdot \lambda_i^{(n)} + s_{i,j} \cdot \tau_j^{(n)} - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \lambda_i^{(n)}) - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)})$$
$$- c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (s_{k,j} \cdot \lambda_k^{(n)}) - c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (s_{k,j} \cdot \tau_j^{(n)}) - c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (r_{k,j} \cdot g_k) + c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (r_{k,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{k,m} \cdot \lambda_k^{(n)}))$$
$$+ c_{i,j} \cdot \Sigma_k\, (r_{k,j} \cdot \Sigma_m\, (s_{k,m} \cdot \tau_m^{(n)})) \qquad (3\text{-}46)$$

Vegyük észre, hogy mivel $\Sigma_k\ (s_{k,j} \cdot \tau_j^{(n)}) = (\Sigma_k\ s_{k,j}) \cdot \tau_j^{(n)}$, és $c_{i,j} \cdot \Sigma_k\ s_{k,j} = s_{i,j}$, ezért $c_{i,j} \cdot \Sigma_k\ (s_{k,j} \cdot \tau_j^{(n)}) =$ $= s_{i,j} \cdot \tau_j^{(n)}$, tehát mivel ez utóbbi egyenlőség bal- és jobb oldalán szereplő kifejezések ellentétes előjellel szerepelnek a (3-46) egyenletben, ezért kiütik egymást.

Hasonlóan, mivel $r_{i,j} \cdot \Sigma_m\ (s_{i,m} \cdot \lambda_i^{(n)}) = r_{i,j} \cdot (\Sigma_m\ s_{i,m}) \cdot \lambda_i^{(n)} = s_{i,j} \cdot \lambda_i^{(n)}$, és ezek szintén ellentétes előjellel szerepelnek a (3-46) egyenletben, ezért ezek is kiütik egymást.

Végül, mivel $c_{i,j} \cdot \Sigma_k\ (r_{k,j} \cdot \Sigma_m\ (s_{k,m} \cdot \lambda_k^{(n)})) = c_{i,j} \cdot \Sigma_k\ (r_{k,j} \cdot (\Sigma_m\ s_{k,m}) \cdot \lambda_k^{(n)}) = c_{i,j} \cdot \Sigma_k\ (s_{k,j} \cdot \lambda_k^{(n)})$, és az egyenlőségsor elején és végén álló kifejezések szintén ellentétes előjellel szerepelnek a (3-46) egyenletben, tehát ezek is kiütik egymást. Mindezek után a (3-46) egyenletből az alábbi marad:

$$x_{i,j}^{(n+1)} = a_{i,j} + r_{i,j} \cdot g_i + c_{i,j} \cdot h_j - r_{i,j} \cdot \Sigma_m\,(s_{i,m} \cdot \tau_m^{(n)}) - c_{i,j} \cdot \Sigma_k\,(r_{k,j} \cdot g_k) + c_{i,j} \cdot \Sigma_k\,(r_{k,j} \cdot \Sigma_m\,(s_{k,m} \cdot \tau_m^{(n)})) \tag{3-47}$$

Ezt összehasonlítva az $y_{i,j}^{(n+1)}$ (3-36)-beli meghatározásával látható, hogy mindkét egyenlet jobb oldalán ugyanaz a kifejezés áll. Ezért a bal oldalon álló változók értéke is egyenlő, azaz

$$y_{i,j}^{(n+1)} = x_{i,j}^{(n+1)} \tag{3-48}$$

Q.E.D.

A 3.2. és 3.3. tételt együtt tekintve tehát teljes indukcióval bebizonyítottam, hogy a két iterációs algoritmus minden lépése azonos.

Remélhetőleg ez utóbbi levezetés eléggé meggyőzően érzékeltette, hogy a modellezőnek már a modelljéhez szükséges megfelelő minőségű adatok becsléséhez is komoly modellezési feladatokat kell megoldania, de legalábbis ismernie kell a statisztikusok és más modellezők által előállított adatbázisokhoz használt modelleket az általa felhasznált adatok erősségeinek és gyengeségeinek megfelelő szintű megértéséhez.

II. rész

4. A GDP-hez való keresleti és kínálati oldali hozzájárulások integrált becslése kiterjesztett input-output modellekkel

Az értekezésem II. részében az elmúlt 20 évben az ÁKM *volumenmodellek*kel kapcsolatos kutatásaim néhány főbb eredményét mutatom be. Az e fejezetben tárgyalandó GDP-felbontási módszerek a GDP (illetve a hozzáadott érték) alakulását nem az erőforrások állományának, és termelékenységének az alakulásával kívánják magyarázni a szokásos aggregált ($y = \mathrm{a} \cdot f(L,K,\ldots)$ alakú) makroökonómiai termelési függvények segítségével („growth accounting”), hanem elsősorban a rövidtávú, főleg keresletoldali összetevőit igyekeznek megragadni a hivatalos GDP statisztikával (nemzeti számlák módszertanával) a lehető legnagyobb összhangban (különös tekintettel a GDP termékadó komponensének és az import elszámolásának kérdéseire) és ágazati, valamint felhasználási terület részletezettségben. Ez utóbbi tekintetben az I. rész folytatásának tekinthető, amennyiben ez az elemzés a mezoökonómia ágazati szintű elemzéseinek az ágazatok kétféle (termékcsoportokkal illetve a gazdálkodó szervezetek csoportjaival képzett) osztályozásának kapcsolatát és modellbeli integrált kezelését tartalmazó változatát képviseli.

A fejezet a Statisztikai Szemle számára általam a KSH és az MNB egy-egy munkatársával (Máténé Bella Klaudia és Ritzlné Kazimir Ildikó) közösen készített cikktervezeten alapul. Ez – köszönhetően a cikk bírálójának/bírálóinak pozitív, mindössze kisebb módosításokat igénylő véleményének is – a szokásosnál hamarabb, a folyóirat áprilisi számában meg is jelent (Révész – Máténé – Ritzlné, 2023). Emiatt – az értekezésem benyújtása előtt néhány nappal, – nem vállalkoztam e fejezet és az értekezés szakirodalmi hivatkozási listájának és hivatkozott oldalszámainak olyan jellegű átírására, ami a részletes kifejtést e cikkre való hivatkozásokkal helyettesítené. Mindenesetre itt a cikktervezetnek csak a meghatározó mértékben a saját eredményeimet tartalmazó részeit ismertetem, a számítási eredményeimet és ahhoz kapocslódó értékeléseimet is csak a megértéshez szükséges minimális mértékben. A számításaimhoz felhasznált adatok szabadon elérhetők az Eurostat Adatbázisban (https://ec.europa.eu/eurostat/data/database) és a KSH honlapján (www.ksh.hu).

4.1. Bevezetés

A bruttó hazai terméket (GDP) és az egy főre jutó GDP-t széles körben a gazdasági fejlettség és a (gazdasági) jólét mértékének mérésére szolgáló legegyszerűbb és legjobb közelítő mutatónak tekintik. Ezért a közvéleményt, a gazdasági szakembereket, a politikusokat, a szakszervezeteket és más társadalmi szervezeteket érdeklik a legfrissebb GDP-adatok, illetve annak megismerése, hogy az egyes végső felhasználási kategóriák, ágazatok mennyiben járulnak hozzá ehhez és ennek a változásához. Ezt most különösen fokozták a koronavírus-járvány és a gazdaságok „helyreállítását” célzó intézkedések okozta drámai változások.

Ezért a megfigyelési időszak után 1-3 hónappal a nemzeti statisztikai intézetek (NSI-k) és nemzetközi szervezetek nemzeti számlákkal foglalkozó osztályai rendszeresen kiszámítják a negyedéves és éves GDP-t, valamint annak „termelési” és „felhasználási oldali” összetevőit. Ezeket az összetevőket a GDP „termelési oldalról” illetve „felhasználási oldalról” megfogalmazott definíciója tartalmazza, amelyek viszont az „áru- és szolgáltatásszámla” és a „termelési számla” mérlegeiből származnak. A GDP termelési oldali meghatározása alapvetően a *GDP = hozzáadott érték + termékadók mínusz terméktámogatások*, míg a felhasználási oldali definíció szerint a *GDP egyenlő az áruk és szolgáltatások végső felhasználásának összegével csökkentve az áru- és szolgáltatásimport értékével*. A végső felhasználás végső fogyasztási, felhalmozási és exportösszetevőkre is bontható, így a GDP az alábbi mérlegazonossággal is felírható:

GDP = végső fogyasztás + felhalmozás + nettó export

ahol a „nettó export” az export és az import különbségét (azaz a kereskedelmi mérleg egyenlegét) jelenti.

A statisztikai intézetek és a nemzetközi szervezetek rendszeresen publikálnak adatokat a GDP-ről és annak fent felsorolt összetevőiről. Ezen összetevők folyóáras értéke a GDP szintjéhez való hozzájárulásukként tekinthető. Hasonlóképpen a változatlan áron mért értékük (éves vagy negyedéves) változását a változatlan áras GDP változásához való hozzájárulásuknak tekintjük. A KSH által konkrétan (elsősorban negyedéves szinten) használt módszerről lásd például Anwar és Boros (2010) cikkét.

Mind a fenti termelési, mind felhasználási oldali dekompozíciós módszereknek és szokásos értelmezésüknek azonban vannak hiányosságai. Például a fenti felhasználási oldali dekompozíció (amit Hoekstra és Helm (2010) „nettó export” módszernek nevez) a különböző statisztikai jelentésekben a belföldi végső felhasználás és a nettó export egymástól független interpretációját eredményezi[15].

Valójában ezek korántsem független tényezői a GDP-nek, hiszen például a beruházások növekedése mögött nagyrészt importgépbeszerzések is állhatnak, ami értelemszerűen ugyanennyivel csökkenti a nettó exportot. Csak a *hazai* termelésű beruházási javak (gépek, építmények, egyéb beruházási szolgáltatások) iránti kereslet növelheti a hazai kibocsátást és ezzel a GDP-t. Ezenkívül a hazai áruk iránti végső keresletnek van importtartalma is, azaz közvetett kereslete az import iránt az ellátási láncukban szereplő hazai áruk előállításán keresztül (inputként). Végeredményben az import folyó termelőfelhasználásának minden egysége ahhoz a végső felhasználási kategóriához rendelhető, amelyiknek az ellátási láncában (mint beszállító) szerepel, avagy szakzsargonnal élve, amelyikben „végső soron értékesül” (a továbbiakban a termelés keresleti oldali meghatározottságának szokásos abszolútizálását követve kissé pontalanul úgy fogalmazok, hogy amelyik a beszállítói láncolatain keresztül „generálja” azt).

Természetesen a statisztikai hatóságok és a makrogazdasági elemzők általában tisztában vannak a fenti problémával. Mivel azonban nem rendelkeznek adatokkal az importnak a gazdaság különböző felhasználási területei közötti megoszlására az adott időszakra vonatkozóan, nem tudnak velük számolni.

[15] (Lásd a KSH kapcsolódó adatait a http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_eves/i_qpt017b.html oldalon, vagy az OECD hasonló táblázatát a https://www.oecd oldalon -ilibrary.org/economics/national-accounts-at-a-glance-2015/contribution-to-gdp-growth-by-final-demand-components_na_glance-2015-table10-en.)

A probléma feloldására a nemzeti statisztikai intézetek (NSI-k) bizonyos feltételezések alapján és különféle becslési módszerek alkalmazásával összeállítják az úgynevezett az úgynevezett Import mátrixot (azaz az import termékek és azt folyó termelőfelhasználásként felhasználó ágazatok, illetve végső felhasználási kategóriák szerint bontott kereszttáblázatát, de csak 2-3 évvel a tárgyév után. E késedelem miatt az ilyen részletes adatok döntéshozók általi felhasználása igen korlátozott lehet.

A független gazdasági elemzők számára azonban, akiket nem kötnek a statisztikai hatóságok szigorú eljárási szabályai, megengedett a különféle tudományosan elfogadott feltételezéseken és becslési módszereken alapuló becsült adatok használata.

Ezen megfontolások alapján a 4-2. alfejezet bemutatja, hogy a témával foglalkozó korábbi szerzők a GDP (negatív) importkomponensét a végső felhasználási kategóriák között osztják szét úgy, hogy a hazai árukra fordított kiadásaikból levonják az importtartalmukat. Ezt a becslési módszert Hoekstra és Helm (2010) „attribúciós", magyarul hozzárendeléses módszernek hívja. A kapcsolódó szakirodalomban megszokott módon a visszafelé irányuló kapcsolatokat (mint az ellátási lánc részeit) input-output (ÁKM) modellel számítják ki a kapcsolódó szakirodalomban megszokott módon.

A végső kereslet által generált outputok azonban alternatív módon számíthatók a már Richard Stone (1963) által definiált Termelési Szerkezetek mátrixát (product mix) és Felhasználási Együtthatók mátrixát (az SNA kifejezésével: use coefficient matrix) használó, Zalai (2012) által „Neumann-Sraffa" néven hívott modellel is, amely az input-output modell olyan általánosításaként értelmezhető, amelyben a szervezetek csoportjaként definiált ágazatok (amelyeket a továbbiakban „tevékenységek"-nek vagy „*szervezeti ágazatok*nak" hívunk) egynél több (a termékek adott osztályozása szerint meghatározott) termékcsoportba tartozó termékeket állíthatnak elő. Mivel ennek a modellnek a kalibrálásához csak az ún. Forrás- és Felhasználás táblákra van szükség, amelyeket évente és általában jóval korábban tesznek közzé, mint az ÁKM-eket, a legtöbb gyakorlati célú alkalmazásnál ez a modell előnyösebb. Ennek illusztrálására a 4-3. alfejezetben bemutatom a „hozzárendelési módszer" Magyarországra vonatkozó 2019. évi eredményeit.

A „hozzárendeléses" módszer is implicit módon az egyes végső felhasználásokat és az ellátási láncukat terhelő termékadókat és támogatásokat (a továbbiakban ezek egyenlegéről lesz szó, amit *nettó termékadók*nak" hívunk) a saját GDP-hozzájárulásuknak tekinti, mert ezeket nem vonja le a végső felhasználások felhasználói áras értékéből, csak az alapáron mért (közvetlen és közvetett) importot. A nettó termékadóknak a felhasználók GDP-hozzájárulásához való hozzárendelése azonban megkérdőjelezhető, és ez különösen igaz az importra kivetett adókra. Vegyük észre, hogy a GDP rövidítése a bruttó hazai terméket jelenti, ami azt jelenti, hogy azt a hazai termelők (azaz a hazai ágazatok) állítják elő. Ennek megfelelően a hazai árukat terhelő nettó adókat tekinthetjük a termelőik GDP-hozzájárulásának. Amikor azonban a statisztikai intézetek és elemzők a GDP „termelési oldal" definícióját használják az egyes *ágazatok GDP-hozzájárulásának* kiszámításához, általában csak a hozzáadott érték szerepel hozzájárulásukként, míg *a „termékadók és terméktámogatások egyenlege" szétosztatlanul marad.*

A 4-4. alfejezetben áttekintem a nettó termékadóknak az egyes ágazatok és végső felhasználási kategóriák közötti szétosztásának lehetséges módszereit. Kidolgoztam egy olyan módszert, amely a az egyes végső felhasználási kategóriák ellátási láncaiban a hazai termékek után fizetett termékadókat az azokat előállító ágazatok GDP-hozzájárulásának tekinti.

Az importra kivetett adók elosztására olyan módszert javaslok, amely arányosan osztja el azokat az exportáló („devizakitermelő") ágazatok között. Kitérek arra is, hogy a külkereskedelmi mérleg pozitív vagy negatív egyenlege esetén milyen lehetőségek állnak rendelkezésre, és hogyan értelmezhetjük a javasolt képleteket.

A 4-5. alfejezet különféle konkrét számításokkal illusztrálja az eddig tárgyalt módszereket.

A 4-6. alfejezet a fent említett 2019-es magyar adatok és a hasonló, 2019. évi francia adatokkal felhasználásával egy táblázatot mutat be, amelyben a „termelési oldali" és „keresleti oldali" hozzájárulások integrált módon jelennek meg. Ez e két típusú hozzájárulás kereszttáblázatát vagy „kontingencia táblázatát" jelenti.

Nyilvánvalóan egy relevánsabb jövőbeli gazdaságpolitikai tervezéshez a fenti dekompozíciós módszerekben használt modellek egyes paramétereit (importhányadok és importtermék-ráfordítási együtthatók, adókulcsok stb.) legalább a korábbi évek adatainak aktualizálásával meg kell becsülni. Az utolsó, 4-7. alfejezet az adatoknak ezeket a rendelkezésre állási és becslési kérdéseit a kérdés jövőbeli kutatásának lehetséges irányait vázolja fel.

4.2. A Forrás- és Felhasználás táblákon alapuló hozzárendelési módszer

A „hozzárendelési módszer" abban különbözik a „nettó export" módszertől, hogy felosztja az importot a végső felhasználási kategóriák között, így azok értékéből levonja azok közvetlen és közvetett importtartalmát (az úgynevezett c.i.f. árakon számolva).

Holland, kanadai és dán statisztikusok és elemzők (lásd például Alders (1988), Kranendonk (1998), Cameron és Cross (1999), Cross (2002), Kranendonk és Verbruggen (2005) ill. (2008), Dán Pénzügyminisztérium (2006), Hoekstra és munkatársai (2006)) hogyan osztják szét a GDP (negatív) importkomponensét a végső felhasználási kategóriák között úgy, hogy a hazai árukra fordított kiadásaikból levonják az importtartalmukat. Ez utóbbi szerzők azáltal, hogy a nettó termékadókat a felhasználók GDP-hozzájárulásának tekintik, ennek megfelelően az egyes végső felhasználási kategóriák GDP-hozzájárulását az általuk közvetlenül fizetett nettó termékadók és az ellátási láncaik által generált hozzáadott érték és nettó termékadók összegeként számítják ki.

A kapcsolódó szakirodalomban megszokott módon a visszafelé irányuló kapcsolatokat (mint az ellátási lánc részeit) input-output (ÁKM) modellel számítják ki. Konkrétabban, a közvetett importigények becslésére az ún. „B-típusú" (avagy „nem kompetitív"), az importot a hazai termékekkel nem versenyzőnek tekintő ÁKM-et használják, amelynek külön sorában jelennek meg az import felhasználások (felhasználók szerint). Mivel az ÁKM-eket alapáron állítják össze, külön sorban jelennek meg a termékadók és -támogatások felhasználónkénti egyenlegei is.

A Felhasználási táblákban és az ÁKM-ekben a végső felhasználásra vonatkozó adatok nem csak kategóriánként, hanem ágazati bontásban is elérhetők, ahol az ágazat vagy termékcsoportot (a nemzetközi CPA osztályozásban) vagy gazdálkodó szervezetek egy csoportját képviseli (jellemzően a főtermékük szerinti besorolásban, a nemzetközi ISIC vagy NACE osztályozásban).

Az ÁKM soraihoz és oszlopaihoz tartozó ágazatok azonos tartalmúak, vagy mindkettő termékcsoportokként vagy mindkettő szervezetek csoportjaként van definiálva.

Kranendonk és Verbruggen (2005) „holland módszere" a „B-típusú" ÁKM-en alapú input-output modellt használja a következőképpen:

Ha $y^{(k)}_i$ -vel jelöljük az i-edik ágazat hazai termékének a k-adik végső felhasználási kategória által felhasznált mennyiségét, akkor az $\mathbf{y}^{(k)}$ vektor a k-adik végső felhasználási kategória felé történő végső kibocsátást jelenti. Ezek $\mathbf{y} = \sum_k \mathbf{y}^{(k)}$ összesenje a végső kibocsátásokat ágazati bontásban mutató (oszlop)vektor.

Az ÁKM- (input-output) modellek kapcsolatot teremtenek az $\mathbf{y}$ végső („nettó") kibocsátások és az $\mathbf{x}$ ágazati („bruttó") kibocsátások között. A „B-típusú" úgynevezett nyílt input-output modell a bruttó kibocsátást az $\mathbf{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$, képlettel számítja ki a végső kibocsátásokból (végső igényekből), ahol $\mathbf{E}$ az egységmátrix (ahol minden i-re $e_{i,i} = 1$, a többi elem pedig zérus), $\mathbf{A}$ pedig a hazai termékek (folyó termelő- vagy közbenső input-) ráfordítási együtthatóinak négyzetes mátrixa (amit az egyes ágazatok hazai termékeiből történt felhasználások és a felhasználó ágazat kibocsátásának hányadosaként határoznak meg).

Az importált termékek és az azokat inputként felhasznált bruttó kibocsátás arányosságát is feltételezve import együtthatókat is kiszámíthatunk. Hasonlóképpen, a bruttó kibocsátás és a ráfordításokra kivetett nettó termékadók arányosságát feltételezve kiszámítják a nettó termékadó-hányadokat.

Ha az $\mathbf{A}$ együttható mátrixot állandónak (adottnak), az $\mathbf{E} - \mathbf{A}$ mátrixot pedig invertálhatónak tekintik (ami a gyakorlatban általában teljesül), akkor az $\mathbf{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$ képlet használható bármely feltételezett $\mathbf{y}$ végső kibocsátás $\mathbf{x}$ (bruttó) kibocsátási vonzatának (az ellátási láncának egészében az egyes ágazatok felé támasztott igényének) kiszámítására. Ezért egy adott $\mathbf{y}^{(k)}$ végső kibocsátás előállításához $\mathbf{x}^{(k)} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ mennyiségű bruttó kibocsátásra (outputra) van szükség.

Ha $\mathbf{m}$ jelöli az egyes ágazatok import együtthatóiból (az egyes ágazatok által felhasznált importot az adott ágazat bruttó kibocsátásával elosztva) képzett sorvektort, akkor az $\mathbf{x}^{(k)}$ bruttó kibocsátás $\mathbf{mx}^{(k)}$ mennyiségű importkeresletet generál, ami az $\mathbf{m}(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ képlettel is kiszámítható. Ha ezt minden végső felhasználási kategóriára kiszámítjuk, akkor ezek együtt kiadják a közbenső import felhasználás teljes mennyiségét ($\mathbf{mx} = \sum_k \mathbf{mx}^{(k)}$). Ha a k-adik végső felhasználási kategória teljes kiadását $f^{(k)}$ -val, közvetlen importkeresletét $u^{(k)}$ -val, $\mathbf{mx}^{(k)}$ közvetett importtartalmát pedig $m^{(k)}$-val jelöljük, akkor az $f^{(k)} - u^{(k)} - m^{(k)}$ különbségek a k-adik végső felhasználási kategória „holland módszerrel" becsült GDP-hozzájárulását mutatják.

Mivel a fenti számításokhoz rendelkezésre álló ÁKM általában bizonyos tekintetben elavultnak tekinthető, megfontolandó az általában (kb. 2 évvel) frissebb, Az Eurostat adatbázisban majdnem minden EU-országra elérhető Forrás táblázat és a hazai és import termékekre külön megadott alapáras Felhasználási táblázatok felhasználása az importtartalom, és ezáltal a végső felhasználási kategóriák GDP-hozzájárulása becsléséhez. E „kereszttáblázatok" sorai termék- illetve szolgáltatáscsoportokra, oszlopai pedig felhasználókra vonatkoznak, a felhasználókon belül megkülönböztetve az egyes szervezeti ágazatokat.

Megjegyzendő az is, hogy az ÁKM-eket alapvetően a Forrás- és Felhasználás táblákból kiindulva számítják ki, bizonyos – elsősorban a felhasznált termékek ágazati hovatartozására vagy az egyes ágazatokból származó felhasználások termékjellegére vonatkozó – feltevéseket tartalmazó ÁKM-készítési modellekkel (ENSZ,2018). Jóllehet az ÁKM-készítési módszereknek ezek a többé-kevésbé túl általánosító és önkényes feltevései indokoltak sőt szükségesek ahhoz, hogy előállítsák az $\mathbf{A}$ együtthatómátrixot a matematikailag kezelhetőbb, és közgazdaságilag jobban értelmezhető ÁKM-modellek, illetve ÁKM-blokkot tartalmazó fejlettebb modellek számára, statisztika-centrikusabb és matematikailag egyszerűbb modellek céljára – mint amiket jelen elemzésben is használunk – megfelelőbbek a Forrás- és Felhasználás táblákat közvetlenül használó modellek.

Jelöljük a hazai termékek alapáras Felhasználás Táblája folyó termelő felhasználásokra vonatkozó blokkját **U** mátrixszal, ahol $u_{i,j}$ a j-edik ágazat által felhasznált i-edik hazai termék (alapáron értékelt) értékét mutatja. A Forrás-táblák a bruttó kibocsátásokat termék- és (szervezeti) ágazat szerinti bontású kereszttáblázatban is mutatják. Jelölje **S** az e kereszttáblázatból készített mátrixot, amelynek $s_{i,j}$ eleme mutatja a j-edik ágazat által termelt (szintén alapáron mért) értékét az i-edik termékből.

Az ENSZ (1999) kézikönyvet követve jelölje a **g** vektor a bruttó kibocsátásokat ágazatok szerint, így g_j a j-edik ágazat teljes kibocsátását (azaz $g_j = \sum_i s_{i,j}$). Ekkor kiszámolhatjuk a **B** termékráfordítási együttható mátrixot a $\mathbf{B} = \mathbf{U}\hat{\mathbf{g}}^{-1}$ képlettel, (ahol $b_{i,j}$ a j -edik ágazat egységnyi kibocsátására jutó felhasználást mutatja az i-edik termékből, és ahol a ^ szimbólum az alatta található vektorból képzett diagonális mátrixot jelöli) és a termékszerkezet (avagy „gyártmányszerkezet”-) mátrixot a $\mathbf{C} = \mathbf{S}\hat{\mathbf{g}}^{-1}$ képlettel (ahol $c_{i,j}$ az i -edik termék termelt mennyisége a j -edik ágazat egységnyi kibocsátása során, avagy az adott számbavételi árakon az i -edik termék értékben mért termelési részaránya az ágazat teljes termelési értékén belül).

Ezekkel a jelölésekkel a hazai termékmérlegeket az alábbi mátrixalgebrai formában írhatjuk fel, ahol **y** a hazai termékek végső felhasználásának termékcsoportos bontásban megadott vektora:

$$\mathbf{Cg} = \mathbf{Bg} + \mathbf{y} \tag{4-1}$$

Ezután feltételezve, hogy **B** és **C** állandó – vagy legalábbis olyan, a részletesebb információk híján szükségszerűen lineáris technológiát feltételezve, ahol **B** és **C** ismertek és függetlenek a kibocsátási szintektől, – az eredetitől eltérő végső felhasználások és kibocsátások közötti kapcsolatot a (4-1) összefüggéssel számszerűsítő, a Zalai Ernő könyvében (Zalai, 2012) részletesen tárgyalt "Neumann-Sraffa modell"-hez jutunk, amely modell elnevezésének „Neumann” részét az együttes- avagy „iker”-termelésnek Neumann híres egyensúlyi modelljében való ábrázolásáról, „Sraffa” részét pedig Sraffának az egyes termékek előállításához alternatív technológiákat is figyelembevevő négyzetes mátrixokkal való elemzései miatt kapta.

Feltéve, hogy a **C** és **B** mátrixok négyzetesek (azaz az adott osztályozásban a termék(csoportok) és ágazatok száma azonos), és a **C** – **B** mátrix invertálható, ami általában teljesül, a **g** vektort a (4-1) egyenletből kifejezhetjük az alábbiak szerint:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y} \tag{4-2}$$

Ha a (4-2) egyenletbe **y** helyére annak egy adott k-adik végső felhasználási kategóriát jelölő $\mathbf{y}^{(k)}$ összetevőjét helyettesítjük be, akkor az adott $\mathbf{y}^{(k)}$ végső kibocsátás előállításához szükséges $\mathbf{g}^{(k)}$ bruttó kibocsátás a $\mathbf{g}^{(k)} = (\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ képlettel számítható ki.

Jelölje $\mathbf{m}^{(\mathbf{g})}$ a közbenső importot felhasználó ágazatok szerint, **w** pedig az egyes ágazatok import együtthatóit (azaz $\mathbf{w} = \mathbf{m}^{(\mathbf{g})}\,\hat{\mathbf{g}}^{-1}$, az egyes ágazatok által felhasznált import osztva az adott ágazat kibocsátásával), akkor a $\mathbf{g}^{(k)}$ bruttó kibocsátások $\mathbf{wg}^{(k)}$ importmennyiséget használnak, ami a $\mathbf{w}(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ képlettel is kiszámítható. Ha ezt minden végső felhasználási kategóriára kiszámítjuk, akkor ezek kiadják a közbenső import összes felhasznált mennyiségét ($\mathbf{wg} = \sum_k \mathbf{wg}^{(k)}$). Ha a k-adik végső felhasználási kategória $\mathbf{wg}^{(k)}$ közvetett importtartalmát $w^{(k)}$ -vel jelöljük, akkor a k-adik végső felhasználási kategóriának a 'holland hozzárendeléses módszer' Neumann-Sraffa modellváltozatával becsült ($d^{(k)}$ -val jelölt) GDP-hozzájárulását az alábbi különbség mutatja:

$$d^{(k)} = f^{(k)} - u^{(k)} - w^{(k)} \qquad (4\text{-}3)$$

A $(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}$ inverz mátrix egyes elemei azonban negatívak lehetnek, ami elméletileg nem elfogadható, mivel ez azt jelentené, hogy az adott elem sorához tartozó termék egy egységnyi végső kibocsátásához az oszlopához tartozó ágazat negatív kibocsátása szükséges. Nyilvánvalóan az ilyen negatív elemek azért fordulhatnak elő, mert azt feltételezzük, hogy az inputok nincs helyettesíthetőség, illetve az ágazatok kibocsátásán belüli termékösszetétel (gyártmányszerkezet) nem módosítható (ami az outputok közötti „transzformációs" lehetőség hiányaként, beleértve az egyes iker- vagy melléktermékektől, mint hulladékoktól való költségmentes megszabadulás hiányaként is értelmezhető). Mindazonáltal, mivel jelen írás nem foglalkozik az egyes termékek ilyen egyedi kibocsátási „multiplikátorainak" az elemzésével, hanem csak a végső felhasználási kategóriák által generált teljes importot és hozzáadott értéket becsüli, a termékspecifikus részletek nem okoznak problémát, ha a számított aggregált számok (különösen a k-adik végső kereslet által generált $\mathbf{g}^{(k)}$ bruttó kibocsátás és annak $\mathbf{wg}^{(k)}$ hozzáadottérték tartalma) pozitívak (ami általában abból adódik, hogy egyes termékek negatív kibocsátási szükségletei a termékeknek az adott végső felhasználási kategóriában szereplő súlyaikkal való összesúlyozásakor általában eltűnnek a többi termék sokkal pozitívabb kibocsátási igényei miatt). Ez a modell (más modellekhez hasonlóan) szükségszerűen csak tökéletlen közelítése a valódi mikroökonómiai összefüggéseknek, amelyben a helyettesítési és outputok közötti átváltási („profilváltási") lehetőségek biztosítják, hogy a gyakorlatban a végső felhasználások „ellátási láncai" nem tartalmaznak negatív kibocsátásokat.

Jelölje $\mathbf{v}$ az ágazatok hozzáadott értékét „*következetesen alkalmazott* alapárakon", azaz a(z eleve alapáron mért) kibocsátás és az *alapáron mért* folyó ráfordítások különbségeként számítva (vagyis úgy, hogy nem vonjuk le az inputokra kivetett termékadókat és nem adjuk hozzá az inputok utáni terméktámogatásokat), azaz $\mathbf{v} = \mathbf{g} - \mathbf{1U} - \mathbf{m}^{(\mathbf{g})}$. Ekkor kiszámolhatjuk a „nemzetgazdasági szintű" vagy „*kibővített*" hozzáadott érték együtthatóit ($\mathbf{h}$ vektorral jelölve) a $\mathbf{h} = \mathbf{v}\hat{\mathbf{g}}^{-1}$ képlettel.

Figyeljük meg, hogy mivel definíció szerint $\mathbf{g} = \mathbf{1S}$, így $\mathbf{v} = \mathbf{g} - \mathbf{1U} - \mathbf{m}^{(\mathbf{g})} = \mathbf{1}(\mathbf{S} - \mathbf{U}) - \mathbf{m}^{(\mathbf{g})}$. Ezért $\mathbf{h} = [\mathbf{1}(\mathbf{S} - \mathbf{U}) - \mathbf{m}^{(\mathbf{g})}]\,\hat{\mathbf{g}}^{-1} = \mathbf{1}(\mathbf{C} - \mathbf{B}) - \mathbf{w}$. Következésképpen a k-adik végső felhasználási kategória által generált (a továbbiakban $v^{(k)}$ -vel jelölt) „kibővített" hozzáadott értékre az alábbi összefüggés vezethető le:

$$v^{(k)} = \mathbf{hg}^{(k)} = [\mathbf{1}(\mathbf{C} - \mathbf{B}) - \mathbf{w}]\,\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{1}(\mathbf{C} - \mathbf{B})\,\mathbf{g}^{(k)} - \mathbf{wg}^{(k)} = \mathbf{1}(\mathbf{C} - \mathbf{B})(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)} - w^{(k)}$$

$$= \mathbf{1y}^{(k)} - w^{(k)}. \qquad (4\text{-}4)$$

Jelölje $\mathbf{r_f}$ a végső felhasználási kategóriákra kivetett „termékadók és támogatások egyenlegének" vektorát, $r_f^{(k)}$ pedig ennek a k-adik végső felhasználási kategóriához tartozó elemét. Ezeket az alapáras Felhasználás tábla külön sorban közli. Ekkor (a „GDP = hozzáadott érték + termékadók mínusz terméktámogatások" fentebb tárgyalt összefüggést felhasználva) a k-adik végső felhasználási kategória által generált GDP a $v^{(k)} + r_f^{(k)}$ összege (mivel ez már tartalmazza mind a közbenső-, mind a végső felhasználás nettó adóját), ami viszont a (4-4) alapján egyenlő az $\mathbf{1y}^{(k)} - w^{(k)} + r_f^{(k)}$ összeggel. Ez nyilvánvalóan megegyezik $d^{(k)}$ -val, mivel mind $\mathbf{1y}^{(k)} + r_f^{(k)}$ mind $f^{(k)} - u^{(k)}$ a k-adik végső felhasználási kategória értékét jelenti felhasználói áron. Formálisan levezetve ((4-3), a $d^{(k)} = f^{(k)} - u^{(k)} - w^{(k)}$ definíciós összefüggés, és a fent megállapított $d^{(k)} = v^{(k)} + r_f^{(k)}$ összefüggés felhasználásával):

$d^{(k)} = f^{(k)} - u^{(k)} - w^{(k)} = v^{(k)} + r_f^{(k)} = \mathbf{1y}^{(k)} + r_f^{(k)} - w^{(k)}$ (4-5)

Ha (4-5) -ben $w^{(k)}$ és $v^{(k)}$ helyére a definíciójukból és a $\mathbf{g}^{(k)} = (\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ összefüggésből kapott $\mathbf{w}(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ illetve $\mathbf{h}(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ kifejezést helyettesítjük, akkor a k-adik végső felhasználási kategóriának a „holland hozzárendeléses" módszer szerinti GDP-hozzájárulása a Neumann-Sraffa modellel az $\mathbf{y}^{(k)}$ függvényében az alábbiak szerint becsülhető:

$d^{(k)} = f^{(k)} - u^{(k)} - \mathbf{w}(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$, illetve (4-6)

$d^{(k)} = \mathbf{h}(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)} + r_f^{(k)}$ (4-7)

A fenti 2 alternatív képlet közül a (4-6)-ot nevezhetjük felülről lefelé haladó (levonásos) módszernek (mivel GDP = végső kereslet felhasználói áron – importtartalom alapáron), míg a (4-7)-et alulról felfelé irányuló (összeadásos) módszernek (hiszen a GDP = hozzáadott érték + nettó termékadók).

Nincs akadálya annak, hogy a k-adik végső felhasználási kategória által generált (a $\mathbf{h}(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ képlettel becsült) „kibővített" hozzáadott értéket felosszuk azokra az ágazatokra, ahol a hozzáadott érték ténylegesen keletkezett. Az ehhez szükséges képlet így írható fel:

$\mathbf{v}^{(k)} = \hat{\mathbf{h}}(\mathbf{C} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$, (4-8)

ahol $v_i^{(k)}$ az i-edik ágazatban a k-adik végső felhasználási kategória által generált „kibővített" hozzáadott érték. Ezt a következő részben számpéldával is szemléltetem.

4.3. A hozzárendelési módszer numerikus illusztrációja a Forrás- és Felhasználás táblák alapján

Ez az alfejezet a Neumann-Sraffa modellnek a 2019. évi magyar Forrás- és Felhasználás Táblák felhasználásával számított eredményeit mutatja be. Megjegyzendő, hogy a megírásakor csak Csehország, Magyarország és Portugália 2019. évi Forrás- és Felhasználási táblái érhetők el az Eurostat adatbázisában. Itt Csehországnak és Magyarországnak a 2019. évi „Termékadók és támogatások egyenlege" c. táblázata (amit a továbbiakban „nettó termékadómátrixnak", vagy egyszerűen „adómátrixnak" nevezünk) is megtalálható. Az adóvonzatok becslését nagyon megkönnyíti, hogy az adómátrix formátuma megegyezik a Felhasználási táblázatéval, azaz az egyes sorok által képviselt termékcsoportokra jutó adókat felhasználónkénti bontásban, ezen belül a termelőfelhasználást (szervezeti) ágazatonként mutatja. A magyar nettó termékadóknak a GDP-n belüli 16 %-os, az EU-ban majdnem legmagasabb részarányán (amit csak Horvátország 18 % körül ingadozó adata előz meg) túl ezek a fő okai, hogy az ÁKM helyett a Forrás- és Felhasználás táblákat használom, és hogy miért magyar adatokkal illusztrálom a módszert. Bár Magyarország 2022. december végén publikálta a 2020-as ÁKM-et és háttértáblázatait (a Forrás- és Felhasználás-táblákat, valamint az adómátrixot), mivel ez a koronavírus-járvány okozta recesszió éve volt, ez nem tekinthető tipikusnak, és ezért a jelen elemzésben nem használtam őket.

Az alábbi 4-1. táblázatban a végső felhasználást terhelő nettó adók $\mathbf{r}_\mathbf{f}$ vektora fel van osztva egy, a hazai termékeket terhelő, és egy, az importtermékeket terhelő részre. Ezt a felosztást a 2019-es adómátrix minden egyes elemére elvégeztem, a hazai és importtermékek alapáras Felhasználás táblái megfelelő celláiból értékben számított import/hazai felhasználási arányokkal egyezően. A 4-1. táblázat adatai magyar nemzeti valutában, azaz forintban (HUF) értendők.

revesz.tamas_73_23

4-1. táblázat: *A végső felhasználási kategóriák hozzájárulása a 2019. évi GDP-hez (Mrd Ft)*

	Hivatalos GDP hozzá-járulás (a 'nettó export' módszer szerint)	Hazai termékek végső felhasználása alapáron	Nettó termék-adók a hazai termékek végső felhasz-nálásán	Nettó termék-adók az import-termékek végső felhasz-nálásán	− Végső kibocsá-tások import-tartalma (termelői import-igény)	GDP hozzá-járulás (a 'hozzá-rendelési' módszer Neumann-Sraffa modellje szerint)
\ Jelölések (jobbra->) Végső felhasználási kategóriák (lefelé):	$f^{(k)}$ (-import)	$\mathbf{1y}^{(k)}$	$r_f^{(k)}$ hazai termékek része	$r_f^{(k)}$ import része	$-w^{(k)}$	$d^{(k)} = \mathbf{1y}^{(k)} + r_f^{(k)} - w^{(k)}$
Háztartások fogyasztási kiadása	23884	15545	2514	1773	-3228	16604
Háztartásokat segítő non-profit szerv.-ek fogyasztási kiadása	915	906	0	2	-127	781
Kormányzat fogyasztási kiadása	9429	9130	2	43	-1345	7830
Végső fogyasztási kiadások	***34228***	***25582***	***2516***	***1818***	***-4700***	***25216***
Állóeszköz felhalmozás	12873	8513	723	237	-2621	6852
Értéktárgyak felhalmozása	79	54	2	1	-11	46
Készletfelhalmozás	581	382	0	0	-173	209
Értéktárgyak és készletek felhalmozása	*660*	*436*	*2*	*1*	*-184*	*255*
Bruttó felhalmozás	**13533**	**8949**	***725***	***238***	***-2805***	***7106***
Export az EU országokba	29853	27429	201	18	-15753	11895
Export a nem-EU országokba	7305	6692	53	5	-3436	3314
Export összesen (turizmus nélkül)	**37159**	**34121**	**254**	**23**	**-19190**	**15208**
Import összesen	**-37389**					
Végső felh. összesen	**47531**	**68651**	**3495**	**2079**	**-26695**	**47531**

Forrás: HU-FR_SUTImpTax19.xlsx file 'GDP19HU' munkalap BY136:CG154 tömb

A 4-1. táblázatból látható, hogy milyen drámai különbségek vannak a „nettó-export" megközelítés és a „holland hozzárendeléses módszer" eredményei között. Például a végső fogyasztás aránya 72 százalékról (34228/47531) alig több mint 53 százalékra (25216/47531) csökken. Százalékosan még nagyobb a felhalmozás hozzájárulásának esése: míg az eredeti számítások szerint 28,5 százalék körüli (13533/47531), addig a mi módszerünk mindössze 15 százalékos (7106/47531) részesedést mutat. Ez a közel felére csökkenés egyértelműen az állóeszköz-felhalmozás rendkívül magas közvetlen és közvetett importtartalmának köszönhető.

A 4-1. táblázatban reálisabban jelenik meg az export GDP-hozzájárulása. Azonban még reálisabbá tehetnénk, ha az egyes ágazatokra vonatkozóan megtudhatnánk az *exportjuk importtartalmát* (vagyis ha elkülöníthetnénk a belföldi értékesítés és az exportértékesítés ráfordításait és ezáltal importtartalmát is). Az exportált termékek általában magasabb importtartalmúak, mint a belföldön értékesített társaik, különösen azokban az országokban, amelyek leginkább passzív bérmunkára szakosodtak. Az „OECD Tudományos, Technológiai és Ipari Scoreboard 2011" (https://doi.org/10.1787/sti_scoreboard-2011-61-en) szerint a magyar export importtartalma mintegy 57 %, ami a második legmagasabb az OECD-országok között (!). Azonban ez az OECD jelentés sem tesz különbséget az exportra kerülő és a belföldön értékesített termékek importtartalma között, ezért ez is rávilágít arra, hogy az olyan országok esetében, mint Magyarország, ez a megkülönböztetés rendkívül fontos lenne.

Hasonlóképpen azokban az országokban, ahol a *reexport* aránya magas a teljes exporton belül, meg kell fontolni, hogyan lehet ezt nettósítani. Amint az a nemzeti input-output táblákban és a WIOD adatbázis nemzetközi input-output táblájában is megfigyelhető, az EU-n belül Hollandiában a legmagasabb a reexport aránya (lásd például Lankhuizen és Thissen (2019)). Ez érthetővé teszi, hogy miért a holland szakértők foglalkoznak ezzel a témával a legkomolyabban (mint például Kranendonk és Verbruggen (2005), valamint Hoekstra és Helm (2010)), de a nemzetközi szervezetek statisztikai részlegei (OECD, Eurostat, Világbank, ENSZ) is törekszenek a reexportra adatbázisokat összeállítani és javaslatokat adni ezek nettósítására, kiszűrésére vagy más módon történő kezelésére (lásd például az ENSZ (2018)-t).

A 4-1. táblázatban a reexport ilyen speciális kezelése nélkül is látható, hogy a teljes import negatív GDP-hozzájárulása eltűnt, átkerült az importot végső soron igénylő felhasználásokhoz.

4.4. Alternatív módszerek a nettó termékadók hozzárendelésére a végső felhasználási kategóriák GDP-hozzájárulásához

Amint arra már utaltam, a nettó termékadók felhasználókhoz való hozzárendelése meglehetősen vitatható. Bár az ellátási láncok hazai termék ráfordításaira kivetett nettó termékadók megegyeznek a folyó termelőfelhasználásra kibocsátott termékeikre kivetett nettó termékadókkal (mivel ezek ugyanazok az „ellátói láncon belüli tranzakciók, de először a vevő oldaláról, majd az eladói oldalról nézve) az *importhoz kapcsolódó adók* nem tekinthetők csak az azokat fizetők hozzájárulásának.

Ezen túlmenően, ha az „integrált keresleti és kínálati oldali GDP-hozzájárulások" kereszttáblázatát kívánjuk létrehozni úgy, hogy a (végső kereslettől függő) ellátási láncok becsült teljes hozzájárulását elosztjuk az összetevő ágazatok között, akkor számít, hogy a nettó termékadókat a felhasználó vagy a beszállító ágazat hozzájárulásaként számoljuk el.

Mindenesetre, ha a nettó termékadókat mindig a felhasználók hozzájárulásának tekintjük, akkor a végső felhasználáshoz kapcsolódó adók nem oszthatók fel a termelők között.

Végül, de nem utolsósorban meg kell említeni, hogy a statisztikai intézetek és a makrogazdasági elemzők többé-kevésbé tisztában vannak azzal a problémával, hogy a GDP-hozzájárulások kínálati oldali elszámolásában a nettó adókomponens (ami az Eurostat adatbázisa szerint az EU-27-ben 2010 óta folyamatosan átlagosan a GDP mintegy 11 %-át tette ki) az „*égből lepottyant*” komponensként jelenik meg, nem tulajdonítható egyetlen termelőnek sem, holott a GDP szó szerint bruttó hazai terméket, azaz megtermelt valamit jelent. Annak a statisztikai oka, hogy a statisztikai intézetek nem vállalkoznak a nettó termékadóknak a termelő ágazatok vagy a felhasználók közötti szétosztására azok GDP-hozzájárulása részeként az az, hogy az adott időszakra vonatkozóan nem állnak rendelkezésre az ehhez szükséges alábbi adatok, főleg nem a jelenhez közeli időszakra vonatkozóan és negyedéves bontásban:

- az import részesedése a végső felhasználási kategóriákban,
- a folyó termelőfelhasználási költségek (és végső felhasználások) adótartalma,
- a nettó termékadók termékek szerinti bontása,
- mely ágazatok állították elő az egyes (adóztatott vagy támogatott) termékeket,
- a nettó termékadó mekkora része terheli az importot,
- az ágazatok bruttó kibocsátásának mekkora részét exportálják

Számos módszertani probléma is felmerül (alternatív módszerek, az export importtartalma, a kereskedelmi árrés kezelése, turisztikai bevételek stb.), ami óvatosságra készteti a statisztikai intézeteket a probléma kezelésében.

Végül megjegyezzük, hogy a GDP-növekedés ilyen felbontása leginkább az elmúlt évre, negyedévre vonatkozóan érdekli a közvéleményt.

A fentiek és egyéb megfontolások alapján a nettó termékadóknak a termelők és/vagy a felhasználók GDP-hozzájárulása részeként történő elszámolásának különböző lehetőségei az alábbiak szerint sorolhatók fel:

a) Elszámolhatók-e a *támogatások* az adókkal szimmetrikusan (azaz negatív hozzájárulásként?)

b) A *hazai áruk*at terhelő adókat a felhasználó vagy a termelő hozzájárulásának kell tekinteni?

c) A *folyó termelőfelhasználás*ra (termékinputokra) kivetett adókat a felhasználó vagy az előállító ágazat hozzájárulásának kell tekinteni?

d) Melyik ágazathoz köthetők az *import*ra kivetett termékadók: a felhasználó ágazatnak vagy az exportáló ágazatnak, amelyek „kitermelik” a devizát az import megvásárlásához?

e) Ha az importadókat az *export*ra osztjuk szét, mi a teendő külkereskedelmi hiány vagy többlet esetén?

f) A termékek „adó nélküli felhasználói ára” adójából mennyi a *kereskedelmi árrés* adója és a termék adója?

g) Kinek a hozzájárulása a monopolista járadék? (Mivel az eladási árak az eladók és a vevők árrugalmasságától is függenek, ha a vevők rugalmatlanok, az eladó hatalmas „hozzáadott értéket" tud kicsikarni belőlük)

Attól függően, hogy hogyan válaszolunk a fenti kérdésekre, alternatív módszerek dolgozhatók ki a GDP termelő ágazatok közötti elosztására. A következőkben ezek néhány előnyét és hátrányát világítom meg, illetve az alábbiakban egy konkrét módszert mutatok be, ami a fenti kérdések megválaszolására az egyik ésszerű lehetőségnek tűnik, és amelyet számpéldával illusztrálok.

Az egyes ágazatok GDP-hez való (**n** vektorral jelölt) hozzájárulásának összetevői:

1. **v** = hozzáadott érték (beleértve a termelési adók és -támogatások egyenlegét és a „tényezőáron mért hozzáadott értéket", bár egyes erőforrás-felhasználással kapcsolatos termelési adók és „extraprofitokhoz" kapcsolódó adók elhagyhatók, vagy inkább átcsoportosíthatók más ágazatokhoz)

2. **t** = a közbenső termékek nettó adója a felhasználó ágazatok szerint (ezt a felhasználó ágazat hozzájárulásának tekintjük, mivel ezeket az adókat ők generálják és viselik a keresletük révén, bár ez vitatható, különösen a következő tételre tekintettel)

3. $\mathbf{r^d}$ = az ágazatok végső kibocsátását terhelő nettó adók (ezt az adott ágazat hozzájárulásának tekintjük, mivel ezek az adók szorosan hozzájuk kapcsolódnak, és a megtermelt áru magas fogyasztói értéke miatt szedhetők be)

4. $\mathbf{r^e} = \mathbf{s^e} \cdot r_u$, a végső importhoz kapcsolódó r_u importadó összege arányosan szétosztva az exportáló ágazatok között (az export összértékéből való, az $\mathbf{s^e}$ vektorral jelölt részarányaik szerint), mivel az (**e** vektorral jelölt) export „termeli ki" az importtermékek megvásárláshoz szükséges devizát (bár ekkor kérdés, hogy miért nem az összes importadót osztjuk szét az exportáló ágazatok között)

Végül a fent említett komponensek összeadásával kiszámíthatjuk az egyes ágazatok teljes hozzájárulását:

$$\mathbf{n} = \mathbf{v} + \mathbf{t} + \mathbf{r^d} + \mathbf{r^e} \qquad (4\text{-}9)$$

A gyakorlatban az $\mathbf{r^d}$ és r_u a „Termékadók és támogatások" táblázatból a következőképpen számítható ki:

Jelölje $\mathbf{R^f}$ a végső kereslethez kapcsolódó nettó adók mátrixát, azaz $r^f_{i,j}$ a j-edik végső felhasználási kategória által felhasznált i -edik termék nettó adója.

Ezután az $\mathbf{R^f}$ egyes elemeit felosztjuk a hazai termékekre vonatkozó adókra ($\mathbf{R^d}$ mátrix) és az importtermékekre vonatkozó adókra ($\mathbf{R^u}$ mátrix). Ezért $\mathbf{R^f} = \mathbf{R^d} + \mathbf{R^u}$. Ezek az összetevők nem találhatók meg a „Termékadók mínusz a terméktámogatások" táblában vagy más statisztikákban, ezért arányosan kell megbecsülni az importmátrixban és a belföldi felhasználási táblázatban alapáron értékelt mögöttes áruforgalomból. Ezután kiszámítjuk az $\mathbf{r^d} = \mathbf{R^d 1}$ -et, azaz az $\mathbf{R^d}$ sorösszegesenjeit, valamint a végső felhasználáshoz kapcsolódó importadók (r_u -val jelölt) összegét az $r_u = \mathbf{1'R^u1}$ képlettel, ahol **1** az összegző vektor és ′ a transzponálás jele.

Ami a külkereskedelmi mérleg e) pontbeli kérdését illeti, ha többletben van, akkor ez a többlet tekinthető a „jövőbeli importadók” forrásának, és ezáltal az exportáló ágazatok hozzájárulásának a jövőbeni GDP-hez. Másfelől, ha külkereskedelmi hiány van, akkor az importhoz kapcsolódó adók arányos (exporttal meg nem szolgált) része *felosztatlan* maradhat, mint a GDP virtuális része.

4.5. A GDP-hozzájárulások becslései módosított hozzárendelési módszerekkel

Annak szemléltetésére, hogy a (4-9) képlet hogyan használható a „kínálati oldali” GDP-hozzájárulások kiszámításához a 2010-es ÁKM és egyéb, a KSH által publikált magyar adatok felhasználásával (amelyek kiegészítésére rendelkezem a nettó termékadó mátrixnak a részletesebb elemzéseket lehetővé tevő adó- és támogatási összetevőiről is) a 4-2. táblázatot állítottam össze.

4-2. táblázat: *Kiemelt ágazatok becsült hozzájárulása a 2010. évi GDP-hez (Mrd Ft)*

	Hozzá-adott érték	Termékadók és támogatások egyenlege			*GDP hozzá-járulás összesen*	GDP/ Hozzá-adott érték, %
		Folyó termelő-felhasználáson	Hazai termékek végső felhasználásán	Import-termékek végső fel-használásán		
Ágazat \ Jelölés	**v**	**t**	$\mathbf{r^d}$	$\mathbf{r^e}$	$\mathbf{n = v+t+r^d+r^e}$	n_i / v_i, %
Mező-, erdő-, hal-gazdálkodás	751	37	35	25	*848*	113
Bányászat	116	3	18	1	*138*	119
Feldolgozóipar	4625	130	1148	714	*6617*	143
ebből:						
- élelmiszeripar	*527*	*19*	*573*	*41*	*1160*	*220*
- kőolajfeldolgozás	*232*	*6*	*355*	*18*	*611*	*263*
Anyagi szolgáltatások	6506	342	799	119	*7765*	119
ebből:						
- építőipar	*1002*	*53*	*268*	*4*	*1327*	*132*
- szállás- és vendéglátás	*432*	*43*	*149*	*3*	*627*	*145*
- távközlés	*428*	*10*	*143*	*3*	*585*	*137*
Nem anyagi szolgáltatások	11056	514	226	61	*11857*	107
Összesen	*23054*	*1026*	*2226*	*920*	*27225*	*118*

Forrás: Saját számítás a KSH szövegben említett adattáblái és modell alapján

Nem meglepő módon a termékadók elosztásának legnagyobb „kedvezményezettjei” az élelmiszer-ital-dohányipar (az alkoholos italok és dohánytermékek magas adói miatt), a kőolajfeldolgozóipar (a motorüzemanyagok magas adói miatt), az építőipar (az új lakások után befizetett áfa miatt), a szálláshely szolgáltatás és vendéglátás, valamint a távközlés (utóbbi két esetben vélhetően az ágazati adó miatt).

Érdekes és informatív a feldolgozóipar megnövekedett részesedése a GDP előállításában. Ennek oka a végső felhasználásokhoz kapcsolódó importadóknak az exportáló ágazatok közötti szétosztása.

A módosított „hozzárendeléses” módszer dinamikus és „módszertani” robusztusságát (vagyis azt, hogy a gazdaság 9 éves változásai és az ÁKM modellnek a Neumann-Sraffa modellre való felváltása milyen csekély mértékben változtatta meg az eredményeket) a hasonló számítások 2019. évi eredményeit tartalmazó 4-3. táblázat mutatja be.

4-3. táblázat: *Kiemelt ágazatok becsült hozzájárulása a 2019. évi GDP-hez (Mrd Ft)*

	Hozzáadott érték	Termékadók és támogatások egyenlege			*GDP hozzájárulás összesen*	GDP/ Hozzáadott érték, %
		Folyó termelő-felhasználáson	Hazai termékek végső felhasználásán	Import-termékek végső felhasználásán		
Ágazat \ Jelölés	**v**	**t**	$\mathbf{r^d}$	$\mathbf{r^e}$	$\mathbf{n = v+t+r^d+r^e}$	n_i / v_i, %
Mező-, erdő-, hal-gazdálkodás	1589	69	68	44	*1769*	111
Bányászat	147	3	10	1	*161*	109
Feldolgozóipar	8311	221	1582	1575	*11689*	141
ebből:						
- élelmiszeripar	*808*	*-20*	*879*	*100*	*1767*	*219*
- kőolajfeldolgozás	*274*	*29*	*388*	*33*	*724*	*264*
Anyagi szolgáltatások	11589	533	1371	266	*13759*	119
ebből:						
- építőipar	*2306*	*133*	*630*	*6*	*3074*	*133*
- szállás- és vendéglátás	*787*	*78*	*394*	*3*	*1261*	*160*
- távközlés	*537*	*10*	*151*	*3*	*700*	*130*
Nem anyagi szolgáltatások	18594	901	462	194	*20152*	108
Összesen	*40230*	*1727*	*3494*	*2080*	*47531*	*118*

Forrás: HU-FR_SUTImpTax19.xlsx file ’GDP19HU’ munkalap BS101:BY116 tömb

A 4-3. és a 4-2. táblázatok összehasonlítása alapján kijelenthetjük, hogy közel egy évtized alatt igen kis arányváltozások következtek be.

Természetesen (4-9) alapján a végső felhasználási kategóriák hozzájárulása az ellátási láncaik összetevői hozzájárulásának összegeként is kiszámítható. Annak szemléltetésére, hogy mit jelent ez a különbség a „holland hozzárendeléses módszerhez” képest, a 4-4. táblázat bemutatja ezt a fajta felhasználás (keresleti) oldali felbontást.

4-4. táblázat: *A végső felhasználások módosított hozzájárulása a 2019. évi GDP-hez (Mrd Ft)*

	Hivatalos GDP hozzá-járulás (a ’nettó export’ módszer szerint)	Hazai termékek végső felhaszná lása alapáron	Nettó termék-adók a hazai termékek végső felhasz-nálásán	Nettó termék-adók az import-termékek végső felhasz-nálásán	− Végső kibocsá-tások import-tartalma (termelői import-igény)	GDP hozzá-járulás (a „hozzá-rendelési” módszer Neumann-Sraffa modellje szerint)
\ Jelölések (jobbra->) Végső felhasználási kategóriák (lefelé):	$f^{(k)}$ (-import)	$\mathbf{1y}^{(k)}$	$r_f^{(k)}$ hazai termékek része	$r^{(e)}$	$-w^{(k)}$	$d^{(k)} = \mathbf{1y}^{(k)} + r^{(e)} - w^{(k)}$
Háztartások fogyasztási kiadása	23884	15545	2514		-3228	14831
Háztartásokat segítő non-profit szerv.-ek fogyasztási kiadása	915	906	0		-127	779
Kormányzat fogyasztási kiadása	9429	9130	2		-1345	7787
Végső fogyasztási kiadások	***34228***	***25582***	***2516***		***-4700***	***23397***
Állóeszköz felhalmozás	12873	8513	723		-2621	6615
Értéktárgyak felhalmozása	79	54	2		-11	45
Készletfelhalmozás	581	382	0		-173	209
Értéktárgyak és készletek felhalmozása	*660*	*436*	*2*		*-184*	*254*
Bruttó felhalmozás	**13533**	**8949**	***725***		***-2805***	***6868***
Export az EU országokba	29853	27429	201	1671	-15753	13548
Export a nem-EU országokba	7305	6692	53	408	-3436	3717
Export összesen (turisták nélkül)	**37159**	**34121**	**254**	**2079**	**-19190**	**17265**
Import összesen	**-37389**					
Végső felh. összesen	**47531**	**68651**	**3495**	**2079**	**-26695**	**47531**

Forrás: HU-FR_SUTImpTax19.xlsx file ’GDP19HU’ munkalap BY136:CI154 tömb

Megjegyzendő, hogy a 4-4. táblázat csak annyiban tér el az 4-1. táblázattól, hogy a végső felhasználásokhoz kapcsolódó importadókat az export GDP-hozzájárulásaként elszámolva jelenik meg. Ezt jelzi, hogy a „holland hozzárendeléses módszer” $r_f^{(k)}$ jelölését $r^{(e)}$-re cseréljük.

Ennek demonstrálására a (4-9) alapján az ellátási (beszállítói) láncok hozzájárulásainak puszta megjelenítése helyett a végső felhasználási kategóriák felhasználói áras értékéből indultam ki (ahogy a 4-1. táblázatban is látható), amelyből elkülönítettem az alapáras értéket és a nettó termékadók értékét.

Ezután az alapáras végső felhasználásnak csak azt a részét tartottam meg, amely a hazai termékekből áll. Vegyük észre, hogy a hazai áruk alapáron számított végső kereslete csak akkor generálna ugyanannyi GDP-t, ha nem lenne az ellátási láncukban importanyagigény. Ezért ezeket a közvetett importigényeket le kellett vonni az egyes végső felhasználási kategóriák becsült GDP-hozzájárulásából.

Végül a végső felhasználásokat terhelő nettó termékadó komponenst tovább bontottam a hazai- és importtermékekre vonatkozó részre, majd az utóbbit átcsoportosítottam az export GDP-hozzájárulására.

A 4-4. táblázat adatait az 4-1. táblázat adataival összevetve látható, hogy a végső fogyasztás becsült GDP-hozzájárulása tovább csökkent, 53 százalékról mindössze 49,2 százalékra. Vagyis **a végső fogyasztás a GDP kevesebb mint felét generálja, a nettó export szerinti megközelítés szerinti közel háromnegyedével (72 százalék) szemben!**

4.6. A GDP-hozzájárulások becslései a továbbfejlesztett hozzárendelési módszerrel

Ahogy a 4.4. alfejezetben említettem, felmerülhet a kérdés, hogy a javasolt „módosított hozzárendeléses" módszer miért csak az import végső keresletét terhelő adókat csoportosítja át az export GDP-hozzájárulásához. Ezért ebben a részben tovább módosítjuk a „hozzárendelési módszert" úgy, hogy a közbenső importra kivetett adókat is átcsoportosítjuk az exportra (és az exportáló ágazatokra).

Az erre vonatkozó mátrixalgebrai képletek kidolgozásához jelölje $\mathbf{t^m}$ és $\mathbf{t^d}$ az importált és belföldi ráfordítások nettó termékadóját ágazatonként, $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{m}} = \mathbf{t^m}\,\hat{\mathbf{g}}^{-1}$ és $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{d}} = \mathbf{t^d}\,\hat{\mathbf{g}}^{-1}$ az importot és hazai termékeket terhelő nettó termékadók ágazatonkénti együtthatóit (termelési értéken belüli részarányát). Ekkor a Neumann-Sraffa modellel a $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{m}}(\mathbf{C}-\mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ és $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{d}}(\mathbf{C}-\mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)}$ kifejezésekkel becsülhető az $\mathbf{y}^{(k)}$ végső felhasználási kategória által generált termelői import- és hazai termékráfordításokhoz kapcsolódó nettó termékadók. Nyilvánvaló, hogy ekkor a következő képletek mutatják, hogy mely ágazatok fizették ezeket az adókat (az inputjaik után):

$$\boldsymbol{\tau}^{\wedge\mathrm{m}}(\mathbf{C}-\mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)} \tag{4-10}$$

és

$$\boldsymbol{\tau}^{\wedge\mathrm{d}}(\mathbf{C}-\mathbf{B})^{-1}\mathbf{y}^{(k)} \tag{4-11}$$

ahol $\boldsymbol{\tau}^{\wedge\mathrm{m}}$ és $\boldsymbol{\tau}^{\wedge\mathrm{d}}$ a $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{m}}$ illetve $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{d}}$ vektorokból képzett diagonális mátrixokat jelölik. Ezután a továbbfejlesztett hozzárendelési módszer a következőképpen fogalmazható meg:

$$\mathbf{n^e} = \mathbf{v} + \mathbf{t^d} + \mathbf{r^d} + \mathbf{r}^{\mathrm{E}} \tag{4-12}$$

ahol $\mathbf{n^e}$ az egyes ágazatok GDP-hozzájárulásának továbbmódosított becslése, $\mathbf{t^d} = \boldsymbol{\tau}^{\mathrm{d}}\,\mathbf{g}$ a hazai termékráfordításaik nettó termékadója és $\mathbf{r}^{\mathrm{E}} = \mathbf{s^e} \cdot r_{mu}$ az r_{mu} -val jelölt összes importhoz kapcsolódó adónak az exportáló ágazatokra bontását mutató vektor (ami ezen ágazatok GDP-hozzájárulása részének tekintendő).

Természetesen a (4-12) alapján a végső felhasználási kategóriák hozzájárulása is kiszámítható az ellátási láncaik összetevői hozzájárulásainak összegeként. A 4-5. és 4-6. táblázat ezt a fajta keresleti oldali dekompozíciót mutatják.

4-5. táblázat: *A végső felhasználások a továbbfejlesztett módszerrel mért 2019. évi GDP-hozzájárulásának származtatása az eredeti változatból (Mrd Ft)*

Nemzeti számla kategória ↓	**Végső felhasználási kategóriák → Jelölések és algebrai összefüggések ↓**	Háztartások fogyasztási kiadásai (turistákkal)	Non-profit szerv.-ek (NPISH) fogyasztási kiadásai	Kormányzat fogyasztási kiadásai	***Végső fogyasztás összesen***	Bruttó állóeszköz-felhalmozás	*Készletek és értéktárgyak felhalmozása*	***Bruttó felhalmozás***	Export az EU-országokba	Export az EU-n kívüli országokba	***Export összesen (turistakiadások nélkül)***	***Import***	**Végső felhasználás összesen**
Hivatalos GDP hozzájárulás	E=D+Em+Tfd	**23 884**	**915**	**9 429**	***34 228***	**12 873**	***660***	***13 533***	**29 853**	**7 305**	***37 159***	***37 389***	**47 531**
Import a végső felhasználásokban	Em	*5 825*	*8*	*297*	***6 131***	*3 638*	*222*	***3 860***	*2 223*	*560*	***2 783***		**12 773**
ebből: import (c.i.f.) alapáron	Mf	4 052	6	254	***4 312***	3 401	*221*	***3 622***	2 205	555	***2 761***		**10 694**
importot terhelő termékadó	Tfm	1 773	2	43	***1 818***	237	*1*	***238***	18	5	***23***		**2 079**
Nettó termékadó a végső felh.-okon	Tf	4 287	2	45	***4 334***	960	*3*	***963***	219	58	***277***		**5 574**
ebből: nettó adó a hazai termékeken	Tfd	2 514	0	2	***2 516***	723	*2*	***725***	201	53	***254***		**3 495**
Végső kibocsátás (alapáron)	D = V+Mi+Ti	**15 545**	**906**	**9 130**	***25 582***	**8 513**	***436***	***8 949***	**27 429**	**6 692**	***34 121***		**68 651**
Importanyag-tartalom (inputként)	Mi	3 228	127	1 345	***4 700***	2 621	*184*	***2 805***	15 753	3 436	***19 190***		**26 695**
Nettó adó f. termelőfelhasználáson	Ti	483	52	477	***1 011***	236	*11*	***247***	369	99	***468***		**1 727**
ebből: (közbenső) importanyagokon	Tim	170	16	170	***356***	75	*4*	***80***	198	50	***248***		**684**
hazai közbenső termékeken	Tid	313	36	307	***655***	161	*7*	***167***	171	49	***220***		**1 043**
Exporthoz hozzárendelt importadók	Tm=Tim+Tfm								2 222	542	***2 764***		**2 764**
Generált hozzáadott érték, *ebből :*	V	11 834	727	7 309	***19 870***	5 656	*241*	***5 897***	11 306	3 157	***14 463***		**40 230**
Mező-, erdő-, hal-gazdálkodás		593	2	24	***619***	70	*56*	***126***	718	126	***844***		**1 589**
Bányászat		26	1	7	***33***	80	*2*	***82***	26	6	***32***		**147**
Feldolgozóipar		615	5	59	***679***	523	*59*	***582***	5 711	1 339	***7 050***		**8 311**
ebből: *- élelmiszeripar*		386	2	12	***400***	11	*17*	***6***	338	64	***402***		**808**
- kőolajfeldolgozás		77	1	9	***86***	15	*2*	***17***	156	14	***170***		**274**
Anyagi szolgáltatások		4 340	58	903	***5 301***	3 482	*80*	***3 562***	2 922	903	***3 825***		**12 688**
ebből: *- építőipar*		42	1	40	***84***	2 191	*50*	***2 241***	10	-10	***-20***		**2 306**
- szálláshely és vendéglátás		708	2	66	***776***	3	*0*	***3***	9	5	***14***		**787**
- távközlés		364	6	53	***422***	28	*1*	***29***	70	16	***85***		**537**
Nem anyagi szolgáltatások		6 262	661	6 316	***13 238***	1 501	*44*	***1 545***	1 930	782	***2 712***		**17 495**
GDP hozzájárulások (*az importot terhelő adók az exportnál vannak!*):	V+Tfd+Tid+Tm	14 661	763	7 617	***23 041***	6 540	*249*	***6 789***	13 901	3 801	***17 702***		**47 532**

Forrás: HU-FR_SUTImpTax19.xlsx fájl 'GDP19HU' munkalap CM137:DB168 tömb

A 4-5. táblázatban a *hazai* termékek iránti végső felhasználás(ok) *alapáras* értéke (D) le van bontva import*tartalomra* (Mi), import*adó-tartalomra* (Tim), hazai termékekhez kapcsolódó adó*tartalomra* (Tid) és a *generált* hozzáadott értékre (V). A hozzáadott érték főbb ágazatcsoportokra bontva is megjelenik, az adott végső felhasználási kategória ellátási láncában keletkező összeggel. Megjegyzendő, hogy a tárgyalt hozzárendelési módszerek kapcsolatának bemutatásához e táblázat még nem mutatja a nettó termékadóknak az ágazati megoszlását. Végül a táblázat utolsó sorában az *összes* importadó (Tm =Tfm+Tim , azaz már nemcsak a Tfm -mel jelölt, a végső kereslethez kapcsolódó importadók) *exportra történt átcsoportosítása* utáni módosított GDP-hozzájárulás látható (ami csak ebben különbözik a 4-4. táblázat utolsó oszlopától). Más szóval, az utolsó sor a V+Tfd+Tid összeg a belföldi végső felhasználási kategóriáknál, míg az export oszlopában a V+Tfd+Tid+$\mathbf{1}'\mathbf{r}^{E}$ összeg (az EU és EU-n kívüli országok között az exportban való részarányaikkal szétosztva) található.

Végül a fenti megfontolások (valamint a (4-8), (4-10), (4-11) és (4-12) képlet alapján) a 4-5. táblázat utolsó sora teljesen kibontható az egyes végső felhasználási kategóriák ellátási láncaiban szereplő ágazatok hozzájárulásaira. Konkrétan a következőket kell figyelembe vennünk:

A 4.4. alfejezetben javasoltak szerint a hazai termékeket terhelő adók az előállító ágazat GDP-hozzájárulásának tekinthetők. Ezért módosíthatjuk a 4-5. táblázatot úgy, hogy ennek a „Hazai végtermékek nettó adója” és a „Hazai közbenső termékek nettó adója” sorait, azaz a Tfd és a Tid összegeket is a fenti képletek szerint osztjuk szét ágazatokra.

Ezenkívül az export oszlop(ok)hoz már korábban egyösszegben hozzárendelt importadókat az ágazatokhoz azok exportbevételével arányosan szétosztva kell hozzárendelni. Ennek a matematikai képlete Tm·$\mathbf{s}^{z}$, ahol Tm megegyezik a korábban bevezetett r_{mu} -val.

Ezzel eljutunk a 4-6. táblázathoz, amelyet joggal nevezhetünk „keresleti és kínálati oldali megközelítést integráló GDP-hozzájárulások” táblázatának, mivel a (generáló) végső keresletek és a (termelő) ágazatok GDP-hozzájárulásának kereszttáblázatát mutatja.

4-6. táblázat: *A végső felhasználások 2019. évi becsült GDP-hozzájárulása végső felhasználási kategóriák és kiemelt ágazatok szerint (Mrd Ft)*

Hozzájáruló ágazatok	**Végső felhasználási kategóriák**	Háztartások fogyasztási kiadásai (turistákkal)	Non-profit szerv.-ek (NPISH) fogyasztási kiadásai	Kormányzat fogyasztási kiadásai	***Végső fogyasztás összesen***	Bruttó állóeszköz-felhalmozás	*Készletek és értéktárgyak felhalmozása*	***Bruttó felhalmozás***	Export az EU-országokba	Export az EU-n kívüli országokba	***Export összesen (turistakiadások nélkül)***	**Végső felhasználás összesen**
Mező-, erdő-, hal-gazdálkodás		646	2	24	***673***	70	55	***125***	733	127	***860***	**1 658**
Bányászat		36	3	7	***46***	83	2	***85***	28	7	***35***	**166**
Feldolgozóipar		2 026	50	64	***2 141***	600	63	***663***	7 710	1 769	***9 479***	**12 282**
ebből:												**-**
- élelmiszeripar		*1 269*	*10*	*14*	***1 294***	*-11*	*17*	***6***	*478*	*92*	***570***	**1 870**
- kőolajfeldolgozás		*506*	*23*	*10*	***539***	*40*	*4*	***44***	*253*	*28*	***281***	**864**
Anyagi szolgáltatások		5 192	180	916	***6 288***	4 174	82	***4 256***	3 256	1 011	***4 267***	**14 811**
ebből:												**-**
- építőipar		*81*	*26*	*42*	***149***	*2 841*	*51*	***2 892***	*3*	*-9*	***-6***	**3 035**
- szállás- és vendéglátás		*1 113*	*9*	*68*	***1 190***	*-3*	*-0*	***-3***	*13*	*7*	***20***	**1 208**
- távközlés		*526*	*24*	*55*	***604***	*33*	*2*	***34***	*81*	*18*	***99***	**738**
Nem anyagi szolgáltatások		6 760	799	6 335	***13 894***	1 612	48	***1 660***	2 173	887	***3 059***	**18 614**
GDP hozzájárulás (*import-adóknak az exportáló ágazatokra szétosztásával*)**:**	V+T*	**14 661**	**1 035**	**7 346**	*23 041*	**6 540**	**249**	*6 789*	**13 901**	**3 801**	*17 702*	47 532
Memo: végső felhasználások által generált hozzáadott érték	V	11 834	727	7 309	***19 870***	5 656	*241*	***5 897***	11 306	3 157	***14 463***	**40 230**

* Hozzáadott érték (V) + Termékadók és támogatások egyenlege (T) (amiből az importot terhelő adók az export oszlopában vannak elszámolva az exportáló ágazatok hozzájárulásaiként)

Forrás: HU-FR_SUTImpTax19.xlsx fájl 'GDP19HU' munkalap CM170:DB183 tömb

A 4-6. táblázat utolsó két sorából látható (egyazon oszlopban lévő elemeik összehasonlításával), hogy a háztartások fogyasztási kiadásaiban és az export oszlopokban jelentős az ágazatok hozzájárulásának termékadó része. Ennek megfelelően az utolsó sort a 4-5. táblázatéval összevetve kiderül, hogy mely ágazatok hozzájárulása nőtt a nettó termékadók elosztásával. Ez hasonlóan alakul az 4-1. táblázatban bemutatottakhoz.

A nemzetközi összehasonlítások lehetőségeinek szemléltetésére a 4-7. táblázat mutatja *Franciaország* 2019-es eredményeit. Franciaországot a következő okok miatt választottam ki:

- ez a legnagyobb európai ország

- gazdasági szerkezete diverzifikáltabb, mint a többi nagy EU-országé (meglehetősen jelentős a bányászat, a mezőgazdaság, a feldolgozóipar és számos szolgáltatás – pl.: turizmus)

- Franciaországban a nettó termékadók aránya 12%, ami az EU 11 %-os átlagánál magasabb

- a Forrás Táblája (és így a **C** termékszerkezet mátrixa) szinte teljesen diagonális (átlós), ami az ÁKM-modell és a Neumann-Modell eredményeinek hasonlóságát alapozza meg

A 4-7. táblázat utolsó két sorából ismét látható, hogy a lakossági fogyasztási kiadásokban és az export oszlopokban jelentős az ipari ágazatok hozzájárulásának termékadó része. Jóval kisebbek azonban a különbségek a háztartások és a nonprofit szervezetek fogyasztásában. Ez utóbbi különösen meglepő, mivel a francia táblázatban gyakorlatilag nincs termékadó a nonprofit szervezetek kiadásain. Feltételezhető, hogy a francia háztartásokat segítő nonprofit szervezetek túlnyomórészt szolgáltatásokat nyújtanak a háztartásoknak, míg Magyarországon sok (magas adókulcsokkal terhelt) terméket vásárolnak számukra. Az ilyen és további vizsgálatok azonban túlmutatnak ennek az értekezésnek a keretein.

4-7. táblázat: *A franciaországi végső felhasználások 2019. évi becsült GDP-hozzájárulása végső felhasználások és kiemelt ágazatok szerint*

(Mrd €; 2019-ben az átlagos árfolyam 330,5 Ft/€ volt)

Hozzájáruló ágazatok	**Végső felhasználási kategóriák**	Háztartások fogyasztási kiadásai (turistákkal)	Non-profit szerv.-ek (NPISH) fogyasztási kiadásai	Kormányzat fogyasztási kiadásai	***Végső fogyasztás összesen***	Bruttó állóeszköz-felhalmozás	*Készletek és értéktárgyak felhalmozása*	***Bruttó felhalmozás***	Export az EU-országokba	Export az EU-n kívüli országokba	***Export összesen (turista-kiadások nélkül)***	**Végső felhasználás összesen**
Mező-, erdő-, hal-gazdálkodás		20	0	1	***21***	1	2	***3***	13	-	***13***	**37**
Bányászat		0	0	0	***1***	1	0	***1***	1	-	***1***	**2**
Feldolgozóipar		54	1	8	***63***	37	2	***39***	142	-	***142***	**244**
ebből:												**-**
- *élelmiszeripar*		30	0	2	***32***	1	*1*	***2***	12	-	***12***	**46**
- *kőolajfeldolgozás*		1	0	0	***1***	0	*0*	***0***	1	-	***1***	**2**
Anyagi szolgáltatások		299	3	35	***337***	201	*2*	***203***	142	-	***142***	**682**
ebből:												**-**
- *építőipar*		13	0	3	***16***	106	0	***106***	2	-	***2***	**124**
- *szállás- és vendéglátás*		52	1	2	***55***	3	0	***3***	5	-	***5***	**63**
- *távközlés*		15	0	2	***17***	2	*0*	***2***	5	-	***5***	**25**
Nem anyagi szolgáltatások		443	41	442	***926***	120	1	***122***	157	-	***157***	**1 204**
GDP hozzájárulás (*import-adók az export ágazatainál*)**:**	V+T*	**938**	**46**	**500**	***1485***	**404**	**8**	**412**	**541**	**-**	**541**	**2438**
Memo: végső felhasználások által generált hozzáadott érték	V	817	45	486	1 347	360	8	368	454	-	454	**2 169**

* Hozzáadott érték (V) + Termékadók és támogatások egyenlege (T) (amiből az importot terhelő adók az export oszlopában vannak elszámolva az exportáló ágazatok hozzájárulásaiként)

Forrás: Saját számítás (HU-FR_SUTImpTax19.xlsx fájl 'GDP19FR' munkalap CM170:DB183 tömb)

4.7. Következtetések és a további kutatás lehetséges irányai

A fenti elemzések rámutattak, hogy az importnak a végső felhasználók közötti szétosztása („szétterhelése”), valamint a termékadóknak a generáló végső kereslet, illetve a megtermelő és/vagy felhasználó ágazatok közötti szétosztása, különösen az importadók exportáló ágazatok közötti felosztása az egyes végső felhasználások és ágazatok GDP-hozzájárulásairól igen hasznos információkat szolgáltathatnak, különösen a magyar gazdaságban, amelyben rendkívül magas a termékadók részaránya a GDP-ben, és az export importhányada (a reexport-, bérmunka-, összeszerelő jellegű export volumene). Azt is megvilágítottam, hogy a fenti számításokat alternatív feltételezések alapján is elvégezhetjük, és megpróbáltam vázolni a főbb lehetséges alternatívákat, egyiket-másikat számpéldával is bemutatva. E lehetséges alternatívák közül különösen érdemes lenne alaposabban átgondolni a kereskedelmi többlet, a terméktámogatások kezelésének módját a szétosztási képletekben. Azt is hangsúlyoztam, hogy minél frissebb, részletesebb és más országokra vonatkozó, nemzetközileg összehasonlítható adatok elősegítenék az elemzések elmélyítését és erősítenék a gyakorlati felhasználhatóságukat. Ezen adatok egyrésze, például a különböző termékek (ágazatok) keresleti és kínálati árrugalmasságára vonatkozók, fontosak lennének az e fejezetben használt modelleknél komplexebb többszektoros nemzetgazdasági modellek számszerűsítéséhez is.

A modell továbbfejlesztését és a számítások kiterjesztését az alábbi irányokban tervezzük:

- A számítások aktualizálása 2020. illetve 2021. évi adatokkal,
- Nemzetközi összehasonlítások a számítások más országokra is történő elvégzésével,
- A modell eredményeiből idősorok számítása, szerkezeti változások, trendek elemzése,
- Termék-/ágazatspecifikus adatok (becslések) keresése a termelői és fogyasztói árrugalmassághoz a monopolisztikus bérleti díjak kezelésének újragondolásához,
- A hozzárendeléses módszerek továbbfejlesztése annak átgondolásával, hogy a „kibővített” hozzáadott érték különböző összetevőinek (belföldi és importált ráfordítások termékadói és -támogatásai, termelési adók és támogatások, monopolista/oligopolista járadék, valamint a működési eredmény egyéb „extraprofit”-jellegű részei) mekkora része lehet a szállító és a vevő ágazatok GDP-hozzájárulása.

Általánosságban elmondható, hogy a GDP-hozzájárulások kínálati és keresleti oldali integrált dekompozíciója tovább részletezhető és elemezhető. Ennek során a 4-4. alfejezet a) - g) pontjaiban felsorolt módszertani problémák megoldásában igyekszünk előrehaladni. A nemzetközi összehasonlításból és idősorelemzésből érdemi következtetéseket vonhatunk le az egyes ágazatok szerepéről a vizsgált országokban és azok adó- és támogatási rendszereiről is.

5. Az ágazati bontású gazdasági kategóriák export- és importarányokkal való kapcsolatának ÁKM-volumenmodellje

Ebben a fejezetben a 2. fejezet (2-20) termékmérleg-egyenletében definiált „A-” típusú” ÁKM-mérlegekből származtatható ún. „A-típusú” (az importot a hasonló hazai termékekkel helyettesíthetőnek, más néven versenyzőnek tekintő) ÁKM volumenmodellekre a – Magyarországon kevéssé ismert és használt, a statisztika standardizálás illetve index-számítás súlyozási problémájával rokon – strukturális dekompozíció módszerét használva mutatom be az import- és exportarányok összefüggését az ágazati kibocsátásokkal, és ezen keresztül a 4. fejezetben tárgyalt kínálati és keresleti oldali GDP-hozzájárulásokkal. Noha az alábbi alfejezetekben található matematikai levezetések nem jelentenek világraszóló elméleti újdonságokat, a témának a magyar szakirodalomban sem megtalálható rendszerezése, a szokásos modellek különféle összefüggésekkel való kiegészítése révén kapott újszerű modellek, és ezek alkalmazási lehetőségének megvilágítása megítélésem szerint igen fontos a nemzeti jövedelemhez (vagy valamivel adekvátabb vetítési alapot használva: a végső felhasználásokhoz) képest rendkívül magas exportot és importot lebonyolító (és tavaly drámai külkereskedelmi deficitet produkáló) magyar gazdaságban.

5.1. A külkereskedelem kezelése az „A”-típusú ÁKM- és CGE-modellekben

A legegyszerűbb „A-típusú” ÁKM volumenmodell a (2-20) termékmérlegekből a

$$\mathbf{x} = \ddot{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \ddot{\mathbf{Y}}\mathbf{1} + (\mathbf{z} - \mathbf{u}) \qquad (5\text{-}1)$$

matematikai egyenlettel írható fel, ahol a $\mathbf{z} - \mathbf{u}$ különbség képviseli a $\mathbf{z}^{\mathbf{n}}$ nettó exportot jelenti, az $\ddot{\mathbf{A}} = \ddot{\mathbf{X}}\langle\mathbf{x}\rangle^{-1}$ (ahol a < > jel a közé írt vektorból képzett diagonális mátrixot jelenti) pedig a „technikai” ráfordítási együtthatókat, azaz az egyes termékekből mind a hazai termékeket mind az importtermékeket tartalmazó ráfordításoknak a kibocsátásra vetített fajlagosait (erre, a mindkét régióból származó inputok tartalmazására utal az $\ddot{\mathbf{A}}$ és $\ddot{\mathbf{X}}$ mátrix tetején levő két pont).

Mint ismeretes, és látható az „A-típusú” ÁKM-modell egyenletéből, mégha a végső felhasználást ismertnek tekintjük is, a modellnek még akkor is jelentős szabadságfoka van, mert még mind a **z** mind az **u** értékét meg kellene adni ahhoz, hogy az **x** ágazati kibocsátások meghatározhatók legyenek. A modellek ezeket tehát vagy szintén exogénnek tekintik (kívülről kell megadni), vagy valamilyen összefüggéssel, „viselkedési egyenlettel” egészülnek ki, hogy az egyenletrendszert regulárissá tegyék (azaz, hogy az egyenletek és ismeretlenek száma megegyezzen).

Az *export endogenizálására* („bezárására” az endogén folyó termelőfelhasználások négyzetébe mint $n+1$., a devizát „kitermelő” ágazatot) tulajdonképpen a 2. fejezet (2-33) – (2-39) egyenleteiből álló „D1-A”-típusú megyei modellben láttunk erre egy példát, konkrétan ami a megyeközi import ellentételezését, pontosabban a („bel”-)kereskedelmi egyenleg rögzített szintjét írta elő. Ebben a modellben tehát csak a megyeközi export endogén, a *nemzetközi* export az „A”-típusú ÁKM-ek alapesetének megfelelően exogén, kívülről adandó meg.

Mivel a „D1”-típusú ÁKM-modell az a „B”-típusú ÁKM-modellnek az export „részleges bezárásával” kibővített esete, a szóbanforgó egyrégiós modellben a *nemzetközi* import a „B-típusú” ÁKM-modelleknek megfelelően felhasználónként különböző, de rögzített („importigényesség”-et kifejező) arányban kapcsolódott az adott felhasználások szintjéhez.

Természetesen semmi nem akadályozza meg, hogy egy ÁKM-volumenmodellben a nemzetközi exportot és importot is – hasonlóan a „D1-A”-típusú ÁKM-modellnek a megyeközi exportot és -exportot meghatározó egyenleteihez, vagy a régiókat ország(csoport)onként definiáló multiregionális ÁKM-modellekhez – árnyaltabb módon endogenizáljuk.

Egy ilyen modell kidolgozásához például Skolka (1989) cikkét vehetjük alapul, amiben „A”-típusú ÁKM-modellt használva a strukturális dekompozíció módszerével elemzi az ágazati kibocsátások (és a hozzájuk kapcsolódó hozzáadott értékek és foglalkoztatás) *múltbeli* változásának okait. A magyarázó tényezők között nem az export illetve import abszolút változását, hanem az **importarány**, illetve a végső felhasználáson belüli **exportarány** változását szerepelteti. Ezek közül az importarányokat meglehetős részletezettségben, lényegében felhasználónként és a termék ágazati hovatartozása szerinti bontásban (az ÁKM-mel azonos ágazati bontású importmátrix és az ÁKM megfelelő elemei hányadosaként) definiálja, és vizsgálja, hogy ezek változása mennyit magyaráz az ágazati kibocsátásokmegfigyelt összes változásból. Az exportarányokat pedig az egyes ágazatok exportja és végső kibocsátása hányadosaként definiálja, és ezek változásának parciális hatását is kiszámítja. E hányados közgazdasági értelme ugyan vitatható, tekintve, hogy az exportban nemcsak végtermékek szerepelnek (lásd erről a 2. fejezetben a multiregionális ÁKM-ekkel kapcsolatban írtakat), de itt nem megyek bele a módszerének részletes értékelésébe. Ehelyett a továbbiakban – az ÁKM-modellnek a számszerűsített általános egyensúlyi (CGE-) modellek irányába való kibővíthetőségének, és ezáltal a módszernek a CGE-modellkeretben való alkalmazhatóságának érdekében is, – a CGE-modelleket vesszük alapul az export és az import ábrázolásában.

A CGE-modellek az exportarányokat ágazatonként az exportértékesítés és a hazai értékesítés hányadosaként írják fel a két értékesítési irány fajlagos árbevételének függvényében (általában az angol rövidítéssel CET-függvénynek hívott állandó transzformációs rugalmasságú függvénnyel). Ezt egy kissé úgy módosítjuk, hogy az exportot a teljes kibocsátáshoz viszonyítva, *exporthányad*ként definiáljuk. A szokásos CGE-modellek (tekintettel a részletes adatok, jelesül az importmátrix hiányára) az importhányadokat csak ágazatonként, az adott ágazatba tartozó importtermékek és a belföldön felhasznált összes (hazai+import) termék hányadosaként határozzák meg (amiket szintén endogenizálnak, jellemzően az import és a hasonló hazai termék felhasználói árának arányától függővé téve, lásd Zalai (2012) művét). A CGE-modellek szokásos feltevésével (miszerint az ÁKM-ben ágazatilag bontott exportban csak hazai termékek szerepelnek, azaz nincs reexport) ezek az import/belföldi felhasználás hányadosok egyúttal *importhányad*ként is tekinthetőek (azaz 0 és 1 közötti részarányoknak).

5.2. Az exogén export- és importhányadokat szerepeltető „A”-típusú ÁKM-modell és annak redukált alakja

Ha bevezetjük az $\ddot{\mathbf{y}} = \ddot{\mathbf{Y}}\mathbf{1}$ oszlopvektort, akkor az „A”-típusú ÁKM-volumenmodell (5-1) mérlegegyenlete az

$$\mathbf{x} = \ddot{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \ddot{\mathbf{y}} + (\mathbf{z} - \mathbf{u}) \tag{5-2}$$

alakot ölti. Ha az előző alfejezetben vázoltak szellemében az exportnak a hazai termelésen belüli részarányát az i-edik ágazatra r_i -vel jelöljük (azaz a $\mathbf{r}$ vektor jelöli az ezekből képzett vektort, amire $\mathbf{z} = \langle\mathbf{r}\rangle\mathbf{x}$, ahol $\mathbf{x}$ az ágazati termelések oszlopvektora), az importnak a teljes (import+hazai)

revesz.tamas_73_23

belföldi felhasználáshoz való arányát pedig $m_i = u_i /(x_i - z_i + u_i)$ (azaz az **m** vektor jelöli az ezekből képzett sorvektort, amire $\mathbf{u} = <\mathbf{m}>(\mathbf{x} - \mathbf{z} + \mathbf{u})$, ahol **u** az import ágazati jelleg szerint bontott oszlopvektora), és ebből **u** -t kifejezzük az

$$\mathbf{u} = (\mathbf{E} - <\mathbf{m}>)^{-1}<\mathbf{m}>(\mathbf{x} - \mathbf{z}) \tag{5-3}$$

képlettel, majd ezt és **z** helyére annak az $<\mathbf{r}>\mathbf{x}$ az exportarányokkal való kifejezését helyettesítjük be az (5-2) mérlegegyenletbe, akkor az az alábbi lesz:

$$\mathbf{x} = \ddot{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \ddot{\mathbf{y}} + <\mathbf{r}>\mathbf{x} - (\mathbf{E} - <\mathbf{m}>)^{-1}<\mathbf{m}>(\mathbf{x} - <\mathbf{r}>\mathbf{x})) \tag{5-4}$$

Ebből **x** -et kifejezve a modellnek az eredeti nyílt Leontief-volumenmodellhez hasonló

$$\mathbf{x} = [(\mathbf{E} - \ddot{\mathbf{A}} - <\mathbf{r}> + (\mathbf{E} - <\mathbf{m}>)^{-1}<\mathbf{m}>(\mathbf{E} - <\mathbf{r}>)]^{-1} \ddot{\mathbf{y}} \tag{5-5}$$

redukált „multiplikátor" formájához jutunk, ami az **u** és **z** változók kiküszöbölése után már a kibocsátásoknak csak az **y** belföldi végső felhasználástól való függését mutatja meg.

Ha az (5-3) egyenletben bevezetjük az $\mathbf{i} := (\mathbf{E} - <\mathbf{m}>)^{-1}\mathbf{m}$ jelölést az import/hazai felhasználási arányokra (ami természetesen csak akkor értelmezhető, illetve csak olyan aggregáltsági szinten működik, ahol minden ágazatnak van legalább valamekkora belföldi kibocsátása), akkor ezt, potosabban ennek az $< \mathbf{i} > = (\mathbf{E} - <\mathbf{m}>)^{-1}<\mathbf{m}>$ diagonális mátrixszá alakított változatát az (5-5) egyenletben is alkalmazva a modell redukált alakjának az

$$\mathbf{x} = [(\mathbf{E} - \ddot{\mathbf{A}} - <\mathbf{r}> + < \mathbf{i} >(\mathbf{E} - <\mathbf{r}>)]^{-1} \ddot{\mathbf{y}} \tag{5-6}$$

összefüggéssel felírható egyszerűbb alakjához jutunk.

Ebben az $[(\mathbf{E} - \ddot{\mathbf{A}} - <\mathbf{r}> + < \mathbf{i} >(\mathbf{E} - <\mathbf{r}>)]^{-1}$ mátrix a Leontief-inverz módosított változatának tekinthető. Megjegyzendő, hogy mivel $\mathbf{E} - \ddot{\mathbf{A}} - <\mathbf{r}> + < \mathbf{i} >(\mathbf{E} - <\mathbf{r}>) = (\mathbf{E} + < \mathbf{i} >)(\mathbf{E} - <\mathbf{r}>) - \ddot{\mathbf{A}}$, ezért az (5-6) „megoldóképlet" felírható az

$$\mathbf{x} = [(\mathbf{E} + < \mathbf{i} >)(\mathbf{E} - <\mathbf{r}>) - \ddot{\mathbf{A}}]^{-1} \ddot{\mathbf{y}} \tag{5-6a}$$

alakban is. Ennek az az előnye, hogy az **r** exporthányadok csak egyszer szerepelnek a kifejezésben.

Megjegyzendő, hogy ha az (5-2) termékmérlegeket az $\mathbf{x} - \mathbf{z} + \mathbf{u} = \ddot{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \ddot{\mathbf{y}}$ alakra rendezzük, és ennek alapján az $\mathbf{u} = <\mathbf{m}>(\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \ddot{\mathbf{y}})$ definíciót használtuk volna, akkor a $\mathbf{z} = <\mathbf{r}>\mathbf{x}$ definíciót is felhasználva a modellt az

$$\mathbf{x} = [(\mathbf{E} — <\mathbf{r}> - (\mathbf{E} - <\mathbf{m}>) \ddot{\mathbf{A}}]^{-1} (\mathbf{E} - <\mathbf{m}>) \ddot{\mathbf{y}} \tag{5-6b}$$

alakra is redukálhattuk volna. Ennek hátránya, hogy a végső felhasználások $(\mathbf{E} - <\mathbf{m}>)$ szorzója miatt a kapcsolatot a végső felhasználás és a kibocsátás vektorai között nem egy Leontief-inverz-szerű multiplikátor biztosítja, hanem több mátrixot kell összeszorozni, ráadásul az **m** kétszer szerepel a képletben, így nehéz a szerepét átlátni. Ha viszont a közgazdasági értelmezését nézzük az (5-6b) képletnek, akkor érdekes megfigyeléseket tehetünk. Az $(\mathbf{E} - <\mathbf{m}>) \ddot{\mathbf{y}}$ szorzat ugyanis éppen a hazai termékek belföldi végső felhasználását, azaz az $\mathbf{y}^{\mathbf{h}}$ -val jelölhető végső kibocsátást képviseli, amennyiben az import/hazai arányt egységesnek tételezzük fel minden felhasználásban (természetesen egyazon ágazati termék felhasználásáról van szó), ahogy azt – elsősorban az adatok hiánya miatt – a CGE-modellek is többnyire teszik. Hasonlóan, az $(\mathbf{E} - <\mathbf{m}>)\ddot{\mathbf{A}}$ szorzat a hazai ágazatokból származó termékek ráfordítási együtthatóit képviseli, amit $\mathbf{A}^{\mathbf{h}}$ -val jelölhetünk. Ez hasonló (közgazdasági) tartalmú mint a korábban általunk is tárgyalt „B"-típusú ÁKM-modelleknek a szintén a hazai termékekre vonatkozó ráfordítási együtthatókat tartalmazó **A** mátrixa, csak az **A** mátrixban elvileg megfigyelt, hivatalos statisztikából származó értékek vannak, és nem egységes import/hazai arány feltevésével határozták meg az elemeit.

Mindenesetre a fentieknek megfelelően az (5-6b) összefüggés átírható a

$$\mathbf{x} = [(\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle - \mathbf{A^h}]^{-1} \mathbf{y^h} \qquad (5\text{-}6c)$$

formába. Ez az egyszerűbb, kezelhetőbb alak sok további érdekes matematikai levezetést és közgazdasági elemzést tesz lehetővé, de mivel az $\mathbf{A^h}$ és $\mathbf{y^h}$ elrejtik az **m** -től való függésüket, így ez az egyenlet nem használható az importhányadok változásának a következő alfejezetekben tárgyalandó strukturális dekompozíciós elemzésére.

Természetesen ezután **x** ismeretében a $\mathbf{z} = \langle\mathbf{r}\rangle\mathbf{x}$ összefüggésből meg tudjuk határozni az exportokat, majd az $\mathbf{u} = \langle \mathbf{i} \rangle (\mathbf{x} - \mathbf{z}) = \langle \mathbf{i} \rangle (\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle) \mathbf{x}$ összefüggés alapján az importok értékét is. Nyilvánvaló azonban, hogy a külkereskedelem ilyen meghatározása esetén az endogén változónak tekinthető külkereskedelmi egyenleg csak utólag számítható ki, ellentétben a „D1" illetve „D2" típusú ÁKM-modellek feltevésével. Ezzel az esettel azonban itt nem foglalkozom, mert a kérdést regionális modelleknél a „belkereskedelmi egyenleg" előírása kapcsán már a 2. fejezetben már tárgyaltuk, fejlettebb, jelesül CGE-modellbeli ábrázolásukhoz viszont be kellene vezetni az árakat, a jövedelemelosztást, és az árakhoz, jövedelmekhez való alkalmazkodási folyamatok egyenleteit is.

Ehelyett inkább a modellnek a „ha … akkor" jellegű feltételes hatáselemzésére való használhatóságát igyekszem megvilágítani. Az (5-6) egyenlet alapján például meg lehet becsülni, hogyha az exporthányadok illetve importhányadok (közvetve az **i** importarányok) valamilyen oknál fogva megváltoznak (például a hazai valuta leértékelődése miatt az exporthányadok nőnek, az importhányadok viszont csökkennek), akkor az hogy változtatja az ágazati kibocsátásokat.

Bár számpéldát csak a következő alfejezetben mutatok be, itt megjegyezhető, hogy „szerencsétlen esetben" az r_i exporthányad az átlagnál jobban egy olyan ágazatban nő meg, amelynek az egyik legnagyobb inputja egy olyan termék, aminek magas a közvetlen illetve közvetett (azaz „halmozott") beszállítói igénye a *saját* ágazatából, és az éppen szintén magas importhányad miatt az importból is, és ezáltal a kereskedelmi egyenleg nemhogy nőne, hanem még csökkenhet is. Természetesen ez tényleg csak nagyon kivételes esetben fordulhat elő, mindenesetre jól szemlélteti, hogy a modellt nem lehet elméletileg banálisnak tekinteni, eredményeit „kvalitatíve" előre megjósolhatónak tekinteni.

5.3. A strukturális dekompozíció módszere

A modell (5-5) illetve (5-6) egyenletbeli „megoldóképletét" felhasználhatjuk annak számszerűsítésére is, hogy a kibocsátások két ($\mathbf{x}_1$ -gyel illetve $\mathbf{x}_2$ -vel jelölt) megfigyelt értéke közötti $\Delta\,\mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ eltérést mely tényezők, „összetevők" indokolják, „magyarázzák", és milyen mértékben. A matematikai formák szöveges interpretálása előtt azonban feltétlenül szükséges néhány szót ejteni a strukturális dekompozíció módszertani-filozófia alapjairól. A módszer egyik legfrissebb magyar nyelvű ismertetése és alkalmazása Koppány (2016) cikkében található, amely további magyar illetve angol nyelven megjelent korábbi publikációkra is hivatkozik, köztük jómagam műveire is.

Koppány (2016) a szakirodalom áttekintése után a számítási módszer alábbi „konszenzusos" definícióját adja: „A strukturális dekompozíció a komparatív statika jól ismert ceteris paribus elvén alapul: a jelenséget leíró egyenlet magyarázó változóit egyenként megváltoztatva, a többi változót pedig valamilyen referenciaértéken tartva történik az eltérés tényezőkre bontása" (Skolka (1989) szinte szó szerint ugyanígy definiálja a módszert). A módszernek a nevében is jelzett jellemzője, hogy a gazdaság esetében a vizsgált jelenség számmal kifejezett attribútumát (számszerű jellemzőjét, mutatószámát) különféle *szintek* (aggregált skalár mutatószámok) és *szerkezetek* (struktúrák) szorzatára illetve összegére bontja., majd a jelenség *időbeli változását* vagy megfigyelési egységek (országok, régiók) közötti (*„térbeli") eltérését* igyekszik visszavezetni ezen összetevők változásaira illetve eltéréseire. A felbontás általában tautológikus, azaz a komponensek változásai (eltérései) implikálják a jelenség adott mértékű megváltozását, a felbontás (dekompozíció) értelmezése azonban gyakran nehézségekbe ütközik. A *„magyarázó tényezők"* vagy komponensek ugyanis nem feltétlen tekinthetők (ható)oknak. Ez a térbeli összehasonlításoknál nyilvánvaló, de az időbeli változásoknál is gyakran érvényes. Például a fogyasztás vektora szinten az összfogyasztás szintjének és a fogyasztás struktúrájának (a „fogyasztói kosár" összetételének) szorzataként írható fel. Tehát az abszolút fogyasztási vektor változása a szintváltozás és a szerkezetváltozás (mint látni fogjuk: szeparábilis) függvénye. Mégsem mondható, hogy e két tényező mutatja a szintváltozás és a szerkezetváltozás „hatását". Ha ugyanis a fogyasztó jövedelme nő, akkor keresletének szerkezete eltolódik a magasabbrendű javak felé, azaz a szintváltozás (a preferenciafüggvénynek megfelelően) „hat" a szerkezetre is. Tehát a „hatások" értékelésénél nagyon óvatosan kell eljárni, számos véletlen-, és közvetett hatás előfordulhat, illetve a hatás iránya is sokszor kérdésessé válik (beleértve a céloksági viszonyokat is).

Ha létezik is oksági kapcsolat, akkor is annak irányát nem feltétlen az dönti el, hogy melyik a régebben mért jelenség. Lehetséges ugyanis, hogy az ok később válik mérhetővé mint az okozat. Számos esetben pedig arról van szó, hogy a két jelenség egy harmadik, a dekompozícióban nem szereplő (akár nem is megfigyelt) közös okra vezethető vissza. Például ha a foglalkoztatást a munkaigényesség (fajlagos létszám) és a termelési szint szorzataként ábrázoljuk, akkor e két tényező változását egyaránt okozhatja az árak változása. Tehát ha oksági viszony is áll fenn, ezek nem feltétlenül tekinthetők végső okoknak.

A felbontásnak algebrailag több alternatív alapképlete van (lásd a standardizálás illetve az ún. „index-probléma" statisztikai kérdésköröket). Ezek közül mi egy szimmetrikus képletet használunk, ami az alábbi (**A** és **B** mátrixok is lehetnek):

$$\Delta(\mathbf{A}\,\mathbf{B}) = \Delta\mathbf{A}\,\overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A}}\,\Delta\mathbf{B} \qquad (5\text{-}7)$$

ahol a felülvonás a két időszak átlagát jelenti.

A fentinél nagyobb probléma, ha **3-tényező** változását akarjuk elkülöníteni. Ebben az esetben ugyanis nincs a fenti felbontáshoz hasonló szimmetrikus formula, ezt csak az alternatív felbontások **átlagolásával** (mint az index-számításnál a Fisher-féle mértani átlag) hozhatjuk létre. Egy másik lehetőség, hogy a 3-tényező közül valamelyik 2-t (mátrixszorzat esetén két szomszédosat, tekintve a nem-kommutativitást) összezárójelezve az első lépésben mint egyetlen tényezőt kezelünk, majd a 2-tényezős felbontás elvégzése után ezeknek az összezárójelezett tényezőknek a szorzatának a változását is különválasztjuk a 2-tényezős formulával. Hogy a két lehetőség (1.+2. vagy 2.+3.) közül melyiket válasszuk, azt gyakran **közgazdaságelméleti megfontolások** alapján dönthetjük el. Az összekapcsolás érvei lehetnek például a fajlagosok és a szintek elkülönítése, a közvetlen és közvetett tényezők elkülönítése, a volumen és árjellegű hatások elkülönítése, stb. Erre nem lehet általános receptet adni, mindig az adott problémának megfelelően kell eljárni. Ezt egy, az $\boldsymbol{l}$ ágazati fajlagos létszámigényekkel kiegészített legegyszerűbb nyílt ÁKM-volumenmodellel szemléltetem.

Jelölje a gazdaság kategóriáinak 1. és 2. időszakbeli értékeit rendre az adott kategória betűjeléhez toldott $_1$ illetve $_2$ alsó index, L_1 illetve L_2 a gazdaság 1. illetve 2. időszakbeli foglalkoztatotti összlétszámát, valamint $\Delta L := L_2 - L_1$ ennek a két időszak közötti változását. A legegyszerűbb „B”-típusú nyílt ÁKM-volumenmodell szerint ekkor $L_1 = \boldsymbol{l}_1(\mathbf{E} - \mathbf{A}_1)^{-1}\mathbf{y}_1$, $L_2 = \boldsymbol{l}_2(\mathbf{E} - \mathbf{A}_2)^{-1}\mathbf{y}_2$ .Jelölje az alábbiakban $\mathbf{R}$ az $\mathbf{A}$ mátrix Leontief-inverzét, azaz $\mathbf{R} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$.

Ekkor a létszámváltozás a $\Delta L := L_2 - L_1 = \boldsymbol{l}_2(\mathbf{E} - \mathbf{A}_2)^{-1}\mathbf{y}_2 - \boldsymbol{l}_1(\mathbf{E} - \mathbf{A}_1)^{-1}\mathbf{y}_1 = \boldsymbol{l}_2\mathbf{R}_2\mathbf{y}_2 - \boldsymbol{l}_1\mathbf{R}_1\mathbf{y}_1$. képlet szerint függ a létszámfajlagosok (avagy ennek reciproka, a „munkatermelékenység”), a ráfordítási együtthatók és a végső felhasználások 1. és 2. időszakbeli értékétől. Ez kétféleképpen írható fel a képletben szereplő $\boldsymbol{l}$, $\mathbf{R}$ és $\mathbf{y}$ kategóriák *változásának* függvényében:

$$\Delta L = \Delta(\boldsymbol{l}\,\mathbf{R})\,\bar{\boldsymbol{y}} + \overline{\boldsymbol{l}\,\mathbf{R}}\,\Delta\mathbf{y} = \Delta\boldsymbol{l}\,\bar{\mathbf{R}}\,\bar{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{l}}\,\Delta\mathbf{R}\,\bar{\mathbf{y}} + \overline{\boldsymbol{l}\,\mathbf{R}}\,\Delta\mathbf{y} \qquad (5\text{-}8)$$

illetve

$$\Delta L = \Delta\boldsymbol{l}\,\overline{\boldsymbol{R}\,\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{l}}\,\Delta(\mathbf{R}\,\mathbf{y}) = \Delta\boldsymbol{l}\,\overline{\boldsymbol{R}\,\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{l}}\,\Delta\mathbf{R}\,\bar{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{l}}\,\bar{\mathbf{R}}\,\Delta\mathbf{y} \qquad (5\text{-}10)$$

ahol a ¯ felülvonás az alatta levő kategória két időszaki értékének átlagát jelenti.

Amint az látható az (5-8) és (5-9) egyenletekben, a felbontás középső tagja azonos, de az első és utolsó tag különbözik, tekintve, hogy általában $\overline{AB} \neq \bar{A}\bar{B}$.

Természetesen *4 vagy még többtényezős szorzat* felbontása esetén még több alternatíva lehetséges. A legegyszerűbb, „technokrata” megoldás az egyes módszerek eredményeinek *átlagolás*a, de lehet a felbontást *rekurzív* módon is végezni, minden lépésben (a szorzat tényezői közül a szorzatban balról jobbra haladva választva ki sorban az egyes tényezőket) csak egy tényező változásának hatását elkülönítve, a többi tényezőt egyelőre egyben (összezárójelezve) kezelve, (ahogy azt az (5-8) illetve (5-9) levezetések első lépésében tettük), majd az e szorzat változását szerepeltető tagot bontjuk tovább az abban legelöl szereplő tag változásának „hatását” elkülönítve, és így tovább az utolsó felbontásig.

Például az $\mathbf{R}$ (az 1. és 2. megfigyelés közötti) változását/eltérését szintén fel lehet bontani, ráadásul kétfeleképpen is az alábbiak szerint:

$$\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2\,\{\mathbf{E} - (\mathbf{E}-\mathbf{A}_2)\,\mathbf{R}_1\} = \mathbf{R}_2\,\{(\mathbf{E}-\mathbf{A}_1) - (\mathbf{E}-\mathbf{A}_2)\}\,\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2\,(\mathbf{A}_2-\mathbf{A}_1)\,\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2\,\Delta\mathbf{A}\,\mathbf{R}_1 \qquad (5\text{-}11)$$

ahol, $\mathbf{R}_1$ ill. $\mathbf{R}_2$ az $\mathbf{A}_1$ ill $\mathbf{A}_2$-ből számított L-inverz. Érdekességként megjegyzendő, hogy a változások definíciójának asszimmetriája fényében némileg meglepő módon a $\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_1\,\Delta\mathbf{A}\,\mathbf{R}_2$ összefüggés is fennáll. Ugyanis

$$\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_1\{(\mathbf{E}-\mathbf{A}_1)\mathbf{R}_2 - \mathbf{E}\} = \mathbf{R}_1\,\{(\mathbf{E}-\mathbf{A}_1) - (\mathbf{E}-\mathbf{A}_2)\}\,\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_1\,(\mathbf{A}_2-\mathbf{A}_1)\,\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_1\,\Delta\mathbf{A}\,\mathbf{R}_2. \qquad (5\text{-}12)$$

E felbontásból látható, hogy az eleve az $\mathbf{A}$ együtthatóktól függő $\mathbf{R}$ Leontief-inverz változása hogy függ magának az $\mathbf{A}$ mátrixnak a változásától. De ez egyúttal lehetőséget ad az *egyes*

revesz.tamas_73_23

együtthatók változása hatásának *külön-külön* történő számszerűsítésére is. Ehhez jelölje $\mathbf{A}^{(i,j)}$ azt a mátrixot, amelynek az i,j indexű eleme $a_{i,j}$, a többi eleme viszont zérus (azaz e koefficiens kivételével a többit lenullázzuk). Nyilvánvaló, hogy

$$\mathbf{A} = \sum_i^n \sum_j^n \mathbf{A}^{(\mathbf{i,j})} \qquad (5\text{-}13)$$

illetve

$$\Delta\mathbf{A} = \sum_i^n \sum_j^n \Delta\mathbf{A}^{(i,j)} \qquad (5\text{-}14)$$

Ezt a képletet az (5-11) illetve (5-12) összefüggések utolsó kifejezésébe visszahelyettesítve a

$$\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_2 \{\sum_i^n \sum_j^n \Delta\mathbf{A}^{(\mathbf{i,j})}\}\mathbf{R}_1 \qquad (5\text{-}15)$$

illetve

$$\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_2 \{\sum_i^n \sum_j^n \Delta\mathbf{A}^{(\mathbf{i,j})}\}\mathbf{R}_1 \qquad (5\text{-}16)$$

képletekkel fejezhetjük ki az inverzmátrix változását az egyes ráfordítási együtthatók változása „hatásainak" összegeként.

5.4. A modell felhasználása strukturális dekompozíciós elemzésekre

A fenti módszertani összefoglaló után ebben az alfejezetben megvizsgáljuk, hogy az (5-5) illetve (5-6) egyenletekkel megadott „A"-típusú ÁKM volumenmodellben hogy számítható az importarányok és exportarányok változásának hatása a kibocsátásokra.

Az (5-6) egyenletet két megfigyelésre (időszakra, régióra, stb.) felírva, és azok különbségét véve az (5-7) felbontási alapképlet alkalmazásával a

$$\Delta\, \mathbf{x} = \Delta\{\, [(\mathbf{E} - \ddot{\mathbf{A}} - \langle\mathbf{r}\rangle + \langle\, \mathbf{i}\,\rangle\, (\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle)]^{-1}\, \ddot{\mathbf{y}}\,\} = \Delta\, \underset{\cdot}{\mathbf{R}}\, \bar{\mathbf{y}} + \bar{\underset{\cdot}{\mathbf{R}}}\, \Delta\, \ddot{\mathbf{y}} \qquad (5\text{-}17)$$

összefüggéshez jutunk, ahol $\bar{\mathbf{y}}$ az $\ddot{\mathbf{y}}$ két megfigyelt értékének az átlaga, és ahol bevezettük az $\underset{\cdot}{\mathbf{R}} = [(\mathbf{E} - \ddot{\mathbf{A}} - \langle\mathbf{r}\rangle + \langle\, \mathbf{i}\,\rangle\, (\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle)]^{-1}$ jelölést az inverzmátrixra, azaz $\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{R}}}$ az $\underset{\cdot}{\mathbf{R}}$ két megfigyelésének (pl. két időszaki értékének) az átlaga. Ha bevezetjük az $\hat{\mathbf{A}} = \ddot{\mathbf{A}} + \langle\mathbf{r}\rangle - \langle\mathbf{i}\rangle(\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle)$ jelölést, akkor $\underset{\cdot}{\mathbf{R}} = (\mathbf{E} - \hat{\mathbf{A}})^{-1}$ .alakban írható fel.

$\Delta\underset{\cdot}{\mathbf{R}}$ tehát az (5-11) alapján az

$$\Delta\underset{\cdot}{\mathbf{R}} = \underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\, \Delta\hat{\mathbf{A}}\, \underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1 \qquad (5\text{-}18)$$

alakban írható fel, amiben viszont bevezetve az $\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{r}}}$ jelölést a két megfigyelés (időszak) $\mathbf{r}$ exportarányainak átlagára, az $\hat{i}$ jelölést pedig a két megfigyelés import/hazai árarányainak átlagára, valamint felhasználva a szorzat felbontás (5-7) alapképletét és a $\Delta(\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle) = -\Delta\langle\mathbf{r}\rangle$ össze-függést, a $\Delta\hat{\mathbf{A}}$ tényező az

$$\Delta\, \hat{\mathbf{A}} = \Delta\{\ddot{\mathbf{A}} + \langle\mathbf{r}\rangle - \langle\mathbf{i}\rangle(\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle)\} = \Delta\, \ddot{\mathbf{A}} + \Delta\langle\mathbf{r}\rangle - \langle\, \Delta\mathbf{i}\,\rangle\, (\mathbf{E} - \langle\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{r}}}\rangle) - \langle\, \hat{\imath}\,\rangle\, \Delta(\mathbf{E} - \langle\mathbf{r}\rangle) =$$

$$= \Delta\, \ddot{\mathbf{A}} + \Delta\langle\mathbf{r}\rangle - \langle\, \Delta\mathbf{i}\,\rangle\, (\mathbf{E} - \langle\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{r}}}\rangle) + \langle\, \hat{\imath}\,\rangle\, \Delta\langle\mathbf{r}\rangle = \Delta\, \ddot{\mathbf{A}} - \langle\, \Delta\mathbf{i}\,\rangle\, (\mathbf{E} - \langle\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{r}}}\rangle) + (\mathbf{E} + \langle\, \hat{\imath}\,\rangle)\, \Delta\langle\mathbf{r}\rangle \qquad (5\text{-}19)$$

összefüggés jobb oldalán álló kifejezéssel helyettesíthető. Ezt behelyettesítve az inverzmátrix (5-18) felbontási képletébe, majd az így módosult kifejezést az (5-17) összefüggésbe, végeredményként a kibocsátások eltérését (változását) a

$$\Delta\,\mathbf{x} = \underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\,(\Delta\mathbf{A} - \langle\,\Delta\mathbf{i}\,\rangle(\mathbf{E} - \langle\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{r}}}\rangle) + (\mathbf{E} + \langle\,\hat{\mathbf{i}}\,\rangle)\,\langle\,\Delta\mathbf{r}\,\rangle)\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1\,\bar{\mathbf{y}} + \bar{\underset{\cdot}{\mathbf{R}}}\,\Delta\,\ddot{\mathbf{y}} \qquad (5\text{-}20)$$

képlettel lehet felbontani a $\Delta\ddot{\mathbf{A}}$, $\Delta\mathbf{i}$ illetve $\Delta\mathbf{r}$ „hatására”. Konkrétan az $\mathbf{x}$ kibocsátások változásából

$\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\,\Delta\ddot{\mathbf{A}}\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1\,\bar{\mathbf{y}}$ a folyó ráfordítási együtthatók változásának a „hatása”,

$-\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\,\langle\,\Delta\mathbf{i}\,\rangle\,(\mathbf{E} - \langle\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{r}}}\rangle)\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1\,\bar{\mathbf{y}}$ az importarányok változásának a „hatása”,

$\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\,(\mathbf{E} + \langle\,\hat{\mathbf{i}}\,\rangle)\,\langle\,\Delta\mathbf{r}\,\rangle)\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1\,\bar{\mathbf{y}}$ az exportarányok változásának a „hatása”,

$\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{R}}}\,\Delta\,\ddot{\mathbf{y}}$ a belföldi végső felhasználások változásának a „hatása”.

Az alkalmazási mód illusztrálására tekintsük az alábbi számpéldát!:

Legyenek az 1. és 2. időszaki A-típus ÁKM-ek az alábbiak:

1. időszak A-típusú ÁKM-je:

	1. ágazat	2. ágazat	belföldi végső felh.	export	-import	kibocsátás
1. ágazat	40	28	52	20	-40	100
2. ágazat	20	12	52	12	-16	80
hozzáa.ért.	40	40				
kibocsátás	100	80				

2. időszak A-típusú ÁKM-je:

	1. ágazat	2. ágazat	belföldi végső felh.	export	-import	kibocsátás
1. ágazat	51	26	67	36	-60	120
2. ágazat	30	13	61	26	-26	104
hozzáa.ért.	39	65				
kibocsátás	120	104				

Amint az látható, az exporthányadok 20 illetve 15 %-ról 30 illetve 25 %-ra nőttek, az importarányok (import/hazai termékek belföldi felhasználása) pedig 40/(100-20) = 50 % illetve 16/(80-12) = 23,53 % szintről 60/(120-36) = 71,42 % illetve 26/(104-26) = 29,55 %-os szintre. Látható, hogy a végső felhasználás is nőtt 28,85 illetve 17,31 %-kal. Tehát az exporthányad és a végső felhasználás növekedésével a kibocsátás növekedése magyarázható, az importarány növekedése viszont a csökkenését magyarázná, de mivel a kibocsátás mindkét ágazatból nőtt, ezért inkább úgy fogalmazhatunk, hogy a kibocsátásnak a másik két tényező növekedése alapján várhatónál kisebb növekedését magyarázza.

Az (5-20) egyenletet a fenti adatokkal számszerűsítve a kibocsátások 20 illetve 24 egységnyi változásához az egyes tényezők az alábbi mértékben járultak hozzá:

$\begin{pmatrix}-7{,}08\\1{,}91\end{pmatrix} = \underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\,\Delta\ddot{\mathbf{A}}\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1\,\bar{\mathbf{y}}$ a folyó ráfordítási együtthatók változásának a „hatása”,

$\begin{pmatrix}-28{,}57\\-16{,}04\end{pmatrix} = -\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\,\langle\,\Delta\mathbf{i}\,\rangle\,(\mathbf{E} - \langle\bar{\underset{\cdot}{\mathbf{r}}}\rangle)\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1\,\bar{\mathbf{y}}$ az importarányok változásának a „hatása”,

$\begin{pmatrix}30{,}35\\21{,}57\end{pmatrix} = \underset{\cdot}{\mathbf{R}}_2\,(\mathbf{E} + \langle\,\hat{\mathbf{i}}\,\rangle)\,\langle\,\Delta\mathbf{r}\,\rangle)\,\underset{\cdot}{\mathbf{R}}_1\,\bar{\mathbf{y}}$ az exportarányok változásának a „hatása”,

$\begin{pmatrix}25{,}29\\16{,}56\end{pmatrix} = \bar{\mathbf{R}} \,\Delta\, \ddot{\mathbf{y}}$ a belföldi végső felhasználások változásának a „hatása”.

A fenti 4 „hatást” összesítve valóban kiadódik a kibocsátások $\Delta\ \mathbf{x} = \begin{pmatrix}20\\24\end{pmatrix}$ változása. Az eredmények értelmezésének illetve értékelésének az alábbi vázlata adható meg:

A kibocsátások $\begin{pmatrix}20\\24\end{pmatrix}$ növekedéséhez ($\Delta\mathbf{x}$) tehát a mindkét ágazatban 0,1-gyel (10 százalékponttal) növekvő exportarány $\begin{pmatrix}30{,}35\\21{,}57\end{pmatrix}$ egységnyivel, azaz összesen kb. 52 egységnyivel járult hozzá, amit majdnem teljesen lerontott az import/hazai felhasználási arányok rendre 21,4 illetve 9,8 százalékpontos növekedésének (az import kiszorító hatásának) a kibocsátásokat $\begin{pmatrix}28{,}57\\16{,}04\end{pmatrix}$ egységgel (összesen kb. 45 egységgel) csökkentő hatása. Így a kibocsátások növekedése gyakorlatilag csak a hazai végső felhasználások növekedésének köszönhető, ami a kibocsátások $\begin{pmatrix}25{,}29\\16{,}56\end{pmatrix}$ egységnyi (összesen kb. 42 egységnyi) növekedését okozta volna, de az első ágazat terméke esetében még a ráfordítási együtthatók változása (amik az 1. ágazatban nőttek, de a 2. ágazatban csökkentek) a kibocsátást mintegy további 7 egységgel is csökkentette.

A kibocsátásváltozásokat a fajlagos hozzáadott értékekkel, létszámokkal, stb. szorozva számíthatók a hozzáadott értékre, foglalkoztatásra, stb. való hatások, beleértve e tényezők változásának hatását is, ahogy azt az 5.3. alfejezetben a 3-tényezős felbontás tárgyalásánál bemutattam.

Bár a szemléletesség kedvéért a fentiekben sokszor egyszerűen változásokról, hatásokról írtam, nyilván a képletek vonatkoznak a térbeli eltérésekre is. Ezek értelmezése azonban más, lényegében úgy fogalmazhatók, hogy ha az 1. megfigyelési egység … paramétere (pl. ráfordítási együtthatói) olyan lenne a 2. megfigyelési egységé, akkor a kibocsátása, …, stb. ennyi és ennyi, illetve ennyivel és ennyivel több lenne. Ez főleg akkor hasznos, ha van egy kiválasztott referencia objektum (pl. egy fejlett ország), aminek állapotát el szeretnénk érni, és azt vizsgáljuk, hogy melyiket érdemes az eltérést magyarázó paraméterek közül megváltoztatni (pl. a kibocsátásokra vetített környezetszennyezési emissziós együtthatók közül), hogy e referencia objektum paraméterének értékére való átállítás után a célváltozó (például az összemisszió) szintje is e referencia objektumhoz tartozó szinthez minél közelebb kerüljön.

6. Hatásvizsgálatok SAM-modellel

6.1. Bevezetés

A II. részben a reálgazdaság ún. volumenmodelljeivel kapcsolatos néhány frissebb és innovatívabb kutatásomat igyekeztem bemutatni. Ennek jelen, utolsó fejezete, a SAM-modell azonban egy határeset a pénzügyi folyamatokat ábrázoló és a reálfolyamatokat ábrázoló modellek között. Alapértelmezésben ugyanis a SAM a jövedelmek, általánosabban fogalmazva (pénz-)*értékek* áramlását, körforgását ábrázoló táblázat (mátrix), de az erre épülő SAM-modell alapvetően a keresletvezérelt nyílt (vagy inkább részlegesen bezárt) ÁKM volumenmodellekhez hasonlóan működik, és az eredményeit is aszerint értelmezik (mintha az értékek változása a mögöttük meghúzódó mennyiségek, volumenek arányos változását is jelentené)[16].

Az ÁKM-et lényegében a jövedelmek elosztásának, újraelosztásának és a rendelkezésre álló jövedelem felhasználásának a hozzáadott érték és a végső felhasználások közötti kapcsolatot leíró „számláival", az ezeknek megfelelő sorokkal illetve oszlopokkal kiegészítő Társadalmi Elszámolási Mátrix (angolul: Social Accounting Matrix, rövidítve: SAM) kidolgozása a Nemzeti Számlák rendszerét megalkotó Richard Stone és a Cambridge Growth Project-ben munkatársai érdeme (Stone és Brown, 1962). E projektben dolgozó egyik munkatársuk, Pyatt később a Világbankba került, és ott Thornbecke-vel szélesebb körben ismertté és a Világbank elemző munkájának részévé tette (Pyatt és Round, 1985). Így többek között a CGE-modellezők is használták modelljeik számszerűsítéséhez, sőt majdnem általánossá vált a CGE-modellek számítógépes programjainál, hogy a modell kalibrálásához szükséges adatokat egy SAM-táblázatból olvassák be.

Mivel e fejezetben csak jómagam ezzel kapcsolatos újabb kutatási eredményeimről számolok be, a SAM és az azon alapuló SAM-modell ismertetését a szükséges minimumra korlátozom. A módszerről a fentiek mellett még részletesebb ismertetést ad Miller és Blair (2009). Magyarországon a SAM összeállításának úttörője Augusztinovics Mária volt, aki eredetileg a pénzügyi tervezés és a reálgazdaság tervezésének összehangolását igyekezett ezzel az eszközzel elősegíteni, aggregált és ágazati szinten (lásd Augusztinovics, 1968). A módszer korai magyarországi megjelenése ellenére a SAM és az azon alapuló modellek kifejlesztése elakadt, jómagam is csak a '90-es évek elején holland és lengyel kollégáimon keresztül ismertem meg, és sajátítottam el annyira, hogy az ezzel kapcsolatos kutatásainkról szóló közös publikációink már könyv formájában, illetve neves nemzetközi folyóiratban közölt cikkben is megjelentek (lásd Cohen (1993) illetve Braber et al. (1996)). Az utóbbi években fiatalabb kutatók nagyon intenzíven foglalkoztak vele, Koppány Krisztián (2017) könyvében egy terjedelmes fejezetet szentel a SAM szakirodalmi áttekintésének, módszertana ismertetésének és gyakorlati alkalmazásának a makrogazdasági hatáselemzésekben és az egyetemi oktatásban. Ebben megemlíti az ún. korlátozott ÁKM-modelleket illetve ezek párját, a korlátozott SAM-modelleket is. Ezt azért emelem ki, mert e fejezetben a módszer jelenlegi alkalmazási perspektíváival kapcsolatban megfogalmazott gondolataim részben ehhez kapcsolódnak.

A SAM-modellek aktualitását Magyarországon többek között az adja, hogy kiválóan alkalmazható a *külföldi turisták költései*nek hatásvizsgálatára. Ezzel a „kiválóan alkalmazható" kitétellel részben arra utalok, hogy a külföldi turisták hazai költéseit nyugodtan lehet exogén többletkeresletnek (a magyar gazdaságba való „injekciónak") tekinteni (mert nem függ a hazai jövedelemképződési folyamatoktól, és külföldi jellege miatt nem is várható el a modelltől, hogy ennek nagyságát kielégítően modellezze), másrészt a beutazó turizmusnak a magyar gazdaságban igen jelentős, és – az utasforgalomnak a koronavírus-járvány miatti átmeneti visszaesés ellenére - dinamikusan növekvő szerepe van. Ezért keresletvezérelt („keynesi") jellege ellenére kevésbé érheti az ilyen modellekkel szembeni azon kritika, hogy a valamelyik gazdasági szereplőnél feltételezett kiadásnövekedés az csak kiszorító hatást eredményez, nem növeli (a multiplikátorhatáson keresztül) a gazdaság összjövedelmét. Ráadásul a turizmust kiszolgáló

[16] Ezt tükrözi az angol nyelvű szakirodalomban a *fixed-price multiplier models* elnevezés.

ágazatokat általában (főleg szezonálisan) jelentős kapacitásfelesleg jellemzi, elég csak ennek a legtőkeigényesebb komponensének, a szálláshely szolgáltatásnak a körében jelentkező airbnb kínálatnak a szálláshelykínálatot drámaian megnövelő (a szállodáknak a vendégeik elvesztésétől való félelmét kiváltó) jelenségére utalni.

Szerénytelenség nélkül meg kell említeni azt is, hogy a KSH a régióban elsőként dolgozta ki a nemzeti számlákkal összhangban az ún. „*turizmus szatellit számlákat*” (aminek az egyik fő megalkotója, Hüttl Antónia ennek során az én munkámra is jelentősen támaszkodott), amik bizonyos ésszerű bontásokban (beleértve a főbb termék- és szolgáltatáscsoportokat is) számszerűsítették a külföldi turisták hazai- és a magyar (rezidens) turisták külföldi kiadásait és ezáltal lehetővé tették, hogy a hazai fogyasztásból elkülöníthető legyen a háztartások és a külföldiek fogyasztása. Végül, de nem utolsósorban aktualitására tekintettel is mondhatjuk, hogy „kiválóan alkalmazható” a turistaköltések hatásvizsgálatára. Ugyanis 2021 óta a kormány tervbe vette a Liszt Ferenc *repülőteret* üzemeltető Budapest Airport Zrt. cég megvásárlását, és erre a kiszivárgott információk (Bloomberg) szerint akár 4 milliárd euro vételárat is felajánlott a cég tulajdonosainak. Nyilván egy ilyen összegű vásárlásnál nagyon fontos megvizsgálni a befektetés megtérülését, ami viszont nemzetgazdasági szinten alapvetően függ a repülővel érkező áruk mennyiségétől és turisták számától, valamint azok (messze átlagon felüli) napi költésének szintjétől és szerkezetétől (és például ennek adótartalmától) is. Tehát a (esetleg a vétel után tervezett beruházásokat is figyelembevéve) prognosztizált (utas- és áru-) forgalom hatása a magyar gazdaságra, és ezen belül a költségvetés bevételeire a SAM-modellel vizsgálható.

6.2. A SAM és az ezen alapuló SAM-modell

A fenti bevezető után a SAM-ot a szakirodalom és saját tapasztalataim alapján ebben az alfejezetben megkísérlem tömören, de közérthetően bemutatni.

Maga a társadalmi elszámolási mátrix egy olyan azonos számú sort és oszlopot tartalmazó táblázat, amelynek egy-egy sora mutatja az adott gazdasági szereplő, illetve kategória (összefoglaló néven: számlák) jövedelmeit (forrását), oszlopai pedig az adott szereplő (kategória) kiadásait (felhasználását). A SAM táblázat azonos sorszámú sorai és oszlopai, ha mögöttük gazdasági javak mozgása húzódik meg, egy-egy makrogazdasági termékmérleg forrásait és felhasználásait részletezik, ha csak jövedelem-mozgásról van szó, akkor a sorok és oszlopok szerepe felcserélődik.

A SAM-számlák szokásos elnevezései a közgazdaság-elmélet logikáját, illetve a nemzetközi statisztikai gyakorlatot követik, de a konkrét elemzési terület és cél, valamint az adatok függvényében a számlák tartalma és elrendezése rugalmasan változtatható. A rugalmas elrendezéshez különféle technikai számlákat alkalmaznak, amelyek közül elsősorban a különböző **gyűjtő-, átvezető- és transzformációs számlák** említendők. Az alapadatok elrendezésének alapelve, hogy lehetőleg **minden abban az oszlopban szerepeljen, aminek az oszlopösszegével arányos**nak tekinthető. Erre azért van szükség, mert az alábbiakban bemutatandó SAM-modell olyan együtthatókat használ, amelyek az egyes cellaértékeknek az adott oszlopösszesennel való osztásából keletkeznek. A SAM egy jellemző szerkezetét Zalai (2012) könyvében megtalálható, a 2005. évre vonatkozó magyar SAM általam összeállított alábbi, 6-1. táblázata szemlélteti.

6-1. táblázat: A társadalmi elszámolási mátrix (SAM) (Magyarország, 2005, milliárd forintra kerekítve) [1]

	1.1. Magán- végső fogyasztás	1.2. Közös végső fogyasztás	2. Felhalmozás (beruházás)	3. Tevékenységek (költség, jöv.)	4. Termékek és szolgáltatások	5. Jövedelem (elosztás)	6.1. Magán- háztartások	6.2. Vállalat háztartások	6.3. Állam háztartások	7. Külföld (export)	Bevételek összesen
1. Szükségletek (jelen fogyasztás)											
1.1. magán-							11335	361	2785	754	15235
1.2. közösségi							0	0	2172	0	2172
2. Felhalmozás (megtakarítás)							1499	3033	-607	1395	5320
3. Tevékenységek					45554						45554
4. Termékek és szolgáltatások[1]	13132	2172	4963	26071						13912	60250
5. Jövedelmek (elsődleges) [1]	2106		358	19483						47	21994
6. Háztartások											
6.1. Magán-						11294	–3546	–140	3569	78	11255
6.2. Vállalat						3507	573	–700	–526	653	3507
6.3. Állam						5842	975	981	–1720	–235	5843
7. Külföld (import)					14692	1354	419	–28	168	–130	16475
Kiadások összesen	15238	2172	5321	45554	60246	21997	11255	3507	5841	16474	187605

[1] A vastag vonallal jelzett cellák elemeit az ÁKM ágazatok szerint tovább bontja megfelelő méretű és dimenziójú mátrixokra

A fenti táblázat tartalmának részletes magyarázata is a hivatkozott könyvben található.

A SAM-*modell* lényegében abból áll, hogy **endogén és exogén számlák**at megkülönböztetve az exogén kiadások változásának az endogén számlákra gyakorolt hatását számítja. Az endogén számlák azok, amelyeknek a bevétele a modellben kiadást idéz elő, azaz azon szereplők és kategóriák, amelyeknél **a bevételek (források) elköltésére (felosztására) viszonylag automatikusan és előrelátható szerkezetben** kerül sor. A bérek elköltése például nagyjából előrelátható szerkezetben történik. Az import azonban nem vált ki automatikusan **export**ot, sem az állami bevételek **állami kiadások**at. Hasonlóan az állóeszközök elhasználódása sem feltétlen jelenik meg pótló beruházási szükségletben, illetve a nyereséget sem feltétlen költi beruházásra a termelő, így – főleg rövidtávú elemzésekben - a **beruházás**i kiadások is gyakran **exogén számlaként** szerepelnek.

Az **endogén számlák** tehát a termékek és szolgáltatások számlái (a kereslet ráfordításokat, illetve importot idéz elő), a háztartások számlái (a munkajövedelmeket és az ún. vegyes jövedelmet a rétegek a rájuk jellemző kiadási szerkezetben elköltik) és adott esetben a felhalmozási számlák is (a készletfelhalmozás gyűjtőszámlája, valamint az egyes ágazatok beruházási számlái az egyes gazdasági szereplőknek az adott jellegű felhalmozásra fordított összegeit az ágazatra jellemző szerkezetben beruházási javakra, illetve készletfelhalmozásra költik).

A modellben újra elköltésre nem kerülő, a **körforgásból kieső** (a szakirodalomban elfolyónak, illetve elszivárgónak hívott) jövedelmek tehát az adókból, az importból és a vegyes tartalmú, és ezért nehezen követhető, különféle transzferekből állnak. Minden, a körforgásba kívülről bekerülő jövedelem előbb vagy utóbb e tételek valamelyikében jelenik meg, természetesen közben különféle egyéb gazdasági hatásokat (termelés, foglalkoztatás, lakossági jövedelmek, beruházás, erőforrás-lekötés, stb.) okozva.

Matematikailag az eljárás röviden a következő. Jelöljük **y** vektorral az exogén számláknak az endogén számlák felé való kiadását (amelyeknek *i*-edik eleme tehát az *i*-edik endogén számla felé történő összes exogén fizetést mutatja), **x** vektorral az endogén számlák kiadási-bevételi főösszegeit, **S** mátrixszal pedig az endogén számlák kiadási szerkezeteinek az endogén számlákhoz tartozó sorait. Ekkor az endogén számlák

$$\mathbf{x} = \mathbf{S}\,\mathbf{x} + \mathbf{y} \qquad (6\text{-}1)$$

képlettel felírható bevételi mérlegazonosságaiból az implicit **x** vektort kifejezve az

$$\mathbf{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{S})^{-1}\,\mathbf{y} \qquad (6\text{-}2)$$

képlettel számítható az exogén kiadások és fogyasztási szerkezetek függvényében az endogén számlák szintje.

Az endogén számlák szintjének ismeretében most már természetesen meghatározhatók azok kiadásai is az exogén számlák felé. Ezt az alábbi képlet fejezi ki:

$$\mathbf{z} = \mathbf{R}\,\mathbf{x} \qquad (6\text{-}3)$$

ahol **R** az a mátrix, amelynek *j*-edik sorának *k*-adik eleme megmutatja a *k*-adik endogén számla fajlagos kiadását (igényét) a *j*-edik exogén számla felé, **z** pedig az exogén számlák számított bevétele az endogén számláktól. E képlettel számolhatunk erőforrásigényeket és természeti hatásokat is, csak akkor az **R** mátrixot a megfelelő fajlagos igényekkel (hatásokkal) mint toldaléksorokkal ki kell egészíteni.

Ha közvetlenül csak egy-egy endogén számlát érintő és egységnyi exogén kiadások hatásait számítjuk ki (azaz **y** helyébe valamelyik egységvektort helyettesítjük), akkor a különféle *multiplikátorok*at kapjuk meg. A multiplikátorokat elsőrendűen aszerint osztályozzák, hogy melyik kategóriára (számlára) vonatkozó hatásokat mutatnak. Eszerint beszélhetünk termelési, foglalkoztatási, jövedelmi, beruházási stb. multiplikátorokról.

Ezen túlmenően a multiplikátorokat aszerint is megkülönböztethetjük, hogy a kiinduló hatás **honnan indul** (vásárlás vagy transzfer, és melyik szereplőnél lép be az adott egységnyi kiadás a gazdaság vérkeringésébe), **milyen útvonal**akon való terjedését vesszük figyelembe (zártság kérdése), illetve aszerint is, hogy a szokásos módon **a hatást mihez viszonyítjuk**, az kiinduló okhoz, vagy egy másik hatáshoz (például teljes/közvetlen hatás, aránymultiplikátorok, stb.).

A SAM-multiplikátor modell nagyfokú gazdaságpolitikai alkalmazhatóságát több tényezőnek köszönheti. Ezek közül az alábbiakat érdemes kiemelni:

1. A modell lineáris jellege miatt matematikailag viszonylag egyszerű, áttekinthető számítástechnikailag könnyen kezelhető,

2. A statisztikai rendszerrel (az SNA logikájával és számlarendszerével) való szoros kapcsolata révén viszonylag könnyen számszerűsíthető, és nemzetközileg összehasonlítható,

3. Az ÁKM-et meghaladóan nemcsak a (végső) kereslet (megrendelések) multiplikátor hatásait képes bemutatni, hanem a gazdaság szereplői közötti jövedelemtranszferekét is,

4. A hatásokat az ÁKM-nél sokkal szerteágazóbban (több visszacsatolást, nagyobb fokú zártságot figyelembevevő módon) és részletesebben képes bemutatni.

A részletesebb hatásokra jó példa **a háztartási rétegenkénti hatások bemutatási képessége**. Ugyanis mivel a SAM-modellben a béreken kívül a háztartások minden más jövedelmének alakulása (generálódása) is számítható, össze lehet rakni a háztartási rétegek teljes jövedelmét, és így annak elköltését is nyomon lehet követni (nyilván önmagában a bérjövedelmek elköltési szerkezete értelmezhetetlen, és statisztikai adatokkal megfoghatatlan lenne). Márpedig a háztartási rétegeknek (például az aktív és inaktív háztartásoknak, a vidéki és városi háztartásoknak, a gyerekes és gyerektelen háztartásoknak és végül, de nem utolsósorban a szegény és gazdag háztartásoknak) karakterisztikusan eltérő kiadási struktúrája van, amelyek igen különböző makroökonómiai hatásokkal járnak. Például a Cohen (1993)-ban a számításaim olyan első látásra meglepő eredményekre vezettek, hogy a legmagasabb (10.) jövedelmi decilis jövedelmi helyzetét a legszegényebb rétegnek nyújtott egységnyi állami támogatás növeli a legjobban (természetesen a neki magának nyújtott állami támogatáson kívül). Persze – mint sok más tudományos összefüggéssel kapcsolatban is elmondható – utólag minden kézenfekvőnek tűnik: mivel a szegények nagyarányban belföldön és hazai termékekre és szolgáltatásokra költik a jövedelmüket, ezért a legnagyobb mértékű hazai menedzseri és tőkejövedelmet generálják, amely elsősorban a leggazdagabb réteghez kerül, amely az érintett cégeknek menedzsere, tulajdonosa.

A háztartási szektor különféle csoportokra bontását Round (2003) olyannyira a SAM alapvető jellemzőjének tartja, hogy szerinte csakis az ilyen bontást tartalmazó táblázatok illetve modellek tarthatók valóban „*társadalmi*” elszámolásokat tartalmazóknak (pontosabban Round így fogalmaz: „to earn the title ‘social’ accounting matrix the matrix needs to display at least some further minimal disaggregation of the household and factor accounts”).

Az alapmodell csak a **nomináljövedelmek generálódását** mutatja be. Úgy is fogalmazhatunk, hogy kiegészítve a vagy a volumenek vagy az árak alakulását számító ÁKM-modelleket, az értékek (az árak és a volumenek szorzatának) az áramlását mutatja be. Ha ezt az alapmodellt kiegészítjük egy, az ÁKM-ármodellek analógiájára felírt, de általánosabb, több árképző költségelemet tartalmazó **SAM-ármodellel** (ennek egy egyszerűbb változata található például a Roland-Holst – Sancho (1995) cikkben), akkor a *számított árakkal való deflálás* révén képet kaphatunk a számított értékáramlások mögött meghúzódó volumenek alakulásáról. Egy másik módja az értékáramlások ár- és volumenkomponensekre való bontásának, ha a számított nominális keresleteket összevetjük a becsült erőforrás- és/vagy termelési **kapacitáskorlátok**kal, és az erőforrások, vagy ágazati termékek árainak alakulását ezek szűkösségétől függő módon határozzuk meg. Szélsőséges esetben például, ha egy ágazatban a termelés (rövidtávon) egyáltalán nem növelhető, akkor az ágazat termékei iránti kereslet nominális növekedése egyértelműen áremelkedésben csapódik le.

Természetesen ha az átlagos költési szerkezetek helyett a **marginális kiadási szerkezetek**kel számolunk, akkor hallgatólagosan fel kell tennünk, hogy az árak változatlanok (különben a kiinduló fogyasztási szint költsége is megváltozna, azaz a többletjövedelemnek egy másik – pozitív vagy negatív - komponense is keletkezne).

Nyilván ha a modellt tovább finomítjuk a jövedelem- és árrugalmasságok, a keresleti és kínálati függvények, stb. explicit bevezetésével, a modell *az általános egyensúlyi modellek* irányába mutat. Ezért azt is mondhatjuk, hogy (csakúgy mint az optimális erőforrás-allokációs – programozási – modellek, de más tekintetben) *a SAM-modell is közbülső helyet foglal el az ÁKM-modell és a számszerűsített általános egyensúlyi modell között.*

E köztes modelltípus használata tehát akkor indokolt, ha az elemzés célja szempontjából úgy látjuk, hogy az ÁKM modell a zártság fokának növelése mellett sem képes megfelelően figyelembe venni a jövedelmi hatásokat, az általános egyensúlyi modell által kínált elemzési többlet lehetőségek közül pedig csak keveset tudnánk kihasználni, miközben számolnunk kellene az egyensúlyi modellezés közismert nehézségeivel (viszonylagos bonyolultság, vitatható viselkedési függvények, széleskörű adatigény, a makroökonómiai lezárásra valamint az erőforrások állományára és mobilitására vonatkozó hipotézisek ingatagsága, stb.).

6.3. A SAM struktúrájának értékelése modellezői szempontból

A fenti vázlatos bemutatás után ebben az alfejezetben a módszer néhány, különösen az alkalmazásoknál felmerülő problémáit tárgyalom, valamint az ezek megoldására illetve kezelésére vonatkozó elképzeléseimet is.

Az első észrevétel, hogy a SAM-ot nem állítják elő a hivatalos statisztikai szervezetek. Ennélfogva különböző szakértők, modellezők a saját ismereteik, az elemzett ország (sőt szubnacionális régió) helyi sajátosságai, az elemzésük célja, és egyéb tényezők függvényében készítik el, sokszor ad hoc módszereket alkalmazva a SAM-okat. Az elmélet kidolgozói ugyan az elérhető adatokra is tekintettel kidolgoztak „sztenderd” (ajánlott) SAM-sémákat, de az elemzőknek, modellezőknek mindig alaposan meg kell fontolni, hogy ezen mennyiben kell változtatniuk, hogy az megfeleljen az adottságaiknak és az éppen vizsgált gazdasági kérdésnek.

A második észrevétel ezzel, a „sztenderd" SAM-ban szereplő számlák körével kapcsolatos. Az első számlacsoport, a „Szükségletek" (angolul: „wants") a javaknak egy, az ágazatoktól eltérő osztályozását jelenti. Ezt részben az indokolja, hogy a háztartások fogyasztására vonatkozó adatok jellemzően nem ágazati, hanem „fogyasztási kategóriák" (aminek az SNA-beli kódneve: COICOP) szerinti bontásban állnak rendelkezésre, másrészt az, hogy a fogyasztók kereslete elméletileg elsősorban ezekre (élelem, ruházat, háztartási energia, közlekedés, egészség, stb.) irányul, és abban a tekintetben rugalmasabbak, hogy e szükségleteket milyen ágazatból származó termékekkel elégítik ki. A szükségletek e nagyobb fokú stabilitása ugyan megkönnyíti a fogyasztói kereslet ökonometriai számszerűsítését a megfelelő idősorok alapján, de ahhoz, hogy az láthatóvá legyen, hogy ezzel a kereslettel szemben milyen kínálat áll, ahhoz a jellemzően ágazati osztályozásban rendelkezésre álló kínálatokat és a szükségletek szerinti bontásban megadott keresleteket valamilyen közös osztályozásban kell kimutatni. A SAM összeállítóinak ehhez fordítókulcsokat kell alkalmazniuk a különféle osztályozások kategóriái között, illetve a nem egy-egyértelmű megfelelések esetén a valószínű (általában megfigyelt értékadatokon alapuló) relatív súlyaikkal ún. transzformációs mátrixot készíteniük. A 6-1. táblázat sorszerinti 4. és oszlopszerinti 1. blokkjának találkozásánál a termékek illetve a szükségletek dezaggregáltsága esetén jelennek meg az egyes szükségletekre fordított kiadásoknak a termékek szerinti összetétele. Ráadásul – a 4. fejezetben részletesen tárgyalt Forrás- Felhasználás Táblák statisztikai adatai elérhetőségére, az ikertermelés, valamint egyéb modellezési ábrázolási igényekre és megfontolásokra tekintettel, – a 3.-4. és 7.-4. blokkban a termékek újabb transzformációja található tevékenységekre (ágazatokra) és importra. Nyilvánvaló, hogy a gyakorlatban alkalmazott modellek szempontjából nyűg ez a részletezés és sok ad hoc feltevésekkel készített transzformáció, megelégednek a javak egyetlen (jellemzően ágazati) osztályozásával, és minden keresletet és kínálatot ezekkel ábrázolnak. A transzformációk alkalmazása azért is aggályos, mert az eredeti variancia a transzformációk (mint súlyozott átlagok) miatt lecsökken a rendszerben, ami hamis képet ad a gazdasági szereplők alkalmazkodási viselkedéséről, valódi ár- és jövedelemrugalmasságukról.

A harmadik észrevétel bizonyos értelemben éppen ellentétes kritikáját jelenti a „sztenderd" SAM sémának. A séma 6.-6. blokkja ugyanis azt sugallja, hogy a másodlagos (intézményi szektorok közötti transzfereket tartalmazó) jövedelemelosztásban pontosan meg lehetne mondani, hogy ki-kinek mennyi transzfert fizet. A valóságban azonban ezeknél a hivatalos statisztikákból általában legfeljebb csak annyit lehet tudni, hogy egy adott típusú transzferből ki mennyit fizetett illetve kapott (sőt sokszor ezt is csak nettó adattal, mint például „kamatrés"). Ezért szükség volna egy gyűjtőszámlára, aminek sora ezeket összegyűjtené az oszlopokat képviselő gazdasági szereplőktől (általános megfogalmazással „számláktól"), majd a saját oszlopában kifizetné a sorszerinti számláknak. A 6-1. táblázat szóbanforgó 6.-6. blokkjában – nem kívánva a sémát megváltoztatni, de a ki-kinek mennyit fizetett találgatásokba sem kívánva belemenni – ezt a problémát azzal próbáltam áthidalni (legalábbis statisztikai értelemben, a modellezési kihatásokat itt most nem részletezve), hogy az ilyen, jellemzően ismeretlen kedvezményezettű transzfereknek kijelöltem egy (az ilyen transzferekben leginkább érintett intézményi szektort választva a) „postását", akik az összes ilyen jellegű transzfert beszedik (sorirányban), majd kiosztják (oszlopirányban). A 6.-6. blokk diagonálisában tehát a náluk maradó nettó ilyen transzfer látható. A táblázat szerint például a „Magánháztartások" -3546 milliárd forintot fizetnek önmaguknak. Emögött a látszólag kétszeresen bizarr kijelentés mögött az áll, hogy a negatív kiadás természetesen bevételt jelent, és mivel a háztartásokat jelöltem ki a „egyéb folyó jövedelmek" „postásának", ez valójában azt jelenti, hogy nettó ekkora összegű ilyen transzfereket kaptak.

Az egyik nemzetközi kutatási projektben, egy CGE-modell adatbázisának összeállításához szükség volt az EU-országok 2004. évi SAM tábláinak összeállítására az Eurostat adatbázisában elérhető nemzeti számla (SNA-) adatokból. A fentihez hasonló (ki-kinek fizet?) problémának a kezelésére kidolgoztam a fenti sémánál értelmezhetőbb, használhatóbb ún. „kompromisszumos" SAM-sémát. Ezt mutatja be a 6-2. táblázat, az EU egészére összesítve az egyes országokra készített SAM-táblázatokat.

6-2. táblázat: Az Európai Unió országainak összesített 2004. évi „kompromisszumos” társadalmi elszámolási mátrixa (SAM) (milliárd €)

EU	Ágazatok összesen	Tőke	Munkaerő	Erőforrás összesen	Összes adó (fizetés)	Társadalom - biztosítás (D12+D61)	Jövedelem adók (D5)	Pénzbeni társ. juttatás (D62)	Egyéb folyó jövedelem (D7)	Tulajdonosi jövedelem (D4+D8)	Tőke transzferek (D9)	Állam	Háztartások	Vállalatok	Összes export (külföld)	Beruházás	Összes bevétel
Ágazatok összesen	10 157			0								2 193	6 163	0	3 795	2 123	24 432
Tőke	4 142			0											0		4 142
Munkaerő	4 126			0											31		4 157
Munkaerő utáni adók	1 092			0											8		1 100
Összes erőforrásköltség	9 360	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	39	0	9 399
Kibocsátás tényezőáron	19 517			0													19 517
ÁFA	722			0											-14		708
Importvám	44			0											-15		29
Indirekt adók	351			0											34		385
Termelési (output) adók	129			0											11		140
Összes adó (bevétel)	2 338	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25	0	2 363
Társadalombiztosítás (D12+D61)				0	1 100							0	1 809	0	7		2 916
Jövedelem adók (D5)				0								3	1 033	282	9		1 327
Pénzbeni társ. juttatás (D62)				0								1 661	9	229	7		1 907
Egyéb folyó jövedelem (D7)				0								230	329	381	84		1 023
Tulajdonosi jövedelem (D4+D8)				0								303	222	2 880	821		4 226
Tőke transzferek (D9)				0								134	46	28	34		243
Állam fő számlája (bevétel)		190	0	190	1 263	1 462	1 327	0	84	86	62				0		4 475
Háztartások		1 630	4 133	5 763		1 097	-3	1 888	432	1 226	70				0		10 472
Vállalatok		2 322	0	2 322		344	0	0	334	2 084	97				0		5 181
Import	3 669	0	23	23	0	13	3	18	173	830	14				0		4 745
Megtakarítás	0			0								-50	859	1 373	-67		2 114
Ellenőrzés: szektorok összes magtakarítása: -9																	
Oszlopösszesenek (kiadás)	24 432	4 142	4 156	8 298	2 363	2 916	1 327	1 906	1 023	4 226	243	4 475	10 470	5 174	4 745	2 123	73 721
Sorösszesenek (bevétel)	24 432	4 142	4 156	8 298	2 363	2 916	1 327	1 906	1 023	4 226	243	4 475	10 472	5 181	4 745	2 114	73 721
Ellenőrzés (Kiadás-Bevétel)	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,11	-2	-7	0,12	9	0

Forrás: Eurostat Adatbázis (az ezen alapuló saját számítás a GTAPnoLinks.xlsx fájl ’SAM04E’ munkalapja A90:AL139 tömbjében található)

A 6-2. táblázatban látható, hogy a nemzeti számlák fő transzferkategóriái külön számlákként jelennek meg. A táblázat sor- és oszlopösszegei nem teljesen egyeznek meg, mint kiderült azért, mert az Eurostat adatbázisban található adatok közül az ír, a máltai és a svéd adatok kisebb inkonzisztenciát mutattak. A mátrix összeállítása a megfelelő, 2004. évi GTAP adatokkal való egyezőség vizsgálatára is szolgált. Kellemes meglepetésre az ágazatok számláinak folyó termelőfelhasználási blokkja összességében véve csak körülbelül 1,5 %-kal tért el a két adatbázisban, a felhalmozás (megtakarítás) blokk összesenje pedig csak 1 %-kal. A kormányzati fogyasztás eltérése mintegy 2 %, a háztartások fogyasztásáé pedig 3 %. A transzferek összehasonlítására nem volt lehetőség, mert ezek a GTAP-ban nem jelennek meg, legfeljebb igen aggregáltan és sematikusan. De éppen az volt az egyik főcélja a fenti táblázat előállításának, hogy megalapozza a GTAP adatbázisba a másodlagos jövedelemelosztás beépítését, ami a fenti viszonylag kis eltérések miatt az EU-országokra lehetséges az Eurostat adatai alapján.

A SAM szokásos, a makroökonómia neoklasszikus felfogásán alapuló összeállítási módszerével kapcsolatban egy további – az előbbivel éppen fordított irányú – fő probléma, hogy az elsődleges jövedelmeket a termelési tényezők (tőke, munkaerő) bevételeként kezeli, és e tényezők osztják azt szét az egyes intézményi szektorokra, holott az még a nemzeti számlákban is rendelkezésre áll ágazati bontásban. Az ilyen, „gyűjtőszámla” jellegű ábrázoláson alapuló SAM-modellek nem képesek az ágazati szerkezet változásának a hatását követni az intézményi szektorok (és ezen belül a háztartások egyes rétegeinek) elsődleges jövedelmeire. Ezért, a következő alfejezetben tárgyalandó SAM-ban illetve SAM-modellemben az ágazatok a munkajövedelmeket közvetlenül az adott ágazatban dolgozó háztartásoknak adja.

A SAM számláival, és azok elrendezésével kapcsolatos további észrevételeimet, és az elemzési cél szempontjából célszerű módosításaimat a következő alfejezetben említem meg.

6.4. A turizmus költség-hatás vizsgálata

A SAM-modell hazai alkalmazását minisztériumi tudományos főtanácsosi szerepkörömnek köszönhetem. Az esettanulmány megszületésének körülményei olyan sajátosak voltak, hogy még több mint két évtized távlatából is csak igen elnagyoltan és diplomatikusan utalhatok egyes részletekre.

Mindenesetre röviden a történet úgy foglalható össze, hogy a minisztérium két fő osztálya hónapokig vitatkozott azon, hogy melyiknek a feladata az akkor meghirdetett turizmus-fejlesztési program költség-haszon elemzésének kidolgozása. Természetesen mindegyik a másik feladatának gondolta. Hozzá kell tenni, hogy azért az javukra válik, hogy azt nem vitatták, hogy valakinek kell ilyen elemzést, és ehhez szükséges modellt kidolgoznia. Ugyanis egy szélesebb körben tartott értekezleten a minisztérium egy tekintélyes, régi szakértője aggódva méltatlankodott, hogy minek „ezt is megmodellezni”, mert más állami szervek kinyilatkoztatás jellegű gyakorlatához képest modellszámítási eredményekre hivatkozni az a bizonytalankodásunkat, a magunk ettől függetlenül is megfogalmazható álláspontunkban való kételkedést fejezi ki. Szerencsére a vita ezen a szálon – az Olvasó számára remélhetőleg érthető okok miatt – nem ment tovább, így a modellezés feladata nem került le a napirendről. Amíg azonban a főosztályvezetők vitatkoztak, el is készítettem az elemzést. Igaz, ehhez kellett egy kis „csúsztatás”. ugyanis látva, hogy a „költség-haszon” elemzésnek a „haszon” részét – tekintve a beutazó turizmusnak a nagyon sokrétű járulékos kisugárzását a a magyar gazdaságra és kultúrára, a környezet állapotára, a magyar emberek világlátására, nyelvtudására, nemzetközi kapcsolataira és egyebekre, és hogy a haszon (és főleg a rendkívül különböző, és különböző időtávon megjelenő haszon-elemek) és a költségek egyenlegének megvonására nincs se felkészültségem, se időm, se felhatalmazásom (ezek a társadalmi prioritások számbavételét, köznyelven szólva „politikai” döntést igényelnek) – felcseréltem a hasonló hangzású „hatás” szóra. Így végeredményben a turizmusfejlesztési programnak a SAM-modellen alapuló „költség-hatás” elemzése készült el. Szerencsére (vagy talán ahogy várható volt), ez a „kis” fogalmazásbelinek látszó különbség senkinek nem tűnt fel, és végül mindenki elégedett volt a munka határidőre, és (ennek ellenére) szakszerűen történt elvégzésével.

Természetesen később ezt az elemzést továbbfejlesztve a Statisztikai Szemlében meg is jelentettem (Révész, 2001a). Később, a turizmus szatellit számlával kapcsolatos fentebb említett munkám kapcsán az adatbázist a 2002. évi adatokkal aktualizálva aktualizáltam a modellt és a számítási eredményeket. A közhiedelemmel ellentétben (és egy másik esetben az OMFB szakértőjének az ilyen munkát rutinmunkának tekintő kezdeti véleményével ellentétben, ami azonban később az általam adott alapos felvilágosítás hatására megváltozott) az ilyen aktualizálás nem egyszerű, mechanikusan végezhető (copy-paste jellegű) feladat. Az új adatok vizsgálata és a korábbiakkal való összevetése során ugyanis kiderült, hogy az eltérések egyrésze módszertani okokra vezethető vissza. Például 2000-től a vendéglátásban beszerzett élelmiszereknél és italoknál teljeskörűen érvényesül a bruttó elszámolás elve, azaz ezek költségét teljes egészében mind ráfordításként mind kibocsátásként elszámolják (korábban többnyire csak az árrés jelent meg a kibocsátás részeként). Erről bővebb információ a KSH „Magyarország Nemzeti Számlái 2000-2001” c. kiadványában található (127. old.). A kutatómunka komplexitásának egyik jellemzője, hogy ugyan a statisztikusokkal ellentétben nem követi folyamatosan a statisztikai módszertan többé-kevésbé publikus változásait, mégis sokév(tized)es tapasztalatai alapján „ki tudja szúrni” (angolul szakszerűbb kifejezéssel „spot”), hogy a számok mögött hol lehet valami módszertani, vagy módszeralkalmazási változás, és hatékonyan tisztázni tudja ezeket a statisztikusokkal, illetve ennek megfelelően módosítani a modelljét.

A szóbanforgó cikk 10 pontban foglalja össze és indokolja a turizmusra alkalmazott SAM-modellnek a szokásostól eltérő, esetenként innovatív megoldásait. Ezek közül a legfontosabb, hogy az előző alfejezetben a munkajövedelmek közvetlenül a háztartási rétegekhez irányításán túl a vállalatoknak a nemzeti számlákban nem megtalálható, a működési eredményen túli jövedelemelosztását – vállalati adóbevallások és egyéb cégadatok, valamint az állami költségvetési zárszámadás és egyéb MNB, stb. adatok alapján (Révész, 2003, 2003a) – végigviszi a rendelkezésre álló jövedelemig, és a hitelfelvételekkel is módosított beruházási forrásokat az adott ágazat beruházásához irányítja. Ez figyelembe veszi, hogy az egyes ágazatoknak jellegzetesen eltérő az egyes beruházási javak iránti igényének az összetétele (építés–gép–egyéb jellege), és ezáltal hazai ágazatok termékei és az import iránti keresleti hatása. Matematikailag e kereslteket a beruházások ezen összetételét képviselő ún. „beruházási szerkezetmátrix” és az ágazatok beruházási kiadásai oszlopvektorának szorzata adja, és ezáltal tükrözi a beruházások beruházó ágazatok szerinti szerkezete változásának hatásait is.

Igaz, a SAM-modellek egyrésze az ágazatokban képződő amortizációt közvetlenül a „Felhalmozás” számlára irányítja, de ez egyrészt csak egyrésze az ágazati beruházások forrásának (sőt előfordul, hogy az amortizációt nem is pótolják), másrészt a (aggregált) felhalmozási számla kiadási szerkezete már nem tudja tükrözni/követni az e számlára befizetők ágazati szerkezetét.

További jelentős módszertani újítás volt, hogy az akkori nemzeti számlákban szereplő, „fel nem osztott pénzintézeti szolgáltatás”-t (SNA rövidítéssel: FISIM-et) önfogyasztásként számoltam el. Ez azért volt „büntetlenül” megtehető, mert ezzel végeredményben ez az összeg arányosan kerül azokhoz a felhasználókhoz, akik a felosztott pénzintézeti szolgáltatásokat igénybe veszik. Márpedig minden valószínűség szerint a fel nem osztott és a felosztott rész hasonlóan oszlik meg felhasználók (ügyfelek) között, mivel a fel nem osztott rész a ténylegesen fizetett kamatok és jutalékok arányos része (kamatrés) alapján határozódott meg. A „fel nem osztott” rész kissé mesterkélt, és a mai igen bonyolulttá váló pénzügyi rendszerben bizonyos értelemben véve túlhaladottá vált kategóriáját a nemzeti számla statisztika azóta meg is szüntette, bár a pénzintézetek kibocsátását továbbra is igyekszik (a kereskedelmi és szállítási árréshez hasonló) nettó elven meghatározni. Mindenesetre a modell semmiképpen nem tűr megmagyarázhatatlan, mozdulatlanná váló, vagy erőltetett feltevésekkel mozgatott felhasználási tételt, így az általam végrehajtott vagy egyéb módon történő endogenizálása mindenképpen szükséges volt.

Az egyes ágazatok (az $(\mathbf{E} - \mathbf{S})^{-1}$ mátrixnak az adott ágazathoz tartozó oszlopában található) multiplikátorainak az egyes „számlák” eredeti kiadási szerkezetekkel való súlyozásával azok átlagos multiplikátorait számítottam, valamint természetesen meghatároztam a teljes kiadási összegek hatását a gazdaságra (a (6-2) és (6-3) egyenletek alapján). A számítási eredményeket a cikk részletes táblázatokban közli, ezeket a táblázatokat itt nem mutatom be. Itt összefoglalóan csak annyit emelnék ki, hogy az akkori számítások szerint a beutazó turizmus egységnyi költése az átlagnál nagyobb termelést (2,42 az átlagos 2,35-höz képest) és költségvetési bevételt (0,52-et az átlagos 0,42-hoz képest) generált. Ugyancsak nagyobb volt a beruházás- és keresetgeneráló ereje. 100 egységnyi eredeti megrendelés több mint 70 egység munkajövedelmet generált az átlagos 58-cal szemben. Működési eredményből (vállalkozási ún. „vegyes jövedelem”) is lényegesen többet generált a háztartások számára. A konferenciaturizmus mutatói még a turizmus átlagánál is kedvezőbbnek mutatkoztak.

Természetesen a költséghatások önmagukban még nem minősítik a konferenciaturizmus várható hatékonyságát. A hatékonyságot ugyanis nem a beutazó turista egységnyi költésére jutó hasznok fejezik ki (hiszen ez nem számunkra költség, és nem szűkös erőforrás), hanem az ezt megalapozó turisztikai beruházások és az ezáltal létrejött turista többletköltés (hasznainak) viszonya. A szokásos SAM-modellek nem vizsgálják a kínálati kapacitáskorlátokat, illetve az ahhoz szükséges beruházásokat. Viszont azt mutatják, hogy a turisták többletköltésének realizálásához milyen folyamatos beszállítói háttérre van szükség, hogy az esetleg jelentkező szűk keresztmetszeteket minél előbb oldani, illetve lehetőség szerint megelőzni tudjuk. Amint a fentiekben utaltam rá, a modell ugyan az ágazati beruházásokat is endogén változóként számítja, de ezek nem az amortizáció pótlási igényének felelnek meg. Viszont a megfelelő, a tényleges pótlási szükségletet aktuális áron (és nem a számvitel szerinti eredeti beszerzési áron) tükröző amortizációs kulcsokkal a modell számítási eredményei kiegészíthetők az ágazatonkénti amortizációkkal, azaz az elhasználódó állóeszközök pótlásához szükséges beruházási összegekkel.

Végül de nem utolsósorban, utalva a „költség-haszon” elemzés és a „költség-hatás” elemzés fent vázolt viszonyára megjegyzendő, hogy a konferenciaturizmus jó példa a SAM-modellben nem (vagy csak igen erőltetett módon) követhető járulékos hatásokra. Ugyanis az ezzel foglalkozó szakértők és saját tapasztalataim szerint is ha egy konferencián résztvevő jól érezte magát, és jó kapcsolatokat épített ki a kollégáival, illetve általában a vele kapcsolatba kerülő magyar emberekkel, akkor megnő a valószínűsége nemcsak annak, hogy később visszatér, hanem annak is, hogy legközelebb a családját is hozza nyaralás, vagy egyéb célból, sőt a gyereke esetleg Magyarországra jön ösztöndíjasként vagy egyetemi hallgatóként. Természetesen e hatások felmérése nem a modellezők feladata, legfeljebb egy, a turisztikai és felelős kormányzati szakembereket is foglalkoztató döntéselőkészítő munka résztvevőjeként szerepelhet.

6.5. A SAM-modellek kiterjesztési lehetőségeiről

Koppány (2017) is említi, hogy az ún. korlátozott ÁKM-modellekhez hasonlóan a SAM alapján specifikálhatók ún. „korlátozott SAM-modell” is. Ezek az eredeti SAM-modelltől annyiban térnek el, hogy a szokásosan endogén számlák főösszegének (**x** vektor megfelelő eleme) némelyikét exogénnek veszik, és cserébe ennek a számlának az eddig exogén bevételét (**y** vektor megfelelő komponense) endogénné válik. Ez logikus, korlátozott kínálat mellett a végső kereslet sem lehet akármekkora. Ugyan az is logikus volna, hogy általánosítva az eljárást egy másik endogén számla addig exogén bevételét (az exogén számlák erre való kiadását) tegyük endogénné, de ebben az esetben a modell megoldása nem biztos, hogy értelmes lenne. Az egyetemi oktatásban ezeket, illetve az (a kibocsátási szinteket korlátozóknál valamivel elegánsabb) erőforráskorlátos ÁKM-modelleket én is úgy tanítom, mint közbülső lépéseket egy a gazdasági szereplők alkalmazkodását (például árrugalmasságait, fogyasztási-megtakarítási viselkedését) is tartalmazó fejlettebb modellek irányába, ezért itt most ezekkel nem foglalkozom.

A SAM-modellnél azonban igen fontos lenne azon összefüggés ágazatonkénti kidolgozása, hogy amennyiben a SAM-modellben egy ágazat endogén számlájának főösszege (lényegében a folyóáras kibocsátási szint) már erőltetett kapacitáskihasználást jelent, akkor az az inflációban jelentkezik, pontosabban első körben még csak az adott ágazat termékei áremelkedését okozza. A SAM-modellhez javasolt, fentebb említett ármodellek pedig mutathatják ennek az áremelkedésnek a tovagyűrűző, más termékekbe beépülő hatását. Sajnos a szakirodalomban erre javasolt ármodellek annyira kidolgozatlanok, hogy bár az ágazatok termelési értékét a SAM-beli oszlopaikban levő összes költség és jövedelemösszetevő alapján határozzák meg (azaz a szokásos ÁKM-modelleknél jóval több tételből építik fel), ezek közül az exogén számlákhoz tartozókra nem adnak viselkedési egyenletet. Erre vigyázni is kell, mert például ha a SAM külön kiadási tételként jeleníti meg a kamatokat, akkor egy „naív” ármodell ahhoz a jelesül Silvio Gesell (és Erdogan török vezető) által képviselt abszurd ábrázoláshoz vezet, hogy a kamat drágítja a termelést, tehát a magasabb kamat okozza az inflációt. Szerencsére Gesell elméletét (lásd az ezzel kapcsolatos „szabad pénz” elméletét, ami az angol „free” fogalom kettős jelentésének megfelelően egyúttal a kamatmentes értelemben vett „ingyenpénz” elméletének is nevezhető) a szélsőjobboldali, a „kamatrabszolgaság” (copyright: nácik) ellen küzdő mozgalmakon túl (az ezt időnként ütőkártyaként használó populista gazdaságpolitikusokat leszámítva) nem hangoztatják széles körben, mert józan ember számára teljesen nyilvánvaló, hogy a vállalatok nem azért vesznek fel hitelt, mert drágábban akarnak termelni, hanem épp ellenkezőleg, mert csak így tudják növelni a kapacitásaikat, kihasználni a méretgazdaságosságot (sőt egyáltalán megvalósítani az üzleti elképzeléseiket), és az alternatív források (kötvény, részvénykibocsátás magasabb osztalékkal, stb.) költsége sokkal magasabb lenne. Természetesen ha a kamatok emelkedése mögött a bankrendszer oligopolista, vagy egyéb piaci anomáliák miatti járadékszerzése áll, akkor a megfelelő hatóságoknak be kell avatkozniuk.

Mindenesetre a SAM-modellnek az értékáramlásokból a volumen- és árváltozásokat elkülönítő alkalmazása (aminek feltevéseit a fent említett Roland-Holst – Sancho (1995) cikk is tárgyalja) igen időszerű lenne a jelenlegi gazdasági helyzetben, amelyben a kormányok a koronavírus okozta recessziót mintegy meg nem történtté tenni, a gazdaságot az eredeti növekedési pályájára visszahozni akarva a „helyreállítás" jegyében erőltetett keresletélénkítő programokat alkalmaznak, miközben az energia- és alapanyagforrások, a szakképzett munkaerő, a szállítási kapacitások, és egyéb korlátok miatt évtizedek óta nem látott infláció és „extraprofitok" jönnek létre.

Mindenesetre a 8. fejezetben az ÁKM elméleti ármodellek kapcsán visszatérek a hozzáadott értékelemek, különösen a tőkehozam modellezésével kapcsolatos lehetőségekre.

III. rész

Ugyan már a 6. fejezetben a SAM-modell kiterjesztése kapcsán röviden kitértem az árakat is figyelembevevő modellekre, az értekezésem III. részének mindhárom fejezetében ilyen modellek matematikai specifikációját és elméleti kérdéseit tárgyalom. Először, azaz a 7. fejezetben egy olyan modellt, amelyben az árak exogének, majd a 8-9. fejezetben az árakat endogénként meghatározó modellekről lesz szó. Noha a témával kapcsolatban már korábban is születtek publikációim (lásd például a társszerzőkkel írt Michael et al. (1993) illetve Hughes et al. (1994) cikkeket), itt csak az elmúlt 20 évben kutatóként illetve oktatóként kidolgozott rendszerezéseket, elméleti interpretációkat, és az alkalmazások során megfogalmazódott tanulságokat foglalom össze.

7. A külkereskedelmi versenyképesség DRC-modellje

A versenyképesség egy olyan átfogó fogalom, ami a globalizálódó világban egyre inkább előtérbe kerül. Ennek sokféle szinten értelmezett és különféle módszerekkel számított rangsorai, mutatói ismertetésére itt nem vállalkozom, részben az ezzel kapcsolatos szakirodalom irdatlan volumene, részben azért, mert az ezzel kapcsolatos korábbi publikációmban (Révész, 2019) ezekre bizonyos, a további tájékozódást elősegítő mértékig kitértem. A DRC-mutató és az ennek alapjául szolgáló DRC-modell elhelyezéséhez itt csak annyit jegyeznénk meg, hogy beszélnek termékek illetve szolgáltatások versenyképességéről, vállalatok versenyképességéről, sőt a wikipédia „versenyképesség" szócikke szerint „A versenyképesség fogalmát tág értelemben országok, régiók és városok gazdasági teljesítményének összehasonlítására is használják", de megjegyzi (Paul Krugman-t, a gazdaságföldrajz egyik legjelentősebb teoretikusát említve példaként), hogy „A versenyképesség nemzetgazdaságokra történő értelmezését sok közgazdász vitatja".

Ugyanakkor a versenyképességnek van egy „mezoökonómiai", azaz *ágazati* szintű definíciója illetve modellje is. Ez a megközelítés azért kevéssé ismert, mert a versenyképességet legtöbbször üzleti szempontból, termékek illetve vállalatok versenyképessége, azaz a „versenyben maradáshoz illetve előretöréshez" szükséges jövedelmezőség szempontjából vizsgálják. E jövedelmezőség elérésének „legolcsóbb" módszerei a hazai valuta leértékelése, protekcionista intézkedések, állami szabályozókedvezmények (például környezetvédelmi-, munkavédelmi előírások mérséklése, kartellezés, piaci erőfölénnyel való visszaélés állami tolerálása), adókedvezmények, pénzügyi támogatások, olcsó hitelek, a munkabérek és egyéb költségelemek árának leszorítása, illetve ingyenes hozzáférés biztosítása (például infrastruktúrához). Az ilyen módszerek azonban társadalmi szinten többnyire csak a terheknek a gazdaság más szereplőire való áthárítását jelentik. Ahogy Varga Mihály pénzügyminiszter kifejezte: „bárki bármit mond, két dologgal nem lehet a versenyképességet javítani: az alacsony bérekkel és a gyenge valutával"[17]. Az alacsony bérek és

[17] Index.hu: Varga: nem segít a gyenge forint, "amikor ki kell menni a napra", 2018. július 26.

bérekhez kapcsolódó közterhek (adók- járulékok) ugyanis a munkaerő újratermelését, a közoktatás finanszírozását veszélyeztetik, ami a munkaerő jövőbeli termelékenységét ássa alá. A gyenge valuta pedig nemcsak az egészségmegőrzéshez szükséges gyógyszereket drágítja meg (a háztartásoknak és a társadalombiztosításnak), hanem minden importanyagot is, ami az azt felhasználó termelők jövedelmezőségét rontja.

A továbbiakban a versenyképességnek a nemzetgazdasági szempontból való meghatározásával foglalkozom. Ez a fenntarthatóságra is vonatkozik, az állam nem teheti meg, hogy egy pillanatnyilag kedvező állapotra rendezkedjen be, aztán a (piaci) körülmények kedvezőtlen változására csődbe meneküljön. A rövid távon megfigyelhető árakat, jövedelmezőségi viszonyokat tehát az előrelátó menedzserek, hitelező bankok, különösen pedig a társadalmi hatásokat is szem előtt tartani hivatott állam nem vehetik kizárólagos alapul hosszabb távra kiható fejlesztések (leépítések) értékeléséhez.

Szükséges, hogy az állam felmérje egyes ágazatok, vállalatok jövőbeni perspektíváját. Ennek sok oka van. Enélkül például szinte lehetetlen a vállalatok privatizációjánál, koncessziók kiadásánál, a nemzetközi kereskedelmi tárgyalásoknál hatékonyan képviselni a nemzeti érdekeket, megtalálni a legkedvezőbb alternatívát, természetesen figyelembevéve, hogy a külkereskedelmi forgalom áruszerkezete azonban közvetlenül nem az állami célszerűségi megfontolásoktól, hanem a gazdálkodók magatartásától, érdekeltségétől függ.

Mindezek miatt az egyes termékek, ágazatok jövedelmezőségét nemzetgazdasági értelemben vizsgáljuk. E vizsgálatok legalkalmasabb eszköze az ún DRC-mutató (Domestic Resource Cost = Hazai Erőforrás Költség) kiszámítása. Ezt mutatja be a következő alfejezet.

7.1. A DRC-mutató elméleti háttere és mátrixalgebrai képlete

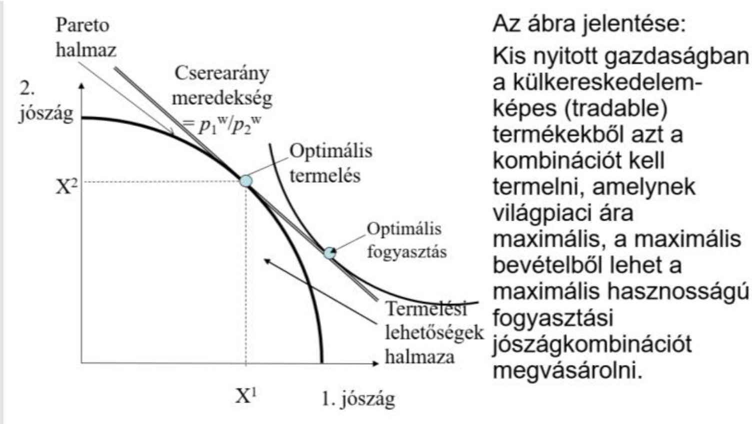
Ismeretes, hogy egy kisméretű, nyitott gazdaságban a termelési folyamatok értékelésénél a világpiaci árak veendők alapul mindazon inputok és outputok esetében, amelyek *külkereskedelemképes*ek (a magyar szaknyelvben meghonosodott angol kifejezéssel: *tradable*), viszonylag kis költséggel exportálhatók, illetve importálhatók. Ekkor ugyanis bármi is az egyes termékek, illetve termékkombinációk hasznosságának szubjektív megítélése, a *világpiaci áron* értékesebb termék külpiaci elcserélésével mindenképp nagyobb használati értékű terméktömeg teremthető elő (lásd Zalai (2012) 13. fejezetét, illetve nemlineáris esetre például a Krugman – Obstfeld (2003) tankönyv 97. oldalon található illusztrációját).

---

https://www.portfolio.hu/gazdasag/varga-nem-segit-a-gyenge-forint-amikor-ki-kell-menni-a-napra.5.293026.html :

revesz.tamas_73_23

7-1. ábra: Optimális termelés 2-termékes gazdaságban



Az egyes fejlesztések (termelésnövelések) értékeléséhez tehát fel kell mérni, hogy a (múlthoz, vagy a beavatkozás nélkül várhatóhoz képesti) többletkibocsátás milyen jellegű és hazai vagy import inputok iránt von magával többletkeresletet. Pontosabban a kérdés az, hogy a többletkereslet jár-e a hazai termelés növekedésével, vagy csak importnövekedéssel / exportcsökkenéssel.

Ha az inputok legalább részben a hazai termelésből erednek (*nontradable* termékek), akkor a fejlesztés nemzetgazdasági értékelésénél az egész *vertikum*ot (végtermék + közvetlen és közvetett beszállítók, újabb keletű szóhasználattal „ellátási lánc") együtt kell figyelembe venni. E vertikumok (nettó) inputja végső soron a vertikum egyes fázisaiban felhasznált import és erőforrás (tőke, munkaerő), outputja pedig a szóban forgó végtermék. Ha a végtermék exportálható illetve importálható (azaz „*tradable*") akkor ennek értékelésénél is a világpiaci árral számolhatunk. Így tulajdonképpen az import értékét levonva a végtermék devizaértékéből a vertikum (potenciális) *nettó devizahozam*ával (deviza megtakarításával) számolhatunk. Ezzel tulajdonképpen a vertikum *világpiaci áras hozzáadott érték*ét határozzuk meg. Ez állítandó szembe a vertikum *teljes erőforrás költség*ével. A tőke- és munkaerőigény értékelésére különféle javaslatok léteznek. E rövid leírásban azt az egyszerű eljárást vázolom, ami az erőforrások költségének a *hazai áron mért hozzáadott érték*ét tekinti, pontosabban a végtermék, és az inputok termelői áras értékének különbségét. (E megközelítés egyszerű továbbfejlesztése, amikor a nettó elvonásokat/támogatásokat, egyéb transzfereket és a hitelműveletek egyenlegét is figyelembe véve a folyó beruházásra és személyi kiadásokra rendelkezésre álló jövedelemmel becsüljük az adott termeléshez szükséges erőforrásköltséget.)

A DRC mutatók kiszámítása lényegében a *költség – haszon elemzés* keretébe sorolható. A hasznot és költségeket nemzetgazdasági szinten próbálja meg számszerűsíteni, ahol az egyes outputokhoz és inputokhoz ún. a társadalmi értékelést kifejező árnyékárakat rendel. Az árnyékárak lehetnek szigorú értelemben vett matematikai programozási árnyékárak (azaz amelyek azt mutatják meg, hogy az adott, korlátozott mértékben rendelkezésre álló erőforrás egységnyivel való növekménye mekkora növekményt okoz a célfüggvény értékében), vagy gyakrabban kalkulatív árnyékárak. Ez a kalkuláció is alapvetően kétféle módon történhet: vagy vesznek egy elméleti ideális értéket (pl. egy leegyszerűsített optimumszámítási feladat megoldásának árnyékárait), majd ehhez képest próbálnak árnyaltabb, reálisabb megoldáshoz jutni („Égből a földre"), vagy egy, a vállalatok számára is értelmezhető árkategóriából indulnak ki, és ezt próbálják különféle társadalmi megfontolásokkal korrigálni. („Földről az égbe”). Ezek a korrekciók azonban sokszor eléggé ad-hoc jellegűek, nincsen egyértelmű letisztult alapelve.

A DRC-mutatót Pearson (1976) nyomán a „Nettó Társadalmi Jövedelmezőség” (angol rövidítéssel: NSP) mutatóból kiindulva vezetjük be:

A j-edik gazdasági tevékenységhez tartozó haszon (vagy veszteség) - ha minden kibocsátott termék, felhasznált input és a termelésben alkalmazott egyéb termelési tényező a társadalmi opportunity cost (*haszonlehetőség-költség*) alapján van értékelve (az árnyékárak alapján) és ha a tevékenység által a nemzeti gazdaságot ért külső (externália) hatások is társadalmi értékben adottak – az alábbi képlettel írható fel:

$$NSP_j = \sum_{i=1}^{n} d_{ij} p_i - \sum_{s=1}^{m} f_{sj} v_s + E_j \qquad (7\text{-}1)$$

ahol d_{ij} a j-edik gazdasági tevékenység *nettó* kibocsátása az i-edik termékből (ami negatív ha a j-edik tevékenység az i-edik termékből többet használ, mint amennyit termel), p_i az i-edik termék (vagy hazai pénznemben kifejezett i-edik anyagi input) árnyékára, f_{sj} a j-edik ágazat által közvetlenül és *közvetve* felhasznált s-edik hazai erőforrás teljes mennyisége, v_s az s-edik erőforrás hazai pénznemben kifejezett árnyékára és E_j a j-edik tevékenységhez kapcsolódó, az egész nemzetgazdaságot érintő *externáliák* nettó haszna vagy költsége.

A nemzetgazdasági szintű értékeléshez minden, a j-ik tevékenység által közvetlenül, vagy közvetve (a j-ik tevékenységhez szükséges *non-tradable* közbenső termékek előállításához) felhasznált erőforrások költségét *külföldi* és *hazai* részre bontjuk (s = 1 eset képviseli a külföldit):

$$NSP_j = (u_j - m_j - r_j)\cdot v_1 - \sum_{s=2}^{m} f_{sj}\cdot v_s + E_j \qquad (7\text{-}2)$$

ahol u_j a j-edik tevékenység kibocsátásának külföldi pénznemben, világpiaci áron kifejezett teljes értéke, m_j a j-edik tevékenység által - közvetlenül és közvetve - felhasznált importanyagok külföldi pénznemben kifejezett teljes értéke (azaz u_j és m_j az $\sum_{i=1}^{n} d_{ij} p_i$ nettó kibocsátás felbontása bruttó kibocsátásra és ráfordításokra, majd azok világpiaci árakon mért értékben való kifejezése), r_j a j-edik ágazatban alkalmazott *külföldi* tulajdonban lévő erőforrásokhoz kapcsolódó (hazautalt vagy visszaforgatott) jövedelmek külföldi pénznemben kifejezett teljes értéke (azaz mind a közvetett, mind a közvetlen költségeit tartalmazza a felhasznált külföldi erőforrásoknak), v_1 a deviza árnyékára (ami lényegében a devizakitermelés határköltsége).

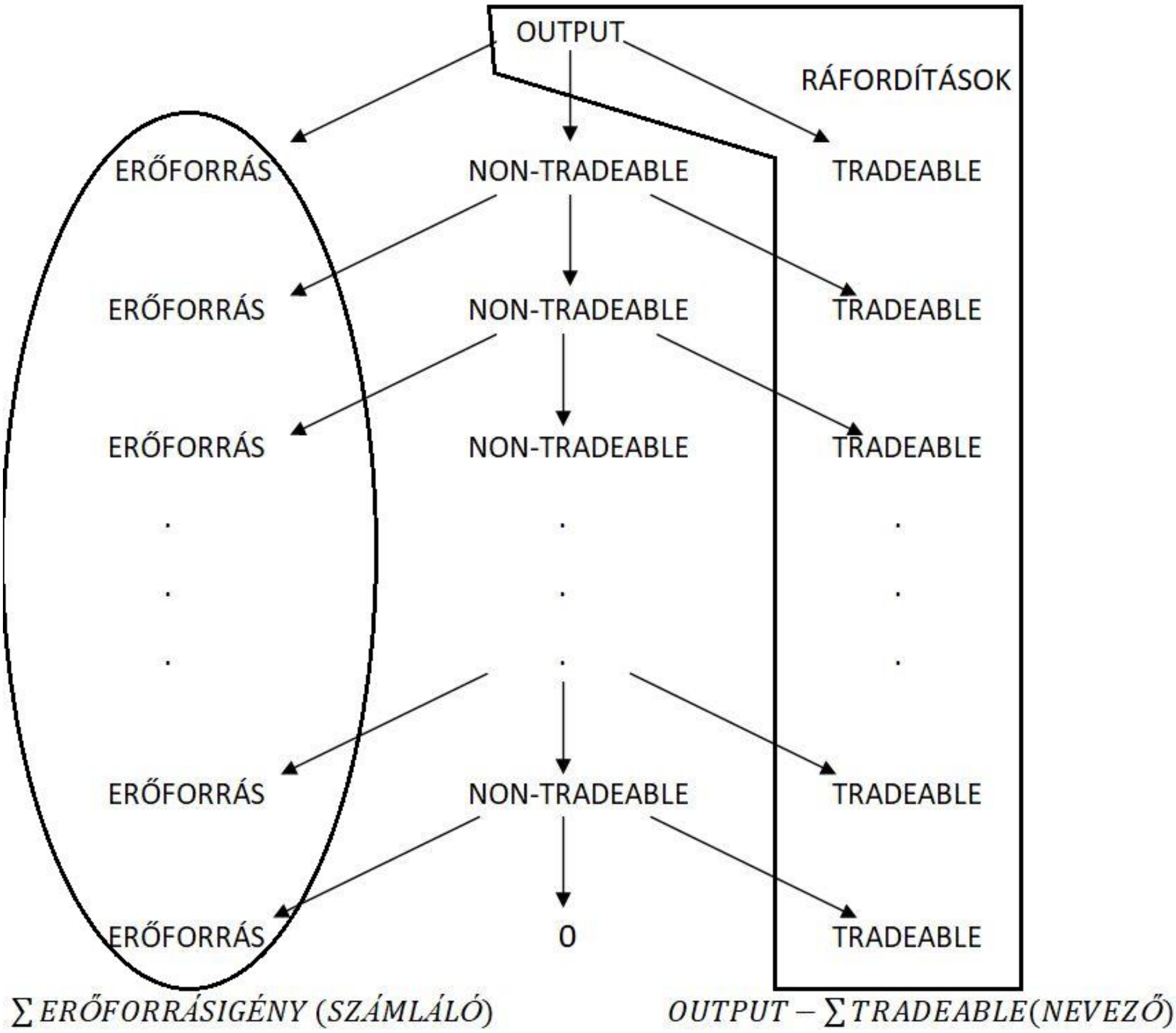
A DRC-mutató képletét úgy kapjuk, hogy a fenti (7-2) képletben NSP_j -t 0-val tesszük egyenlővé, majd az egyenletet megoldjuk v_1-re:

$$DRC_j = \left(\sum_{s=2}^{m} f_{sj}\cdot v_s - E_j \right) / (u_j - m_j - r_j) = DC_j / NVA_j \qquad (7\text{-}3)$$

ahol DC_j a j-edik tevékenység által felhasznált belföldi erőforrások hazai pénznemben kifejezett haszonáldozat-költsége, és NVA_j a kapott, vagy megtakarított nettó deviza külföldi pénznemben kifejezve.

A DRC-mutató a szóbanforgó tradable termék előállítása során közvetlenül illetve közvetve igényelt termeléseket is figyelembeveszi. A mutató kiszámításához megnézzük, hogy az adott output előállításához közvetlenül mennyi erőforrásra, non-tradeable illetve tradeable termékekre van szükség. Mivel definíció szerint a közvetlenül szükséges non-tradeable termékeket idehaza kell megtermelni, a nemzetgazdasági szintű értékeléshez ezek ráfordításait is figyelembe vesszük – „a non-tradable termelést tovább bontjuk” – az előállításukhoz szükséges erőforrásokra, non-tradeable és tradeable termelésekre. Ezt a beszállítói láncon való visszabontás elméletileg egy végtelen láncolat, de konvergens (lásd a Simon-Hawkins feltételeket például Zalai (2012) 6. fejezetében). Így, ha a végtelenségig összesítjük az egyes fázisokban jelentkező erőforrásigényeket, akkor eredményül egy véges határértéket kapunk. Hasonlóan, ha a végtelenségig összesítjük az egyes fázisokban jelentkező tradable inputigényeket, akkor eredményül egy másik véges határértéket kapunk. A felbontás végtelen láncolatát az alábbi ábra vázolja:

7-2. ábra: A DRC mutató számítási láncolatának logikai sémája



Amint az ábrán látható, a bal oldalon „csapódnak ki” a tört számlálóját képező erőforrásigények, a jobb oldalon pedig a nevezőjében a bruttó bevételt csökkentő tradable ráfordítások világpiaci áron értékelt összege.

A tört értékének értékelésénél az alábbi speciális esetek és főbb problémák állhatnak elő:

a) negatív érték: Két esetben lehetséges. Ha a számláló negatív (azaz negatív a termék előállításának erőforrásigénye) az statisztikai hibát jelent, ha a nevező negatív, akkor a termék veszteséges világpiaci szinten, ami a lehető legrosszabb eset.
b) 0 érték: a számláló 0. Nem szükséges erőforrás felhasználás a termeléshez.
c) 0 és 1 közötti érték: Az ágazat versenyképes a világpiacon.
d) 1 érték: Az egyensúlyban lévő nyitott gazdaság DRC mutatója 1.
e) 1-nél nagyobb érték: Az ágazat nem versenyképes a világpiacon
f) ∞-hez közelít: A nevező 0-hoz közelít. A világpiaci áron értékelt nettó hozama 0-hoz közelít.

Mivel a DRC mutatók szerinti rangsor független a külföldi valuta árnyékárának megválasztásától, a DRC-vel rangsorolni lehet a társadalmilag nyereséges tevékenységeket. A DRC-ben az árnyékárra végső soron mint kritikus pontra van szükség a projekt kiválasztásánál (a legkevésbé nyereséges tevékenységhez tartozó DRC értéke kisebb mint a deviza-árfolyam).

A DRC mutató tehát az adott tradable termék (a fentiek értelmében non-tradable inputokból álló) vertikumának egységnyi nettó devizahozamához szükséges erőforrásköltség. A DRC mutató számlálóját és nevezőjét az input-output modellek segítségével és mátrixalgebrai formában a következőképpen szokták számszerűsíteni:

Ha a tradable termékek számát T-vel, a non-tradable termékek számát pedig N-nel jelöljük, akkor a gazdaság ráfordítási együtthatóinak **A** mátrixa – ennek $a_{i,j}$ eleme mutatja a j-edik termék *egységnyi* (többlet) termeléséhez szükséges ráfordítást az i-edik termékből – , az

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{TT}} \boldsymbol{A}^{\mathrm{TN}} \\ \boldsymbol{A}^{\mathrm{NT}} \boldsymbol{A}^{\mathrm{NN}} \end{pmatrix} \tag{7-4}$$

formában rendezhető át. (Az $\mathbf{A}^{\mathbf{NT}}$ almátrix például a tradable termékek fajlagos ráfordításait mutatja a non-tradable termékekből.)

E jelölések segítségével először azt kell meghatározni, hogy az egyes tradable termékek egységnyi többlettermelései mekkora termeléseket generálnak a vertikum többi terméknél.

Non-tradable termékekből viszont a vertikumok éppen annyit termelnek amennyit maguk használnak fel. Ha $\mathbf{X}^{\mathbf{N}}$ jelöli az egyes vertikumokban szereplő non-tradable termeléseket (aminek az $x^{N}_{i,j}$ általános eleme mutatja a j-edik tradable termék egységnyi termelésének termelési vonzatát az i-edik non-tradable termékből) akkor a non-tradable termékek termelési-felhasználási mérlegei az egyes vertikumokban az alábbi mátrixegyenlettel írható fel (termelés = „végső" felhasználás a j-edik tradable ágazatokban + a vertikum saját termelőfelhasználása):

$$\mathbf{X}^{\mathbf{N}} = \mathbf{A}^{\mathbf{NT}} + \mathbf{A}^{\mathbf{NN}} \cdot \mathbf{X}^{\mathbf{N}} \tag{7-5}$$

Ebből az implicit egyenletből átrendezés, és az $\mathbf{A}^{\mathbf{NN}}$ mátrix ún. Leontief-inverzével való szorzás után a

$$\mathbf{X}^{\mathbf{N}} = (\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathbf{NN}})^{-1} \mathbf{A}^{\mathbf{NT}} \tag{7-6}$$

képlet adódik az egyes vertikumok non-tradable termeléseire. (**E** az egységmátrix.)

Az egyes, egységnyi tradable terméket előállító vertikumok világpiaci áras hozzáadott értéke tehát a

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{A}^{\mathbf{TT}} - \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{A}^{\mathbf{TN}} (\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathbf{NN}})^{-1} \mathbf{A}^{\mathbf{NT}} = \boldsymbol{\alpha} \cdot (\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathbf{TT}} - \mathbf{A}^{\mathbf{TN}} (\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathbf{NN}})^{-1} \mathbf{A}^{\mathbf{NT}}) \tag{7-7}$$

ahol $\boldsymbol{\alpha}$ az egyes tradable termékek világpiaci árait összefoglaló sorvektor, $\mathbf{A}^{\mathbf{TT}}$ a vertikumaik által közvetlenül, $\mathbf{A}^{\mathbf{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathbf{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{NT}}$ pedig a közvetve felhasznált tradable termékek mennyisége.

Ha a termékvolumeneket az aktuális belföldi árakon mérjük, akkor az egyes vertikumok hazai áron vett hozzáadott értéke ($\boldsymbol{\phi}$ vektor) a $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{1}$ helyettesítéssel számolható az iménti formulával.

Az egyes tradable termékek DRC mutatói tehát a

$$DRC_j = \phi_j / \pi_j \tag{7-8}$$

képlettel számíthatók esetükben a hozzáadott érték hazai és világpiaci áras értékének hányadosaként. (A j index a megfelelő termékre illetve ágazatra vonatkozik.)

7.2. A DRC mutató kapcsolata az optimális erőforrás allokációs problémával

Zalai (2012) az ÁKM-modelleket az ún. „optimális erőforrás-allokációs" modelleken keresztül alakítja át CGE-modellekké. Ebbe az általa már a 80-as években kidolgozott átmenetbe csak később, a fent említett publikációimmal kapcsolatos kutatásaim hatására került be – a könyvnek a túlspecializációról szóló 13.3. alfejezetébe külön alcímmel, de ahhoz szervesen nem kapcsolódva, mintegy kitérőként – a DRC-ről szóló rész. Ez alapvetően a DRC-mutatónak a nemzetgazdasági optimumhoz való viszonyát tárgyalja. Mivel a matematikai levezetése (már csak a már amúgy is vaskos könyve terjedelmi korlátai miatt is) helyenként elnagyolt („hasznos gyakorlatként az olvasóra bízzuk", „Mi csak a fontosabb megállapításokat emeljük ki"), ebben az alfejezetben a saját, részletesebb és egy további összefüggés bizonyításával kiegészített változatot ismertetem.

Jelölje J^{T}, illetve J^{N} a tradable illetve non-tradable termékek indexhalmazát és bontsuk fel az $\mathbf{A}$ mátrix (7-4) particionálásának megfelelően a gazdaság $\boldsymbol{l}$, $\mathbf{k}$ fajlagos erőforrásigényeinek vektorait, a fogyasztás rögzítettnek tekintett $\mathbf{s}^{\mathrm{v}}$ szerkezetét, a bruttó termelés $\mathbf{x}$ vektorát, és a világpiaci árak $\mathbf{p}^{\mathrm{w}}$ vektorát is:

$\boldsymbol{l} = (\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{l}^{\mathrm{N}})$, $\mathbf{k} = (\mathbf{k}^{\mathrm{T}}, \mathbf{k}^{\mathrm{N}})$, $\mathbf{s}^{\mathrm{v}} = (\mathbf{s}^{\mathrm{vT}}, \mathbf{s}^{\mathrm{vN}})$, $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^{\mathrm{T}}, \mathbf{x}^{\mathrm{N}})$, $\mathbf{p}^{\mathrm{w}} = (\mathbf{p}^{\mathrm{wT}}, \mathbf{0})$.

A fenti jelölésekkel és a külkereskedelmi mérleg hiányának felső korlátját d_e –vel jelölve az optimális termelési és külkereskedelmi szerkezetet meghatározó (a rögzített szerkezetű fogyasztás y szintjének maximumát kereső) erőforrás allokációs (lineáris programozási) feladat primális és duális feltételei az alábbiak (az egyenlőtlenségeknél a hozzájuk tartozó duálváltozót feltüntetve):

	Primális:	**Duális:**	
	$\mathbf{x}^{\mathbf{T}}, \mathbf{x}^{\mathbf{N}}, \mathbf{u}, \mathbf{z} \geqq \mathbf{0}, y \geqq 0$	$\mathbf{p}^{\mathbf{T}}, \mathbf{p}^{\mathbf{N}} \geqq \mathbf{0}, w, q, v \geqq 0$	
$(\mathbf{p}^{\mathbf{T}})$	$\mathbf{x}^{\mathbf{T}} \geqq \mathbf{A}^{\mathbf{TT}}\mathbf{x}^{\mathbf{T}} + \mathbf{A}^{\mathbf{TN}}\mathbf{x}^{\mathbf{N}} + y\cdot\mathbf{s}^{\mathrm{vT}} + \mathbf{z} - \mathbf{u}$	$\mathbf{p}^{\mathbf{T}} \leqq \mathbf{p}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}^{\mathbf{TT}} + \mathbf{p}^{\mathbf{N}}\mathbf{A}^{\mathbf{NT}} + w\cdot\boldsymbol{l}^{\mathbf{T}} + q\cdot\mathbf{k}^{\mathbf{T}}$	$(\mathbf{x}^{\mathbf{T}})$
$(\mathbf{p}^{\mathbf{N}})$	$\mathbf{x}^{\mathbf{N}} \geqq \mathbf{A}^{\mathbf{NT}}\mathbf{x}^{\mathbf{T}} + \mathbf{A}^{\mathbf{NN}}\mathbf{x}^{\mathbf{N}} + y\cdot\mathbf{s}^{\mathrm{vN}}$	$\mathbf{p}^{\mathbf{N}} \leqq \mathbf{p}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}^{\mathbf{TN}} + \mathbf{p}^{\mathbf{N}}\mathbf{A}^{\mathbf{NN}} + w\cdot\boldsymbol{l}^{\mathbf{N}} + q\cdot\mathbf{k}^{\mathbf{N}}$	$(\mathbf{x}^{\mathbf{N}})$
(w)	$\boldsymbol{l}^{\mathbf{T}}\mathbf{x}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{l}^{\mathbf{N}}\mathbf{x}^{\mathbf{N}} \leqq l_s$	$\mathbf{p}^{\mathbf{T}} \leqq v\cdot\mathbf{p}^{\mathbf{wT}}$	$(\mathbf{u})$
(q)	$\mathbf{k}^{\mathbf{T}}\mathbf{x}^{\mathbf{T}} + \mathbf{k}^{\mathbf{N}}\mathbf{x}^{\mathbf{N}} \leqq k_s$	$\mathbf{p}^{\mathbf{T}} \geqq v\cdot\mathbf{p}^{\mathbf{wT}}$	$(\mathbf{z})$

revesz.tamas_73_23

(v) $\mathbf{p}^{\mathbf{wT}}(\mathbf{u}-\mathbf{z}) \leqq d_e$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{p}^{\mathbf{T}}\mathbf{c}^{vT} + \mathbf{p}^{\mathbf{N}}\mathbf{s}^{vN} \geq 1$ (y)

$y \to \max$ $\qquad\qquad$ $w \cdot l_s + q \cdot k_s + v \cdot d_e \to \min$

Legyen $\mathbf{p}^{wT}$, $\mathbf{s}^{v}$, $\boldsymbol{l}$, $\mathbf{k} > \mathbf{0}$, és létezzen $y > 0$ optimális megoldás! Vizsgáljuk meg a kapott optimumfeladat megoldásának matematikai jellemzőit (pl. pozitív árak és volumenek esetén mely gyenge egyenlőtlenségek teljesülnek egyenlőségként stb.)!

Mivel $v \cdot \mathbf{p}^{\mathbf{w}} \geqq \mathbf{p}^{\mathbf{T}} \geqq v \cdot \mathbf{p}^{\mathbf{w}}$ ezért $\mathbf{p}^{\mathbf{T}} = \mathrm{v} \cdot \mathbf{p}^{\mathbf{w}}$, és mivel $\mathbf{p}^{wT} > \mathbf{0}$ ezért $\mathbf{p}^{T} = v \cdot \mathbf{p}^{wT} > \mathbf{0}$.

Ezért és az optimum komplementaritási feltételei miatt a ($\mathbf{p}^{\mathbf{T}}$) termékmérlegek egyensúlyi feltétele egyenlőség formájában fog teljesülni:

$$\mathbf{x}^{T} = \mathbf{A}^{TT}\mathbf{x}^{T} + \mathbf{A}^{TN}\mathbf{x}^{N} + y \cdot \mathbf{s}^{vT} + \mathbf{z} - \mathbf{u}. \tag{7-9}$$

Ha $\mathbf{s}^{v} > 0$, akkor $\mathbf{x}^{N} > \mathbf{0}$, és a ($\mathbf{x}^{\mathbf{T}}$) egyenlőtlenség is egyenlőség lesz, azaz a csak hazai piacra termelő ágazatok áraira az alábbi meghatározásokat kapjuk:

$$\mathbf{p}^{N} = \mathbf{p}^{T}\mathbf{A}^{TN} + \mathbf{p}^{N}\mathbf{A}^{NN} + w \cdot \boldsymbol{l}^{N} + q \cdot \mathbf{k}^{N}, \text{ azaz}$$

$$\mathbf{p}^{N} = (\mathbf{p}^{T}\mathbf{A}^{TN} + w \cdot \boldsymbol{l}^{N} + q \cdot \mathbf{k}^{N})(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1} \tag{7-10}$$

$\mathbf{p}^{N} > \mathbf{0}$ mivel $\mathbf{p}^{T} > \mathbf{0}$ és $\mathbf{A}^{NN}$ produktív, azaz $(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1} \geqq \mathbf{E}$.

A $\mathbf{p}^{N}$ árak pozitivitása miatt a **($\mathbf{p}^{\mathbf{N}}$)** termékmérlegek egyensúlyi feltétele is egyenlőség lesz:

$$\mathbf{x}^{N} = \mathbf{A}^{NT}\mathbf{x}^{T} + \mathbf{A}^{NN}\mathbf{x}^{N} + y \cdot \mathbf{s}^{vN}. \tag{7-11}$$

Ha a duális feladatban a külkereskedelemre képes ágazatok árnyékáraira vonatkozó $\mathbf{p}^{T} \leqq \mathbf{p}^{T}\mathbf{A}^{TT} + \mathbf{p}^{N}\mathbf{A}^{NT} + w \cdot \boldsymbol{l}^{T} + q \cdot \mathbf{k}^{T}$ feltételbe behelyettesítjük a $\mathbf{p}^{N}$ vektorra a (7-10) képletben kapott meghatározást akkor a

$$\mathbf{p}^{T} \leqq \mathbf{p}^{T}\mathbf{A}^{TT} + (\mathbf{p}^{T}\mathbf{A}^{TN} + w \cdot \boldsymbol{l}^{N} + q \cdot \mathbf{k}^{N})(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1}\mathbf{A}^{NT} + w \cdot \boldsymbol{l}^{T} + q \cdot \mathbf{k}^{T} \tag{7-12}$$

feltételt kapjuk, amiből

$$\mathbf{p}^{T}\{\mathbf{E} - \mathbf{A}^{TT} - \mathbf{A}^{TN}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1}\mathbf{A}^{NT}\} \leqq w \cdot \{\boldsymbol{l}^{T} + \boldsymbol{l}^{N}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1}\mathbf{A}^{NT}\} + q \cdot \{\mathbf{k}^{T} + \mathbf{k}^{N}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1}\mathbf{A}^{NT}\} \tag{7-13}$$

A (7-13) egyenlőtlenség mindkét oldalát v-vel osztva, és a $w' = w/v$, $q' = q/v$ jelöléseket bevezetve, és figyelembevéve, hogy $\mathbf{p}^{T}/v = \mathbf{p}^{wT}$, megkapjuk a DRC mutatók képzésére szolgáló alapösszefüggést a feltételeinknek megfelelő esetre:

$$\mathbf{p}^{wT}\{\mathbf{E} - \mathbf{A}^{TT} - \mathbf{A}^{TN}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1}\mathbf{A}^{NT}\} \leqq w' \cdot \{\boldsymbol{l}^{T} + \boldsymbol{l}^{N}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1}\mathbf{A}^{NT}\} + q' \cdot \{\mathbf{k}^{T} + \mathbf{k}^{N}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{NN})^{-1}\mathbf{A}^{NT}\}. \tag{7-14}$$

A j-edik ágazat *DRC* mutatóját megkapjuk, ha az egyenlőtlenség jobb oldalát képező vektor j-edik elemét elosztjuk a bal oldalát képező vektor j-edik elemével:

$$DRC_j = \frac{\left[(w' \cdot l^{\mathbf{N}} + q' \cdot \mathbf{k}^{\mathbf{N}})(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{NT}} + w' \cdot l^{\mathbf{T}} + q' \cdot \mathbf{k}^{\mathbf{T}}\right]_j}{\left[\mathbf{p}^{\mathbf{wT}}\left\{\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{TT}} - \mathbf{A}^{\mathrm{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{NT}}\right\}\right]_j} \qquad (j \in J^{T}). \tag{7-15}$$

Most vizsgáljuk meg, hogy mekkora a DRC mutató értéke az optimális megoldásban termelő (és exportáló) ágazatokban, és az egyéb ágazatokban!

Mivel (7-14) továbbra is a duális feladatnak az $\mathbf{x^T}$ árnyékárakhoz tartozó feltételének a módosult alakja, ha $\mathbf{x^T}$ j-edik eleme pozitív, akkor egyenlőség formájában teljesül. Ezért az optimális megoldásban a jobb oldal és a bal oldal hányadosaként származtatott DRC mutató értéke 1, azaz csak a DRC_j = 1 mutatóval rendelkező ágazatok termelhetnek és exportálhatnak. A többi ágazatban (amelyek tehát nem termelnek és exportálnak) a DRC mutató 1-nél nagyobb, feltéve ha a nevező (a tradable ágazatok egységnyi termeléséhez szükséges vertikum világpiaci áras hozzáadott értéke), azaz a mutató értéke egyáltalán pozitív.

Végezetül annak, a DRC-mutatók (7-7) és (7-8) képletekben is tükröződő szokásos (a neoklasszikus felfogásnak megfelelő) módszerének megfelelően, ami az erőforrások költségét nem közvetlenül, hanem közvetve, a *hazai áron mért hozzáadott érték*kel méri, igazoljuk, hogy

$$DRC_j \geqq \frac{\left[\mathbf{p}^{\mathrm{T}}\left\{\mathbf{E}-\mathbf{A}^{\mathrm{TT}}-\mathbf{A}^{\mathrm{TN}}\left(\mathbf{E}-\mathbf{A}^{\mathrm{NN}}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{NT}}\right\}\right]_j}{\left[v\mathbf{p}^{\mathbf{wT}}\left\{\mathbf{E}-\mathbf{A}^{\mathrm{TT}}-\mathbf{A}^{\mathrm{TN}}\left(\mathbf{E}-\mathbf{A}^{\mathrm{NN}}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{NT}}\right\}\right]_j} \qquad (j \in J^{\mathrm{T}})\ ! \qquad (7\text{-}16)$$

ahol $\mathbf{p}^{\mathrm{T}}\{\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{TT}} - \mathbf{A}^{\mathrm{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}}\}$ az ágazatok hazai (árnyék)áron számított hozzáadott értékeiből álló sorvektor!

Bizonyítás:

Mivel a duális feladat $(\mathbf{x^T})$ illetve $(\mathbf{x^N})$ egyenlőtlenségeiből $w{\cdot}\boldsymbol{l}^{\mathbf{T}} + q{\cdot}\mathbf{k^T} \geqq \mathbf{p^T} - \mathbf{p^T A^{TT}} - \mathbf{p^N A^{NT}}$ illetve $w{\cdot}\boldsymbol{l}^{\mathbf{N}} + q{\cdot}\mathbf{k^N} \geqq \mathbf{p^N} - \mathbf{p^T A^{TN}} - \mathbf{p^N A^{NN}}$, ezeket a DRC_j mutató (7-15) képletének számlálójába – a tört v-vel való (a (7-13) egyenlőtlenségnek megfelelő alakra való vissza-) bővítése után - behelyettesítve a számlálóra az alábbi levezetést kapjuk:

$$\begin{aligned}
& w\cdot\{\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{l}^{\mathrm{N}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}}\} + q\cdot\{\mathbf{k}^{\mathrm{T}} + \mathbf{k}^{\mathrm{N}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}}\} = \\
&= w\cdot\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}} + q\cdot\mathbf{k}^{\mathrm{T}} + w\cdot\boldsymbol{l}^{\mathrm{N}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} + q\cdot\mathbf{k}^{\mathrm{N}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} = \\
&= w\cdot\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}} + q\cdot\mathbf{k}^{\mathrm{T}} + \{w\cdot\boldsymbol{l}^{\mathrm{N}} + q\cdot\mathbf{k}^{\mathrm{N}}\}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} \\
&\geqq \\
&\mathbf{p^T} - \mathbf{p^T A^{TT}} - \mathbf{p^N A^{NT}} + \{\mathbf{p^N} - \mathbf{p^T A^{TN}} - \mathbf{p^N A^{NN}}\}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} = \\
&= \mathbf{p^T} - \mathbf{p^T A^{TT}} - \mathbf{p^N A^{NT}} + \mathbf{p^N}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} - \mathbf{p^T A^{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} = \\
&= \mathbf{p^T} - \mathbf{p^T A^{TT}} - \mathbf{p^N A^{NT}} + \mathbf{p^N}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} - \mathbf{p^T A^{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} = \\
&= \mathbf{p^T} - \mathbf{p^T A^{TT}} - \mathbf{p^T A^{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} = \\
&= \mathbf{p^T}\ \{\mathbf{E} - \mathbf{A^{TT}} - \mathbf{A^{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}}\}\ .
\end{aligned}$$

A kapott egyenlőtlenség bal oldalán álló utolsó alakot összehasonlítva a levezetés végével látható, hogy $w{\cdot}\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}} + q{\cdot}\mathbf{k}^{\mathrm{T}} + \{w{\cdot}\boldsymbol{l}^{\mathrm{N}} + q{\cdot}\mathbf{k}^{\mathrm{N}}\}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}} \geqq \mathbf{p^T}\ \{\mathbf{E} - \mathbf{A^{TT}} - \mathbf{A^{TN}}(\mathbf{E} - \mathbf{A}^{\mathrm{NN}})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{NT}}\}$, ami éppen az, amit bizonyítani kellett. Q.E.D.

7.3. A DRC mutatók hazai alkalmazásai

A DRC-mutatók alapján a magyar gazdaságot először a Világbank szakértői támogatásával a ’80-as évek elején elemezték (Ámon et al., 1985). Az EU-integrációnak a ’90-es évek elején történt elkezdődése után az EU-Társulási Egyezménynek a DRC-mutatókra való hatásainak vizsgálatáról a már említett Michael et al. (1993) cikkünk számol be. Az elemzés foglalkozott a nemzetközi kereskedelmi korlátozásoknak a DRC-számításokban való helyes kezelésével kapcsolatban, többféle feltevést (becslést) mellett érzékenységi vizsgálatokat is végezve, a hazai termékek minőségére vonatkozó kis, közepes és nagy kiigazítást alkalmazva.

A magyar ágazatok DRC-mutatóinak a régióbeli versenytársakéval való összehasonlítását egy szintén már említett, a ’90-es évek elején folytatott kutatásunk keretében történt (Hughes et al., 1994). A DRC-mutató egy újabb keletű – 2001. évi adatokra való - hazai alkalmazása az Ecostat Gazdaságelemző és Informatikai Intézet egy a Gazdasági Minisztérium számára készült tanulmányban található (Ecostat, 2004). Mivel ebben a kutatásban tudományos tanácsadóként érintett voltam, az alábbiakban a tanulmány néhány, a hazai gyakorlatban új aspektusát vázolnám.

A tanulmányban a főbb számítási eredményeket összefoglaló (ott 2. számú) táblázatban jónéhány olyan ágazatpár található, amelyre a hazai ár/világpiaci árarány csökkenése (azaz a világpiaci ár/ hazai árarány nagyobb volta) ellenére a DRC mutató rosszabb. Például a „Gép, berendezés gyártása” ágazatban a hazai ár/világpiaci árarány 0,829 és a DRC-mutató 0,995, míg a „Bútorgyártás; máshova nem sorolt feldolgozóipari termék gyártása” ágazatban a hazai ár/világpiaci árarány 0,738, ennek ellenére a DRC mutató rosszabb, sőt egyenesen átlépi a kritikus egységnyi szintet (egész pontosan1,006-os értékű). Tehát 2001-ben a világpiaci árakra áttérve hiába nőtt volna nagyobb arányban a „bútorgyártás,…” árbevétele, az inputjainak még nagyobb arányú drágulása miatt a (immár világpiaci áron mért) hozzáadott értéke kevésbé nőtt volna, sőt éppenhogy csökkent volna. Ez és a hasonló példák is érzékeltetik, hogy mennyire fontos az egész termelési vertikum figyelembevétele az értékelésnél. Ezt a jelenséget az Ecostat tanulmány értékelése után egy számpéldával is megvilágítom.

A tanulmány további újszerűsége, hogy a DRC-mutatónak a környezeti hatásokkal korrigált meghatározása, azaz a (7-15) illetve (7-16) szerinti mátrixalgebrai meghatározásba a (7-3) elméleti meghatározás E_j tagjából (externália hatások) a környezeti hatások (emisszió) integrálása (pénzben kifejezett értékének beszámítása). Emellett a tanulmány kísérletet tett a DRC-mutató egy magyarországi régiójára való alkalmazására.

Végül de nem utolsósorban megemlítendő, hogy az Ecostat a tanulmány mellett elkészített egy DRC-mutatókat kiszámító felhasználói Excel-programot, amiben a felhasználó kijelölheti a tradable ágazatok körét, és megadhatja ezek termékeire a világpiaci és hazai ár arányát. Az erőforrás-költséget alternatív módon, vagy a hazai hozzáadott értékkel, vagy a tőke- és munkaerő költséggel lehet számítani.

A DRC-rangsor és a világpiaci rangsor eltérésének okait az egyetemi oktatás céljára általam kidolgozott alábbi 5-ágazatos számpéldával mutatom be:

Az alábbi „A”-típusú (import vámmal együtt, *hazai* áron) folyó ráfordítási együttható-mátrixszal bíró gazdaságban az első három ágazat külkereskedelem-képes (tradable). Mekkora az első 3 ágazat hozzáadott érték hazai/világpiaci áron becsült DRC mutatóját, ha az első 3 termék világpiaci árindexe (azaz világpiaci/hazai ár) rendre 1,1 , 1,05 és 0,85?

A ráforditási együtthatók az alábbi:

revesz.tamas_73_23

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0,5 & 0,2 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,7 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathbf{A}^{TT}=\begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A}^{TN}=\begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0 \\ 0,1 & 0,1 \end{bmatrix},\ \mathbf{A}^{NT}=\begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}^{NN}=\begin{bmatrix} 0,5 & 0,2 \\ 0,1 & 0,7 \end{bmatrix},\ (\mathbf{E}\text{-}\mathbf{A}^{NN})^{-1} = \begin{bmatrix} 2,3077 & 1,5358 \\ 0,7692 & 3,8462 \end{bmatrix},$$

$$(\mathbf{E}\text{-}\mathbf{A}^{NN})^{-1}\,\mathbf{A}^{NT} = \begin{bmatrix} 0,2308 & 0,1538 & 0,1538 \\ 0,0769 & 0,3846 & 0,3846 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{VER} = \mathbf{E}\text{-}\mathbf{A}^{TT}\text{-}\mathbf{A}^{TN}\,(\mathbf{E}\text{-}\mathbf{A}^{NN})^{-1}\,\mathbf{A}^{NT}= \begin{bmatrix} 0,76 & -0,09 & -0,19 \\ -0,15 & 0,77 & -0,13 \\ -0,33 & -0,45 & 0,75 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [1,1 \quad 1,05 \quad 0,85]\,, \qquad \underline{\mathbf{1}}= [\,1 \quad 1 \quad 1\,],$$

$$\boldsymbol{\phi} = [0,28 \quad 0,22 \quad 0,42]\,,\ \boldsymbol{\pi} = [0,4 \quad 0,32 \quad 0,29]\,,$$

$$\text{DRC} = \frac{1*\text{VER}}{\alpha*\text{VER}} = \frac{\phi}{\pi} = \frac{\mathbf{1}'\,(\mathbf{E}-\mathbf{A}^{TT}-\mathbf{A}^{TN}\,(\mathbf{E}-\mathbf{A}^{NN})^{-1}\,\mathbf{A}^{NT})}{\boldsymbol{\alpha}'\,(\mathbf{E}-\mathbf{A}^{TT}-\mathbf{A}^{TN}\,(\mathbf{E}-\mathbf{A}^{NN})^{-1}\,\mathbf{A}^{NT})} = [0,7061 \quad 0,6963 \quad 1,4825].$$

Értékelés: Az első és második ágazat világpiaci árakon nagyobb hozzáadott értéket érne el mint jelenleg (a vertikumaik fajlagos devizahozama, π_1 illetve π_2 nagyobb a hazai áron mért fajlagos hozzáadott értéküknél), ezért versenyképesek.

Megjegyzés: Ugyan hazai áron mindkét ágazatnak 0,3 a (közvetlen) hozzáadott értéke, de a 2. ágazat fajlagosan többet használ a világpiaci áron olcsóbb 3. ágazat termékeiből (közvetve is, hiszen az általa közvetlenül felhasznált non-tradable 5. termék vertikuma is jóval több 2. terméket igényel mint a szintén non-tradable 4. termék vertikuma). Ezért a 2. ágazatnak annak ellenére, hogy világpiaci árindexe alacsonyabb az 1. ágazaténál, DRC mutatója alacsonyabb, azaz versenyképesebb.

7.4. Záró megjegyzések a DRC mutató használatáról

A DRC-mutató magyarországi megjelenésekor elhanyagolható volt a külföldi tőke és munkaerő (vendégmunkások) részvétele a magyar gazdaságban. Ezért az akkori vizsgálatban ezzel, azaz a (7-2) illetve (7-3) összefüggésekben szereplő r_j komponenssel nem foglalkoztak. A mai magyar gazdaság sok ágazatában azonban ez igen jelentős, és a nemzeti értékelésnél fontos, hogy figyelembe vegyük. Itt külön módszertani kérdés, hogy a külföldi beruházások nemzetközileg kimagasló mértékű hazai támogatása hogy vehető figyelembe, mely időszakban és milyen mértékben jelentkezik a külföldi befektető *folyó* jövedelmében.

A nemzeti értékelés másik egyre fontosabbá váló eleme az externália hatások szisztematikus figyelembevétele. Ezek közül – figyelembevéve a kormány újraiparosítási, akkumulátorgyártási, stb. terveit – különösen fontos az Ecostat tanulmány által is vizsgált környezeti hatások számszerűsítése. Ugyan a széndioxid-kvóták, és egyéb környezetterhelési díjak a vállalatoknál költségként jelennek meg, a nemzeti számlákban ezek a termelési adók, azaz a hozzáadott érték részei. A (7-3) mutató ezt az erőforrásköltségek között szerepelteti, de elvben (ha devizaértékben kifejezhetők) lehet a nettó devizahozamból is levonni.

8. Az ármodellek egyes elméleti és alkalmazási kérdései

8.1. A tárgyalandó ármodellek elhelyezése a szakirodalomban

Ebben a fejezetben nem vállalkozom az egyes ágazatok árait különféle elméletek és feltevések alapján szimultán meghatározását célzó szerzők és műveik mintegy kétszáz évet felölelő történeti áttekintésére és ezek rendszerezett tárgyalására, röviden utalok a saját ár*modellek*kel kapcsolatos kutatásaimhoz és *alkalmazás*aimhoz kapcsolódó szakirodalomra. A dőlt betűs szövegkiemeléssel jelzett modellezési és alkalmazási szemszögből nézve a kérdést, pályafutásom során elsősorban nem az érdekelt, hogy melyik elmélet a leghelytállóbb, és azt hogyan lehet továbbfejleszteni bizonyos jelenségek (például az árak ragadóssága, optimalizálástól eltérő viselkedés, az erőforrások szűkössége miatti járadékok, oligopolisztikus piac, nem-kooperatív és kooperatív játékelméleti szituációk különféle döntési kritériumai, nem tökéletes informáltság, az angolul „propagation time”-nak nevezett késleltetés az inputok és outputok árváltozása között, ikertermelés, adóékek) figyelembevételével, hanem az, hogy milyen modellben lehet az árak egymásrahatását (Leontief (1937) az „interrelation” illetve „interdependence”, azaz egymással kapcsolatban levés illetve egymástól függés kifejezést használja) a lehető legtöbb árelmélet figyelembevételét (a matematikai specifikáció egyszerű módosításával, a modell megoldását alapvetően nem érintő módon, illetve a modell egyes paraméterei változásában megjelenítő módon) lehetővé téve a rendelkezésre álló statisztikai adatok alapján számszerűsíteni.

Az erre kezdettől fogva legalkalmasabbnak látszó modelltípusok a rögzített ráfordítási együtthatós input-output modellek, illetve az általános egyensúlyi modellek voltak. E két modelltípus nem két egymástól független konstrukció, hanem tulajdonképpen az általános egyensúlyi modell az ÁKM-modellek általánosítása, illetve fordítva, maga Leontief az általa kifejlesztett input-output modellt Walras általános egyensúlyi modelljének speciális eseteként interpretálta (lásd Zalai (2012)). Maga Walras is modellje első változatában rögzített ráfordítási együtthatókat tételezett fel, de a klasszikus közgazdászok zöme is ezt az egyszerűsítő feltételezést alkalmazta (Zalai (2012) 23. ill. 426. old.).

A két modelltípus közül az általános egyensúlyi modell számszerűsíthető változatát, azaz a CGE-modelleket elsősorban a kutatásaimban és gyakorlati alkalmazásaimban használtam, az ÁKM-ármodelleket pedig elsősorban az oktatásban. A CGE-modellek áregyenleteiről a következő fejezetben lesz szó, e fejezetben csak az ÁKM-ármodellekkel kapcsolatos kutatási eredményeimet foglalom össze.

Bár jelen értekezésem csak az elmúlt 22 évi munkásságomon alapul, közvetlenül előtte publikáltam a Szigma 2000. évi 3-4. (angol nyelvű) számában az ÁKM- és CGE-modellek ármeghatározását integráló „vegyes ármodell”-emet (Révész, 2000). Annak ellenére, hogy ezt a téma számos nemzetközi és hazai szakértője (Bródy András, Jan Oosterhaven, Mellár Tamás, Ligeti Csák, stb. remélem nem sértettem meg a kimaradtakat) előtt korábban egy nemzetközi ÁKM-konferencián is előadtam, és az egyetemi oktatásban is használtam, sem akkor, sem azóta nem sikerült megtudnom, hogy ehhez hasonlót valaki készített volna-e. A modell részletes ismertetése és alkalmazása a hivatkozott cikkben megtalálható, itt csak a továbbiakban ismertetendő ármodellek általános kereteként érdemes néhány speciális vonását megemlíteni.

A „vegyes”-ármodell az áraknak mind a kínálati, mind a keresletoldali meghatározó tényezőit igyekszik minél teljeskörűbben figyelembe venni. A kínálati tényezők az önköltség, valamint a valamilyen feltételezett mechanizmus szerint képződő tisztajövedelem. A modellkeret általánosságára jellemző, hogy a modellben a tisztajövedelem nemcsak haszonkulcsos alapon (árbevétel arányában) illetve az erőforrások után képződhet, hanem a forgótőkét képező egyes ágazati termékinputok után is, a forgási sebességtől, illetve az ágazati sajátosságoktól függő hozamráták szerint is. Az önköltség részeként kalkulálhatók az inputokat terhelő különféle termékadók is. A keresleti tényezők között szerepelhet a vásárlóerőt képviselő makrogazdasági bérszint, az árfolyam (ami az import árát befolyásolva ágazatonként eltérő mértékben képviseli a konkurrencia által képviselt korlátot, illetve az export fajlagos bevételén keresztül húzó-, illetve fékezőhatást gyakorolhat az adott termék belföldi értékesítési árára), általában a fogyasztó számára helyettesíthető terméknek számító termékek árai, vagy bármi egyéb, az árak alakulásánál referenciaként szereplő egyéb ár. Bár újságcikkeket nem illik egy tudományos értekezésben idézni, megjegyzendő, hogy a gazdasági cikkeket író újságírók, illetve általuk megszólaltatott szakértők és közszereplők egy-két tiszteletreméltó kivételt leszámítva (például Raskó György, Suppan Gergely, illetve az agrárminisztérium egyik közleményének névtelen szerzője) a forintleértékelésnek csak az importtermékek drágulásán keresztüli inflációs hatását említik, az export drágulásán keresztüli (haszonlehetőség költség növekedéseként tekinthető) hatását nem.

A modellben az árak egyrésze (beleértve az erőforrásárakat is) kívülről adható meg, a többi ár a keresleti (a konkrét esetben a költség+ változatlannak feltételezett tisztajövedelem-hányad) oldalról „elvárt ár” („költségnyomás”) és az adott termék (ágazat) esetében releváns referenciaárak súlyozott átlagaként határozódik meg. A cikk konkrétan a világpiaci kőolajárváltozás és forintelértékelődés hatását vizsgálja az ágazati árakra, a fogyasztói árindexre és az ehhez kötött (teljesen vagy részlegesen ehhez indexált) bérekre. Az egyes ágazatok árképzési szabályára eltérő feltevések voltak. Az üzleti és személyi szolgáltatások szektorban tőkearányos jövedelemképződés volt feltételezve. Bizonyos szektorok a költségeik növekedését teljesen a fogyasztókra tudták hárítani, de voltak olyan (tradable) szektorok, amelyek a modell feltevései szerint csupán a világpiaci árakat illetve a forintárfolyamot tudták követni (pl. gépipar, könnyűipar). A számítások szerint a nem importárkövető energiaigényes ágazatok árai jobban emelkedtek. Az infláció előrejelzésében a modell jobb eredményt kapott (a fogyasztói árindexszel számolva 8 %-ot), mint a 6 %-os kormányzati prognózis, de még így is elmaradt a csaknem 10 %-ot elérő tényleges inflációtól. Ennek oka a bekövetkezett aszály, valamint a korábban nyomott bevezető árakkal színre lépő hipermarketek árpolitikájának változása lehetett.

Mint látható, a modell igen időszerű a jelenlegi, kísértetiesen hasonló makrogazdasági helyzetben, különösen alkalmas az energiaárak hektikus alakulásának az energiaigényes- illetve tradable termékek árára való, igen eltérő mértékű hatásának becslésére.

A következő alfejezetekben ismertetendő elméleti ármodelleket tehát abból a perspektívából is érdemes nézni, hogy ezek árképzési szabályai a „vegyes”-ármodell igen általános és rugalmas modellkeretébe beépítve szintén számos aktuális gazdaságpolitikai kérdés vizsgálatára alkalmazhatók.

8.2. Az ÁKM-en alapuló elméleti ármodellek néhány alapkérdése és kategóriái

A következő néhány alfejezetben a különféle elméleti árképzési szabályoknak az ÁKM-ármodellekben való szerepét és az így definiált ármodellek megoldási módszereit tárgyalom. Ezelőtt viszont néhány szót kell szólni arról, hogy a nemzetközi és hazai szakirodalom e modellekkel hogyan, és milyen aspektusból foglalkozott, és e háttér mellett a saját kutatásaimnak milyen új vonásai vannak.

Szinte döbbenetes, hogy az ÁKM nemzetközi szakirodalmában a volumenmodellek mellett az ármodellek abszolút háttérbe szorultak, és akik foglalkoznak vele azok is szinte csak a legegyszerűbb ÁKM-ármodelleket tárgyalják (lásd például Miller és Blair (2009) áttekintőnek szánt művét, amiben azonban csak a hozzáadott érték fajlagosok szerepelnek az általuk bemutatott egyszerű ármodellben). A nemzetközi szakirodalomban az ármodelleket elsősorban a bérek és a profitráta kapcsolatának, az ún. bér-profit függvény meghatározása szempontjából vizsgálták, és jelentős figyelmet kapott a marxi munkaérték elmélet illetve az ún. transzformációs probléma (hogy változnak a tőkés gazdaság viszonyai között a munkaérték-arányos árak normál profitot is tartalmazó ún. „termelési árakká”). Ebben a témában a hazai input-output modellezés egyik úttörője, és később nemzetközileg legismertebb szakértője, Bródy András is jelentős eredményeket ért el (Bródy, 1970, 1979). Bródy már az ’50-es évektől kezdve foglalkozott gyakorlati árszámításokkal a tervgazdaság árképzési mechanizmusainak észszerűbbé tétele érdekében (Bródy – Rényi, 1956), ami kiterjedt az importtermékek hazai árának meghatározására is (Bródy, 1964). Ezt azért emelem ki, mert az e fejezetben ismertetett elméleti ármodellek általában nem különböztetik meg a hazai és a hasonló jellegű import termék árát. Természetesen Bródy ezeknek az ármodelleknek a kérdéseit is vizsgálta (lásd például Bródy (1964a) és (1965)). Később érdeklődése a gazdasági ciklusok, a dinamikus input-output modellek és más, bonyolultabb modellek (például a Neumann-modell) felé irányult. A ’60-as években, különösen az „új gazdasági mechanizmus” 1968. évi bevezetését előkészítendő sok magyar szakember foglalkozott gyakorlati árszámításokkal (lásd például Ganczer (1968)). Később azonban ezek a kutatások egyre inkább a matematikai programozás felé fordultak, majd a tervgazdaság megszűnésével lényegében abbamaradtak. Az is igaz, hogy Bródy és az ÁKM-modellek más tekintélyes hazai művelői (akiket csak azért nem próbálok felsorolni, mert a hosszú listáról véletlenül kimaradtak számára ez méltatlan lenne) hatalmas árnyékában nehéz is lett volna fényes új eredményeket felmutatni a témában. Ez véleményem szerint többé kevésbé a külföldi kutatókra is érvényes lehet, akik az akkori „ÁKM nagyhatalom” Magyarország gyakorlati, gazdaságpolitikai jártasságban is kiemelkedő szakembereinek eredményeit nem nagyon tudták volna meghaladni, főleg az alkalmazások területén, és akik közül sokan a CGE-modellek illetve ökonometriai modellek felé fordultak. Talán túlzás nélkül mondhatjuk, hogy utolsóként az ebben a kutatócsoportban résztvevő hazai közgazdászok közül, Zalai Ernő igyekezett az ármodellek fenti kérdéseit továbbgondolni, matematikailag egységes (elsősorban mátrixalgebrai, illetve függvényanalízis) formában és rendszerezetten tárgyalni, illetve tananyagként a matematikai közgazdaságtan oktatásába is bevezetni (lásd például Zalai (1988),(1991), (2012) műveit).

Az ÁKM-ármodellek tárgyalásában Zalai (1991) három elméleti ármodelljét veszem alapul: az önköltségarányos-, értékarányos- és termelési árak modelljét. Ezeknek az ármodelleknek a megoldását – azaz az ágazati árak vektorát és az adott ártípushoz tartozó hozamkulcsot, – a modell sajátérték-feladat alakra való alakításával határozza meg, amiből a hozamkulcs és az árak a sajátérték-feladat valamilyen ismert algoritmussal történő megoldása után kapott sajátérték és sajátvektor egyszerű függvényeként határozható meg.

Az önköltségarányos árrendszerrel kapcsolatban csak annak az ún. hozamkulcsos" árrendszerrel való egyenértékűségét vezetem le, valamint a 2-szektoros esetben az iterációs algoritmus nélkül megoldható sajátérték-feladat megoldóképletét vezetem le.

Az értékarányos árrendszer sajátérték feladata levezetésén túl a 2- illetve 3-szektoros esetben szintén levezetem a sajátérték feladat megoldóképletét, és a bérek hozamkulcsára kapott igen érdekes eredmény alapján az általános, *n*-szektoros esetre megfogalmazott tételt be is bizonyítom.

A termelési (tőkearányos) árrendszer esetében a sajátérték-formát a Zalai (1991) által megadottnál kezelhetőbb (explicit) formában írom fel az általa csak az ún. „kétcsatornás" árrendszer tárgyalásánál levezetetthez hasonló módon, de ezt nem az általa ajánlott többlépéses (az első lépésben kapott árakat kiigazító) módszerrel, hanem megoldóképlettel oldom meg. A kapott megoldóképlet meglepő egyszerűsége valószínűleg az elméleti ÁKM-ármodellekkel kapcsolatos vizsgálataim legérdekesebb eredménye.

Az elméleti árrendszerek matematikai megoldásának levezetéséhez célszerű az alapáras A-típusú ÁKM-ből számított fajlagos kategóriák helyét a jelölésükkel az alábbi ábrán elhelyezve is bemutatni:

8-1. ábra Végső felhasználási szerkezetek és a kibocsátás egységére vetített ráfordítások és jövedelmek

<table>
<tr><td></td><td>1.
ágazat</td><td>….
ágazat</td><td>n.
ágazat</td><td>Háztartások fogyasztása</td><td>Beruházás</td></tr>
<tr><td>1. ágazat</td><td colspan="3" rowspan="3">$\mathbf{A}$</td><td rowspan="3">$\mathbf{g}$</td><td rowspan="3">$\mathbf{b}$</td></tr>
<tr><td>…. ágazat</td></tr>
<tr><td>n. ágazat</td></tr>
<tr><td>Bruttó munkajövedelem („bér”)</td><td colspan="3">$\mathbf{w}'$</td><td colspan="2" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>Amortizáció</td><td colspan="3">$\mathbf{a}_m'$</td></tr>
<tr><td>Tisztajövedelem (termékadókkal)</td><td colspan="3">$\mathbf{t}'$</td></tr>
<tr><td>Kibocsátás („termelés”), illetve összes (végső) felhasználás</td><td colspan="3">$\mathbf{x}'$</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Állóeszköz („tőke”)</td><td colspan="3">$\mathbf{k}'$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Munkaerő („létszám”)</td><td colspan="3">$\boldsymbol{l}'$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

ahol:

- $\mathbf{A}$ az „A”-típusú ÁKM-ből számított (importot is tartalmazó) ráfordítási együttható mátrix
- $\mathbf{b}$ a beruházások (állóeszköz-felhalmozás) beruházási javak szerinti szerkezete (részarányok)
- $\mathbf{B}$ a beruházások beruházási javak szerinti, ágazatonként eltérő szerkezeteinek mátrixa
- $\mathbf{g}$ a háztartások („lakosság”) fogyasztásának szerkezete (részarányok)
- $\mathbf{G}$ a bérek elköltésének a bért fizető ágazatok szerint eltérő fogyasztási szerkezeteinek mátrixa
- $\mathbf{w}$ a kibocsátás egységére vetített munkajövedelmek („fajlagos bérek”, illetve „bérhányadok)
- $\mathbf{a}_m$ a kibocsátás egységére vetített állóeszköz értékcsökkenés („amortizációs hányadok”)
- $\mathbf{t}$ a kibocsátás egységére vetített tisztajövedelem („jövedelemhányadok”)
- $\mathbf{x}$ az ágazati kibocsátások („termelési érték”)
- $\mathbf{k}$ a kibocsátás egységére vetített állóeszközlekötési igények („tőkeigényesség”)
- $\boldsymbol{l}$ a kibocsátás egységére vetített munkaerő- (munkaóra- vagy létszám-) igények

Az árakra vezessük be az alábbi jelöléseket (a munkaerőt 0. jószágnak, az állóeszközöket pedig *n+1*. jószágnak tekintve):

- $\mathbf{p}$ az ágazatok árai (árindexei)
- p_0 a bérek ágazatilag egységes indexe
- p_{n+1} az állóeszközök ágazatilag egységes árindexe (=amortizáció átértékelési indexe)
- φ_s a reálbérek ágazatilag egységes indexe ($\varphi_s = p_0 /(\mathbf{p}'\mathbf{g})$), amiből $p_0 = \varphi_s \cdot \mathbf{p}'\mathbf{g}$)

A különféle hozamkulcsokat jelöljük az alábbi görög betűkkel:

α az önköltségarányos tisztajövedelem ágazatilag egységes mértéke

β a bérarányos tisztajövedelem ágazatilag egységes mértéke

γ a (álló-)tőkearányos tisztajövedelem ágazatilag egységes mértéke

δ a termelési értékkel arányos tisztajövedelem ágazatilag egységes mértéke („haszonkulcs")

π a (forgó+álló) tőkearányos tisztajövedelem ágazatilag egységes mértéke

Végül definiáljuk az alábbi (a kibocsátás egységére vetített) együttható mátrixokat:

$\mathbf{A_m} := \mathbf{b}\ \mathbf{a_m}'$ az amortizáció pótlásához fajlagosan szükséges beruházási javak mátrixa

$\mathbf{A_g} := \mathbf{g}\ \mathbf{w}'$ egységnyi kibocsátásoknak a bérek elköltésén keresztüli fogyasztási vonzatai (fogyasztási együtthatók mátrixa)

Megjegyzendő, hogy az $\mathbf{A_m}$ illetve $\mathbf{A_g}$ mátrixok definiálhatók az $\mathbf{A_m} := \mathbf{B}\mathbf{\hat{a}_m}$ illetve $\mathbf{A_g} := \mathbf{G}\mathbf{\hat{w}}$ általánosabb (eltérő oszlopszerkezeteket eredményező) képletekkel, ahol a ^ szimbólum most is az alatta álló vektorból történő diagonális mátrix képzést jelöli.

Az elméleti ármodellek (a tőke és amortizáció értékelése dinamikus problémájának a statikus modellekbeli szokásos kezelésének megfelelően) általában feltételezik az állóeszközöknek illetve az amortizációnak a beruházási árindexszel való „valorizációját", azaz a $p_{n+1} = \mathbf{p}'\mathbf{b}$ valorizációs szabály érvényesülését. Hasonlóan, a bérek változását is egységesnek tételezik fel a $p_0 = \varphi_s\cdot\ \mathbf{p'g}$ képlettel, ahol p_0 az egységes bérindex, φ_s a szintén egységes reálbérindex, $\mathbf{p'g}$ pedig a fogyasztói árindex.

A $\mathbf{p}'\mathbf{b}$ illetve $\mathbf{p}'\mathbf{g}$ árindexekkel való fenti valorizációk a fent bevezetett **B** és **G** mátrixok alapján némileg általánosítva a $\mathbf{p_0}' = \varphi_s\cdot\mathbf{p'G}$ illetve $\mathbf{p_{n+1}}' = \mathbf{p}'\mathbf{B}$ képletekkel írhatók fel, ahol $\mathbf{p_0}$ az egyes ágazatokban dolgozók „fogyasztói kosara" szerint differenciált fogyasztói árindexek vektora, $\mathbf{p_{n+1}}$ pedig az egyes ágazatok beruházási szerkezete szerint differenciált beruházási (és ezáltal tőke- illetve amortizáció valorizációs) árindexek vektora. Természetesen a reálbérek indexe is tovább lenne differenciálható ágazatok szerint, de ha ezeket a modell endogén változójaként tekintenénk, akkor újabb egyenletek bevezetésére lenne szükség, paraméterként való bevezetése pedig értelmetlen lenne, mivel a **w** paraméter változtatásával ugyanezt elérhetnénk. Mindenesetre bár további általánosítások, paraméterek differenciálása, újabb összefüggések bevezetése adhat a gyakorlati árszámításokhoz értelmes ármodelleket, ezeket nem tekinthetjük a szokásos értelemben elméleti ármodelleknek, így ebben a fejezetben ezekkel nem foglalkozom.

A fenti jelölésekkel felírható az árak elszámolási azonossága (alapegyenlete) az alábbi formában:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'\mathbf{A} + p_0\cdot\mathbf{w}' + p_{n+1}\cdot\mathbf{a_m}' + \mathbf{t}' \tag{8-1}$$

A további alfejezetekben tárgyalandó elméleti ármodellek alapvetően a **t** tisztajövedelem képz(őd)ési szabályában különböznek. Amennyiben a tisztajövedelmet valamely ár(ak)kal arányosan határozzuk meg, valamint a p_0 és p_{n+1} erőforrásárakat is valamely árakhoz kapcsoljuk (indexáljuk), a (8-1) egyenlet a (**p** árakban) *homogén lineáris egyenletrendszer*ré válik, azaz a **p** árak valamelyikét vagy valamilyen „*árnormalizálási*” szabállyal a „*szintjét*” kívülről kell megadni.

8.3. Az önköltségi- és önköltségarányos árrendszer

Önköltségarányos árrendszernél a tisztajövedelem a $\mathbf{p'A} + p_0 \cdot \mathbf{w'} + p_{n+1} \cdot \mathbf{a_m'}$ összeg által képviselt önköltség α-szorosa. Tehát ebben az esetben a (8-1) egyenlet az alábbi alakot ölti:

$$\mathbf{p'} = (1+\alpha) \cdot (\mathbf{p'A} + p_0 \cdot \mathbf{w'} + p_{n+1} \cdot \mathbf{a_m'}) \qquad (8\text{-}2)$$

A fenti egyenletbe p_0 helyére a $p_0 = \varphi_s \cdot \mathbf{p'g}$. definíciós összefüggést, p_{n+1} helyére a fentebb tárgyalt $p_{n+1} = \mathbf{p'b}$ valorizációs szabályt, valamint az emiatt keletkező $\mathbf{b}\ \mathbf{a_m}'$ diadikus szorzatra a fenti $\mathbf{A_m}$ jelölést helyettesítve a (8-2) egyenlet átalakítható az alábbi formára:

$$\mathbf{p'} = (1+\alpha) \cdot (\mathbf{p'A} + \varphi_s \cdot \mathbf{p'g}\ \mathbf{w'} + \mathbf{p'A_m}) \qquad (8\text{-}3)$$

Ebből **p** kiemelésével és átrendezésekkel az alábbi összefüggést kapjuk:

$$\mathbf{p'}\left(\frac{1}{1+\alpha} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A_m}\right) = \varphi_s \cdot \mathbf{p'g}\ \mathbf{w'} \qquad (8\text{-}4)$$

Ez a redukált alakja a Zalai (2012) 501. oldalán szereplő $\mathbf{p}\left(\frac{1}{1+\pi} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{A}\right) = \varphi_s \cdot \boldsymbol{l}$, $\mathbf{ps^c} = 1$ egyenletrendszernek, amiben az **A** mátrix a mi $\mathbf{A} + \mathbf{A_m}$ mátrixösszegünknek felel meg, π a mi α hozamkulcsunknak (ami egyidőszakos megtérülés esetén profitrátának tekinthető), $\boldsymbol{l}$ a mi **w** vektorunknak, $\mathbf{s^c}$ pedig a mi **g** vektorunknak.

A fenti egyenletből a zárójelben szereplő mátrix inverzével jobbról szorozva az egyenletet a

$$\mathbf{p'} = \varphi_s \cdot \mathbf{p'g}\ \mathbf{w'}\left(\frac{1}{1+\alpha} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A_m}\right)^{-1} \qquad (8\text{-}5)$$

összefüggést kapjuk. Ez $\mathbf{p'g} = 1$ esetén megegyezik a Zalai (2012) 502. oldalán található, a $\mathbf{ps^c} = 1$ feltétellel kapott

$$\mathbf{p'} = \varphi_s \cdot \boldsymbol{l}\left(\frac{1}{1+\pi} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{A}\right)^{-1} \qquad (8\text{-}6)$$

árképlettel, ahol természetesen az **A** mátrix már az általunk $\mathbf{A} + \mathbf{A_m}$ -mel jelölt összeget képviseli.

Ha a (8-5) egyenletben φ_s, α és a $\mathbf{p'g}$ szorzat (árszint) értéke ismert, akkor ez az összefüggés használható az árak explicit formulával való meghatározására. Általában (és lényegében „az általánosság rovása nélkül” feltehető, hogy) φ_s, és a $\mathbf{p'g}$ szorzat (árszint) értéke adott, így csak az α -t kellene meghatározni. Megjegyzendő, hogy α meghatározásához nem kell az árszintet megadni, hanem az egy sajátérték-feladat megoldásával a kapott sajátértékéből meghatározható.

Ehhez a szokásos, a reálbérszint változatlanságát feltételező $\varphi_s = 1$ feltételt behelyettesítve a (8-3) áregyenletbe, majd a $\mathbf{g}\ \mathbf{w'}$ diadikus szorzat helyére a korábban bevezetett $\mathbf{A_g}$ jelölést írva, végül pedig **p** kimelésével az ármodellt az alábbi sajátértékfeladatra rendezzük:

$$\mathbf{p'} = (1+\alpha) \cdot \mathbf{p'}(\mathbf{A} + \mathbf{A_g} + \mathbf{A_m}) \qquad (8\text{-}7)$$

Ezt a szokásos egyszerűbb, alábbi sajátérték egyenlet alakra rendezhetjük:

$$\lambda \cdot \mathbf{p'} = \mathbf{p'M} \qquad (8\text{-}8)$$

ahol **M** := **A** + **A**$_\mathbf{g}$ + **A**$_\mathbf{m}$, $\lambda = \frac{1}{1+\alpha}$.

Az így kapott sajátérték egyenletet többféle módszerrel oldhatjuk meg. 2-nél több ágazatos esetben a szokásos karakterisztikus mátrix módszer elég körülményes, így a Lanczos-féle ún. „hatványmódszer" kontrakciós iterációs eljárását érdemes alkalmazni (Lanczos, 1950).

A karakterisztikus mátrix módszere esetén az egyenlet átrendezése után a $\lambda\cdot\mathbf{E} - \mathbf{M}$ mátrix determinánsát zérussal egyenlővé téve kapjuk a megoldást. Ha például **M** egy 2·2-es mátrix, akkor

$$\lambda_{1,2} = \frac{(m_{11}+m_{22}) \pm \sqrt{(m_{11}+m_{22})^2 + 4m_{12}m_{21} - 4m_{11}m_{22}}}{2} =$$

$$= \frac{(m_{11}+m_{22}) \pm \sqrt{(m_{11}-m_{22})^2 + 4m_{12}m_{21}}}{2} \qquad (8\text{-}9)$$

A két gyök közül a nagyobbat választjuk λ értékének, azaz amelyik a domináns sajátértéket jelenti. Ebből az $\alpha = \frac{1}{\lambda} - 1$ képlettel határozható meg az önköltségarányos hozamkulcs. A **p** árak pedig φ_s, és a **p'g** szorzat (árszint) értékének megadása után a (8-5) egyenlet jobb oldalán található képlettel számíthatók.

Haszonkulcsos vagy rögzített jövedelemhányados árrendszernek nevezzük azt az árrendszert, amelyikben a tisztajövedelem arányos a kibocsátás árával. Ekkor a (8-1) alapegyenlet az alábbi formában írható fel:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'\mathbf{A} + p_0\cdot\mathbf{w}' + p_{n+1}\cdot\mathbf{a_m}' + \rho\cdot\mathbf{p}' \qquad (8\text{-}10)$$

ahol ρ az ágazatonként egységes jövedelemhányad. Mindkét oldalból levonva a $\rho\cdot\mathbf{p}'$ szorzatot, a bal oldalon összevonva, majd mindkét oldalt osztva az árak $1-\rho$ szorzójával a

$$\mathbf{p}' = \frac{1}{1-\rho}\cdot(\mathbf{p}'\mathbf{A} + p_0\cdot\mathbf{w}' + p_{n+1}\cdot\mathbf{a_m}') \qquad (8\text{-}11)$$

összefüggést kapjuk. Ez egyenértékű az önköltségarányos árképzés (8-2) egyenletével, ha $\frac{1}{1-\rho} = 1+\alpha$, azaz $\alpha = \frac{1}{1/\rho - 1}$.

Természetesen a gyakorlatban a haszonkulcsos árképzést is lehet általánosítani a

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'\mathbf{A} + p_0\cdot\mathbf{w}' + p_{n+1}\cdot\mathbf{a_m}' + \mathbf{p}'\hat{\mathbf{c}} \qquad (8\text{-}12)$$

formában, ahol $\hat{\mathbf{c}}$ az ágazati bontásban adott tisztajövedelemhányadok **c** -vel jelölt vektorából képzett diagonális mátrix. Ezt akkor célszerű használni, ha az áraknak valamilyen paraméter vagy exogén változó értékének megváltozása miatti változását (az árakba való "begyűrűzését") úgy kívánjuk vizsgálni, hogy nem akarjuk az árképzési szabályt átalakítani. A **c** vektor tehát figyelembeveszi az egyes ágazatok eltérő jövedelmezőségét, és biztosítja a jövedelem valorizáltságát, a valamilyen értelemben vett (itt konkrétan a saját ágazata termékéből való) vásárlóerejének megőrzését. Természetesen a megfigyelt ("bázisidőszaki") jövedelmeket más ágazatilag differenciált és valorizációt tartalmazó képletekkel is lehet reprodukálni, de azok közgazdasági indoka semmivel nem erősebb mint a (8-12) egyenletben bemutatott árképzési szabályé. Mindenesetre a gyakorlati ármodellekkel ebben a fejezetben nem foglalkozunk, de megjegyzendő, hogy a CGE-modellekben számos ilyen (ágazati differenciákat illetve "mark-up"-okat tartalmazó) árképzési szabállyal találkozhatunk.

Tisztán **önköltségi árrendszer**nek azt nevezhetjük, amelyik mellett csak *egyetlen ágazatban képződik „igazi" tisztajövedelem* (amely ágazatot a továbbiakban az általánosság rovása nélkül „Ipar"-nak hívhatunk, az ilyen árrendszert pedig *„nem-ipari" önköltségi árrendszer*nek, utalva, hogy a nemipari ágazatokban önköltségi árképzés érvényesül), azaz amely árrendszerben a bérek és az amortizáció is éppen csak a fogyasztói illetve beruházási árindexszel vannak indexálva, azaz a tisztajövedelem („nyereség") nincs a bérekbe illetve az „elszámolt" amortizációba „elbújtatva" (lásd az értékarányos árrendszert a következő alfejezetben). Az ilyen $p_0 = \mathbf{p'g}$, valamint $p_{n+1} = \mathbf{p'b}$ valorizációkat és $\mathbf{A_g} := \mathbf{g}\ \mathbf{w}'$, illetve $\mathbf{A_m} := \mathbf{b}\ \mathbf{a_m}'$ definíciókat figyelembe véve az árak (8-1) alapegyenlete a

$$\mathbf{p'} = \mathbf{p'}(\mathbf{A} + \mathbf{A_g} + \mathbf{A_m}) + \mathbf{t}^{(i)} \qquad (8\text{-}13)$$

alakú lesz, ahol $\mathbf{t}^{(i)}$ olyan vektor, amelynek az *i*-edik eleme kivételével minden eleme zérus. Ha $\mathbf{t}^{(i)}$ adott, akkor (8-10)-ből az árak a

$$\mathbf{p'} = \mathbf{t}^{(i)}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A_g} - \mathbf{A_m})^{-1} \qquad (8\text{-}14)$$

képlettel határozhatók meg.

Látható, hogy $\mathbf{t}^{(i)}$, pontosabban t_i értékével arányosak az árak. Ezért a t_i értékét úgy célszerű meghatározni, hogy a kapott **p** árakkal számított valamelyik árindex (például a **p'g** fogyasztói árindex) a kívánt mértékű legyen. Alternatív módon például azt is feltételezhetjük, hogy a gazdaság eredeti **h'1** *összes hozzáadott értéke változatlan maradjon*. Mivel az új árrendszerben csak az i-edik ágazatban lesz hozzáadott érték, ami $t_i \cdot x_i$ (ahol x_i az ágazat kibocsátása), ennek kell a **h'1** szorzatösszeggel megegyeznie. Ebből a t_i a $t_i = (\mathbf{h'1})/\ x_i$ képlettel határozható meg.

Az, hogy egyetlen ágazatban se képződjön tisztajövedelem, az a $\mathbf{p'} = \mathbf{p'A} + p_0 \cdot \mathbf{w'} + p_{n+1} \cdot \mathbf{a_m'}$ összefüggést jelentené, ami azonban a elméleti modellekben feltételezett $p_0 = \mathbf{p'g}$ és $p_{n+1} = \mathbf{p'b}$ valorizációk mellett a $\mathbf{p'} = \mathbf{p'}(\mathbf{A} + \mathbf{A_g} + \mathbf{A_m})$ sajátérték-egyenletre vezetne. Ez viszont a gyakorlatban nem állhat fenn (zérus a valószínűsége, hogy az $\mathbf{A} + \mathbf{A_g} + \mathbf{A_m}$ mátrix sajátértéke 1), tehát valamelyik ágazatban kell „igazi" tisztajövedelemnek képződnie.

A fenti elméleti ármodellnek bármily meglepő, van némi gazdaságtörténeti múltja, sőt bizonyos mértékű aktualitása is. A „szocialista iparosítás" idején a „szocialista eredeti tőkefelhalmozás"-t úgy igyekeztek megvalósítani, hogy a jövedelmeket nem explicit adókkal akarták elvonni a többi ágazattól (mezőgazdaságból, valamint az „improduktívnak" tekintett szolgáltatásokból), hanem eleve olyan árrendszert igyekeztek kialakítani, amelyben azokban eleve nem képződött (felhalmozásra fordítható) tiszta jövedelem.

Az utóbbi években pedig a kormányzat a szemétszállításban, vízgazdálkodásban, stb. olyan hatósági árakat alakított ki, amelyek egy évtizede nem változtak, miközben a költségeik emelkedése eltüntette a tisztajövedelmet (sőt az amortizációra sem adott fedezetet). Ennek eredményeként a tulajdonos önkormányzatok jelentős része ingyenesen átadta az érintett közműcégeit az államnak.

8.4. Az értékarányos árrendszer

Értékarányosnak azt az árrendszert nevezik, amelyben az ágazati tiszta jövedelmek a kifizetett bérekkel arányosak, éspedig ágazatonként azonos arányban a $\mathbf{t'} = \beta \cdot p_0 \cdot \mathbf{w'}$ képlettel felírhatóan, ahol β a bérek általános (jelen esetben egységnyi bérre vetített) hozamrátája.

A bérarányos (avagy értékarányos) árrendszer alapegyenlete tehát az alábbi:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'\mathbf{A} + p_{n+1}\cdot\mathbf{a_m}' + p_0\cdot\mathbf{w}' + \beta\cdot p_0\cdot\mathbf{w}' \tag{8-15}$$

Az árrendszer nevében az "érték" jelző az ún. munkaértékre utal, ami a termékek munkatartalmára utal, és aminek fontosságát először David Ricardo (1817) hangsúlyozta a közgazdaságtanban. Az amortizációt figyelmen kívül hagyó, vagy a tőkék egyidőszakos megtérülését feltételező (azaz az állóeszközöket és forgóeszközöket nem megkülönböztető) és a ráfordítási együtthatók létezését feltételező modellekben a termékek fajlagos munkatartalma a $\mathbf{v}' = \mathbf{v}'\mathbf{A} + \boldsymbol{l}'$ képlettel írható fel a felhasznált termékek $\mathbf{v}'\mathbf{A}$ "holt-munka"-tartalma és a $\boldsymbol{l}'$ "élő-munka" tartalom összegeként, ahol $\mathbf{v}'$ az egyes termékek (közvetett + közvetlen) fajlagos munkatartalmának vektora, $\boldsymbol{l}'$ pedig a közvetlen fajlagos munkaigények vektora. A munkatartalom fenti definíciójából $\mathbf{v}$ -t kifejezve a fajlagos munkatartalmak a $\mathbf{v}' = \boldsymbol{l}'(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$ képlettel határozhatók meg.

Ha ezt a gondolatmentet alkalmazzuk az amortizációt explicit módon figyelembevevő ármodellünkre, akkor a termékek fajlagos munkatartalmának képlete a $\mathbf{v}' = \mathbf{v}'\mathbf{A} + \mathbf{d}'\mathbf{\hat{a}_m} + \boldsymbol{l}'$ egyenlettel írható fel, ahol a $\mathbf{d}$ vektor itt most az egyes ágazatokban felhasznált állóeszközök fajlagos munkatartalmát jelöli. Ha a fentieknek megfelelően feltételezzük, hogy az egyes ágazatok állóeszközeit a $\mathbf{B}$ beruházási szerkezetmátrixban található megoszlásban állítják elő az egyes (itt beruházási javakként funkcionáló) termékekből (azaz $\mathbf{A_m} := \mathbf{B}\mathbf{\hat{a}_m}$), akkor $\mathbf{d}'\mathbf{\hat{a}_m} = \mathbf{v}'\mathbf{B}\mathbf{\hat{a}_m} = \mathbf{v}'\mathbf{A_m}$, azaz az állóeszközök munkatartalma megegyezik a létesítésükhöz szükséges beruházási javak munkatartalmával. A $\mathbf{d}'\mathbf{\hat{a}_m}$ helyére tehát a $\mathbf{v}'\mathbf{A_m}$ szorzatot írva a munkatartalmakat definiáló egyenletbe, az a $\mathbf{v}' = \mathbf{v}'\mathbf{A} + \mathbf{v}'\mathbf{A_m} + \boldsymbol{l}'$ alakra módosul. Ebből a $\mathbf{v}$ munkatartalmak explicit alakban a

$$\mathbf{v}' = \boldsymbol{l}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_\mathrm{m})^{-1} \tag{8-16}$$

képlettel határozhatók meg.

Ha a (8-15) alapegyenletbe behelyettesítjük a $p_{n+1} = \mathbf{p}'\mathbf{b}$ feltételt, valamint a fent bevezetett $\mathbf{A}_\mathrm{m} = \mathbf{b}\,\mathbf{a_m}'$ jelölést, majd a $\mathbf{p}$ -vel szorzandó kifejezéseket összevonva és belőlük $\mathbf{p}$ -t kiemelve, végül az egyenletből $\mathbf{p}$ -t kifejezve az árakra a

$$\mathbf{p} = (1 + \beta)\cdot p_0\cdot\mathbf{w}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_\mathrm{m})^{-1} \tag{8-17}$$

meghatározás adódik. Ha a bérek arányosak a munka mennyiségével, azaz $p_0\cdot\mathbf{w}' = \tau\cdot\boldsymbol{l}'$ (ahol τ az egységes bérszint), akkor ezt a helyettesítést végrehajtva a (8-17) egyenletben, a

$$\mathbf{p} = (1 + \beta)\cdot\tau\cdot\boldsymbol{l}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_\mathrm{m})^{-1} \tag{8-18}$$

összefüggést kapjuk. Látható, hogy az így meghatározott $\mathbf{p}$ árak arányosak a $\mathbf{v}$ munkatartalmakkal (munkaértékekkel), tehát valóban munkaérték-arányos árak.

Az árakra levezetett (8-17) egyenletrendszernek azonban még mindig 2 a szabadságfoka: a $\mathbf{p}$, β és p_0 közül kettőre még valamilyen összefüggés (árnormalizálási feltétel, nominál- vagy reálbérszint, stb.) adandó meg. Néhány fontosabb alapeset az alábbiakban vázolható:

1. Ha az $(1 + \beta)\cdot p_0$ szorzat adott, akkor már a jobb oldalon álló minden kategória értéke már ismert lévén, a $\mathbf{p}$ árakat meg tudjuk határozni.
2. Ha a nominál bérszintet rögzítjük, akkor a $\mathbf{p}$ árak arányait határozhatjuk meg a $p_0\cdot\mathbf{w}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_\mathrm{m})^{-1}$ vektor elemei arányainak megfelelően, míg a $\mathbf{p}$ árak ennek $(1 + \beta)$ -szorosai.

3. Ha a reálbért adjuk meg kívülről, akkor az alább tárgyalandó (8-23) sajátérték egyenlethez jutunk, amiből (a (8-25) egyenletbeli megoldóképlettel) β értékét és a **p** áraknak az (a bal oldali sajátvektor által mutatott) arányait határozhatjuk meg, majd a $\mathbf{p}'\mathbf{g}$ árszint megadásával a **p** értékét is.
4. Ha $p_0 = \mathbf{p}'\mathbf{g}$ és $\mathbf{p}'\mathbf{g} = 1$ feltételekkel a bér- és árszintet egyszerre rögzítjük, akkor β egy sajátérték-feladat λ sajátértékéből a $\beta = \frac{1}{\lambda} - 1$ képlettel, az árak pedig az adott eljárás során kapott (nemnegatív) bal oldali sajátvektornak a $\mathbf{p}'\mathbf{g} = 1$ feltételhez való arányos igazításával határozható meg. A β meghatározásához elég a $p_0 = \mathbf{p}'\mathbf{g}$ feltétel figyelembevétele. Konkrétan:

A $p_0 = \mathbf{p'g}$ összefüggést behelyettesítve p_0 helyére a (8-17) egyenletbe, az átrendezhető a

$$\lambda\cdot \mathbf{p}' = \mathbf{p}' \mathbf{A}_g (\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m)^{-1} \tag{8-19}$$

sajátérték feladat alakra, ahol $\lambda = \frac{1}{1+\beta}$ jelöli a sajátértékeket.

Az így kapott sajátérték egyenletet többféle módszerrel oldhatjuk meg. Például a (8-19) sajátérték egyenletet a bal oldalra rendezve, majd **p’** –t balra kiemelve kapjuk a

$$\mathbf{p}'\{\lambda\cdot\mathbf{E} - \mathbf{A}_g (\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m)^{-1}\} = \mathbf{0} \tag{8-20}$$

ún. *karakterisztikus mátrixegyenlet*et. Ahhoz, hogy ennek csak a triviális **0** legyen a megoldása, ahhoz az kell, hogy a zárójelben lévő mátrix (a szokásos | | jelekkel jelölt) determinánsa 0 legyen:

$$| \lambda\cdot\mathbf{E} - \mathbf{A}_g (\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m)^{-1} | = \mathbf{0} \tag{8-21}$$

Ebben az egyenletben csak a λ ismeretlen, amit a determináns kifejtésével határozhatunk meg. 2-nél több ágazatos esetben a karakterisztikus mátrix módszer elég körülményes, így az előző alfejezetben már említett Lanczos-féle hatványmódszer *iterációs eljárásá*t érdemes alkalmazni.

A 2x2-es együtthatómátrixok esetében a karakterisztikus mátrix módszer a következőképpen alkalmazható:

Ha **D** –vel jelöljük az $\mathbf{A}_g (\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m)^{-1}$ mátrixot, akkor a (8-21) egyenletbeli determinánst kifejtve az alábbi egyenlethez jutunk:

$(\lambda - d_{11}) (\lambda - d_{22}) - d_{12}\, d_{21} = 0$

azaz

$\lambda^2 - (d_{11}+d_{22})\, \lambda + d_{11}\, d_{22} - d_{12}\, d_{21} = 0.$

Az ebben a λ –ra nézve másodfokú(nak látszó) egyenletben azonban a **D** determinánsát jelentő $d_{11}\, d_{22} - d_{12}\, d_{21} = 0$, mivel a diadikus szorzatként származtatott (tehát szinguláris) $\mathbf{A}_d$ mátrixnak és egy másik mátrixnak a szorzataként jött létre. Ha ugyanis $\mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_2$ az $\mathbf{A}_d$ 1. illetve 2. sora, akkor $\mathbf{f}_2$ az $\mathbf{f}_1$ valamely γ arányossági tényezővel kifejezhető skalárszorosa, így ha az $(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m)^{-1}$ első oszlopát $\mathbf{y}_1$, 2. oszlopát pedig $\mathbf{y}_2$ jelöli, akkor az $\mathbf{D} := \mathbf{A}_g (\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m)^{-1}$ szorzat a $\begin{bmatrix} \mathbf{f}_1'\mathbf{y}_1 & \mathbf{f}_1'\mathbf{y}_2 \\ \mathbf{f}_2'\mathbf{y}_1 & \mathbf{f}_2'\mathbf{y}_2 \end{bmatrix}$ alakban írható fel, amiről látható, hogy összefüggő, hiszen a 2. sora az első sorának γ-szorosa.

Ha tehát $d_{11}\, d_{22} - d_{12}\, d_{21} = 0$, akkor a másodfokú egyenlet a $(\lambda - (d_{11}+d_{22}))\, \lambda = 0$ gyöktényezős alakra egyszerűsödik, amiből $\lambda = d_{11}+d_{22}$, azaz $\beta = 1/\lambda - 1 = \frac{1}{d_{11}+d_{22}} - 1$.

Az árak a fenti (8-17) általános képlet alkalmazása helyett a $p_0 = \mathbf{p'g} = 1$ árszintrögzítéssel a

$\mathbf{p'g} = 1$

$\mathbf{0} = \mathbf{p'}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - (1+\beta)\cdot\mathbf{A}_g - \mathbf{A}_m)$

egyenletrendszernek a (invertálás nélkül, a 2-szektoros esetben viszonylag egyszerű) Gauss-féle kiküszöböléses módszerrel történő megoldásával is meghatározhatók.

Az általános (n-szektoros és a béreknek és a tőke árának az inflációtól illetve a beruházási árindextől eltérő alakulását is megengedő) esetre a (8-17) összefüggésnek a

$$\mathbf{p'} = (1 + \beta)\cdot p_0\cdot\mathbf{w'}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu\cdot\mathbf{A_m})^{-1} \qquad (8\text{-}22)$$

általánosított alakjában – ahol μ a tőkeár reálérték-indexe, avagy az a szorzó, amely megmutatja, hogy az amortizációt a beruházási árindexhez képest milyen mértékben valorizáltuk, – a $p_0 = \varphi_s\cdot\mathbf{p'g}$ helyettesítést végrehajtva (ahol φ_s a reálbér indexe) az áraknak a $\mathbf{p'g}$ fogyasztói áraktól való explicit függését mutató

$$\mathbf{p'} = (1+\beta)\cdot\varphi_s\cdot\mathbf{p'g}\mathbf{w'}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu\cdot\mathbf{A_m})^{-1} \qquad (8\text{-}23)$$

meghatározását kapjuk.

Ha ennek mindkét oldalát jobbról $\mathbf{g}$ -vel beszorozzuk, majd mindkét oldalát a $\mathbf{p'g}$ skalárral osztjuk, a φ_s skalárral való szorzást a $\mathbf{g}$ elé helyezzük át, végül pedig a jobb oldalon az $1+\beta$ -val szorzást tagonként végezzük el, akkor az

$$1 = \mathbf{w'}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu\cdot\mathbf{A_m})^{-1}(\varphi_s\cdot\mathbf{g}) + \beta\cdot\, \mathbf{w'}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu\cdot\mathbf{A_m})^{-1}(\varphi_s\cdot\mathbf{g}) = \ddot{\mathbf{w}}'\breve{\mathbf{g}} + \beta\cdot\,\ddot{\mathbf{w}}'\breve{\mathbf{g}} \qquad (8\text{-}24)$$

összefüggést kapjuk, amelynek második részében bevezettük a fajlagos munkatartalmakra a $\ddot{\mathbf{w}}' := \mathbf{w'}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu\cdot\mathbf{A}_m)^{-1}$ és az egységnyi munkaerő fogyasztási vonzatára a $\breve{\mathbf{g}} = \varphi_s\cdot\mathbf{g}$ jelöléseket.

Vegyük észre, hogy $\mu = \varphi_s = 1$ esetén **ez éppen a munkaerő újratermelésének a költség-haszon mérlege**, pontosabban a 7. fejezetben definiált NSP (nettó társadalmi jövedelmezőség) mutatója (sőt akkor is ha ugyan $\mu \neq 1$ és $\varphi_s \neq 1$, de így is a szükséges beruházási és fogyasztási vonzatokat képviselik) ! Ebből ugyanis egyértelműbben látszik, hogy az egyenlet bal oldalán 1-essel képviselt (a $\mathbf{w}$ -vel azonos mértékegységben mért) egységnyi munkaerő újratermelése ($\breve{\mathbf{g}}$ fogyasztási vonzata) mekkora (közvetlen+közvetett) munkaráfordítással jár (ezt mutatja a jobb oldalon álló összeg első tagja, ami az amortizációt pótló beruházási javak munkatartalmát is tartalmazza) és mekkora az ezen felül keletkezett munkaerő-többlet (ami definíció szerint a megtermelt és elhasznált munkaerő különbsége).

A (8-24) egyenlet jelentőségét az adja, hogy így adhatunk nemcsak az árszinttől, hanem a teljes árrendszertől is független értelmezést a gazdaság produktivitásának, többlettermék előállító képességének. Ehhez – a klasszikus közgazdászokhoz (lásd például Ricardo komparatív előnyök fogalmát vagy Marx kizsákmányolás elméletét) és Samuelson (1966) ún. technológiák közötti visszaváltást illusztráló számpéldájához hasonlóan – a termelés eredményét és ráfordításait nem pénzértékben, hanem munkaerőegyenértékben mérjük össze a modell redukálása révén.

Bár a (jelen esetben a $\mathbf{w'}$, $\mathbf{A}$, μ, $\mathbf{A_m}$, φ_s , $\mathbf{g}$ paraméterekkel működő) gazdaság produktivitását szintén az áraktól függetlenül fejezi ki a ráfordítási együtthatómátrix (jelen esetben a munkaerő újratermelését és az amortizáció pótlását is figyelembevevő „kiterjesztett” ráfordítási együtthatómátrix) sajátértéke, de ennek az ágazatilag egységes költséghányadként való közgazdasági értelmezéséhez mégiscsak árakra kell hivatkoznia, konkrétan a bal oldali („duális”) sajátvektorra. A sajátérték „reálgazdasági” interpretációja – a jobb oldali sajátvektorral egyező szerkezetű kibocsátások esetén az ágazatonként egységes termelőfelhasználási hányad – is meglehetősen erőltetett (lásd a Zalai (2012) 163. oldalán a $\mathbf{pA} = \lambda \cdot \mathbf{A}$ illetve $\mathbf{Ax} = \lambda \cdot \mathbf{x}$ meghatározásokat).

A (8-24) egyenletből β -t kifejezve, β -ra az alábbi megoldóképletet kapjuk:

$$\beta = 1/[\varphi_s \cdot \mathbf{w}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu \cdot \mathbf{A_m})^{-1}\mathbf{g}] - 1 \qquad (8\text{-}25)$$

Ez tehát a munkaerő újratermelés jövedelmezőségét mutatja, ami csak a technológiától illetve a φ_s és μ paraméterektől függ.

Természetesen ennek az általánosított munkaértékarányos ármodellnek is kiszámíthatjuk a karakterisztikus mátrix-módszerrel a megoldását.

A karakterisztikus mátrix módszerrel történő megoldásnál (a 2-szektoros esetben megadott precíz bizonyításnak a 3-szektoros esetre adaptálásával) a 3-szektoros esetben is belátható, hogy az $\mathbf{A_g}$ diadikus mátrix rangja 1, és a látszólag harmadfokú egyenlet elsőfokú egyenletre egyszerűsödik. Ugyanis a korábban bevezetett, azt általánosító $\mathbf{D} := \varphi_s \cdot \mathbf{A}_g\ (\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu \cdot \mathbf{A}_m)^{-1}$ jelöléssel az $\mathbf{R} = \lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{D}$ mátrix determinánsát (pl. az első sora szerint) kifejtve kapott

$$\lambda^3 - (d_{11} + d_{22} + d_{33}) \cdot \lambda^2 + (d_{11} \cdot d_{22} + d_{11} \cdot d_{33} + d_{22} \cdot d_{33} - d_{12} \cdot d_{21} - d_{13} \cdot d_{31} - d_{23} \cdot d_{32}) \cdot \lambda +$$
$$+ d_{11} \cdot d_{23} \cdot d_{32} - d_{11} \cdot d_{22} \cdot d_{33} + d_{12} \cdot d_{21} \cdot d_{33} - d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31} + d_{13} \cdot d_{31} \cdot d_{22} - d_{13} \cdot d_{21} \cdot d_{32}$$

polinomnak mind a konstans tagja, mind az elsőfokú tagja (λ szorzója) zérus. Ez könnyen belátható, figyelembevéve, hogy ha a (csak 1 független sorral rendelkező) **D** mátrix 2. sora az 1. sorának mondjuk ω -szorosa (azaz $d_{21} = \omega \cdot d_{11}$, $d_{22} = \omega \cdot d_{12}$, $d_{23} = \omega \cdot d_{13}$) a 3. sora pedig az 1. sorának mondjuk τ -szorosa (azaz $d_{31} = \tau \cdot d_{11}$, $d_{32} = \tau \cdot d_{12}$, $d_{33} = \tau \cdot d_{13}$).

A polinom tehát a $\lambda^3 - (d_{11} + d_{22} + d_{33}) \cdot \lambda^2$ alakra egyszerűsödik. Ennek gyöktényezős alakja: $(\lambda - (d_{11} + d_{22} + d_{33})) \cdot \lambda \cdot \lambda$, azaz a $(\lambda - (d_{11} + d_{22} + d_{33})) \cdot \lambda \cdot \lambda = 0$ harmadfokú egyenlet gyökei $\lambda = 0$ illetve $\lambda = d_{11} + d_{22} + d_{33}$. Mivel $\beta = 1/\lambda - 1$, a $\lambda = 0$ gyök nem jön szóba, azaz a megoldás a

$$\lambda = d_{11} + d_{22} + d_{33}$$

azaz a **D** mátrix „nyoma” (németül és angolul: „spur”), amiből

$$\beta = 1/(d_{11} + d_{22} + d_{33}) - 1.$$

Figyeljük meg, hogy ez éppen a 2-szektoros esetben kapott megoldással analóg. Az alábbi mátrixalgebrai levezetéssel igazolom, hogy az általános, *n*-ágazatos esetben is $\beta = 1/(d_{11} + d_{22} + d_{33} + \ldots + d_{nn}) - 1$, azaz a **D** *mátrix nyomának reciproka, 1-gyel csökkentve*.

8.1. Tétel: A (8-22) sajátérték feladatban a $\lambda = \frac{1}{1+\beta}$ sajátérték a $\lambda = \sum_{i=1}^{n} d_{i,i}$ összeggel határozható meg, ahol $d_{i,i}$ a $\mathbf{D} := \varphi_s \cdot \mathbf{gw}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu \cdot \mathbf{A}_m)^{-1}$ mátrix főátlójának *i*-edik eleme.

Bizonyítás:

A (8-22) egyenlet mindkét oldalát $(1+\beta)$ -val osztva, majd az $\frac{1}{1+\beta}$ helyére λ -t írva a sajátérték-feladat az alábbi formában írható fel:

$$\lambda \cdot \mathbf{p}' = \varphi_s \cdot \mathbf{p}'\mathbf{gw}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu \cdot \mathbf{A_m})^{-1} \qquad (8\text{-}26)$$

A $\ddot{\mathbf{w}}' = \mathbf{w}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu \cdot \mathbf{A}_m)^{-1}$ és $\breve{\mathbf{g}} = \varphi_S \cdot \mathbf{g}$ jelölések figyelembevételével a (8-26) helyettesíthető a

$$\lambda \cdot \mathbf{p}' = \mathbf{p}'\breve{\mathbf{g}}\ddot{\mathbf{w}}' \tag{8-27}$$

egyenlettel. Ennek mindkét oldalát jobbról beszorozva $\breve{\mathbf{g}}$ -vel, majd osztva a $\mathbf{p}'\breve{\mathbf{g}}$ skalárral, λ -ra a

$$\lambda = \ddot{\mathbf{w}}'\breve{\mathbf{g}} \tag{8-28}$$

meghatározást kapjuk.

Vegyük továbbá figyelembe, hogy $\mathbf{D} := \varphi_S \cdot \mathbf{g}\mathbf{w}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mu \cdot \mathbf{A}_m)^{-1} = \breve{\mathbf{g}}\ddot{\mathbf{w}}' = \ddot{\mathbf{w}}'\breve{\mathbf{g}}$, és hogy emiatt ennek a $d_{i,i}$ diagonális elemei a

$$d_{i,i} = \ddot{w}_{i,} \cdot \breve{g}_i \tag{8-29}$$

szorzattal fejezhetők ki. Mivel a (8-28) egyenlet skaláralgebrai alakban $\lambda = \sum_{i=1}^{n} \ddot{\mathrm{w}}_i \breve{\mathrm{g}}_i$, ez a (8-29) alapján a

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} d_{ii} \tag{8-30}$$

alakban is írható. <u>*Q.E.D.*</u>

Mivel $\lambda = \frac{1}{1+\beta}$ ezért az értékarányos árrendszerben a bérek hozamrátája a

$$\beta = \frac{1}{\lambda} - 1 = \frac{1}{\ddot{\mathrm{w}}'\mathbf{g}} - 1 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} d_{ii}} - 1 \tag{8-31}$$

képlettel határozható meg.

A λ sajátérték közgazdasági értelmezése leginkább a $\lambda = \sum_{i=1}^{n} \ddot{\mathrm{w}}_i \breve{\mathrm{g}}_i$ szorzatösszeg alakból olvasható ki: $\breve{g}_i$ ugyanis az egységnyi munkaerő újratermelésének fogyasztási vonzatát („szükségletét") mutatja az *i*-edik ágazati termékből, $\ddot{w}_i$ pedig az i-edik ágazati termék egységének teljes (közvetlen és közvetett) munkaerőfelhasználását (munkatartalmát). Így a szorzatösszeg az egységnyi munkaerő újratermelésének munkaerőfelhasználási igényét (munkatartalmát) mutatja.

Ennek megfelelően a β pedig a felhasznált munkaerő önreprodukciós (öngyarapítási) képességét, pontosabban növekedési ütemét, avagy a befektetések terminológiájával kifejezve „hozamrátáját" mutatja.

8.5. A termelési ár típusú árrendszer

Az elmélettörténetben „termelési ár" típusúként ismeretes árrendszer azt jelenti, hogy a tisztajövedelem a *lekötött tőke arányában* képződik. Az ilyen típusú árrendszerek alapvetően abban különböznek, hogy hogyan értelmezik a tőkét, milyen „megtérülési idővel" számolnak (hogy kezelik a forgótőkét illetve az „átfutási időket" – erről lásd például Bródy (2004) cikkét), illetve, hogy a lekötött tőke részeként tekintik-e a munkabért (ún. „marxi" termelési ár) vagy nem (ún. „sraffai" vagy „ricardoi" termelési ár) (Steenge,1997; Zalai, 2012). Ebben az alfejezetben most csak arról a változatról lesz szó (lásd Zalai (1991)), amelyikben a tőkét csak az állóeszközök, illetve ezek valamilyen módon (a p_{n+1} szorzóval) valorizált értéke képviselik, és a tisztajövedelem minden ágazatban ezek egységes, γ arányában (γ hozamkulccsal) képződik a $\mathbf{t}' = \gamma \cdot p_{n+1} \cdot \mathbf{k}'$ szabály szerint. Az árak (8-1) -beli alapegyenlete tehát a továbbiakban a lényegét kifejezőbben (tekintve, hogy az egységes profitráta a hosszútávú egyensúly feltétele, azaz, hogy a tőkék ne vándoroljanak el a kevésbé jövedelmező ágazatokból) egyensúlyi tőkés árrendszernek hívott termelési típusú árrendszerben az alábbi formát ölti:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'\mathbf{A} + p_0\cdot\mathbf{w}' + p_{n+1}\cdot\mathbf{a_m}' + \gamma\cdot p_{n+1}\cdot\mathbf{k}' \tag{8-32}$$

A fentebb tárgyalt $p_0 = \mathbf{p}'\mathbf{g}$ *és* $p_{n+1} = \mathbf{p}'\mathbf{b}$ *valorizációs szabályokat* p_0 és p_{n+1} helyére behelyettesítve (8-32) -be, majd a jobb oldalon balra kiemelve **p**-t az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'(\mathbf{A} + \mathbf{g}\,\mathbf{w}' + \mathbf{b}\,\mathbf{a_m}' + \gamma\cdot p_{n+1}\cdot\mathbf{k}') \tag{8-33}$$

A korábban bevezetett $\mathbf{A}_g = \mathbf{g}\,\mathbf{w}'$ és $\mathbf{A}_m = \mathbf{b}\,\mathbf{a_m}'$ jelöléseket alkalmazva, valamint a $\mathbf{B}^{(k)} = \mathbf{b}\,\mathbf{k}'$ *fajlagos tőkeösszetétel* mátrixot bevezetve (ami a Zalai (2012) könyv 131. oldalán tárgyalt $\mathbf{B} = \mathbf{B}^s\langle\mathbf{k}\rangle$ tőkeigényességi együtthatómátrix állóeszközökre vonatkozó részének speciális – ágazatonként azonos beruházási jószágszerkezetet feltételező esete), és átrendezve a fenti egyenletet az alábbit kapjuk:

$$\mathbf{p}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_g - \mathbf{A}_m) = \mathbf{p}'\,\gamma\cdot\mathbf{B}^{(k)} \tag{8-34}$$

A bal oldalon zárójelben szereplő mátrix inverzével jobbról szorozva, γ -val pedig osztva, és a $\psi = \dfrac{1}{\gamma}$, valamint $\overline{\mathbf{B}} = \boldsymbol{B}^{(k)}(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_g - \mathbf{A}_m)^{-1}$ jelöléseket bevezetve az alábbi egyenletrendszert kapjuk:

$$\psi\cdot\mathbf{p}' = \mathbf{p}'\,\overline{\mathbf{B}} \tag{8-35}$$

Tehát kaptunk egy sajátérték feladatot, melyben minden paraméter ismert a $\overline{\mathbf{B}}$ mátrixot meghatározó képletből, és amelyet az ismert módszerekkel oldhatunk meg. Ez azonban a $\overline{\mathbf{B}}$ mátrix meghatározásakor az $\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_g - \mathbf{A}_m$ mátrix invertálását igényli.

Ha viszont a (8-34) egyenletet tovább rendezzük balra, akkor a

$$\mathbf{p}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_g - \mathbf{A}_m - \gamma\cdot\mathbf{B}^{(k)}) = \mathbf{0}' \tag{8-36}$$

homogén lineáris egyenletrendszert kapjuk. Ahhoz, hogy ne csak a triviális **0** megoldása legyen a fenti egyenletrendszernek, az kell, hogy a zárójelben lévő (a későbbiekben **F** -fel jelölt) mátrix determinánsa 0 legyen. Tehát azt kapjuk, hogy

$$|\,\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_g - \mathbf{A}_m - \gamma\cdot\mathbf{B}^{(k)}\,| = 0 \tag{8-37}$$

Ebben az egyenletben csak egyetlen ismeretlen van, a γ, amit meghatározhatunk a determináns kifejtése után kapott polinom-egyenlet megoldóképletével (ha $n < 5$), vagy iterációval.

A következő lépésben még meg kell határozzuk az árrendszert, amelyet a (8-32) alapegyenletrendszerből ezúttal csak a $p_{n+1} = \mathbf{p}'\mathbf{b}$ tőkevalorizációs szabályt, valamint az $\mathbf{A}_m = \mathbf{b}\,\mathbf{a_m}'$ és $\mathbf{B}^{(k)} = \mathbf{b}\,\mathbf{k}'$ definíciós képleteket behelyettesítve, majd **p** -re történő rendezéssel és kiemelésével az

$$\mathbf{p}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m - \gamma\cdot\mathbf{B}^{(k)}) = p_0\cdot\mathbf{w}' \tag{8-38}$$

alakra írhatunk át. Ebből a zárójelben levő mátrix inverzével szorozva mindkét oldalt a

$$\mathbf{p}' = p_0\cdot\mathbf{w}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A}_m - \gamma\cdot\mathbf{B}^{(k)})^{-1} \tag{8-39}$$

megoldóképletet kapjuk a tőkearányos árrendszerre. Ez az összefüggés azonban árhomogén, csak az árarányokat határozza meg, az árszintet nem. Ezért kell valamilyen mérce, amivel normálni lehet az árakat. Ha az árszintet a $p_0 = 1$ feltétellel rögzítjük, akkor a jobb oldalon minden kategória már ismert, tehát az árrendszer kiszámítható.

Zalai (1991) 107-108. oldala alapján egy olyan megoldást is kidolgozhatunk, ami iteráció (sajátérték-feladat) és polinom gyökének kiszámítása (karakterisztikus-mátrix módszer) nélkül, „menetből”, végeredményben megoldóképlettel határozza meg az árakat, és a tőkehozamrátát. Figyeljük majd meg, hogy **p** és γ meghatározásának a sorrendje most éppen fordított is lehet!

8.2. Tétel: Ha a termelési árak (8-32) alapegyenletét a $p_0 = \mathbf{p}'\mathbf{g}$ és $p_{n+1} = \mathbf{p}'\mathbf{b}$ valorizációs szabályokkal egészítjük ki, akkor a γ tőkearányos hozamkulcs a $\gamma = \dfrac{1}{\mathfrak{k}'\mathbf{b}}$ képlettel számítható, ahol $\mathfrak{k}' = \mathbf{k}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A_g} - \mathbf{A_m})^{-1}$.

<u>*Bizonyítás*</u>:

A termelési árak (8-32) alapegyenletében behelyettesítve a p_0 és p_{n+1} helyére a $p_0 = \mathbf{p}'\mathbf{g}$ illetve $p_{n+1} = \mathbf{p}'\mathbf{b}$ valorizációs képleteket, majd a korábban bevezetett $\mathbf{A}_\mathrm{g} = \mathbf{g}\,\mathbf{w}'$ és $\mathbf{A}_\mathrm{m} = \mathbf{b}\,\mathbf{a}'$ jelöléseket, a termelési árak modelljének a „redukált” alakja az alábbi lesz:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'(\mathbf{A} + \mathbf{A}_\mathrm{g} + \mathbf{A}_\mathrm{m}) + \gamma \cdot p_{n+1} \cdot \mathbf{k}' \qquad (8\text{-}39)$$

Figyeljük meg, hogy a tőke p_{n+1} átértékelési szorzója helyére nem írtuk be a $\mathbf{p}'\mathbf{b}$ szorzatot !

A fenti egyenletből **p** -t kifejezve a

$$\mathbf{p}' = \gamma \cdot p_{n+1} \cdot \mathbf{k}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A_g} - \mathbf{A_m})^{-1} \qquad (8\text{-}40)$$

meghatározást kapjuk. Jelölje $\mathfrak{k}'$ sorvektor az egyes termékek egységnyi végső kibocsátásához szükséges összes (az elhasznált munkaerő és tőke pótlásához szükséges termelések tőkeigényét is tartalmazó) tőkeigényeket, azaz legyen $\mathfrak{k}' = \mathbf{k}'(\mathbf{E} - \mathbf{A} - \mathbf{A_g} - \mathbf{A_m})^{-1}$! Ezt behelyettesítve az áregyenlet legutóbb kapott (8-40) alakjába, az a

$$\mathbf{p}' = \gamma \cdot p_{n+1} \cdot \mathfrak{k}' \qquad (8\text{-}41)$$

alakra egyszerűsödik. Ennek mindkét oldalát jóbbról beszorozva a **g** fogyasztási szerkezetvektorral, majd a bal oldalon előálló $\mathbf{p}'\mathbf{g}$ szorzat helyére p_0 -t írva a

$$p_0 = \gamma \cdot p_{n+1} \cdot \mathfrak{k}'\mathbf{g} \qquad (8\text{-}42)$$

összefüggést kapjuk. Ebből tehát $\gamma \cdot p_{n+1} = p_0/(\mathfrak{k}'\mathbf{g})$. Ennek a jobb oldalán álló kifejezést a fenti (8-41) áregyenletbe a $\gamma \cdot p_{n+1}$ helyére behelyettesítve az áregyenlet a

$$\mathbf{p}' = p_0 \frac{\mathfrak{k}'}{\mathfrak{k}'\mathbf{g}} \qquad (8\text{-}43)$$

alakra módosul. Ha az árakat a $p_0 = \mathbf{p}'\mathbf{g}$ fogyasztói árindex értékének megadásával kötjük meg, akkor ennek a jobb oldalán minden kategória értéke adott, azaz ez a **p**' megoldóképlete.

Könnyen ellenőrizhetjük (**g** -vel jobbról beszorozva az egyenlet mindkét oldalát), hogy az ezzel kapott **p**' értékre tényleg fennáll, hogy $p_0 = \mathbf{p}'\mathbf{g}$.

A γ meghatározásához a fenti $\gamma \cdot p_{n+1} = p_0/(\mathfrak{k}'\mathbf{g})$ összefüggésből γ -t kifejezve a

$$\gamma = \frac{p_0}{p_{n+1} \cdot \mathfrak{k}'\mathbf{g}} \qquad (8\text{-}44)$$

összefüggés adódik. Mivel $p_{n+1} = \mathbf{p}'\mathbf{b}$ és $\mathbf{p}' = p_0 \dfrac{\mathfrak{k}'}{\mathfrak{k}'\mathbf{g}}$, azaz $p_{n+1} = p_0 \dfrac{\mathfrak{k}'\mathbf{b}}{\mathfrak{k}'\mathbf{g}}$, ennek jobb oldalát a γ -ra kapott (8-44) kifejezésbe p_{n+1} helyére behelyettesítve a γ meghatározása a

$$\gamma = \frac{1}{\text{ƙ}'\mathbf{b}} \qquad (8\text{-}45)$$

alakra egyszerűsödik. Q.E.D.

A tőkehozamrátának ez a hihetetlenül egyszerű megoldóképlete láthatóan független az árszinttől (p_0 értékétől), ahogy az elvárható volt. Ha megpróbáljuk ezt közgazdaságilag értelmezni, akkor leginkább úgy fogalmazhatunk, hogy a tőkehozamráta az egységnyi állóeszköz és az előállítása során lekötött állóeszközök mennyiségének hányadosa.

8.6. A bér-profit-függvény és a gazdasági szerkezet összefüggéséről

A 8. fejezetnek ebben az utolsó alfejezetében a zárt gazdaságnak egy olyan egyszerű, lineáris modelljét és annak alkalmazását mutatom be, amelyben − a volumen- és ármodell blokk sajátos összefüggése révén, − ábrázolható a jövedelemelosztás változásának hatása a termelési szerkezetre, és ezáltal a gazdasági („túltermelési”) válságok megértését is elősegíti.

Tekintsük az éves megtérülésű (azaz ahol a tőkét maga az **A** mátrix képviseli), egyenletes (avagy arányos) növekedés és a hosszútávú egyensúly feltételeit kifejező termelési árak alábbi „stacioner” modelljét (lásd a Zalai (2012) könyv 482. és 501. oldalán található, általa „Marx-Leontief modell”-nek nevezett modellt, amiben Marx neve arra utal, hogy a béreket a tőkéseknek teljes egészében meg kell előlegezniük, mint „változó” tőkét):

$$\mathbf{x} = (1+\rho)\cdot(\mathbf{A} + \varphi_S\cdot\mathbf{s}^c\circ\boldsymbol{l}')\mathbf{x} = (1+\rho)\cdot\breve{\mathbf{A}}\mathbf{x} \qquad \text{(primális egyenletrendszer)} \qquad (8\text{-}46)$$

$$\mathbf{p}' = (1+\pi)\cdot\mathbf{p}'(\mathbf{A} + \varphi_S\cdot\mathbf{s}^c\circ\boldsymbol{l}') = (1+\pi)\cdot\mathbf{p}'\breve{\mathbf{A}} \qquad \text{(duális egyenletrendszer)} \qquad (8\text{-}47)$$

ahol **x** az egységnyi munkaerőt használó, arányos növekedést biztosító ágazati termelések vektora, **A** a (folyó +amortizációt pótló beruházási jószág-) ráfordítási együtthatók vektora, $\boldsymbol{l}$ az ágazatonkénti munkaerőfajlagosok vektora, $\mathbf{s}^c$ az egységnyi fogyasztás ágazati termékszerkezete, a φ_S az egységnyi munkaerő díjazása fogyasztási volumenben kifejezve (azaz a reálbért fejezi ki), **p** az ágazati árak vektora, $\rho = \pi$ pedig az egymással megegyező és ágazatilag egységes (az $\breve{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \varphi_S\cdot\mathbf{s}^c\circ\boldsymbol{l}$ mátrix domináns sajátértékét képviselő) növekedési és profitráta nagysága.

Látható, hogy ha valamely **x** illetve **p** megoldása a (8-46) és (8-47) egyenleteknek, akkor ezek bármilyen skalárszorosai is, azaz ezekből az egyenletekből csak az **x** illetve **p** elemei arányai határozhatók meg, a szintjük nem. Ezért a fenti egyenleteket ki kell egészíteni valamilyen *normalizálási feltételek*kel. A továbbiakban én is a szakirodalomban található, közgazdaságilag logikus $\boldsymbol{l}'\mathbf{x} = 1$ illetve $\mathbf{p}'\mathbf{s}^c = 1$ feltételekkel egészítem ki a (8-46) és (8-47) egyenletekből álló modellt, amik a felhasznált munkaerő mennyiségét, illetve a fogyasztói árszintet rögzítik egységnyi szinten.

A (8-46) és (8-47) egyenletek rendre $(1 + \pi)$-vel illetve $(1 + \rho)$-vel való osztásával kapott alakjából világosan látszik, hogy ha van $\rho = \pi > 0$ nemnegatív megoldás, akkor a nemnegatív, valós λ sajátérték a $\lambda = 1/(1 + \pi) = 1/(1 + \rho)$ képlet szerint függ a profitrátától illetve a növekedési ütemtől. Ebből $\pi = \frac{1}{\lambda} - 1$ illetve $\rho = \frac{1}{\lambda} - 1$. Ha tehát a λ sajátértéket valamilyen szokásos iterációs algoritmussal (például a korábban említett, „hatvány-módszernek is nevezett Lanczos-féle algoritmussal) kiszámítottuk, akkor abból a fenti képlettel a π illetve ρ értéke is adódik.

Az $\boldsymbol{l}'\mathbf{x} = 1$ illetve $\mathbf{p}'\mathbf{s}^c = 1$ feltételekkel kiegészített primális illetve duális egyenletrendszerből adott π illetve ρ értéke ismeretében φ_s, **p** és **x** az alábbi rekurzív módon határozhatók meg (lásd Zalai (2012) 502. oldalán a 17.3.17., 17.3.17. és 17.3.20. egyenleteket):

$$\varphi_s = 1/\{\boldsymbol{l}'[1/(1+\pi)\cdot\mathbf{E}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{s}^c\} \tag{8-48}$$

$$\mathbf{p}' = \varphi_s\cdot\boldsymbol{l}'[1/(1+\pi)\cdot\mathbf{E}-\mathbf{A}]^{-1} \tag{8-49}$$

$$\mathbf{x} = \varphi_s\cdot[1/(1+\rho)\cdot\mathbf{E}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{s}^c \tag{8-50}$$

ahol az utolsó egyenlet a hivatkozott 17.3.20. egyenletnek azon speciális esete, ahol $\varphi_l\cdot\mathbf{s}^l\circ\boldsymbol{l} = 0$, azaz nincs luxusfogyasztás (ami az egyensúlyi arányos növekedést ábrázoló modellek szokásos feltevése).

A (8-48) egyenlet a modell *„bér-profit” függvény*e. Ha a gazdaságot 2-ágazatra bontva ábrázoljuk, akkor a fenti (8-48) egyenletből a $\varphi_s(\pi)$ reálbér-profitráta függvény inverzét, azaz **a $\boldsymbol{\pi(\varphi_s)}$ profitráta-reálbér függvényt is meg tudjuk határozni explicit alakban**, konkrétan egy másodfokú egyenlet gyökei segítségével.

Ekkor ugyanis a $\lambda = 1/(1+\pi)$ helyettesítéssel a (8-48) egyenletnek a $\boldsymbol{l}'[1/(1+\pi)\cdot\mathbf{E}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{s}^c$ skalárral szorzott és 0-ra rendezett

$$\varphi_s\cdot\boldsymbol{l}[\lambda\cdot\mathbf{E}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{s}^c - 1 = 0 \tag{8-51}$$

alakja egy λ -ra másodfokú egyenletre egyszerűsödik, amely a

$$\lambda^2 - r\cdot\lambda + q = 0 \tag{8-52}$$

alakban írható fel, ahol
$r = a_{11}+a_{22} + (l_1 s^c_1 + l_2 s^c_2)\cdot\varphi_s$, $q = a_{11}\cdot a_{22} - a_{12}\cdot a_{21} - (l_2 s^c_1 a_{21} + l_1 s^c_2 a_{12} - l_1 s^c_1 a_{22} - l_2 s^c_2 a_{11})\cdot\varphi_s$.

Ennek a két gyöke közül a nagyobb adhatja a reális sajátértéket (azaz a domináns sajátértéket, amelyre a sajátvektor nemnegatív):

$$\lambda_1 = \frac{r}{2} + \sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 - q} \tag{8-53}$$

Ebből $\pi = \frac{1}{\lambda} - 1$ képlettel határozható meg.

A fenti − a (8-48), (8-49) és (8-50) egyenletekből álló − modellt 2004. évi magyar adatokkal 3 szektoros aggregációban számszerűsítettem. A 3 ágazat a „Fogyasztási cikk gyártó” ágazat, a „Termelőeszközöket gyártó” ágazat és a „Termelőeszközöket gyártó termelőeszközöket gyártó” ágazat (aminek ideáltipikus részei például a szerszámgép- vagy hajódarugyártás). Ennek − a klasszikus közgazdászoknak a gazdasági válságok elemzésénél használt felosztáshoz hasonló felosztásnak − az értelmét a számítási eredmények értékelésénél világítom meg, itt csak annyit jegyzek meg, hogy a statisztikában található ágazatok egyrészének (például villamosenergia-termelés) nem volt egyértelmű az így definiált 3 ágazatba való besorolása, de amint szintén látni fogjuk, alapvetően jól sikerült a besorolási problémát megoldani.

Ha φ_s értékét a bázisévi (háztartási + közösségi) fogyasztás/bruttó munkajövedelem aránnyal becsüljük, akkor φ_s „bázisértéke” 1,511-es értékűnek adódik. Megoldva mind a primális mind a duális egyenletrendszert a 2004. évihez meglehetősen közelálló termelési szerkezetet kapunk. A számított normatív árak valamelyest különböznek a ténylegesen megfigyelttől (amelyek árindexként vannak kalibrálva, azaz 1-es értékűek). A (nettó, amortizáción felüli) egységes profitráta (és növekedési ráta) „bázisértékére” 0,0111, azaz 1,11 % adódott. Ez ugyan első látásra nem sok, de fejlett gazdaságok növekedési adatait és a környezetvédelem követelményeit tekintve fenntartható ütemnek nem is biztos, hogy irreális.

Minket azonban ennél sokkal inkább érdekel a gazdaság ágazati szerkezetének a változása a reálbér változásával. Ezt az alábbi táblázat érzékelteti:

8-1. táblázat: A reálbér és a termelési szerkezet összefüggése Magyarország 2004. évi háromszektoros „A"-típusú ÁKM-e alapján

	Bázis	Számítások eredményei						
φ =	1,511	0,00	0,1	0,5	1,00	1,30	1,511	1,55
$\pi = \rho =$	0,0111	0,4844	0,4440	0,2962	0,1407	0,0614	0,0111	0,0023
x =								
FogyCikk	1,8909	1,0000	1,0926	1,4019	1,6834	1,8124	1,8912	1,9042
TerÁlt	2,0586	2,7268	2,6605	2,4341	2,2206	2,1194	2,0587	2,0482
TerTer	0,5218	1,0487	0,9892	0,7977	0,6344	0,5632	0,5216	0,5149
p =								
FogyCikk	1,0669	1,0744	1,0723	1,0625	1,0526	1,0482	1,0460	1,0666
TerÁlt	0,8209	0,7940	0,8006	0,8283	0,8568	0,8696	0,8771	0,8220
TerTer	0,8960	1,0449	1,0372	1,0052	0,9631	0,9389	0,9231	0,8935
s =								
FogyCikk	0,423	0,209	0,230	0,303	0,371	0,403	0,423	0,426
TerÁlt	0,460	0,571	0,561	0,525	0,489	0,472	0,460	0,458
TerTer	0,117	0,220	0,209	0,172	0,140	0,125	0,117	0,115

Megjegyzés: A táblázat utolsó 3 sorában **s** a bruttó kibocsátásból való részesedési hányadokat mutatja

Amint az a 8-1. táblázatból látható (és amit az elmélet bizonyított is, lásd például Zalai (2012)) a reálbér a profitrátával ellentétesen változik. A reálbér csökkenése, és egyidejűleg a profitráta növekedése, értelemszerűen és a tapasztalatok szerint együtt mozog a jövedelem-egyenlőtlenség növekedésével. A termelési szerkezet pedig a fenti táblázatból is látható módon a reálbér csökkenésével egyre inkább a termelőeszközgyártás, sőt ezen belül a termelőeszközöket-gyártó termelőeszközök gyártása (szerszámgépek, munkagépek, stb.) irányába tolódik el. Hasonló mondható el az árakról is, bár itt kevésbé látványos és meggyőző a tendencia (és minket nem is nagyon érdekel).

E megoldással látszólag semmi probléma nincs. Determinisztikus világban úgy tűnik, hogy ha a jövedelemegyenlőtlenség nő, a bérek részaránya csökken, akkor egyszerűen kevesebb fogyasztási cikket és több termelőeszközt kell gyártani. Azonban már 1819-ben Sismondi, majd Malthus 1820-ban felhívta a figyelmet, hogy a termelőeszközök kereslete nagymértékben függ a beruházási hajlamtól. A ciklus- és válságelméletek (Goodwin, Bródy, stb.) részletes áttekintése nélkül azt hiszem elég ha felsorolunk 4 olyan alapvető okot, amelyek miatt a termelőeszközök értékesítése meglehetősen kockázatos:

1. Kevés a lehetséges vevő (ellentétben a fogyasztási cikkekkel), így egy-egy vevő (pl. repülőgép- vagy hajóvásárló) kiesése jóval érzékenyebben érinti az eladót
2. A termelőeszközök jelentős része igen nagy egyedi értéket képvisel (oszthatatlanság), így a körülmények kis változása is az értékesítési bevétel jelentős visszaesését eredményezheti

3. A termelőeszközök pótlása tág határok között elhalasztható (ellentétben a napi létszükségleti cikkekével), ami ráadásul éppen akkor meg is történik, amikor az üzleti bizalom megingásával más helyen is meginog a kereslet.

4. A termelőeszközök kereslete származtatott kereslet, azaz nem közvetlenül elégít ki emberi szükségletet, hanem abban a reményben vásárolják, hogy egy hosszabb láncolat végén értékesüljön (szükséglet kielégítését lehetővé tevő fogyasztási cikk formájában). Márpedig e hosszas láncolatban (mint a hő hatására hasonlóan bomlékony hosszú fehérjemolekulákban) igen könnyen szakadás állhat be. Ráadásul elég ha a láncolat egy helyen megszakad, az megakasztja az egész láncolat (az azt alkotó összes termelőeszköz) értékesítését.[18]

Bár mint kutatónak és modellépítőnek, nem feladatom a modell eredményeinek gyakorlati, gazdaságpolitikai vonatkozásait részletesen kielemezni, de a modellnek a valósághoz való viszonyával és a modellszámítások eredményeivel kapcsolatos néhány gondolat, illetve gondolatmenetet megfogalmazása szempontokat adhat a szakembereknek és döntéshozóknak a problémák megoldásához. Mindenesetre a fentiek alapján az alábbiak fogalmazhatók meg:

A fent felsorolt 4 ok miatt érthető az üzleti szféra rendkívüli idegessége, pánikra való hajlama. A nagy kockázat miatt elvileg kockázati prémiumot kellene beépítenie az árakba, de a kockázat éppen akkor nő, amikor az értékesítés visszaesik, így az áremelés csak fokozná a katasztrófát.

Nyilván a problémát súlyosbítja az egyenlőtlenség növekedése (amire mutatkozik tendencia részben a globalizáció, részben a technika fejlődése következtében, bár ezzel ellentétes, de szemelláthatóan egyelőre gyengébb tendenciák is vannak), a Világbank adatai szerint például az USA-ban a Gini-index az 1974-es 0,353 -as értékről 2007-re 0,407 -re nőtt, majd a legutolsó, 2016-ra rendelkezésre álló adat szerint akkorra már a 0,411 -es értéket érte el. De ha éppen nem is nő az egyenlőtlenség, az olyan magas, hogy az a normális megtérülési folyamatokat alapvetően veszélyezteti. Természetesen az emiatt előálló fenti helyzetből a nemzetközi tőke igyekszik kitörni, olyan területekre vándorolni, szinte menekülni (akár benyomulni), ahol biztos megtérülést talál. Ilyen területek az egészségügy, az oktatás, az infrastruktúra (amire egyre inkább szükség van, és ha más nem, akkor az állam fizeti meg), avagy a föld, amelyen létfontosságú élelmiszereket és bioüzemanyagokat lehet termelni. A lakásszektor is a biztos területekhez tartozik, lakni ugyanis mindenképpen kell.

Az, hogy az USA-ban éppen ezen a területen robbant ki a válság, az az egyenlőtlenség növekedésén túl azért is lehetett, mert az USA-ban az oktatás-egészségügy-infrastruktúra-föld nagyrészét már piacosították, nem lehet kiragadni az állam illetve a kisárutermelők kezéből. Ezért a konjunktúra idején keletkezett hatalmas profitokat (valamint a nyugdíjalapok és külföldi befektetők óriási pénzeit) a lakásszektorba próbálták befektetni. Erre a 10 évenként új, saját

---

[18] A 3. és 4. pontban foglalt okfejtést érdemes összevetni Jánossy Ferenc *„A gazdasági fejlődés trendvonaláról” c.* 1966-ban publikált művének alábbi gondolatmenetével: *„A munkaeszközök, vagyis gépek és ipari készülékek előállítására fordított munka esetében a munka elvégzése és a szükségletkielégítés közötti közvetítések láncolata még egy további, igen lényeges taggal hosszabbodik, minthogy a munkát ahhoz, hogy végül emberi szükségletet elégítsen ki, a gépről előbb át kell vinni valamely használati tárgyra; vagyis* még egy *további* közvetítő tagot *kell a láncba beiktatni. Ez az átvitel, vagyis az állótőke amortizációja egyébként abban is különbözik az előbbi három munkaterülettől, hogy gyakran néhány évtizednél is hosszabb ideig tart. A munka elvégzése és a szükségletkielégítés közötti időtartam olyannyira meghosszabbodik, hogy ez az* idő *már a gazdasági fejlődés szempontjából is döntő jelentőségűvé válik.”*

lakásról álmodó amerikai fogyasztókat (hatásos reklámok és lazított hitelfelvételi szabályok segítségével) sikerült is beugratni.

Mindenesetre a fentiek alapján feltehető, hogy az USA-ban 2007-ben kirobbant válság lényegében véve nem pusztán pénzügyi, hanem az elosztási viszonyok torzulásából eredő strukturális jellegű is volt. Így – bár a kamatok csökkentésével, állami mentőakciókkal és a QE-nek hívott pénzpumpa révén – lehetett valamelyest kezelni a válságot, de a strukturális problémák megoldása nem várható addig, amíg az elosztási viszonyok (akár egy egyszeri nagy újrarendeződéssel) nem korrigálódnak.

A fenti, magyar adatokkal elvégzett számításaimat az USA 2004. évi (a GTAP7 világmodellezési adatbázis) adataival is megismételte Csató László (2011), sőt nemcsak az aggregált reálbér függvényében, hanem a háztartási szektort 2 rétegre (képzett és képzetlen), a gazdaságot pedig 7 ágazatra bontva is, figyelembevéve a rétegek eltérő megtakarítási képességét és fogyasztási szerkezetét, valamint a bérjövedelmekből való részesedési hányaduk változását is.

Nem kívánok még félig idegen tollakkal sem ékeskedni, de ahhoz, hogy az amerikai és magyar helyzetet összehasonlíthassuk itt csak egy korábbi számítását mutatjuk be, ami a fenti egyszerűsített modellel (tehát csak az átlagos bérarány és a profitráta, valamint a termelési szerkezet összefüggését vizsgálta) az USA-ra a következő főbb eredményeket adta:

8-2. táblázat: A reálbér és a termelési szerkezet összefüggése az USA 2004. évi háromszektoros ÁKM-e alapján

	Bázis	Számítások eredményei						
φ =	1,2524	0,0000	0,5000	1,0000	1,2000	1,3000	1,3657	1,4676
$\pi = \rho$ =	0,0881	1,0365	0,5433	0,2113	0,1118	0,0674	0,0400	0,0000
x =								
FogyCikk	3,1181	1,0142	2,3392	2,9360	3,0890	3,1513	3,1864	3,2417
TerÁlt	1,6917	2,1942	1,9059	1,7466	1,7040	1,6839	1,6711	1,6549
TerTer	1,9404	5,0889	3,0733	2,2038	1,9917	1,9018	1,8465	1,7712
p =								
FogyCikk	0,9780	0,8813	0,9385	0,9681	0,9760	0,9794	0,9812	0,9848
TerÁlt	1,0393	1,2448	1,1230	1,0594	1,0430	1,0359	1,0309	1,0262
TerTer	1,0943	1,4064	1,2196	1,1248	1,0993	1,0888	1,0815	1,0744
s =								
FogyCikk	0,4619	0,1222	0,3196	0,4263	0,4553	0,4678	0,4753	0,4862
TerÁlt	0,2506	0,2644	0,2604	0,2536	0,2511	0,2500	0,2493	0,2482
TerTer	0,2875	0,6133	0,4199	0,3200	0,2936	0,2823	0,2754	0,2656

Forrás: Csató (2011) és saját számítások

A fenti és a 8-1. táblázat összehasonlításával látható, hogy a magyar esetben a fogyasztási cikkek részesedése 21-43 %, az USA-ban pedig 12-49 % között mozog. Amint az várható volt, az USA adatokkal valamivel szélsőségesebbek a reálbér-változás hatásai, de nagyságrendjükben és trendjükben igen hasonlóak a magyar adatokkal történt számításokéhoz.

Természetesen az értekezésem keretei között és az eddig használt kezdetleges modellünkkel nem mehetünk ennél mélyebbre, de ez is elég lényeges dolgokat világított meg. Ezek közül módszertanilag a legfontosabb talán az, hogy *egy determinisztikus modell készítőjének vagy felhasználójának nem kell érzéketlennek lenni a sztohasztikus jelenségek iránt*. Ha ezt formálisan nem is tudja beépíteni a modelljébe (kockázati prémiumokkal, stb.), azért *a modell értékelésénél,* *a továbbfejlesztési irányok megjelölésénél rámutathat ennek következményeire.*

9. Adalékok a CGE-modellek hazai építéséhez és oktatásához

A nemzetközi szakirodalomban kidolgozott és alkalmazott CGE-modellek hazai meghonosítása a ’70-es évek végén kezdődött. Ebben oroszlánrésze volt Zalai Ernőnek, aki nemcsak hosszabb külföldi vendégkutatói tartózkodása során sajátította el e modellezési irányzatnak az elméleti alapjait és technikáit, hanem élete végéig kulcsszerepet játszott a CGE-modellek különféle kutatási projektek keretében történő továbbfejlesztésében, alkalmazásában és oktatásában. E 4 évtizedes munkásságának az értékelésére ennek az értekezésnek a keretében nincs mód, de erről két éve a Köz-Gazdaság főszerkesztője kérésére írtam egy összefoglalót (Révész, 2021). Jómagam a ’80-as évek végén kapcsolódtam be a Közgazdasági Egyetemen folytatott kutatásaiba és alkalmazásokra irányuló kutatási projektjeibe. A 2001-ben írt PhD-értekezésem témája is ez volt (Révész, 2001). Ezért itt csak az azóta eltelt mintegy 20 év alatti, a CGE-modellekkel kapcsolatos néhány főbb kutatási eredményemet vázolom. Mielőtt azonban a következő alfejezetekben néhány fontosabb és érdekesebb eredményemet bemutatnám, röviden felsorolom a 2001 óta is rendkívül szerteágazó CGE-modellezési tevékenységemnek a főbb részterületei szerint csoportosított cikkeit és folyóiratokban nem publikált tanulmányait, kutatási jelentéseit:

CGE-modellek adatbázisának összeállítása, adatbecslési eljárások:

[1] *Report on the compilation of the 1998 Hungarian database for the GEM-E3 model*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU V. Framework “Tha role of innovation and policy design in energy and environment for a sustainable growth in Europe (TCH-GEM-E3)” kutatási projekt (ENG2-CT-1999-00002) keretében készült tanulmány, kézirat, 2001 október

[2] Révész Tamás (2003): A szakágazati és intézményi szektoros bontású modellezési adatbázis, Statisztikai Szemle, 81. évf. (2003), 2. szám, 101-126.old.

[3] Révész Tamás (2003a): A gazdaságmodellezési adatbázis szakágazati adatai, Statisztikai Szemle, 81. évf. (2003), 3. szám, 221-236.old.

[4] *Az iparági emissziós és energiafelhasználási adatok konzisztencia-vizsgálata és becslése az 1998.és 2001.évre*, A Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Regionális Energia Kutató Központ megbízásából készített tanulmány, 2003. június

[5] *Sources and methods of data base compilation for GEM-E3 type multicountry CGE-models*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU IPTS (Sevilla) kutatóintézete megbízásából (CEPAM-FD kutatás) készített tanulmány, 2007. január

[6] *Social Accounting Matrix for Romania and Bulgaria, A structured database for the extension and up-dating of the GEM-E3 model*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU IPTS (Sevilla) kutatóintézete megbízásából (szerződésszám: 150804-2007-F1ED-HU) készített tanulmány, 2007. szeptember

[7] Révész Tamás – Takács Tibor (2011): A SOCIO-LINE modell 2005. évi adatbázisának készítésekor szerzett tapasztalatok I., Statisztikai Szemle 2011/2. sz., pp. 141-160.

[8] Révész Tamás – Takács Tibor (2011a): A SOCIO-LINE modell 2005. évi adatbázisának készítésekor szerzett tapasztalatok II., Statisztikai Szemle 2011/3. sz., pp. 253-274.

[9] *A HUMUSGE modell 2005. évi 25-szektoros adatbázisának előállítása*, az Európai Unió által a TÁMOP-4-2.1.B-09/1/KMR- 2010-0005 kódszámú kutatási projekt keretében támogatott tanulmány, 2011. január

[10] Révész Tamás (2003): A számszerűsített általános egyensúlyi modellek adatigénye, In: Matematikai Közgazdaságtan: elmélet, modellezés, oktatás – Tanulmányok Zalai Ernőnek, Műszaki Kiadó, 2013, 325-346. old. (ISBN 978 963 166 088 3)

[11] *Decomposition of the ESA2010 Eurostat net tax matrices and the transformation to GTAP format*, a GTAP világmodellezési társaságnak a Világbankban (Washington D.C.) 2016. június 14-17. között tartott "19th Annual Conference of Global Economic Analysis" konferenciáján előadott tanulmány, társszerzők: Rueda-Cantuche, J., Saveyn, B., Amores, A., Mraz, M., https://www.gtap.agecon.purdue.edu/resources/res_display.asp?RecordID=4964

[12] *A többszektoros nemzetgazdasági modellek főbb adatforrásainak statisztikai problémái*, p. 32 (2017), 2016/2. számú kutatási beszámoló a Budapesti Corvinus Egyetem Közszolgáltatások közgazdasági és irányítási kérdéseinek Központja Alapítványa részére, CorvinusKutatasok

[13] *A többszektoros nemzetgazdasági modellekben szereplő együttható mátrixok becslésének gyakorlatban alkalmazható módszereinek bemutatása, és ezek összehasonlító elemzése entrópia-modellekkel nyert eredményekkel* p. 39 (2017), 2017/3. számú kutatási beszámoló a Budapesti Corvinus Egyetem Közszolgáltatások közgazdasági és irányítási kérdéseinek Központja Alapítványa részére, CorvinusKutatasok

[14] *Further developments in the decomposition of the Eurostat net tax matrices and their transformation to GTAP format*, a GTAP világmodellezési társaságnak a Varsói Egyetemen 2019 június 19-21. között tartott "22nd Annual Conference of Global Economic Analysis" éves konferenciáján előadott tanulmány), Corvinus University Budapest (Budapesti Corvinus Egyetem), https://www.gtap.agecon.purdue.edu/resources/res_display.asp?RecordID=5853

[15] Rueda-Cantuche, José M. – Revesz, T. – Amores, A. F. – Velázquez, A. – Mraz, M. – Ferrari, E. – Mainar-Causapé, A. J. – Montinari, L. – Saveyn, B. (2020): Improving the European input–output database for global trade analysis, Journal of Economic Structures 9 : 1 Paper: 33 (2020)

új CGE-modellek létrehozása és meglévő CGE-modellek továbbfejlesztése:

[16] Révész Tamás – Cserháti Ilona – Takács Tibor (2001): A SOCIOLINE modell, a fenntartható fejlődés modellje, ECOSTAT KSH Gazdaságelemző és Informatikai Intézet “A gazdaságelemzés módszerei” kiadványsorozatának 2001/I. száma, ISSN:1419-4007, ISBN:963 215 420 7, 2001. február

[17] Révész Tamás (2006): SOCIO-LINE, A fenntartható fejlődés modellje (második változat), A gazdaságelemzés módszerei 2006/I., Ecostat Gazdaságelemző és Informatikai Intézet, ISSN: 1419-4007, ISBN: 963235012X

[18] Révész Tamás – Balabanov, Todor – Zalai Ernő (2007): A Guide to ATCEM-E3: AusTrian Computable Equilibrium Model for Energy-Economy-Environment interactions, A bécsi

Institut für Höhere Studien-ben készített tanulmány,

http://www.ihs.ac.at/publications/eco/recent_publ/atcem-e3moddescr09.pdf

[19] *A CGE-model with multiple consumer categories*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU IPTS (Sevilla) kutatóintézete megbízásából (CEPAM-FD kutatás) készített tanulmány, 2008. december

[20] Révész Tamás – Zalai Ernő (2014a): Egy gazdaság-energia-környezet kapcsolatok elemzésére alkalmazott általános egyensúlyi (GEM-E3) modell felépítése és alkalmazása, társszerző: Zalai Ernő, Szigma 45:(1-2) pp. 23-55.

[21] Zalai Ernő – Révész Tamás (2016): The issue of macroeconomic closure revisited and extended, Acta Economica, Vol.66.(1) (2016. évi 1.szám) pp.1-31.

[22] Révész Tamás (2020a): Ágazati beruházási függvények a számszerűsített általános egyensúlyi modellben - elmélet és modellszimulációk, Szigma 51 : 4 pp. 301-334., 34 p.

CGE-modellek rendszerezése, ismertetése:

[23] *Review of literature on CGE Models and empirical evidence on elasticities*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU IPTS (Sevilla) kutatóintézete megbízásából (CEPAM-FD kutatás) készített tanulmány, 2005. október

[24] *Model paradigms with multiple consumer categories*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU IPTS (Sevilla) kutatóintézete megbízásából (CEPAM-FD kutatás) készített tanulmány, 2007. január

[25] *The Experience of the Hungarian Multi-Household Model Analysis*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU IPTS (Sevilla) kutatóintézete megbízásából (CEPAM-FD kutatás) készített tanulmány, 2007. február

[26] *CGE Modelling: A training material*, társszerző: Zalai Ernő, Az EU Research Directorate megbízásából (20121 projektszámú MENGTECH kutatás) készített tanulmány, 2008. szeptember

[27] Zalai Ernő – Révész Tamás (2012): A számszerűsített általános egyensúlyi (CGE) modellekről, Szigma (Vol. 43.) 2012/1-2. sz. pp.73-106.

[28] Capros, P. – Van Regemorter, D. – Paroussos, L. – Karkatsoulis, P. (szerzők), Revesz, T. – Fragkiadakis, C. – Tsani, S. – Charalampidis, I. (rész-szerzők) (2013): GEM-E3 Model Manual, , JRC Technical reports, Luxembourg, Publications Office of the European Union, (JRC83177, EUR 26034 EN, ISBN 978-92-79-31463-6, ISSN 1831-9424)

[29] Révész Tamás (2017): Feladatgyűjtemény a többszektoros nemzetgazdasági elemzésekhez és modellekhez – III. rész, Budapest, Magyarország, Budapesti Corvinus Egyetem, 73 p., CorvinusKutatasok, http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/3333

[30] Zalai Ernő – Révész Tamás (2017): Foreign Trade in macroeconomic Models: Programming versus General Equilibrium p. 34, 2016/4. számú kutatási beszámoló a Budapesti Corvinus Egyetem Közszolgáltatások közgazdasági és irányítási kérdéseinek Központja Alapítványa részére, CorvinusKutatasok http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/3367

Hatásvizsgálatok CGE-modellekkel:

[31] *Az üvegházgázok kibocsátásának 2012-ig szóló prognózisa számszerűsített általános egyensúlyi modellel*, A Magyar Környzetvédelmi Kutató Központ Alapítvány megbízásából készített tanulmány, 2004. június

[32] Kouvaritakis, N. – Stroblos, N. – Paroussos, L. – Revesz, T. – Van, Regemorter D. – Zalai, E. (2005): Impacts of energy taxation in the enlarged European Union, evaluation with GEM-E3 Europe, Az Európai Bizottság DG TAXUD főigazgatósága részére készített végső kutatási jelentés,http://ec.europa.eu/taxation_customs/resources/documents/taxation/gen_info/economic_analysis/economic_studies/energy_tax_study.pdf

[33] *Gazdaságpolitikai csomagok hatáselemzése*, A Heller Farkas Szakkollégium „Reform és növekedés" (Bokros Lajos Szakmai Hét) c. konferenciáján 2006. október 16-án tartott előadás

[34] Révész Tamás – Zalai Ernő (2012): A klímaváltozás lehetséges gazdasági hatásainak vizsgálata statikus és dinamikus általános egyensúlyi modellel, In: Kerekes Sándor – Jámbor Imre (Szerk.): Fenntartható fejlődés, élhető régió, élhető települési táj, 1. kötet, Budapesti Corvinus Egyetem, 2012., 107-137. old. (ISBN 978-963-503-504-5, a TÁMOP-4-2.1.B-09/1/KMR- 2010-0005 kódszámú kutatási projektje I. 4. alprojektje záró tanulmánykötetének fejezete)

[35] Ciscar, J. C. (szerk.) et al. (sokszerzős mű társszerzőjeként) (2013): Climate impacts in Europe: an integrated economic assessment (preliminary results of the JRC PESETA II project), In: „Impacts World 2013" Conference Proceedings. Potsdam : Potsdam Institute for Climate Impact Research, pp: 87-96. DOI: 10.2312/pik.2013.001, május 27-30. http://www.climate-impacts-2013.org/files/cwi_ciscar.pdf

A felsorolt 35 mű is érzékelteti a témával való folyamatos foglalkozást mind idehaza, mind külföldön, ami alapvetően az Európai Bizottság Közös Kutatóintézetének sevillai részlegében (akkoriban IPTS rövidítésű külön intézetét) folyt, és ami főleg a *GTAP világmodellezési adatbázis* és az erre kalibrált *GTAP illetve GEM-E3 nevű CGE-modellek* fejlesztésében, szimulációs forgatókönyvei kidolgozásában és dokumentálásában való részvételt jelentette (lásd például a [35] művet). A GEM-E3 modellel már a '90-es évek elején megismerkedtem, és 14 rövidebb-hosszabb ideig tartó athéni tartózkodásom alatt annyira beletanultam, hogy rám bízták a modell európai adatainak frissítését és a modell dokumentációja egyrészének elkészítését (lásd a [28] -at).

A GEM-E3 modellel végzett különféle elemzésekben való részvételemről szóló [32] tanulmány különös történetét az említett cikkemben leírtam (Révész,2021), ezért most minden érdekessége ellenére – személyes jellegére is tekintettel – ebben az értekezésemben nem ismétlem meg.

Természetesen nemcsak mi tanultunk másoktól, hanem idővel mi is kaptunk felkérést külföldi kutatóintézetektől a (HUMUS illetve HUGE néven hívott) magyar CGE-modell náluk történő adaptálására. Különösen érdekes volt a bécsi Institut für Höhere Studien (IHS) kutatóintézet ilyen értelmű felkérése, aminek következtében jónéhányszor jött Budapestre az IHS ezzel leginkább foglalkozó munkatársa, és jómagam is többször utaztam Bécsbe, hogy ott a helyszínen segítsem a modell telepítését. A *modellnek ez az „exportálása*" nem mechanikus, rutinfeladat volt, mert mint kiderült mind a felhasználási cél, mind az osztrák gazdaság helyzete igen speciális volt, és a modellt, illetve az adatbázist ehhez kellett igazítani. Ez többek között abból állt, hogy a modellben külön ágazatként kellett ábrázolni az osztrák gazdaságban jelentős és környezetvédelmi szempontból is fontos erdőgazdálkodást és a fafeldolgozást, valamint mivel az osztrák államvasutak volt az egyik megrendelő, a vasúti közlekedést is. A villamosenergiaipar generálási technológiák szerint felbontásánál (erről a módszerről lásd a [20] cikket) pedig az Ausztriában szintén igen jelentős vízerőművi villamosenergia termelést kellett külön ábrázolnunk. A modell makroökonómiai lezárásánál pedig a szokásostól eltérő megoldáshoz ragaszkodtak az osztrák kollégák: a munkaerőkorlát helyett a reálbér lett exogén arra hivatkozva, hogy az osztrák gazdaságnak a méretéhez képest gyakorlatilag korlátlanul áll rendelkezésre import munkaerő Szlovákiából, Magyarországról, Horvátországból, Romániából, stb., és részben ennek bérleszorító hatását ellensúlyozva az erős osztrák szakszervezeteknek köszönhetően viszont a reálbérről éves megállapodások vannak. Hasonlóan a valutaárfolyam is exogén lett, mivel Ausztria az eurozóna része és külkereskedelme igen nagy részét a többi eurozónás országgal folytatja. Ennek következtében viszont a külkereskedelmi egyenleg lett alapértelmezésben szabad változó (ami persze szintén rögzíthető egy alapértelmezésben exogén változó endogénné tételével). Az így elkészült modell dokumentációja a [18] -ban található.

A CGE-modellek *makroökonómiai lezárás*a a PhD értekezésemből is láthatóan már kezdetektől fogva rendkívül foglalkoztatott. Ennek nemcsak magasztos, intellektuális érdeklődésbeli okai voltak, hanem az is, hogy mint a modellek számítógépes programjainak a készítőjét és üzemeltetőjét nagyon zavart, hogy a makroökonómiai lezárásra (amit tekintettel arra, hogy többnyire gazdaságpolitikai döntéseken alapulnak a szakzsargon makroökonómiai „rezsim”-nek hív) vonatkozó feltevések változtatásának átvezetése a modellben mindig jelentős munkával járt, főleg amikor a modell egyenletei megoldásánál a változók rekurzív kiszámításának sorrendjét még a modellezőnek kellett megterveznie, de a lezárás változtatása (ami eleve bizonyos változókat exogénné, másokat meg endogénné tett) néha teljesen felborította e sorrendet. Ezért nagy eredménynek tartom, hogy az akkor már súlyos beteg Zalai Ernővel közösen készült utolsó cikkünkben angolul is sikerült összefoglalni a CGE-modellek makroökonómiai lezárásának elméleti kérdéseit és gyakorlati tudnivalóit, és ezt mind egy egyszektoros mind egy többszektoros, magyar adatokra kalibrált modell szimulációs eredményeivel illusztrálni (lásd [21]). Ennek a cikknek a beruházási függvényekre vonatkozó vonatkozásait továbbgondolva, és a *beruházási függvényt ágazatonként* ábrázolva, magyar adatokkal kalibráltam és futtattam egy dinamikus CGE-modellt. Az erről beszámoló [22] cikk értéke nemcsak az elméleti rendszerezésben és az elmélet tömör magyar nyelvű tolmácsolásában áll, hanem abban is, hogy a modell a szimulációs időszak 12 éves időhorizontján belül sem „szállt el” (ellentétben egyes külföldről behozott divatos modellekkel, amiknek viszont a magyar viszonyokra való adaptálása és kalibrálása nem sikerült jól) a „szokásos” trükközések nélkül sem (ilyen trükközések például a simítások, a paraméterek önkényes differenciálása ágazatonként, a változóértékek korlátok közé szorítása). Sem megerősíteni, sem cáfolni nem tudom, de feltehetően ez utóbbinak, a gyakorlati használhatóságának köszönhető az, hogy egy igen tekintélyes szakember állítása szerint egy neves magyar gazdaságpolitikai műhelyben e cikket előszeretettel tanulmányozzák.

Az elmúlt 20 évben is a CGE-modellekkel kapcsolatos alkalmazásaim jelentős része *környezetgazdaság*i jellegű volt, ami azonban csak folytatása volt a még 1981-ben, diákkoromban a Rabár Ferenc és Nováky Erzsébet vezetésével elkezdett nagytávlatú környezeti modellezési kutatásban való részvételemnek és a ’90-es években a Harvard Fejlesztési Intézet magyarországi irodája által szervezett, és Kaderják Péter által vezetett környezetgazdasági kutatócsoportban való tevékenységemnek. A 2001 utáni ilyen jellegű munkáim közül a legbüszkébb az önállóan, illetve egy PhD-hallgató segítségével készített CGE-modellváltozat volt (lásd a [34] tanulmányt, aminek kibővített angol változata is elkészült, amit a sevillai környezetgazdasági modellezéssel foglalkozó kollégáimnak egy kutatási szemináriumon elő is adtam), ami az éghajlatváltozásnak a legkülönbözőbb gazdasági hatásait (a terméshozamoktól kezdve a turizmustól és közlekedésen át a fűtési szükségletig bezárólag) integráltan és pénzegyenértékben talán először kísérelte meg Magyarországra a tovagyűrűző hatásokat is figyelembevevő CGE-modellben számszerűsíteni. Ez, a modell egyes kategóriáinak és összefüggéseinek a háztartásstatisztika és egyéb adatok alapján az akkori 7 NUTS2 magyarországi régióra történt dezaggregálásával egyúttal a magyar CGE-modellünk *regionális hatáselemzések*re való felhasználhatóságát is demonstrálta.

A klímaváltozásnak a különféle fertőzőbetegségeken, hőhullámokon, stb. keresztüli (köz-) egészségügyi hatásainak a modellbeli ábrázolása annyira felkeltette az egészséggazdaságtannal foglalkozó kollégáink érdeklődését, hogy szerették volna, hogy erről egy közös cikket írjunk. Sajnos ez a sevillai 7 éves távollétem miatt eddig nem jött létre, de a „muníció" megvan hozzá, és a probléma időszerűsége nemhogy elmúlt volna, hanem még ha lehet, fel is erősödött azóta.

A CGE-modellek egyik hagyományos alkalmazási területe a *fiskális politikák hatásainak vizsgálata*, és ezen belül az ún. *gazdasági stabilizációs programok* („csomagok") hatásvizsgálata. 1996-ban a Bokros-csomag hatásvizsgálatát végeztük el Zalai Ernővel, ami annyira jól sikerült, hogy az egyetemi oktatásban a következő negyedszázadban is esettanulmányként használhattuk. Sajnos a téma nem avult el, mert alig több mint tíz évvel később, 2006-ban egy másik stabilizációs csomagot hozott a Télapó, pontosabban a Nyáranyó, aminek a modellezési előzmények birtokában sikerült gyorsabban elkészíteni a hatásvizsgálatát és előadni az éppenséggel „Bokros Lajos szakmai hét"-nek nevezett konferencián (lásd a fenti lista [33]-as tételét). Egyébként a 2006-os stabilizációs csomag tartalma több tekintetben eltért az 1995. évitől, például abban, hogy már mint az EU tagja nem lehetett vámpótlékot kivetni, és a forintot sem lehetett leértékelni egy a kormány gazdaságpolitikáját nem támogató jegybankelnökkel. Bár jó lenne, ha a stabilizációs csomagok CGE-modellekkel való hazai hatásvizsgálatával kapcsolatos eddig szerzett kompetenciáim irrelevánssá válnának, félő, hogy a jelen gazdasági helyzetben még korai lenne lomtárba tenni az erre kidolgozott modellezési apparátust.

Zalai Ernő és jómagam mindig igyekeztünk a *CGE-modelleket és alkalmazásukat megismertetni* a diákokkal és kevésbé tapasztalt modellezőkkel. 2001 óta is számos ilyen művünk született (lásd például a [23],[26] és [27] műveket), amelyek közül a researchgate statisztikái szerint a [23) és [26] igen népszerű még ma is, főleg az olvasottsági mutatók szerint. Arra is törekedtem, hogy az oktatáshoz is használt könyvének (Zalai, 2012) a nyitott problémáit precízen és minél közérthetőbben kidolgozzam, a nem bizonyított állításokat bizonyítsam. Ez nem volt olyan rutingyakorlat, ahogy azt esetleg naív kívülállók elképzelik, némelyik problémát a szerzővel megbeszélve kiderült, hogy neki is sokszor fejtörést okoz. Emellett volt néhány olyan állítás, ami hibásnak bizonyult, ami egy ilyen egyszemélyes enciklopédikus műnél nem csoda, a csoda az lett volna, ha hibátlanra sikerült volna (erről lásd még az idézett Révész (2021) cikkemet). Mindenesetre a könyvének 4 részéhez külön-külön elkészítettem a feladatok és megoldások gyűjteményét, amiből a fenti listán [29]-es számú, a III. részhez tartozó *feladatgyűjtemény* az éppen a CGE-modellekről és annak mikroökonómiai alapjairól szól. A következő alfejezet éppen ezt, az oktatásban is közvetlenül hasznosuló kutatómunkámat illusztrálja.

Amint azt a fenti felsorolás is mutatja, 2001 óta is rendszeresen foglalkoztam a CGE-modellekben a háztartási szektor különféle *rétegek szerinti bontás*ával. Az 1. fejezet az ehhez szükséges adatbázisok összeállítására vonatkozó esettanulmánynak is tekinthető, de a fenti listából a [2], [7], [8] és [9] művek is ezzel foglalkoznak. A többháztartásos modellek sajátosságait a [16], [17], [19], [24] és [25] művek tárgyalják. Ez a látszólag mechanikus, „lebontásnak" tűnő feladat valójában komoly gazdaságelméleti, gazdaságpolitikai, sőt gazdaságfilozófiai kérdéseket vet fel. Például azon modellekben, amelyekben a lakosság jólétének maximumát keresik, felvetődik az a kérdés, hogy melyik réteg jólétét kell maximalizálni, illetve az egyes rétegek jóléti szintjének milyen korlátok mellett és milyen aggregálófüggvénnyel számított „össztársadalmi jólét" maximumát keressük. A többháztartásos modellben megjelenik a háztartások közötti, Magyarországon igen jelentős transzferek számszerűsítésének és viselkedésének, modellbeli összefüggéseinek a kérdése is. Egy dinamikus modellnél az is felvetődik, hogy a háztartások csoportosítása statikus vagy dinamikus legyen, azaz, hogy mit vizsgáljon a modell: egy adott kiindulóhelyzetű háztartáscsoport helyzetének alakulását, vagy az adott csoportképző kritérium szerint minden időszakban újracsoportosított háztartásokét. Ha például valaki a szegények csoportjából a gazdagokéba kerül át, akkor az életpályája összjövedelmét tekintsük-e (például egy nyugdíj-modellben), vagy pedig a mindenkori jövedelmi helyzetének megfelelő viselkedésével kell-e számolnunk. Természetesen a sok hasonló fogas kérdésnek még a felvázolására sincs itt módom, de a felsorolt, és a publikációs jegyzékeimben (például az MTMT-ben) megtalálható régebbi műveimben számos ilyen kérdést és azoknak a modellben való ábrázolását tárgyalom.

A fenti lista jelentős része az *adatbázisok összeállítás*ával, a hiányzó vagy inkonzisztens adatok becslésével és egyéb módszertani, gazdaságstatisztikai kérdéseivel kapcsolatos kutatásaimról számol be. Már az e témakörhöz tartozó művek hosszú listája is érzékelteti, hogy erről vaskos köteteket tudnék írni. Itt most ezeket nem taglalom, de e fejezet utolsó alfejezetében a SOCIOLINE-modellel kapcsolatban egy konkrét példán mutatom be az ilyenféle adatbázisok összeállításának kihívásait és gyakorlati megoldásait.

Magát a SOCIOLINE-modellt is röviden ismertetem mint egy olyan modellt, ami a dinamikus *CGE-modellek* (vagy ahogy Zalai (2012) nevezi „modell-váz") *lehetséges kiterjesztései* közül igen sokat tartalmaz a környezeti tőkétől és társadalmi-gazdasági összefüggésektől kezdve a munkaerő átcsoportosítás veszteségein (munkanélküliségen) és a háztartások rétegbontásán át egészen a pénzügyi rendszer, a pénzügyi vagyonok, és átértékelődési hatások ábrázolásáig.

9.1. Egy elméleti CGE-modell és a Walras-törvény

Mielőtt a komplexebb, jelesül a SOCIOLINE-modellnek nevezett CGE-modell tárgyalásába belemélyednénk, azok jobb megértését is elősegítendő érdemes a CGE-modellek helyét és néhány alapvonását megvilágítani. Ezt Zalai (2012) és Révész (2021) alapján fogalmazom meg.

Ha egy erőforrás-korlátokkal, export és import korlátokkal, valamint a fogyasztói jóléti függvénnyel mint a nemzetgazdasági célfüggvénnyel kiegészített, lineáris programozási (LP-) feladattá átalakított input-output modellekből kiindulva a modell merev lineáris összefüggései egyrészét rugalmasabb, a különféle helyettesítési lehetőségeket figyelembevevő nemlineáris összefüggésekkel váltjuk fel, akkor a nemzetgazdasági optimális erőforrás-allokációs modell egy nemlineáris programozási (NLP-) modellé válik.

Ha továbbmenve, az ennek az NLP-modellnek az optimumát kifejező feltételeket olyan egyenletrendszerré alakítjuk át, amely már megfeleltethető a mikroökonómiából ismert termelői illetve fogyasztói optimalizáló viselkedés összefüggéseinek, majd ezeket az elvont viselkedési egyenleteket formailag kis módosításokkal „életszerűbbé" tesszük – illetve egyes esetekben pusztán átértelmezzük úgy, hogy azok egyes technikai paramétereit, árnyékárait az adott gazdasági szereplő viselkedését a tényleges gazdasági folyamatokban szereplő szabályozóknak, áraknak, adókulcsoknak, amortizációs rátáknak, súrlódási paramétereknek feleltjük meg, – akkor egy olyan CGE-modellhez jutunk amit egyensúlyi programozási modellnek (EPM) nevezhetünk. Ezt az elnevezést az indokolja, hogy a fogyasztói jólét maximalizálása ebben még mindig közvetett formában szerepel, nevezetesen úgy, hogy a többi végső felhasználás, illetve a külkereskedelmi egyenleg szintjének rögzítése révén a lényegében reziduálisan meghatározódó fogyasztás kívánt szintje szabályozható, az erőforráskorlátok által lehetővé tett termelési lehetőségek keretein belül maximalizálható.

Lényeges, és eredeti jellemzője ennek az EPM-nek, hogy ugyan felírja a gazdaság szereplőinek jövedelem-kiadás mérlegeit, de ezek a költségvetési egyenletek semmiféle visszahatást nem jelentenek a modell többi változóira, azaz – az Athéni Műszaki Egyetemen a GEM-E3 modellt kifejlesztő görög kollégáink kifejezésével élve, – „epilógus”-ként szerepelnek. E modell gyakorlati jelentőségét az adja, hogy ez az az alapváltozat, amelyhez a sokféle, elméletileg is nehezen áttekinthető ún. makrolezárási lehetőségben elveszve mindig vissza lehet térni. Az ezen alapváltozaton alapuló, de eltérő makrolezárású modelleket tehát egy modell-családnak lehet tekinteni, mégha ezeknek a viselkedése igen eltérő is lehet.

A makroökonómiai lezárást azzal a kellőképpen általános (de az exogén-endogén kategóriák választási kérdésénél lehatároltabb) formában úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a makroökonómiai lezárás elsősorban az erőforrások kínálatának, az erőforrásáraknak, a végső felhasználásoknak, és a megtakarításoknak a szintjét határozza meg névleges- vagy reálértéken, abszolút, vagy relatív formában (pl. megtakarítási ráták), de gyakran alkalmaznak olyan lezárásokat is, amelyekben valamely adóbevételi korlátot állítanak fel, és ehhez keresik az adókulcs szükséges értékét.

A jól specifikált CGE-modellek fontos tulajdonsága az ún. *Walras-törvény* érvényesülése. Hogy ezt a bonyolultabb CGE-modelleknél milyen nehéz ellenőrizni arra jó példa Zalai – szakkönyvnek és tankönyvnek egyaránt szánt – fenti művében a 383-388. oldalán ismertetett, „a Kuhn-Tucker-féle szükséges feltételek egyenértékű átalakítása” révén kapott olyan NLP-modell, ami már egy mikroökonómiai (háztartások és vállalatok) viselkedési függvényeket is tartalmazó CGE-modellnek is tekinthető. A modell egyenletei 3 blokkba vannak sorolva: A) volumenblokk, B) árblokk, C) a volumen- és árváltozók kapcsolatának blokkja. A fenti 3 egyenletblokk fenti $21n + 5$ egyenletéhez társítható változók (azaz amelyek rendszerint az egyenlet bal oldalán önállóan kifejezve a jobb oldalon álló kifejezéssel határozódnak meg) az alábbiak:

Endogén változók:

a) valós (volumenek) x_j, x_j^{h}, x_i^{hm}, y_j^{a}, z_j, u_i, y_{cv}, $(6n+1)$

b) valós (arányok) s_i^{h}, s_i^{m}, s_j^{d}, s_j^{e}, l_j, k_j, s_i^{cv}, $(7n)$

c) névleges (árindexek) p_i^{h}, p_j^{a}, p_i^{m}, p_i^{we}, p_i^{e}, p_i^{hm}, p_j^{b}, q_j, w, ρ, v, p_{cv}. $(8n+4)$

Exogén változók: y_{g}, y_j^{an} (vagy y_{a} szint) l_{s}, k_{s} és d_{e} (potenciálisan endogén változók).

Főbb *paraméterek*: a_{ij}, b_{ij}^{a}, r_j^{d}, s_i^{g}.

Mivel az alábbi (9-2) összefüggés matematikai levezetésnél irreleváns az egyes változók közgazdasági tartalma, egyelőre ezeket nem magyarázom itt meg részletesen, bár esetenként utalok az érintett egyenlet által kifejezett összefüggés mibenlétére.

Erről a modellről a szerző az alábbiakat írja: „A Walras-törvény követelménye, azaz az elsődleges jövedelmek és a végső fogyasztás értékének egyenlősége, mint az általános egyensúlyi modellek esetében általában, itt is levezethető a (D9) feltétellel adott egyenletrendszerből. Fenn fog állni ugyanis az alábbi egyenlőség (hasznos gyakorlatként érdemes az olvasónak ellenőriznie):

$$w \cdot l_{\mathrm{s}} + \rho \cdot k_{\mathrm{s}} + v \cdot d_{\mathrm{e}} - \Sigma_i\,(1/\varepsilon_i) \cdot v \cdot p_i^{\mathrm{we}} \cdot z_i = p_{\mathrm{cv}} \cdot y_{\mathrm{cv}} + y_{\mathrm{g}} \cdot \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}} \cdot s_i^{\mathrm{g}} + \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{b}} \cdot y_j^{\mathrm{a}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}} \cdot y_i^{0} =$$

$$\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}} \cdot (y_{\mathrm{cv}} \cdot s_i^{\mathrm{cv}} + y_{\mathrm{g}} \cdot s_i^{\mathrm{g}} + \Sigma_j\, y_j^{\mathrm{a}} \cdot b_{ij}^{\mathrm{a}} + y_i^{0}) = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}} \cdot y_i, \tag{9-1}$$

ahol az egyenlet bal oldalán a keletkező elsődleges (eredeti) jövedelmek szerepelnek, jobb oldalán pedig a hazai végső fogyasztás értékének egyenértékű meghatározásai.”

Hogy ez a rutinfeladatot sugalló „hasznos gyakorlat”-ot a könyvet a megjelenése előtt szakmailag bíráló, vagy a megjelenése után olvasó szakemberek, valamint a könyvből tanult többezer hallgató közül hányan próbálták elvégezni azt nem tudom, de nem is sikerülhetett, tekintve, hogy az állítás, azaz **a fenti (9-1) egyenlet hibás**. Tudtommal a szerző soha nem adta meg a levezetést. Ez amiatt is szinte biztosan állítható, mert az említett (D9) egyenleten kívül (ami önmagában nyilvánvalóan elégtelen a bizonyításhoz) azt sem adja meg, hogy mely egyenletek szükségesek a (9-1) összefüggés levezetéséhez. Mindenesetre ha le is vezette a Walras-törvény követelményét, a könyv (9-1) egyenlete abból egy tagot – amint azt látni fogjuk az amortizációt – elhagyott. Ez lehet elírás vagy nyomdahiba, de feltehetően inkább (pre-)koncepcionális hiba, ami abból adódhatott, hogy a (9-1) egyenletben a k_s tőkeállomány ρ szorzóját ugyanúgy (árnyék)árként kezelte mint az l_s létszám (munkaerőkínálat) w szorzóját, holott az (a modelljének az LP-modellből NLP-modellé történt fent említett átalakításakor bevezetett amortizáció miatt) itt már csak a bruttó hozamnak (a tőke használati árának, „bérleti díjának”) az amortizáción felüli részét (nettó hozamát) jelenti. Így nem teljesül az – az idézet utolsó 2 sorában szövegesen helyesen megfogalmazott követelmény, – hogy a (9-1) bal oldalán álló elsődleges jövedelmeknek meg kell egyeznie a jobb oldalán álló, a (*bruttó* beruházást is tartalmazó) y_i végső *felhasználások* (!) p_i^{hm} árakon mért $\Sigma_i\, p_i^{hm}\cdot y_i$ értékével (költségével). Az már csak apróság, hogy az y_i nem szerepel a modell változói között, tehát a (9-1) összefüggések utolsó egyenlősége csak az $y_i = y_{cv}\cdot s_i^{cv} + y_g\cdot s_i^g + \Sigma_j\, y_j^a\cdot b_{ij}^a + y_i^0$ definíció megadása mellett igazolható.

Mindenesetre az alábbiakban (lásd a 9.1. Tételt) bemutatom a (9-1) összefüggés általam korrigált változatát jelentő alábbi, (9-2) összefüggésre kidolgozott levezetésemet:

$$w\cdot l_s + \rho\cdot k_s + \Sigma_j\, p_j^b\cdot r_j^d\cdot k_j\cdot x_j + v\cdot d_e - \Sigma_i\,(1/\varepsilon_i)\cdot v\cdot p_i^{we}\cdot z_i = p_{cv}\cdot y_{cv} + y_g\cdot\Sigma_i\, p_i^{hm}\cdot s_i^g + \Sigma_j\, p_j^b\cdot y_j^a + \Sigma_i\, p_i^{hm}\cdot y_i^0 = \Sigma_i\, p_i^{hm}\cdot(y_{cv}\cdot s_i^{cv} + y_g\cdot s_i^g + \Sigma_j\, y_j^a\cdot b_{ij}^a + y_i^0) = \Sigma_i\, p_i^{hm}\cdot y_i, \qquad (9\text{-}2)$$

Tehát már az is komoly vizsgálatot igényel, hogy egyáltalán a $21n + 5$ egyenletből (ahol n jelenti az ágazatok számát), azaz 26 egyenlet(blokk) közül melyekkel lehet az állítást bizonyítani.

Továbbá, mivel a modell teljes matematikai specifikációja megtalálható az idézett mű 385-387. oldalán, ezért itt csak azokat az egyenleteket közlöm, amelyeket felhasználtam a bizonyításban. Ezek az alábbiak:

(P3)	$x_i^{hm} = \Sigma_j\, a_{ij}\cdot x_j + s_i^{cv}\cdot y_{cv} + s_i^g\cdot y_g + \Sigma_j\, b_{ij}^a\cdot y_j^a + y_i^0$	(x_i^{hm})
(P7)	$\Sigma_j\, l_j\cdot x_j = l_s$	(w)
(P8)	$\Sigma_j\, k_j\cdot x_j = k_s$	(ρ)
(P9)	$\Sigma_i\left(p_i^{wm}\cdot u_i - p_i^{we}\cdot z_i\right) = d_e$	(v)
(D1)	$p_j^a = \Sigma_i\, p_i^{hm}\cdot a_{ij} + w\cdot l_j + q_j\cdot k_j$	(p_j^a)
(D2)	$p_j^e = (1 + 1/\varepsilon_j)\cdot v\cdot p_j^{we}$	(p_j^e)
(D3)	$p_j^a = p_j^h\cdot s_j^d + p_j^e\cdot s_j^e$	(p_j^h)
(D4)	$p_i^m = v\cdot p_i^{wm}$	(p_i^m)
(D5)	$p_i^{hm} = p_i^h\cdot s_i^h + p_i^m\cdot s_i^m$	(p_i^{hm})
(D6)	$p_j^b = \Sigma_i\, p_i^{hm}\cdot b_{ij}^a$	(p_j^b)
(D7)	$q_j = p_j^b\cdot r_j^d + \rho$	(q_j)

(D8) $p_{cv} = \Sigma_i p_i^{hm} \cdot s_i^{cv}$ (p_{cv})

ahol $s_j^d = x_j^h / x_j$, $s_j^e = z_j / x_j$, $s_i^h = x_i^h / x_i^{hm}$, $s_i^m = u_i / x_i^{hm}$.

9.1. Tétel: A (P3), (P7)-(P9), (D1)-(D8) egyenletekből (ahol $s_j^d = x_j^h / x_j$, $s_j^e = z_j / x_j$, $s_i^h = x_i^h / x_i^{hm}$, $s_i^m = u_i / x_i^{hm}$ és $y_i := y_{cv} \cdot s_i^{cv} + y_g \cdot s_i^g + \Sigma_j y_j^a \cdot b_{ij}^a + y_i^0$) levezethető a (9-2) összefüggés.

Bizonyítás:

A (9-2) egyenlet bal oldalán álló kifejezés $w \cdot l_s + \rho \cdot k_s + v \cdot d_e + \Sigma_j p_j^b \cdot r_j^d \cdot k_j \cdot x_j - \Sigma_i (1/\varepsilon_i) \cdot v \cdot p_i^{we} \cdot z_i$ sorrendben felírt változatának 5 tagja közül az első hármat rendre a w, ρ illetve v változókkal (erőforrás-árakkal) beszorzott (P7), (P8),(P9) egyenletek jobb oldalain találhatjuk meg, a 4. és 5. tagot pedig rendre a $k_j \cdot x_j$ -szel beszorzott, j-re szummázott és átrendezett (D7) egyenletből a $\Sigma_j p_j^b \cdot r_j^d \cdot k_j \cdot x_j$ kifejezésével, illetve a (D2) egyenletek z_i -vel való beszorzásával majd i-re történő összegzésével és abból $-\Sigma_i (1/\varepsilon_i) \cdot v \cdot p_i^{we} \cdot z_i$ kifejezésével kapjuk. Az 5 tag tehát az így kapott egyenlőségek ellentétes oldalán álló kifejezésekkel helyettesíthető. Ezért az 5 tag összegére az alábbi (a Walras-törvény követelményére utalva (W) -vel jelölt) egyezőség áll fenn:

$$w \cdot l_s + \rho \cdot k_s + \Sigma_j p_j^b \cdot r_j^d \cdot k_j \cdot x_j + v \cdot d_e - \Sigma_i (1/\varepsilon_i) \cdot v \cdot p_i^{we} \cdot z_i =$$

$$w \cdot \Sigma_j l_j \cdot x_j + \rho \cdot \Sigma_j k_j \cdot x_j + \Sigma_j q_j \cdot k_j \cdot x_j - \Sigma_j \rho \cdot k_j \cdot x_j + v \cdot \Sigma_i p_i^{wm} \cdot u_i - v \cdot \Sigma_i p_i^{we} \cdot z_i + v \cdot \Sigma_i p_i^{we} \cdot z_i - \Sigma_i p_i^e \cdot z_i =$$
$$w \cdot \Sigma_j l_j \cdot x_j + \Sigma_j q_j \cdot k_j \cdot x_j + v \cdot \Sigma_i p_i^{wm} \cdot u_i - \Sigma_i p_i^e \cdot z_i \qquad (W)$$

A (D1) egyenleteket beszorozva x_j -vel majd j-re szummázva az alábbi összefüggést kapjuk:

(PD1) $\Sigma_j p_j^a \cdot x_j = \Sigma_j \Sigma_i p_i^{hm} \cdot a_{ij} \cdot x_j + w \cdot \Sigma_j l_j \cdot x_j + \Sigma_j q_j \cdot k_j \cdot x_j$

Megjegyzendő, hogy itt és a továbbiakban az egyenleteknek a bal oldalon zárójelbe írt elnevezése esetenként egyezik a modell fentiekben nem felsorolt valamelyik egyenletének a könyvbeli elnevezésével, de itt didaktikus okokból az elnevezések tükrözik az egyenlet származtatását, a P előtaggal például arra utalva, hogy az adott egyenlet az eredetinek valamelyik primális (volumen-) változóval való beszorzásából adódott. Remélhetőleg ez az esetleges egyezés nem zavaró, tekintve, hogy a szóbanforgó fel nem sorolt egyenleteket ebben a bizonyításban nem használjuk.

A (PD1) egyenletből a $w \cdot \Sigma_j l_j \cdot x_j + \Sigma_j q_j \cdot k_j \cdot x_j$ (összes erőforrás költség) kifejezve az alábbi:

(PD1') $w \cdot \Sigma_j l_j \cdot x_j + \Sigma_j q_j \cdot k_j \cdot x_j = \Sigma_j p_j^a \cdot x_j - \Sigma_j \Sigma_i p_i^{hm} \cdot a_{ij} \cdot x_j$.

A (D3) egyenleteket x_j -vel rendre beszorozva majd j -re szummázva a

(PD3) $\Sigma_j p_j^a \cdot x_j = \Sigma_j p_j^h \cdot s_j^d \cdot x_j + \Sigma_j p_j^e \cdot s_j^e \cdot x_j$

összefüggést kapjuk. Ha ebbe az $s_j^d = x_j^h / x_j$ és $s_j^e = z_j / x_j$ definícióit behelyettesítjük, és az egyenlet mindkét oldalát x_j -vel beszorozzuk, akkor az összefüggés a

(PD3') $\Sigma_j p_j^a \cdot x_j = \Sigma_j p_j^h \cdot x_j^h + \Sigma_j p_j^e \cdot z_j$

alakra módosul. A $\Sigma_j p_j^a \cdot x_j$ -re kapott e kifejezést behelyettesítve a (PD1') egyenlet jobb oldalán, a

(PD1-3') $w \cdot \Sigma_j l_j \cdot x_j + \Sigma_j q_j \cdot k_j \cdot x_j = \Sigma_j p_j^h \cdot x_j^h + \Sigma_j p_j^e \cdot z_j - \Sigma_j \Sigma_i p_i^{hm} \cdot a_{ij} \cdot x_j$

összefüggés adódik.

A (D5) egyenleteket rendre beszorozva x_i^{hm} -mel, majd i-re szummázva a

(PD5) $\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot x_i^{\mathrm{hm}} = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{h}}\cdot s_i^{\mathrm{h}}\cdot x_i^{\mathrm{hm}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{m}}\cdot s_i^{\mathrm{m}}\cdot x_i^{\mathrm{hm}}$

összefüggés adódik. Ebből kifejezve a $\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{h}}\cdot x_i^{\mathrm{h}}$ szorzatösszeget és felhasználva az $s_i^{\mathrm{h}} = x_i^{\mathrm{h}}/x_i^{\mathrm{hm}}$ illetve $s_i^{\mathrm{m}} = u_i/x_i^{\mathrm{hm}}$ definíciós azonosságokat a

(PD5') $\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{h}}\cdot x_i^{\mathrm{h}} = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot x_i^{\mathrm{hm}} - \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{m}}\cdot u_i$

összefüggést kapjuk. Ezt behelyettesítve a (PD1-3') egyenletbe a

(PD1-3-5) $w\cdot\Sigma_j\, l_j\cdot x_j + \Sigma_j\, q_j\cdot k_j\cdot x_j = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot x_i^{\mathrm{hm}} - \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{m}}\cdot u_i + \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{e}}\cdot z_j - \Sigma_j\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot a_{ij}\cdot x_j$

összefüggés adódik.

A (P3) egyenleteket rendre beszorozva p_i^{hm} -vel, majd i-re szummázva az

(P3') $\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot x_i^{\mathrm{hm}} = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, a_{ij}\cdot x_j + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{cv}}\cdot y_{\mathrm{cv}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{g}}\cdot y_{\mathrm{g}} + p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, b_{ij}^{\mathrm{a}}\cdot y_j^{\mathrm{a}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\, y_i^0$

összefüggést kapjuk. Ezt a (PD1-3-5) egyenletbe behelyettesítve a

(PD1-3-5') $w\cdot\Sigma_j\, l_j\cdot x_j + \Sigma_j\, q_j\cdot k_j\cdot x_j = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, a_{ij}\cdot x_j + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{cv}}\cdot y_{\mathrm{cv}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{g}}\cdot y_{\mathrm{g}} + p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, b_{ij}^{\mathrm{a}}\cdot y_j^{\mathrm{a}} + \Sigma_i\, y_i^0 - \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{m}}\cdot u_i + \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{e}}\cdot z_j - \Sigma_j\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot a_{ij}\cdot x_j$

összefüggés adódik. Mindkét oldalhoz hozzáadva a $v\cdot\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{wm}}\cdot u_i - \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{e}}\cdot z_i$ kifejezést, a (W) jobb oldalán álló kifejezésre a következő összefüggést kapjuk:

$w\cdot\Sigma_j\, l_j\cdot x_j + \Sigma_j\, q_j\cdot k_j\cdot x_j + v\cdot\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{wm}}\cdot u_i - v\cdot\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{e}}\cdot z_i = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, a_{ij}\cdot x_j + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{cv}}\cdot y_{\mathrm{cv}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{g}}\cdot y_{\mathrm{g}} + p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, b_{ij}^{\mathrm{a}}\cdot y_j^{\mathrm{a}} + \Sigma_i\, y_i^0 - \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{m}}\cdot u_i + \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{e}}\cdot z_j - \Sigma_j\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot a_{ij}\cdot x_j - \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{b}}\cdot r_j^{\mathrm{d}}\cdot k_j\cdot x_j + v\cdot\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{wm}}\cdot u_i - \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{e}}\cdot z_i$

ami a pozitív és negatív előjellel egyaránt szereplő $\Sigma_j\, p_j^{\mathrm{e}}\cdot z_j$ tag kiesése miatt, figyelembevéve a (D4) definíció miatti $v\cdot\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{wm}}\cdot u_i = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{m}}\cdot u_i$ egyezőséget, az $\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, a_{ij}\cdot x_j = \Sigma_j\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot a_{ij}\cdot x_j$ egyezőséget, valamint a $y_i := y_{\mathrm{cv}}\cdot s_i^{\mathrm{cv}} + y_{\mathrm{g}}\cdot s_i^{\mathrm{g}} + \Sigma_j\, y_j^{\mathrm{a}}\cdot b_{ij}^{\mathrm{a}} + y_i^0$ definíciós azonosságot, a

$w\cdot\Sigma_j\, l_j\cdot x_j + \rho\cdot\Sigma_j\, k_j\cdot x_j + v\cdot\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{wm}}\cdot u_i - v\cdot\Sigma_i\, p_i^{\mathrm{e}}\cdot z_i = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{cv}}\cdot y_{\mathrm{cv}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot s_i^{\mathrm{g}}\cdot y_{\mathrm{g}} + p_i^{\mathrm{hm}}\cdot\Sigma_j\, b_{ij}^{\mathrm{a}}\cdot y_j^{\mathrm{a}} + \Sigma_i\, y_i^0 = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot(y_{\mathrm{cv}}\cdot s_i^{\mathrm{cv}} + y_{\mathrm{g}}\cdot s_i^{\mathrm{g}} + \Sigma_j\, y_j^{\mathrm{a}}\cdot b_{ij}^{\mathrm{a}} + y_i^0) = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot y_i$

összefüggésre egyszerűsödik. Mivel ez a (W) bal oldalán álló kifejezéssel is egyezik, teljesül a

$w\cdot l_{\mathrm{s}} + \rho\cdot k_{\mathrm{s}} + \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{b}}\cdot r_j^{\mathrm{d}}\cdot k_j\cdot x_j + v\cdot d_{\mathrm{e}} - \Sigma_i\,(1/\varepsilon_i)\cdot v\cdot p_i^{\mathrm{we}}\cdot z_i = \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot y_i$

összefüggés, azaz a Walras-törvény követelménye. Q.E.D.

Az, hogy ez a „hasznos gyakorlat"-nak vélt levezetés ugyan gyakorlatnak nem nevezhető, de valóban hasznosnak bizonyult, arra ennek az alfejezetnek a befejezéseként felidézném egy 2021-ben készült PhD-értekezés egyik opponenseként szerzett tapasztalatomat. Ennek hivatkozását most mellőzném, mert az értekezésnek a problémás része az a szerző saját közlése szerint sem a saját munkája, hanem csak alkalmazta a kutatócsoportjának más tagjai által készített CGE-modellt.

Mindenesetre az tűnt fel nekem először, hogy a szóbanforgó modellben szerepelt a beruházások és megtakarítások aggregált egyezőségét előíró egyenlet, holott ez a walrasi típusú CGE-modellekben implicit módon teljesül, ahogy ez a (9-2) egyenletnek a

$w\cdot l_{\mathrm{s}} + \rho\cdot k_{\mathrm{s}} + \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{b}}\cdot r_j^{\mathrm{d}}\cdot k_j\cdot x_j + v\cdot d_{\mathrm{e}} - \Sigma_i\,(1/\varepsilon_i)\cdot v\cdot p_i^{\mathrm{we}}\cdot z_i - \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot(y_{\mathrm{cv}}\cdot s_i^{\mathrm{cv}} + y_{\mathrm{g}}\cdot s_i^{\mathrm{g}} = \Sigma_j\, p_j^{\mathrm{b}}\cdot y_j^{\mathrm{a}} + \Sigma_i\, p_i^{\mathrm{hm}}\cdot y_i^0$

(9-3)

egyenletre átrendezett formájából is látszik, ahol a bal oldalon áll a megtakarítás (= jövedelem – fogyasztás), a jobb oldalon pedig a beruházás (pontosabban a beruházás és a készletváltozás összege, azaz a felhalmozás).

Amikor keresni kezdtem, hogy ennek az elvileg redundáns „beruházás = megtakarítás" egyenletnek a betételét melyik egyenlet elhagyása ellensúlyozta, akkor az derült ki, hogy az aggregált tőkeár definíciós egyenletét hagyták el. Ugyanakkor az aggregált tőkeár, „aggregált tőkeár jellegét elvesztve" továbbra is szerepelt a modellben, mint a háztartások tőkejövedelmének egyik meghatározója, sőt rögzítve lett egységnyi szinten. Ezt a rögzítést azzal indokolták, hogy a csak az arányokat meghatározó szokásos („árhomogén") CGE-modellekben az árszintet kívülről kell megadni. Ezt szokták a walrasi „numeraire"-nek megfeleltetni, holott ez a walrasi gondolatmenetnek egy igen leegyszerűsített, bizonyos értelemben eltorzított értelmezése.

Valójában ezzel nem lett rögzítve az árindex, csak a termékmérlegeknek a negatív készletváltozásoknak a forrásoldalon pozitív „készletcsökkenésből" származó forrásként való elszámolásával történt bruttósításának a jövedelmeken való következetes átvezetésének hiánya miatt az összjövedelem = összkiadás egyezőség nem automatikusan, hanem az immár szabadon mozgó árszint mesterséges igazodása révén valósult meg az immár nem árhomogén modellben. A szabályos, árhomogén modellben ugyanis az árszintnek semmiféle hatása nincs a reálkategóriákra, és a pénzértékekben is csak arányos változást okoz, vagyis semmiféle mérlegegyenlőtlenséget nem lehet vele eltüntetni. Ebben a módosított modellben azonban a háztartások tőkejövedelme az árszinttől nem függött (sőt az árszinttől függően változhatott a reálértéke), köszönhetően az ezt meghatározó „néhai" aggregált tőkeár rögzítésének. A szóbanforgó modellépítők az egyébként is újszerű CGE-modelljüket egy eltérő típusú makromodellel kívánták integrálni, ezért kerülhette el a figyelmüket az, hogy a walrasi modellekben attól még, hogy egy árindexet rögzítenek, nem lehet elhagyni annak definícióját, azaz összekötését a komponens árakkal. Az árindex rögzítése az éppen a walras-törvény követelményének teljesülése miatt redundánssá vált egyenletrendszer egyik mérlegegyenletének elhagyását „ellentételezi" (rendszerint a „beruházás = megtakarítás" mérlegét), semmi szükség az árindexek definíciójának elhagyására.

A fenti észrevételeimet tartalmazó opponensi véleményemre írt válaszában a szerző elismerte a modellnek ezt a hibáját, és megköszönte a kiküszöbölésére tett javaslatomat, csak annyi tisztázatlan kérdés maradt, hogy a jelzett probléma érinthette-e a modellnek a referenciaidőszak („bázisév") változóértékeit reprodukáló képességét, vagy csak a paraméterek változásával lefuttatott („counterfactual") szimulációkban jelentkezik a torzulás.

A bírálatom egyúttal alkalmat adott a *walrasi ármércével* („numeraire"-rel) kapcsolatos, az egyetemi oktatás kapcsán kialakított, elsősorban egy frissebb szakirodalom (Cunningham Wood, 1993) értelmezésén alapuló gondolatmenetem kifejtésére. Ennek lényege az alábbi:

A szokásos prezentáció úgy szól, hogy az alapvetően csak árarányokat meghatározó CGE-modellekben valamely árat rögzítenek, és ezáltal „minden más ár ehhez mérten jelenik csak meg" (lásd például Wing (2004)). Ez azt a látszatot kelti, hogy Walras ezt azért vezette be, mert a modelljében nincs pénz, és enélkül az árhomogén modelljében meghatározatlan maradna az árszint. Valójában Walras azt mondja, hogy az ármérce („numeraire") az „*egy bizonyos jószág bizonyos mennyisége*", azaz nemhogy létezik a pénz, de egyenesen a jószáglistán szerepel, bár abban nem foglal állást, hogy ez az akkori arany, vagy ezüst, vagy más jószág. Tehát ha ebben a pénzjószág mennyiségében fejezzük ki az árakat, akkor a pénzjószág ára definíciószerűen, azaz szükségképpen lesz 1 („by construction” ahogy az angolok mondják, és nem index-jellege vagy matematikai elegancia miatt, illetve kényelmi okokból rögzítik ezen a szinten!), a többié pedig ebben lesz kifejezve. Ennek következtében – szintén definíciószerűen illetve értelemszerűen – a jövedelmeket maradéktalanul elköltik, ha másra nem, akkor a pénzjószágra (bár Walras nem konkretizálta a keresleti függvényeket, így az absztrakt felírásból nem látszik, hogy ez a pénzjószág tranzakciós-, kincsképző- és fogyasztói keresletét egyaránt magába foglalja). Sőt ez nemcsak „ex-post”, hanem „ex ante” a szándékolt keresletekre is vonatkozik, azaz ezért teljesül az összjövedelem = összkiadás egyezőség már a keresleti rendszerben (keresleti függvényekben), amit tehát külön előírni (akár a megtakarítás = beruházás” formájában) felesleges, az egyenletrendszer redundánssá válna. Vagy ha mégis előírjuk (a CGE-modellekben a gazdasági körforgás ábrázolásakor a keresletből kiindulva számítják az azzal azonos értékű kibocsátást és ezáltal a bruttó jövedelmet, amit aztán a közbenső termékráfordításokkal csökkentve az értékazonosság a nettó, az elsődleges jövedelmek és a végső felhasználások között is fennáll), akkor valamely jószág keresleti egyenletét el kell hagyni. Rendszerint a pénzét hagyják el, vagy ha a modellben különféle pénzügyi eszközök („assets”) szerepelnek, akkor ezek valamelyikét (jelesül a „kötvénypiacot”) hagyják el.

9.2. CGE-modell mikro- és makroökonómiai modellekkel való integrált alkalmazása

Ebben az alfejezetben egy, a Közigazgatási és Igazságügyi Hivatal (KIH) megrendelésére az az Új Széchenyi Terv ÁROP 1.1.10-2011-2011-0001 számú (“Egy mikromegalapozású makromodell kifejlesztése” c.) kutatási projektje keretében készült modellt tárgyalom. Ez az ún. „gap”-modellek típusába tartozó makroökonómia modellnek és egy mikroszimulációs modellnek a saját CGE-modellemmel való összekapcsolását és alkalmazását jelentette, többek között az egykulcsos személyi jövedelemadórendszerre való áttérés és a családi adókedvezmény bevezetésének hatásvizsgálatára. Az így elkészült modellrendszert rövidítve MIC-MAC-modellnek nevezzük. A projektről összefoglaló, a modellek részletes formális és technikai leírását is tartalmazó publikáció a KIH gondozásában készült (KIH, 2013), ami nem nevezi meg, hogy kik az egyes fejezetek, illetve modellek szerzői.

Bár tervbe volt véve szakfolyóiratokban való publikálás is, ilyen cikk csak a mikroszimulációs modellről jelent meg (O’Donoghue et al.,2018). A három modellt együtt ismertető cikknek a CGE-modell-központú tervezetét el is készítettük, de a partnerekkel való egyeztetés útvesztőiben ez elakadt, nekem meg az Európai Bizottság Közös Kutatóintézetében elnyert állásom – a távolság és az időhiány – miatt nemigen volt lehetőségem önállóan végigmenedzselni a publikációs folyamatot. Mindenesetre ennek a cikktervezetnek (Révész – Zalai, 2014) az alapján megpróbálom felvázolni a három modell integrálásának bonyolult és meglehetős kreativitást igénylő feladatát. Megjegyzendő, hogy ugyan a külföldi szakirodalomban vannak CGE-modell és mikroszimulációs modell összekapcsolásáról szóló publikációk, azonban ezek ad hoc megoldásai nem sok támpontot jelentettek a sajátos magyar statisztikai háttér és gazdasági rendszer viszonyai között történő adaptálására, az általános elméleti kérdésekkel pedig a projekt szakemberei is tisztában voltak.

A CGE- és a gap-modell részben átfedi, részben kiegészíti egymást. A CGE-modell a gazdaság számszerűsíthető kategóriáinak elsősorban a várható, illetve az egyensúlyi értékét számítja ki, a véletlen hatások és az egyensúlytól való eltérések alakulásának (például a különféle “buborékok”) bemutatására más modellek, jelesül az említett GAP-modellek alkalmasak.

A „GAP" modell a makrováltozókat egy trend- és egy ciklikus komponensre bontja. A hosszú távú mozgásokat a trendekről tett feltevések írják le, míg a rövid és középtávon a trend körüli ciklikus mozgások (az ún, nem-egyensúlyi dinamikák) határozzák meg a változók alakulását. A GAP-modell a makropálya teljes dinamikus leírását adja, vagyis a változók múltbeli meghatározottsága és a jövőre vonatkozó várakozások egyaránt számítanak. A modell erősen aggregált, vagyis csak a főbb makroökonómiai változók leírását adja meg. Ezek a következők: GDP, belföldi felhasználás, export, import, foglalkoztatás, infláció, nominális kamat és nominális árfolyam.

A CGE-modellek alapvetően az egyensúlyi állapothoz való eljutási folyamat végállapotát, azaz a gazdaság "hosszútávú" egyensúlyi állapotát ábrázolják, a termelői és fogyasztói döntéseket jellemzően optimalizáló magatartásból vezetik le. Ugyanakkor viszont a modern gazdaság két nagy szereplője, az állam és a külföld viselkedésével kapcsolatban – csakúgy, mint az egymással sok tekintetben élesen szembenálló elméletekkel jellemezhető makroökonómia tudomány – nem tud egyértelmű magyarázatot adni. Ezért alternatív viselkedési szabályokat alkalmaznak meg és erősen támaszkodnak az empirikus vizsgálatok eredményére. A GAP-modell is ennek tekinthető, ami a monetáris politika és általában a makroökonómiai jelenségek tekintetében igyekszik a viselkedési szabályokra vonatkozó feltevéseit a megfigyelt tényekhez igazítani (pl. általánosított Taylor-szabály a kamatpolitikában). Ez vonatkozik a munkanélküliség jelenségének (más oldalról nézve az aggregált foglalkoztatottság) elméletileg nehezen magmagyarázható jelenségére is, ahol a GAP-modell a foglalkoztatást is a ténylegesen megfigyelt adatokra illeszkedően határozza meg, azaz a becsült paraméterértékekben implicit módon benne van az elméletileg még feltáratlan motívumok hatása is.

A CGE-modell a termelőszférát 19 ágazatra, a háztartási szektort pedig 12 háztartáscsoportra bontva ábrázolja. A külföldi turisták mint a 13. fogyasztói csoport jelennek meg a modellben, ami az ágazati munkajövedelmekből a külföldieknek jutó részt is ábrázolja.

A részletes *makrogazdasági keresleti blokk* a GDP felhasználásának minden tételét (fogyasztási kiadás – kapcsolatban a mikroszimulációs modellel –, természetbeni juttatás, közösségi fogyasztás, állóeszköz-felhalmozás, export, import) egyenként határozza meg az intézményi és termelő szektorok rendelkezésre álló jövedelmei, az árak, és egyéb sajátosságok (preferenciák, komplementer-viszonyok, stb.) függvényében. A keresletet ágazati és import-hazai eredet szerinti bontásban is ábrázoljuk egy CES-függvényből levezetett keresleti függvénnyel.

A fogyasztás a szokásos módon egy Stone-Geary-féle keresleti rendszerrel van ábrázolva. A közfogyasztás és a természetbeni társadalmi juttatások exogének, és mivel a non-profit szektort az államháztartással összevonva ábrázoljuk, így az e szféra által nyújtott természetbeni társadalmi juttatások is a kormányzati fogyasztásban jelennek meg.

Az ágazati autonóm (tehát vállalati finanszírozású) beruházások a modellben az e fejezet bevezetőjében említett, később cikkben (Révész, 2020a) is publikált beruházási függvényekkel határozódnak meg. Az ágazati beruházási függvényben az eladósodottságtól függő komponens szerepeltetése saját fejlesztésünk, és eltér a szokásos CGE-modellekétől, ahol az adatok hiánya miatt ilyen az eladósodottságot eleve csak az államháztartás, illetve a nemzetgazdaság egészére szerepeltetnek, mint a kamatlábat befolyásoló tényezőt. A mi megoldásunkban viszont az eladósodottság követlenül szerepel, figyelembevéve, hogy a vállalatok hitelfelvételénél nem az a gyakorlat, hogy az eladósodottság növekedésével egyre magasabb kamattal jut csak hitelhez, hanem az, hogy egy kritikus szint felett egyáltalán nem kap beruházási hitelt a vállalat. Az eladósodottságot a tőkeérték arányában fejezzük ki, figyelembevéve, hogy a hitelek jelzálogfedezetéül ez szolgálhat, és a visszafizetés is elsősorban a tőkejövedelemből kell, hogy történjen (a hozzáadott érték adó- illetve munkabér komponense nem jöhet szóba).

A beruházások kezelése jól érzékelteti a „gap"-modell és a CGE-modell összeillesztésének kihívásait. A modellben ugyanis kénytelen voltam a beruházásoknak a fenti képletekkel számított értékét egy ágazatilag egységes skalárváltozóval (INVADJ index) szorozni. Ez a típusú „adagolás" (angol szakkifejezéssel „rationing") nem szokatlan a CGE-modellekben, és akkor alkalmazzák, ha az ágazati beruházásoknak először csak a „szerkezetét" (részarányait), illetve csak egy ideális, súrlódási tényezők és alkalmazkodási idő nélküli szintjét határozzák meg (ennek legismertebb formája Jorgensonnak a „kívánatos tőkeállományból", azaz az absztrakt optimális szintből levezetett beruházási igények meghatározása), amit aztán az aggregált megtakarításokhoz arányosan igazítanak ki (lásd például Jorgenson (1963), Hall és Jorgenson (1967)). Ez – a főleg egyidőszakos, és a megtakarítások és beruházások egyensúlyát megteremteni hivatott endogén kamatlábat nem szerepeltető – „Robinson-típusú" (lásd például Dervis – de Melo – Robinson (1982)) CGE-modellekben teljesen nyilvánvalóan kényszerű ábrázolásmód azonban a mi rekurzív dinamikus (egyik időszakról a következőre „lépegető") és a kamatlábat szerepeltető, részletesen kidolgozott autonóm beruházási függvényt szerepeltető modellünkben kissé *rendszeridegen elem*.

Az INVADJ változó bevezetésére mégis azért került sor, mert a modellben a GAP-modellből átvéve megjelent *a reálárfolyam exogén előírása*, ami az újabb változó bevezetése nélkül az egyenletrendszer túlhatározásához vezetett volna. Közgazdaságilag a reálárfolyam előírása azt jelenti, hogy lényegében (bár közvetetten) a külkereskedelmi mérleg, illetve a külföld megtakarítását képviselő fizetési mérleg egyenlege is determinálva van, az ex post mindenképpen teljesülő, beruházás = megtakarítás azonosság teljesülése a modellben csak a beruházások (és/vagy a hazai megtakarítások) ehhez hasonló kiigazításával biztosítható. Ugyan elvileg a beruházások és megtakarítások egyensúlyba hozását a kamatlábmechanizmusnak kellene biztosítani, a modellünkben *a kamatláb is exogén* (az eladósodottságtól függő kockázati prémiummal növelt nemzetközi kamatláb által meghatározva, illetve a GAP-modellből átvéve).

Természetesen a reálárfolyam megkötése miatt szükségszerűen bevezetett INVADJ tényezőt nemcsak a beruházásokra lehet vonatkoztatni (bár a reálárfolyamnak a fenti, a megtakarításokat és beruházásokat egyensúlyba hozó szerepköre ezt sugallja), hanem a felhasználás más területeire is, sőt esetleg az erőforráskínálatokra is, bár azzal a közgazdasági kapcsolat kevéssé egyértelmű. Mindenesetre exogén kamatláb mellett az INVADJ változót úgy is interpretálhatjuk, hogy az az exogén kamatláb melletti hiteltúlkeresletre adott adagolási ("rationing") mechanizmus, vagy fordított esetben az elégtelen hitelkeresletre válaszul bevezetett beruházásösztönzési eszközök hatása (pl. növekedési hitelprogram kedvezményes kamatokkal, adókedvezményekkel, MNB-betételhelyezési lehetőség megvonása a hitelezésüket szűkítő bankoktól, stb.). Mindezen megfontolások mellett úgy döntöttem, hogy a reálárfolyam megkötésből származó kiigazítási tényezőt nemcsak a beruházásban, hanem a háztartások megtakarítási függvényében is szerepeltetem, ezáltal a kiigazítási hatásokat a kb. 3-szor nagyobb fogyasztást is bevonva terítve szét.

Fentiek részletesebb ismertetésével egyúttal rá szeretnék mutatni, hogy az aggregált és dezaggregált modellek viszonyával kapcsolatban mennyi félreértés van. Már a „dezaggregált" név sem szerencsés, mert azt sugallja, hogy az ilyen modell változói az aggregált modell változóértékeinek valamiféle dezaggregálásával számítódnak. Valójában logikailag avagy információelméletileg teljesen nyilvánvaló, hogy éppen fordított a helyzet: az aggregált számból semmiféle kiegészítő feltevéssel, információval nem lehet a valóságos részletes, és egymással konzisztens (!) adatokat reprodukálni, vagy közkeletű hasonlattal fogalmazva: rántottából nem lehet tojást csinálni. A részletes adatok konzisztens becsléséhez például mindenképpen figyelembe kellene venni a köztük levő mérlegazonosságokat, ha viszont ezt tesszük, akkor máris használtuk a dezaggregált modellnek a jelentős részét. Ha tehát van egy, a részleteket hitelesen ábrázoló modell, vagy legalábbis olyan, ami a részleteket olyan együttes valószínűségeloszlású hibákkal becsüli, amelyek az (utólagos) aggregációkor nagyrészt kioltják egymást (lásd az ún. „nagy számok törvényei"-nek különféle matematikai megfogalmazását), akkor még ezt az aggregált mutatószámot is megbízhatóbban becsülik e modellek, mint akár a legjobban illesztett, de a strukturális változásokra vonatkozó információkat nem használó matematikai statisztikai jellegű aggregált modellek.

Az erőforrások (tőke, munkaerő) keresletét ágazati bontásban, az ágazatokra jellemző termelési függvények és alapesetben költségminimalizálás feltevése mellett határozzuk meg. Ugyanakkor (a neokeynesiánus-strukturalista elméleteknek megfelelően) lehetőség van az ágazati foglalkoztatási szinteknek a költségminimalizáló mértéktől eltérő (azaz a béreknek a munka határtermékétől eltérő) ábrázolására is. A ágazati munkaerőkeresletek tovább bomlanak a 12 rétegre, így többek között meghatározva a képzett és képzetlen munkaerő szerinti bontást.

A CGE-modellben az ágazati termékek hazai *kínálat*át (bruttó kibocsátás) vagy exogén módon adjuk meg, vagy – általában, és megfelelő jövedelmezőség mellett – a (végső és a származtatott közbenső kereslet összegeként számítandó) kereslethez alkalmazkodónak tételezzük fel.

A tőke kínálatot vagy aggregált módon, vagy ágazatonként az akkumuláció révén az előző évi tőkeállomány amortizációval csökkentett maradványértéke és az előző évi felhalmozás összegeként határozzuk meg (gyakorlatilag egy év átlagos beruházás átfutási időt feltételezve).

A munkaerőkínálat aggregált szinten (illetve képzett-képzetlen bontásban) vagy a „gap"-modellből kerül átvételre, vagy akkumulációs folyamat révén rétegenként, majd a relativ bérek függvényében ágazatonként is határozódik meg.

Az erőforrások *árai* alternatív módon (a megfelelő váltókapcsoló paraméter adott beállításától függően) exogén módon (legalábbis explicit viselkedési formulával) vagy egyensúlyi árként határozódnak meg. A munkaerő ára (béregyenletek) főbb tevékenységi területenként (ágazatonként) vagy képzettségi szintenként határozódnak meg (az itteni eredmények inputként kerülnek a mikroszimulációs modellbe).

A modell ábrázolja az intézményi szektoronkénti jövedelemelosztást az ESA95 nemzeti számlarendszer főbb kategóriái szerint. Ezen túlmenően (és ezzel összhangban) a modell a *jövedelemelosztást ágazati és háztartási rétegbontásban* is ábrázolja, figyelembevéve az egyes ágazatok illetve rétegek markánsan eltérő adózási/támogatási, megtakarítási és beruházási viselkedését.

A beruházási-megtakarítási viselkedés ábrázolása során a stock-flow elszámolási azonosságok keretében nyomon követi az egyes *ágazatok és rétegek vagyonának* (beleértve adósságának) alakulását, méghozzá a főbb *pénzügyi instrumentumok* szerinti bontásban (portfolió, beleértve a forint és devizaeszközök szerint bontást is).

Általában a modell az egyes intézményi szektorok rendelkezésre álló jövedelmeinek, illetve az államháztartási hiány és a külső finanszírozási igény visszacsatolási mechanizmusait is ábrázolja. Ennek során vagy exogénként (akár a „gap"-modellből átvéve) vagy a modell által endogén módon számított *monetáris feltételek* (kamat, árfolyam, stb.) alakulását és ezek hatását is figyelembe veszi. Jelesül a modell ábrázolni tudja a devizaadósságoknak a forintárfolyamváltozásból adódó átértékelődését, és ennek visszahatását (vagyonhatás) a keresletre, és a háztartások egyéb viselkedési jellemzőire.

A modell megfelelő szintű előrejelző képességét a múltra vonatkozó *validálás*sal (gyakorlatilag a 2011-2012. évre rendelkezésre álló statisztikai adatokkal való összehasonlítással, a gazdaságban történt változásoknak a főbb paraméterek számértékének változására való "lefordításával" történt szimulációkkal) ellenőriztük.

A *CGE és mikroszimulációs modell összekapcsolása* a szakirodalomban leginkább elfogadott TD-BU (top down - bottom up) megközelítés alapján történt. Ebben a megközelítésben először a háztartások egyes rétegeinek részletes jövedelmei határozódnak meg a makrogazdasági peremfeltételek és a részletes fiskális szabályozás alapján.

A referenciaév (az első év, amelyre a modelleket összekapcsoltuk) 2011, alkalmazkodva a mikroszimulációs modellhez. A mikroszimulációs modell csak a CGE modellel áll kapcsolatban.

A megvalósított informatikai megoldás lehetővé teszi, hogy a mikro és makró modellek egymásnak adatot szállítva *koordináltan működjenek*. Mind a két irányú összekapcsolás ki lett próbálva, de az idő rövidsége miatt a ciklikus iteratív megismétlése nem. Ezért a kiválasztott koordinációs módszer az elemzett szimulálandó sokk természetétől függ.

A CGE-modell a *mikroszimulációs modellnek átadja* a makropénzügyi mutatók (árfolyam, kamat, infláció) értékét, az általános bérindexet, az foglalkoztatottság ágazati indexeit és az ágazati árindexeket. Ez utóbbiakat a COICOP fogyasztási kategóriák szerinti bontásba transzformálja.

Ezt követően a *mikroszimulációs modell* fentiek és egyéb, a fiskális szabályozásra, stb. vonatkozó információk felhasználásával készít becsléseket háztartási szinten a háztartások foglalkoztatottságára, jövedelmeire, és fogyasztására. A mikroszimulációs modell aggregált eredményei *visszahatnak* a makrogazdasági pálya alakulására a háztartások rendelkezésre álló *jövedelmén, fogyasztásán és munkakínálatán* keresztül.

A *mikroszimulációs modell átadja* a CGE-modellnek a háztartások által fizetett *személyi jövedelemadót* (szja-t, az adókedvezmények értékét is feltüntetve) és társadalombiztosítási (tb-) járulékokat és kapott társadalmi jövedelmeit a HKF-kategóriák és háztartáscsoportok (rétegek) szerinti bontásban, a háztartások munkajövedelmeit ágazati és rétegbontásban, a fogyasztást COICOP- és rétegbontásban. A fogyasztási kiadások átadására azon szimulációk esetében kerül elsősorban sor, ahol a kiinduló változás olyan speciálisan kapcsolt termékkört érint, amelyek egymásra hatásait – keresztárrugalmasságok, stb. – a mikroszimulációs keresleti rendszer pontosabban tudja ábrázolni, illetve ha a fogyasztás kis, ill. kiadási szokásaiban igen eltérő háztartáscsoportokat érint. Ezen felül a fogyasztást terhelő termékadók változása esetén az adóváltozásokat is ágazatra transzformálva adja át a CGE-modellnek.

A CGE-modell a mikroszimulációs modellből átvett fenti adatokhoz megbecsüli az alábbi, a HKF-ből nem becsülhető kategóriákat:

- a háztartások (azon belül esetleg háztartási rétegek) fogyasztásának közvetlen importtartalma (és ezzel egyidejűleg a hazai termékekre irányuló része)
- a háztartások (azon belül esetleg háztartási rétegek) a HKF-ben nem, de a nemzeti számlákban szereplő egyéb jövedelmei (pl. imputált lakásszolgáltatás értéke, biztosítottak jövedelmei, természetbeni társadalmi juttatások)
- a háztartások (azon belül esetleg háztartási rétegek) számított lakásberuházási kiadása
- a háztartások (azon belül esetleg háztartási rétegek) a HKF-ben nem, de a pénzügyi számlákban szereplő pénzügyi vagyonváltozása (pl. devizaátértékelődés, adósságleírás, a vagyonváltozásnak a tranzakciós komponense)

Szimulációkat végeztünk a modell validálására a 2011-2012. évekre. Ennek során néhány nagyhorderejű változást is átvezettünk a modell paramétereibe, mint pl. a magánnyugdíjpénztárak megszűnését, a végtörlesztést. Figyelembe vettük a világpiaci kereslet változását és a világpiaci (euroövezeti) inflációt.

Ezután a modellt a 2013-2014. évekre is futtattuk. Ezt a változatot alapváltozatnak "baseline szimuláció"-nak nevezzük.

Az alapváltozat kidolgozása után „Top-down" és „Bottom-up" hatásvizsgálati szimulációkat végeztünk a model tesztelésére, és a gazdaságpolitika néhány aktuális kérdésének vizsgálatára. A fent említett Révész – Zalai (2014) tanulmányban megtalálhatók a szimulációk részletes eredményei és azok értékelése is. Itt most csak a fenti két típusú szimuláció eredményeiből egy-két fontosabb táblázatot mutatok be.

A ***„Bottom-up" szimuláció*** a *családi adókedvezmény,* illetve annak a járulékokra való kiterjesztése volt. A mikroszimuláció a változásokat minden egyes háztartásra kiszámítja, majd az eredményeket a 12 rétegre aggregálva átadja a CGE modellnek. A CGE-modellben ezt 2014. évi változásként jelenítjük meg.

A Bottom-up" szimuláció eredményeiből jól látható volt az adó- és járulékkiesés hatása az államháztartásra. Az alábbiakban viszont egy kevésbé banális, az egyes háztartásokra való, számszerűsített hatások táblázatát mutatom be:

9-1. táblázat: Háztartási rétegek fogyasztása a "bottom-up" szimulációban, milliárd forint, %

Réteg \ Év	**2010** (=Bázisév)		**változás előző évhez, %**		**változás az alapváltozathoz, %**	
	fogyasztói áron	**alapáron**	**2013**	**2014**	**2013**	**2014**
Aktív, képzetlen, gyermekes, alacsony jövedelmű	870,3	703,3	-0,2	14,4	0,0	12,2
Aktív, képzetlen, gyermekes, közepes jövedelmű	759,0	618,0	0,4	12,0	0,0	9,0
Aktív, képzett, gyermekes, alacsony jövedelmű	617,2	505,9	0,3	11,2	0,0	8,5
Aktív, képzett, gyermekes, közepes jövedelmű	892,6	729,7	-0,7	13,8	0,0	12,1
Aktív, gyermekes, magas jövedelmű (zömében valószínüleg képzett)	1426,9	1170,2	-0,7	6,9	0,0	4,9
Aktív, gyermek nélküli, alacsony jövedelmű (zömében valószínüleg képzetlen)	603,0	493,5	-0,2	-1,1	0,0	-2,8
Aktív, képzetlen, gyermek nélküli, közepes jövedelmű	672,4	544,2	-0,5	-1,0	0,0	-2,9
Aktív, képzett, gyermek nélküli, közepes jövedelmű	512,8	418,2	0,2	-0,6	0,0	-3,0
Aktív, gyermek nélküli, magas jövedelmű (zömében valószínüleg képzett)	3331,7	2728,9	-1,0	-1,5	0,0	-2,9
Inaktív, alacsony jövedelmű	811,0	670,0	0,3	-1,7	0,0	-2,6
Inaktív, közepes jövedelmű	1180,5	984,0	0,7	-1,5	0,0	-2,6
Inaktív, magas jövedelmű	1585,7	1321,8	-1,3	-3,6	0,0	-2,3
Összesen	**13263,1**	**10887,7**	-0,4	2,7	0,0	1,3

A táblázatból látható, hogy a háztartások fogyasztásának növekménye (2,7%) majdnem kétszerese az alapváltozatbelinek (1,4 %). Az egyes háztartáscsoportokat azonban meglehetősen eltérően érintik a változások. Mint a táblázatból jól látható, a gyerekesek, és ezen belül az alacsonyabb jövedelműek fogyasztási lehetőségei nőttek meg, míg a többi réteg fogyasztását (az aktív magasjövedelmű gyermekes háztartások kivételével) a változások kedvezőtlenül érintik.

A **„Top-down" szimuláció**: Ebben egy *exportkeresleti sokk*al számoltunk, konkrétan a 2013. évben a kereslet 5 %-os esésével nominálisan változatlan import devizaárak mellett. Végül a mikroszimulációs modell számítja ki az egyes háztartásokra és a különféle rétegekre a fenti exportkeresleti sokk hatását.

Ami a CGE-modellben számítható hatásokat illeti, a fontosabb eredmények az alábbi, 9-2.. és 9-3. táblázatban foglalhatók össze:

9-2. táblázat: Főbb makroökonómiai reálkategóriák éves változása a "top-down" szimulációban, %

		változás előző évhez, %		változás az alapváltozathoz, %	
Mutatók:	**Bázisév**	**2013**	**2014**	**2013**	**2014**
1. Termelés	55120	0,7	1,6	-0,9	-1,0
2. Import volumen	18537	0,2	2,5	-1,0	-0,8
3. Export volumen	19429	-0,4	1,6	-3,1	-3,3
4. Felhalmozás volumene	4578	6,7	8,5	6,8	9,7
5. Kormányzati fogyasztás	6165	0,0	0,0	0,0	0,0
6. Beutazó turisták fogyasztása	905	1,9	1,9	0,0	0,0
7. Rezidens háztartások	10888	0,0	0,4	0,4	-0,5
8. Folyó termelő felhasználás	31692	0,6	1,8	-1,4	-1,5
9. Kereskedelmi egyenleg	1033	-4,5 (exp.%-ában)	-0,6 (exp.%-ában)	-84,7	-93,1
10. Foglalkoztatottság, ezer fő	3841	0,7	0,3	-0,2	-0,5
11. Tőkeállomány (nettó)	112195	0,2	0,5	0,0	0,3
12. GDP volumen termelői áron	23427	0,9	1,4	-0,4	-0,5

9-3. táblázat: Főbb makroökonómiai mutatók a “top-down” szimulációban

mértékegység: % vagy a jelzett		eltérés az alapváltozattól, %pont	
Mutatók:	**Bázisév**	**2013**	**2014**
1. Átlagbér, million forint/fő	3,05	-0,10	-0,1
2. Tőkehozamráta, %	3,8	-0,3	-0,4
3. Deviza árfolyamindex	100,0	3,8	3,5
4. Fogyasztói árindex	100,0	0,0	0,0
5. Beruházási árindex	100,0	-1,3	-1,1
6. Fogyasztói árak éves változása, %	4,0	0,0	0,0

Látható a recessziós hatás, ez azonban a háztartásokat látszólag keveset érinti. A foglalkoztatás és a reálbér ugyan valamicskét csökken, de a fogyasztás stagnál. Még esetleg nőhetne is, de az exportból “visszamaradt” output a modellben a felhalmozásban csapódik le (piaci logika szerint rövidtávon a készletfelhalmozásban). A CGE-modell nem tudja felülbírálni a GAP-modellből kapott makrogazdasági feltevéseket, viszont szigorúan szem előtt kell tartania a mérlegösszefüggéseket, és megadott jövedelemelosztási-megtakarítási mechanizmusokat. Nyilván a termelékenység csökkenését, vagy egyéb átmeneti alkalmazkodást figyelembevéve figyelembevehető a modellben az exportkiesés recessziós hatása.

A modell elsősorban a szerkezeti, differenciális ágazati hatásokat képes felbecsülni. Ezek szemléltetésére mutatjuk be a termelés változását:

9-4. táblázat: Az ágazati bruttó kibocsátások alakulása a “top-down” szimulációban

		változás az alapváltozathoz, %	
Ágazatok:	**Bázisév, milliard Ft**	**2013**	**2014**
1. Mező-, erdő- halgazdaság	2082,8	0,3	-0,2
2. Élelmiszeripar	2467,9	-0,4	-1,1
3. Kőolajfeldolgozás	1665,8	-0,5	-0,8
4. Villamosenergia-,hő- és gázellátás	1807,4	0,1	-0,3
5. Gyógyszergyártás	700,3	-0,4	-0,7
6. Járműgyártás	3900,4	-4,4	-4,6
7. Egyéb feldolgozóipar	12764,0	-3,7	-3,8
8. Építőipar	2603,3	4,3	6,9
9. Szálláshely-szolgáltatás; vendéglátás	1004,0	0,2	-0,6
10. Közlekedés	2850,8	-0,6	-0,8
11. Távközlés	767,6	0,5	-0,1
12. Egyéb anyagi szolgáltatás	5759,1	0,1	0,0
13. Pénzügyi szolgáltatás	2003,5	0,5	0,1
14. Ingatlanügyek	2999,0	0,9	0,7
15. Egyéb gazdasági szolgáltatások	4754,8	0,0	0,0

16. Közigazgatás és védelem	2734,1	0,0	0,0
17. Oktatás	1418,2	0,1	-0,1
18. Egészségügyi-szociális szolgáltatás	1599,1	0,2	0,0
19. Egyéb nem-anyagi szolgáltatások	1237,7	0,4	-0,2
Összesen	**55119,8**	**-0,9**	**-1,0**

A táblázatból jól látható az exportágazatok nagyobb visszaesése, legalábbis az alappályához képest.

A CGE-modell átadja a mikroszimulációs modellnek a fogyasztói árakat, béreket és foglalkoztatást ágazati bontásban, ami aztán a fentiekhez hasonlóan a réteghatásokat számítja ki.

Összefoglalva ennek az újszerű integrált modell-rendszernek a szimulációs vizsgálatait elmondhatjuk, hogy a szimulációk érzékeltették a modell képességeit a gazdaság aktuális kérdéseinek a sokoldalú elemzésére, és egyidejűleg rámutattak arra, hogy a gazdaságpolitikának milyen rész-összefüggéseket kell még tisztábban látnia, hogy a modell ezeket egyesítve még több kérdésben bizonyulhasson megbízható elemző eszköznek, amellyel életszerű hatásszimulációk és reális feltételes előrejelzések készíthetők.

9.3. A SOCIOLINE-modell néhány fontosabb és újszerű vonása

A ’90-es években intenzíven folytatott környezetgazdasági modellezési tevékenységem során egyre erősebben kezdett foglalkoztatni a fenntarthatóságnak az egyéb dimenziói is. A magyar gazdaság piacgazdasági átalakulásának, a nyugateurópai gazdaságokhoz való felzárkózásának és azokkal való integrálódásának eredményességét ugyanis aggasztó mértékben veszélyeztették a magas külső adósság, a magas államadósság, a különféle egyenlőtlenségek, egyes régiók illetve társadalmi csoportok leszakadása, az egyre katasztrofálisabb demográfiai helyzet (beleértve a nyugateurópai munkaerőpiacok megnyílása után felgyorsult kivándorlást is), a feketegazdaság és a korrupció igen magas szintje, valamint a különféle társadalmi szervezetek és állami intézmények gyengesége, társadalom- és gazdaságszervező, ellenőrző- és jogérvényesítő funkcióinak súlyos zavarai. Ezért a fenntartható növekedés vizsgálata, illetve egy erre szánt modell megalkotása nem szorítkozhat szűken a környezet- illetve a gazdaság folyamataira. Ezért a modellezésnek ki kell terjednie azokra a társadalmi folyamatokra is, amelyeknek jelentős, mérhető hatásaik vannak a gazdaságra.

A Nemzetgazdasági Minisztériumban a Széchenyi Terv hosszútávú hatásvizsgálatára 2001-ben kifejlesztett „fenntartható növekedés” nevű modellemben kezdtem ezeket az elképzeléseimet megvalósítani. Ezek az erőfeszítéseim nemsokára partnerre és támogatóra találtak az ECOSTAT Gazdaságelemző és Informatikai Intézet vezetésében és azon modellezői körében, akik az ECOLINE modellt fejlesztették és működtették. Az ezután részben közösen fejlesztett modellemnek is ők javasolták a SOCIOLINE elnevezést, utalva arra, hogy e modell kiegészíti az elsősorban rövidtávú és gazdasági előrejelzésekre alkalmas ECOLINE modelljüket. Az első változatban még csak egyszektoros modellt a Révész – Cserháti – Takács (2001) monográfia ismertette, a később többszektorossá fejlesztett (konkrétan 5-szektoros bontásban kalibrált) modellváltozatot pedig 2006-ban publikáltam egy hasonló ECOSTAT kiadványban (Révész, 2006). A többszektoros modell adatbázisán több éven keresztül dolgoztam, hogy a 61 szektoros adatbázisból a mindenkori igények szerinti ágazati bontásban is tudjuk a modellt számszerűsíteni. Erről a nagyszabású munkáról a legtömörebb publikáció is 40 oldalra rúgott, amit a főszerkesztő megértésének köszönhetően a Statisztikai Szemle két egymás utáni számában, két részletben jelenhetett meg (Révész, 2003, 2003a). Az adatbázis 1998. évi adatokat tartalmazott, közte az 1998. évi ÁKM adatait is. A következő, 2005. évi ÁKM megjelenése után hozzáfogtam az adatbázis frissítéséhez, azaz a 2005. évi adatokkal való lecseréléséhez. Ez a statisztikai módszertan, az elérhető statisztikai adatforrások körének (beleértve a KSH-ból beszerezhető munkatáblákat és szóbeli közléseket is) változása miatt messze nem rutinfeladat volt. A 2005. évre elkészült adatbázist a munkálatokban jelentős szerepet vállalt Takács Tibor kollégámmal ismét két részletben, összesen 40 oldal terjedelemben közöltük a Statisztikai Szemlében (Révész – Takács, 2011, 2011a). Ebben az alfejezetben a fenti publikációim alapján vázolom a modell főbb sajátosságait, újszerű vonásait, valamint az adatbázis ezekkel összefüggő fontosabb részeit, és összeállításának különféle kihívásait.

A modell elsősorban a gazdasági, természeti és társadalmi értelemben egyaránt fenntartható fejlődés feltételeinek vizsgálatára, a gazdaságpolitikai döntések és a külső körülmények változásának sokrétű, közvetlen és közvetett, rövid és hosszú távú hatásainak, valamint adott esetben (választhatóan) az optimális költségvetési kiadási szerkezet számszerűsített bemutatására használható. A modellel tehát választ kereshetünk arra, hogy az állami költségvetés milyen struktúrája biztosítja az optimális fejlődési pályát, beleértve azt, hogy a piacgazdaságban az externáliák (infrastruktúra, környezet, oktatás-egészségügy stb.) biztosításának állami feladata milyen mértékű állami finanszírozást igényel, illetve tesz célszerűvé, hol lehetséges szűk keresztmetszetek oldása, mi az ilyen beruházások hatékonysága. A különféle jóléti és közigazgatási rendszerek átalakítása is szélesebb összefüggésben elemezhető az államigazgatási hatékonyság és a humántőke- akkumuláció ábrázolása révén. Tőkeként ábrázoljuk a demokráciát, a járadékokat is, és figyelembe vesszük ezek visszahatását a gazdasági hatékonyság és egyenlőség hosszú távú alakulására. A demokrácia tőke alakulása a modellben az egyes rétegek egyenlőtlenségétől, a demokrácia pillérét jelentő középosztály jövedelemrészesedésétől, az állami természetbeni juttatások és a közfogyasztás GDP-re vetített arányától függ. Másfelől a demokrácia tőke szintje hat a környezeti-, infrastrukturális- és termelőberuházások hatékonyságára.

A sajátos megkülönböztető jegyektől eltekintve a SOCIOLINE egy többszektoros (jelenleg öt ágazatra specifikált) dinamikus szimulációs modell. A SOCIOLINE egy adott kiinduló év átfogó és részletes adatai alapján számszerűsített („kalibrált") egyenletrendszer megoldásaként – adott időhorizonton belül – ágazatonként és intézményi szektoronkénti bontásban előállítja a főbb termelési-, ráfordítási-, felhasználási-, ár-, árfolyam-, kamat-, jövedelem-, megtakarítási- stb. folyam-kategóriák, valamint az erőforrások és pénzügyi (portfolió) állományok jövőbeni idősorait. A pénzügyi eszközökön belül a megkülönböztettem a forint- és devizaeszközöket. A vagyonok és az adósságállományok akkumulációjánál figyelembevettem az átértékelődési hatásokat is. E kategóriák differenciált ábrázolása (beleértve az MNB monetáris politikáját és eszköztárát tükröző speciális viselkedését is) fontos a megtakarítások, az ágazati beruházások, a kamatok, kamatlábak, hozamjövedelmek, valamint az átértékelődési hatások és az ezzel is összefüggő adósságválságok ábrázolására. Például ezzel az előrelátó ábrázolással előre lehetett volna elemezni a devizaalapú lakáshiteltartozásoknak a feltételezett forintleértékel(őd)és hatására történő megugrásának várható következményeit. A modell figyelembeveszi azt is, hogy a külföldi eladósodás hat a deviza-kamatlábra („CDS-felár”, pénzügyi fenntarthatóság).

A modell *szereplői* a különféle ágazatok (egyelőre tehát öt ágazatra bontjuk a gazdaságot), a háztartások egyes rétegei (jelenleg három jövedelemnagyság szerinti csoportot ábrázolunk), az államháztartás, a háztartásokat segítő non-profit szervezetek, a külföld, valamint a pénzintézetek termelőtevékenységétől különválasztva (mintegy pénzügyi alapként) ábrázoljuk a bankrendszer befektetési tevékenységét is.

A modellben különféle *elszámolási azonosságok*, technikai és viselkedési egyenletek, illetve *szabályozó korlátok* szerepelnek. Az elszámolási azonosságok közül a legfontosabbak az ágazati termékmérlegek (volumenben), az áregyenletek (az ár a különféle fajlagos költségek és jövedelmek összege), a jövedelem-kiadás mérlegek, valamint az erőforrások és pénzügyi állományok állomány-folyam (stock-flow) konzisztenciát biztosító akkumulációs azonosságai. Természetesen különféle egyéb azonosságok, (például a részek és az egész közöttiek) is megtalálhatók a modellben.

A *technikai egyenletek* közül elsősorban az ágazatonként és intézményenként különböző termelési függvényeket emelhetjük ki, amelyek a tőke és munkaerő mellett egyéb termelési tényezőket (jelesül az infrastruktúra állományát) és a termelés hatékonyságát befolyásoló intézményi adottságokat is explicit módon szerepeltetik. A ráfordítási együtthatók részletesen specifikálva jelennek meg, az import és hazai termékek közötti helyettesítési lehetőségeket részletesen ábrázolva. A modell a hazai és export termékek közötti korlátozott átváltási (transzformációs) lehetőségeket is figyelembeveszi.

A *viselkedési egyenletek* részletesen ábrázolják az egyes szereplők preferenciáit. A termelői és fogyasztói viselkedést alapvetően célszerűnek, haszonmaximálónak illetve költségminimálónak tételezi fel, de lehetőség van az ettől eltérő magatartás figyelembevételére is. Jellegzetesen ilyen a külföldnek az exporttermékeink iránti keresletének ábrázolása, ahol az optimalizálás helyett általában megelégszünk bizonyos ár(arány)rugalmasság feltevésével.

A *jövedelemelosztás* is részletesen, tételenként és a háztartások esetében rétegenként jelenik meg a modellben, hogy az állami költségvetés alakulását és az elosztási viszonyok visszahatását a reálfolyamatokra minél hitelesebben tudjuk számszerűsíteni.

A tulajdonosi jövedelmek külön kategóriaként való kezelése lehetővé teszi ezeknek a vagyontól függő ábrázolását és az eladósodás adósságszolgálati terheinek bemutatását.

A modellben az *államháztartás elsődleges kiadásai* jelleg szerinti bontásban az alábbiak:

- pénzbeni társadalmi juttatások,
- természetbeni társadalmi juttatások,
- közfogyasztási kiadások,
- államháztartási beruházások,
- beruházási-felhalmozási juttatások.

A *megtakarítások és beruházások* (beruházási támogatások) blokkját is a szokásosnál jóval nagyobb mélységben dolgoztuk ki, hogy az infrastrukturális állami szerepvállalás lehetséges eszközeit minél részletesebben mutathassuk be az optimális eszközkombináció feltárása

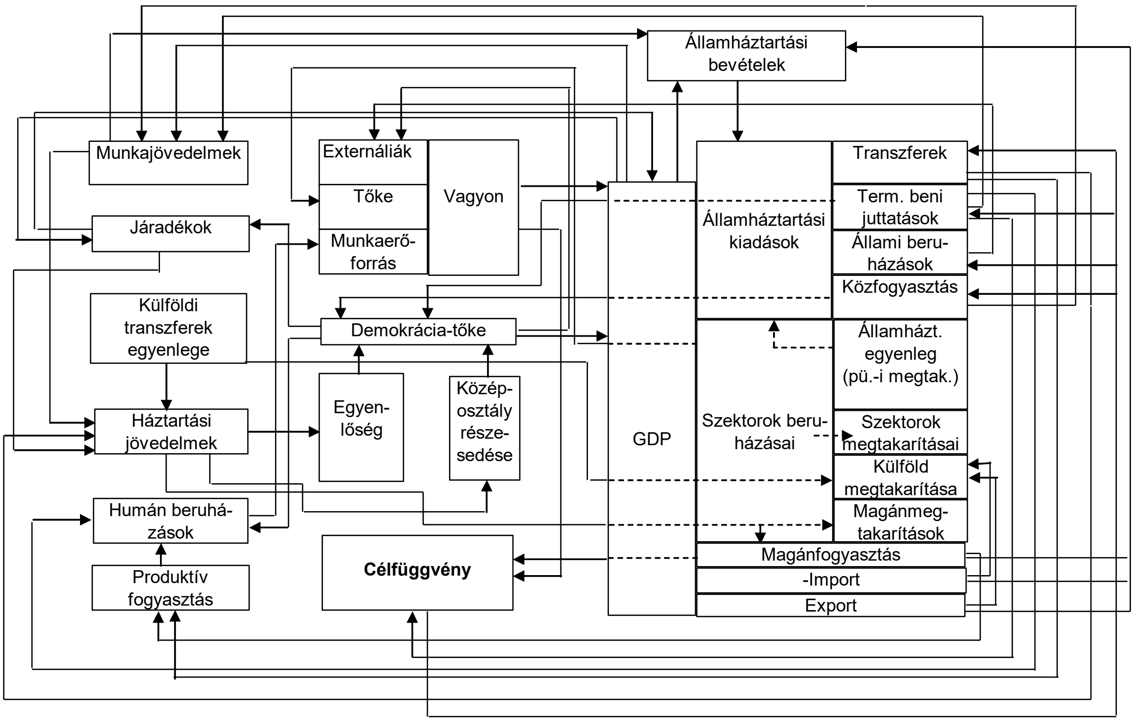
revesz.tamas_73_23

érdekében.

Végül a *portfolió blokk* az egyes szereplők pénzügyi megtakarításainak az egyes aktívák és passzívák szerinti összetételét határozza meg. A modell sem az árfolyam, sem az árszint közvetlen meghatározását (a numeraire szerepeltetését) nem igényli. Mivel a modell *nem árhomogén*, az *infláció* reálhatásokat okoz. Az inhomogenitás okai például az indexálatlan tartozás- és követelés nyitóállományok, vagy a pénzkeresleti függvények, a pénz inflációtól függő reálhozama.

A modell blokkjainak kapcsolatrendszerét bemutató diagramot az 9-1. ábrán láthatjuk.

9-1. ábra A SOCIO-LINE modell folyamatábrája



A modell hazai, de nagy valószínűség szerint nemzetközi viszonylatban is számos újszerű vonást tartalmaz. A modell komplexitását és felhasznált adatai széles körét tekintve is szinte egyedülálló, de az egyes szférák ábrázolását tekintve is számos sajátos vonást mutat. Az eddig említetteken túl (kidolgozott termelési függvény és jövedelemelosztási, portfoliódöntési mechanizmusok) említhetjük az alábbiakat:

- a humántőke rétegenkénti, a fogyasztás szintjétől és összetételétől is függő akkumulációjának ábrázolása,
- az erőforrások részletes, átfogó és volumenben valorizálással kifejezett adatai (környezeti tőke, infrastruktúra, termelőtőke a lakásállományt is beleértve és szakágazati bontásban),

- a másodlagos jövedelemelosztás ágazati bontásban való ábrázolása az ágazatok rendelkezésre álló jövedelmének, hitelfelvételének, valamint beruházási kiadásainak ennek függvényében is történő meghatározása,
- részletes portfolió adatok és portfolió-alakulási egyenletek, a hozamráták endogén meghatározásának lehetősége és az adósságállományok akkumulációja ábrázolása,
- a makroökonómiai „lezárási” lehetőségek bősége a mindenkori gazdaságpolitika jellegének megfelelően,
- az államháztartás kiadási szerkezetének funkcionális bontása, ezek arányainak endogén, esetleg optimális alakulásának ábrázolása,
- a növekvő szerepű és sajátos viselkedésű non-profit szektor külön ábrázolása.

A modellhez a gazdaság legkülönbözőbb kategóriáiról, folyamatairól van szükség *adatok*ra, de az ágazati és rétegbontási igényt leszámítva egy-egy területről viszonylag kevésre. Ezek közül a legfontosabbak az ágazati termékmérlegek (az ÁKM „felső hasábja”), a termékekhez kapcsolódó különféle pénzügyi hidak (termékmérlegmátrixszal azonos struktúrájú) mátrixai, a beruházási mátrix, az ágazati és intézményi szektorok költség-jövedelem mérlegei, illetve pénzügyi aktívái és passzívái, az erőforrás-állományok és készletek, a külföldi turisták fogyasztásának termékszerkezete, valamint a rezidens háztartások jövedelmeinek és fogyasztásának tételes és rétegenkénti bontása.

A fenti adatkategóriák *adatforrásai* közül kiemelendők a nemzeti számlák, a nemzetgazdaság pénzügyi számlái, a társasági adóbevallások (TÁSA-k) adatállománya, a költségvetési zárszámadás, a háztartás-statisztika, a nemzetközi fizetési (és tőke-) mérleg, valamint a gazdaság egyes területeire vonatkozó (ipari és építőipari, energiagazdálkodási, környezet- és szociális) statisztikai évkönyvek adatai.

A modell adatbázisa összeállításának egyik legnagyobb kihívása volt *4 alágazat leválasztása*. A KSH által általában a Nemzetközi Ipari Osztályozási Rendszer (ISIC) szerinti két számjegyes mélységben (akkoriban konkrétan 57 ágazatos bontásban) közölt adatokból ugyanis a hiteles energia- és környezetgazdasági elemzések lehetővé tétele érdekében külön kellett választanom négy alágazatot, az „integrált” szénbányászatot, a gázelosztást (a 40-es TEÁOR’03-as ágazatból), a kőolaj-/földgázkitermelést a (a 23-as TEÁOR’03-as ágazatba sorolt MOL-ból) és a vegyi alapanyag-gyártást (a 241-es TEÁOR’03-as alágazatot). Ezáltal az adatbázis 61-szektoros lett. E négy alágazat leválasztásához, amelynek során mindenekelőtt a hazai kőolajtermelés és az integrált szénbányák nem piaci termelésének értékét kellett imputálnunk, az Iparstatisztikai Évkönyvben, a MOL Éves Jelentésében, a társasági adóbevallásokban, az Energiagazdálkodási Statisztikai Évkönyvben, az MVM Statisztikai Évkönyvben és egyéb forrásokban (például a Levegő Munkacsoport tanulmányaiban) található, illetve a KSH szakértőjétől kapott adatokat (például a gázelosztás sora az ÁKM-ben) vagy ezek hiánya esetén az 1998. évi adatbázisban szereplő adatokat (azok arányait) használtam fel.

Az adatbázis összeállítása nehézségeinek és dilemmáinak illusztrálására egy másik példaként a háztartási szektor nemzeti számlákban található és egyéb adatai rétegekre bontásának módszerét vázolom. A 2005. évi háztartásstatisztikai (HKF-) adatok feldolgozására egy SAS-programot készítettem. Ez a következő fő műveleteket végezte:

– ágazatonkénti bontásban meghatározta az egyes háztartások munkajövedelmeit (keresetekre és vállalkozási jövedelmekre külön-külön);

– az egy főre eső jövedelem alapján meghatározott centilis értékek és egyéb társadalmi-gazdasági rétegképző ismérvek segítségével besorolta a háztartásokat a lakóhely-, aktivitás-, gyermeklétszám-, jövedelem ismérvek alapján képzett, 24 réteg valamelyikébe; és

– minden szükséges kategóriára kiszámította a teljes népességre felszorzott rétegösszesen értékeket.

A transzfereket a SOCIO-LINE modell bevételi-kiadási kategóriái szerinti bontásban és az alapadatoknak a 24 rétegből a modellhez definiált 3 jövedelmi csoportra (tercilisekre) való aggregálása után, azaz csak 3-réteg szerinti bontásban határoztam meg a megfelelő makrostatisztikai adatokhoz igazítva. A transzferek meghatározásával kapcsolatban a következő megjegyzéseket érdemes fűzni:

A természetbeni társadalmi juttatások értelemszerűen nem szerepelnek a háztartás-statisztikában, így a modellben ezeket (a zömmel oktatási és egészségügyi szolgáltatásokat) részben a gyerekek, részben a nyugdíjasok (háztartás-statisztikában szereplő) számával osztottam arányosan szét rétegekre.

A kapott tőketranszfereket egyik rendelkezésre álló komponensük, a szociálpolitikai kedvezmény, az adott tőketranszfereket pedig jobb proxy híján a közcélú adományok arányában osztottam szét.

A valuta- és a devizaárfolyam-változásból származó átértékelődés háztartási szektorra vonatkozó összesen értékét rétegekre a külföldi üdülési kiadások, míg az egyéb forintkövetelések átértékelődését – aminek a pénzügyi számlákbeli 82,1 milliárd forint összesen értékéből 80,1 milliárd forint a biztosítási díjtartalékokra esik – az ilyen célú befizetések arányában osztottam szét.

Miután minden bevételi és kiadási tételt a három rétegre bontva is megbecsültem, a cégtulajdon nélküli nettó pénzvagyonváltozást a bevételek és a kiadások egyenlegeként határoztam meg. A bevételi-kiadási tételek becslésének (a rétegek közötti elosztásának) hibája tehát ebben a pénzvagyon-változásban jelentkezett, azaz a rétegek közötti elosztások jóságának ellenőrzésére is szolgál. Mivel azonban az eredmények elfogadhatók voltak (az 1. és a 2. réteg 304, illetve 165,5 milliárd forinttal eladósodik, a 3. réteg pénzvagyona pedig 793,5 milliárd forinttal nő), egyelőre nem kellett felülvizsgálnom a rétegek közötti elosztás módszerét.

A pénz, a külföldi cégtulajdon és az egyéb forintkövetelések állományait a kapott kamatok, a belföldi cégtulajdont a kapott osztalékok, az egyéb forinttartozásokat a fizetett kamatok, a devizaköveteléseket és -tartozásokat pedig a külföldi üdülés arányában osztottam szét rétegekre. Ez utóbbinál későbbi években át lehetett volna térni a lakáshitel-tartozások arányában való szétosztásra, amelyeknek már 2005-ben jelentős része devizaalapú hitel volt.

Végül néhány szóval vázolom a modell egy gazdaságpolitikai alkalmazását. 2004-ben a SOCIOLINE modellel a Miniszterelnöki Hivatalnak végzett és később publikált számításaink (*Cserháti–Révész–Takács,* 2004) alapján jeleztük, hogy változatlan gazdaságpolitika (költségvetési struktúra) és jövedelemelosztási mechanizmusok mellett a gazdaság hosszú távú növekedési potenciálja korlátozott, évi 2 százalék körüli. Ebben jelentős szerepe volt a társadalmi fejlődésben előre jelezhető negatív tendenciáknak (a munkaerő-újratermelés elégtelenségének, az egyenlőtlenség fokozódásának, a gazdaságszervező és szolgáltató állam intézményeit érintő leépülésnek stb.). Az akkori, EU-csatlakozás körüli általános optimizmustól áthatott időszakban modellszámítási eredményeinket nehéz volt elfogadtatni, esetenként 3-4 oldalas magyarázatot kellett írnunk a hivatalos- és a modell által adott előrejelzések eltéréseinek magyarázatára. Utólag azt hiszem megállapítható, hogy nem a modell számítási eredményeit kellett volna ilyen erős fenntartásokkal kezelni.

A modellben az államháztartási kiadási szerkezet rögzíthető, és emellett számítható a gazdaság pályája. Ezzel kapcsolatban a 2019-ig terjedő időhorizonton az alábbi *hatásvizsgálat*ot végeztem. Az alapváltozatban az államháztartás kiadási szerkezete a kiinduló szinten volt rögzítve. Az alternatív kiadási szerkezettel történt szimulációban a természetbeni társadalmi juttatások (oktatás, egészségügy) részaránya 2 %-ponttal, a pénzbeni társadalmi juttatások, a közfogyasztás és az állóeszközfelhalmozás részaránya egyaránt 1-1 %-ponttal nőtt, a felhalmozási juttatások részaránya pedig 5 %-ponttal csökkent. Ez a változás kedvezőbb eredményekre vezetett hosszútávon a fontosabb mutatókban. A részletes eredményeket a 9-5. táblázat mutatja. Ebben, ahol nincs feltüntetve másként a 2. oszlopban, ott a számok 1998. évi áron milliárd forintot jelentenek.

9-5. táblázat: A SOCIOLINE-modellel végzett költségvetési kiadási hatásszimulációk eredményei

kategória	mérték-egység Mrd Ft, 1998. évi áron, %	Alapváltozat 2003 szint	Alapváltozat 2019 szint	Alapváltozat 2003-2019 éves változás, %	Költségvetési szerkezetváltozással 2019 szint	Költségvetési szerkezetváltozással 2003-2019 éves változás, %
Állóeszközállomány év elején		59603	83452	**2,13**	83616	**2,14**
- ebből: kisjövedelműek		3006	3500	**0,95**	3510	**0,97**
középosztály		5980	6671	**0,69**	6688	**0,70**
magasjövedelműek		5438	7920	**2,38**	7942	**2,39**
Infrastruktúra állománya év elején		7062	7862	**0,67**	7969	**0,75**
Környezeti tőke állománya év elején		12612	11228	**-0,72**	11277	**-0,70**
Humántőke-állomány év elején		60606	90422	**2,53**	91833	**2,62**
- ebből: kisjövedelműek		13074	24475	**4,00**	24904	**4,10**
középosztály		22621	33877	**2,56**	34415	**2,65**
magasjövedelműek		24910	32070	**1,59**	32514	**1,67**
Demokrácia index	1998=100	94,8	77,94	**-1,22**	79,59	**-1,11**
Egyenlőség-index	1998=100	97,6	93,3	**-0,28**	93,4	**-0,28**
Középosztály jöved. részesedése	%	37,08	35,77	**-0,22**	35,8	**-0,22**
Kisjövedelműek pénzügyi vagyona		121	17	**-11,40**	18	**-11,14**
Középosztály pénzügyi vagyona		2366	6589	**6,61**	6870	**6,86**
Magasjövedelműek pénzügyi vagyona		4265	10867	**6,02**	1132	**-7,98**
Kisjövedelműek hozamjövedelme		8,6	17,4	**4,53**	15,9	**4,08**
Középosztály hozamjövedelme		186,2	403,6	**4,96**	418,6	**5,19**
Magasjövedelműek hozamjövedelme		332,4	780,9	**5,48**	801,9	**5,70**
Kisjövedelműek fogyasztása		1879	2340	**1,38**	2398	**1,49**
Középosztály fogyasztása		2583	2510	**-0,18**	2561	**-0,09**
Magasjövedelműek fogyasztása		2457	2318	**-0,36**	2351	**-0,32**
Háztartások fogyasztása összesen		6918	7168	**0,22**	7310	**0,30**
Közfogyasztás		1024	1025	**0,01**	1062	**0,19**
Állóeszköz-felhalmozás		3073	7540	**5,77**	7551	**5,84**
Export volumene		5342	9578	**3,72**	9688	**3,80**
Import volumene		6085	10059	**3,19**	10131	**3,24**
Külkereskedelmi egyenleg		-207	-207	**0,00**	-207	**0,00**
GDP volumene alapáron		10439	15446	**2,48**	15657	**2,56**
Reálbérek	1998=100	116	179	**2,77**	180	**2,81**
Deviza reálárfolyam	1998=100	101	110	**0,50**	110	**0,55**
Államháztartási kiadás/GDP	%	39,9	27,0	**-2,42**	26,6	**-2,50**
Állami természetbeni társ. juttatási volumen		1152	1149	**-0,01**	1226	**0,31**
Állami pénzbeni társadalmi juttatás,reálérték		1371	1371	**0,00**	1413	**0,14**
Állami felhalmozási juttatási volumen		224	224	**0,00**	15	**-14,09**
Állami állóeszközfelhalmozás volumene		383	383	**0,00**	424	**0,49**
Állami kiadásokból részesedések *(exogén)*:				**0,00**		**0,00**
- pénzbeni társadalmi juttatás	%	32,92	32,92	**0,00**	33,92	**0,14**
- természetbeni társ. juttatás	%	27,91	27,91	**0,00**	29,91	**0,33**
- közfogyasztás	%	24,61	24,61	**0,00**	25,61	**0,19**
- felhalmozási juttatás	%	5,37	5,37	**0,00**	0,37	**-14,06**
- állóeszközfelhalmozás	%	9,19	9,19	**0,00**	10,19	**0,49**

A fenti táblázatból látható, hogy a költségvetési szerkezetváltozás esetén a környezeti tőke (környezetminőség) és a demokrácia-index kevésbé csökken, a GDP és ezen belül a fogyasztás és felhalmozás gyorsabban nő. Különösen figyelemreméltó a beruházások 5,77 illetve 5,84 %-os növekedése a két szimulációban. Ez a kiugró érték sem tekinthető életszerűtlennek, és a 2010-es években hasonló magas beruházási dinamika eredményeként nőtt a GDP-n belüli beruházási hányad mintegy 10 százalékponttal.

A költségvetési szerkezetváltozással számoló szimulációban a kis- és középjövedelműek pénzügyi vagyona és fogyasztása is kedvezőbben alakul az alapváltozatbelinél, a magasjövedelműek pénzügyi vagyona viszont – a lakásberuházási szokásaik feltételezett változatlansága mellett – nagyon megsínyli a felhalmozási juttatások majdnem teljes megszüntetését. Ez a számítási eredményekben az egyetlen kiugróan nagy változás, és rámutat arra, hogy a modellnek az ilyenfajta gazdaságpolitikai hatásszimulációkkal való futtatása hogy járulhat hozzá a modell viselkedési egyenletei továbbfejlesztéséhez, árnyaltabb összefüggések beépítéséhez. Ez nem azt jelenti, hogy az ilyen kiugró változások mind életszerűtlenek lennének, és ennek megelőzése végett kellene a modellspecifikációt módosítani. A magas jövedelműek *nettó* pénzügyi pozíciójának nagyarányú csökkenése ugyanis egyáltalán nem tekinthető irreális eredménynek figyelembevéve éppen e réteg 2011-ig ténylegesen megvalósult olyan mértékű eladósodását devizahitelekben, ami a nettó pénzügyi pozícióját hasonlóan drámai mértékben lerontotta, és ami a tömeges fizetésképtelenség elkerülése érdekében a kormányt a „végtörlesztés", majd a banki „elszámoltatás" néven ismert adósságleírási intézkedéseire sarkallta.

Noha a szimulációs forgatókönyvben sokféle, például az államháztartás bevételi oldalát is érintő paraméterváltozásokat (adókulcsok, stb.) is figyelembe lehetett volna venni, a fenti szimuláció célja annak demonstrálása volt, hogy ha csak az államháztartási kiadások szerkezetét változtatjuk, már az is érezhetően javítja a gazdaság hosszútávú pályáját, közelebb viszi a fenntarthatósághoz.

Összefoglalás

Az értekezésemben megpróbáltam rendszerezetten, az egyszerűbbtől a bonyolultabb modellek felé haladva bemutatni a réteg-, regionális- és ágazati bontású „mezo-makroökonómiai" modellezés területén az elmúlt 22 évben elért főbb eredményeimet az adatbázisok összeállításának, az adatok becslésének kérdéskörétől kezdve a modellek matematikai sajátosságainak tárgyalásán, több esetben saját magam által kidolgozott levezetésén át a modellek különféle alkalmazási tapasztalatainak és lehetőségeinek bemutatásáig bezárólag. Az ismertetett kutatási eredményeim egyrészét (főleg a még nem publikált frissebbeket) viszonylag részletesen, másokat rövidebben tárgyaltam. Az I. részben egyes módszertani kérdések megvilágításával igazoltam, hogy a gyakorlatban alkalmazandó modellek modellezőinek miért fontos a statisztikai módszertan ismerete, és annak felhasználása a hiányzó vagy egymással inkonzisztens adatok becslésére illetve korrigálására. Példákkal is alátámasztottam, hogy már e becslések és korrekciók megfelelő elvégzése is komoly modellezési munkát igényel. Bemutattam, hogy lehetséges a rendelkezésre álló statisztikai adatok alapján a háztartásoknak a különféle elemzésekhez szükséges rétegekre való bontása, és hogy az egyes rétegek munkajövedelmeinek illetve fogyasztásának az ágazati eredet szerint eltérő szerkezete szükségessé teszi a jövedelmi- illetve fogyasztási egyenlőtlenség alakulásának figyelembevételét a makroökonómiai kategóriák számszerű meghatározását célzó modellekben is. Hasonló következtetéseket vontam le az országos ÁKM-ek a regionális bontásával kapcsolatban is. Az egyes megyék eltérő ráfordítási- és értékesítési szerkezete, valamint a más megyékkel való eltérő összekapcsoltsága következtében a végső kereslet változása igen eltérő multiplikátor-hatásokat generál attól függően, hogy közvetlenül melyik megyében jelentkezik.

A II. részben azt demonstráltam, hogy a sokak által meghaladottnak, elméletileg lezártnak tekinthető lineáris input-output volumenmodellek ma is milyen fontos információkat adhatnak aktuális gazdaságelemzési, sőt gazdaságpolitikai kérdések vizsgálatához, valamint hogy e modellek kisebb, többé-kevésbé újszerű kiterjesztései hogyan bővítik a felhasználási lehetőségeket és hogyan növelik a számítási eredmények életszerűségét, illetve általában vett megbízhatóságát. Az általában volumenmodellként használt, illetve értelmezett, valójában az értékáramlásokat mutató SAM-modell kapcsán arra is rámutattam, hogy a modell kiegészítése egy árakat meghatározó blokkal vagy többé-kevésbé merev kínálati korlátokkal hogyan segíthet a gazdasági növekedés szűk keresztmetszetei felismerésében, azok oldásában, illetve az infláció szerkezetének, az árarányok változásának a megértésében.

A III. részben olyan modelleket mutattam be, amelyek az árak-, jövedelmezőségek és jövedelemelosztási mechanizmusok meghatározására helyezve a hangsúlyt a gazdaság hosszútávú egyensúlyának és hatékony működésének a feltételeit vizsgálják. Bemutattam, hogy az ágazati versenyképesség nemzetgazdasági szemléletű DRC-mutatója hogyan integrálja a versenyképesség különféle aspektusait a maga komplex mutatójába, és ez miért fontos a globalizálódó világban a hazai tradable (külkereskedelemképes) ágazatok és a beszállító non-tradable ágazatok fejlődési perspektíváinak felmérésében. A 9. fejezetben a CGE-modellek stilizált változatából kiindulva két példát, esettanulmányt mutattam be a CGE-modellek dinamikus kiterjesztésére, integrálására más modelltípusokkal, valamint kiegészítésére a fenntarthatóság különféle dimenzióira vonatkozó fontosabb összefüggésekkel. Ezzel igazoltam, hogy a CGE-modelleknek a hagyományos, közismert alkalmazási területein túlmenően lehetségesek olyan kiterjesztései is, amelyek e modellekben szokatlan, de rendkívül fontos összefüggések és gazdaságpolitikai kérdések (infláció, kamatok, eladósodás, átértékelődési hatások, egyenlőtlenség, infrastruktúra, járadékok, stb.) elemzését, gazdaságpolitikai döntések támogatását erősítik.

A CGE-modellezés területén végzett, a 9. fejezet elején felsorolt szerteágazó kutatási tevékenységem közül nem is tárgyaltam az energiagazdálkodással kapcsolatos igen érdekes vizsgálatainkat, tekintve, hogy ezek egyikének, a Paksi Atomerőmű élettartam-hosszabbításával kapcsolatos (azóta ismét időszerűvé vált), Zalai Ernővel végzett közös kutatásunknak a főbb eredményei egy Szigma-cikkben megtalálhatók (Révész – Zalai, 2014a), valamint a makroökonómiai lezárással kapcsolatos kutatási eredményeimet, aminek egyikéről szintén különösebb további magyarázatot nem igénylő, Zalai Ernővel közösen írt cikkünk jelent meg (Zalai Ernő – Révész Tamás, 2016).

Az értekezésemben tárgyalt modellek egyik fő erőssége, hogy – Clopper Almon kifejezésével – mérlegazonosság-központúak („identity-centered"), azaz használatuk segít megelőzni inkonzisztens, voluntarista gazdaságpolitikai döntéseket. Bár a gazdasági szereplők viselkedésére vonatkozó összefüggéseik bizonytalanabb alapokon állnak, fontos szerepet töltenek be abban, hogy csak olyan gazdaságpolitikai döntések szülessenek, amelyek számolnak a gazdasági szereplők érdekeltségével, alkalmazkodási viselkedésével, és a gazdasági folyamatoknak a helyzetükre, jólétükre való hatásával.

A különféle kutatásaim „melléktermékeként" keletkezett, adalék- illetve kézirat-jellegű, valamint a tananyag- és oktatási segédanyag fejlesztési tevékenységem során kidolgozott elméleti és modellezési eredményeimet sem tárgyaltam. A távoktatás 3 féléve igen motiválóan, mondhatnám kényszerítőleg hatott új problémák és megoldások kidolgozására, hogy minden hallgatónak egymásétól és a korábbi feladatoktól eltérő feladatot tudjak adni az írásbeli beszámolók, röpdolgozatok, vizsgák során. Így több mint 600 új elméleti, illetve számítási feladatot dolgoztam ki. E feladatok nagy száma részben annak a kutatói tudásmegosztó hozzáállásomnak köszönhető, hogy a korábbi évek összes dolgozatpéldáját elérhetővé teszem a hallgatóknak a megoldásaikkal együtt, így azoknak, illetve a tankönyvben, jegyzetben szereplő ismereteknek dolgozatmegoldásként való mechanikus bemásolását csak a korábbi feladatok kisebb-nagyobb mértékű módosításával vagy teljesen új feladatok kidolgozásával és kitűzésével lehetett megelőzni.

A fenti alkotásaim jellegének érzékeltetésére az alábbiakban néhány ilyen (többnyire a Zalai (2012) szak- illetve tankönyvhöz kapcsolódó) témát is felsorolok:

- A Forrás- és Felhasználás mátrixokból a „rögzített ágazati értékesítési szerkezet” illetve „rögzített termékértékesítési szerkezet” feltevéssel számított ÁKM-et előállító képletek precíz és tömör levezetése
- „A”-típusú ÁKM-eknek a Forrás- és Felhasználás-táblák, valamint a nemzeti számla adatok alapján a „B”-típusú ÁKM és az importmátrix becslésén keresztüli kétfokozatú becslési módszerének kidolgozása (Révész, 2011)
- ún. korlátozott ÁKM-volumenmodell (egyes ágazatokban a termelési szint korlátozásával)
- ún. korlátozott ÁKM-ármodell (egyes ágazatok árának kívülről való megadásával)
- „B”-típusú ÁKM-volumenmodell részleges bezárásainak általánosítását képviselő modell
- A Gosh-féle sorirányú, „kibocsátási” együtthatók ÁKM-modelljének értelmezése mint árváltozások, illetve ágazati kívánatos cash-flow pozíciók modellje
- az egyes ágazatoknak a termelési láncban való pozíciójának („downstreamness”, „upstreamness”) mérésére Antràs és Chor (2013) által kidolgozott mutatószám kiterjesztése az export figyelembevételével és számszerűsítése az export külföldi felhasználási területét bemutató multiregionális ÁKM-ek alapján
- Az ágazatok export- és belföldi értékesítésének eltérő ráfordítási fajlagosai figyelembevétele az ÁKM-volumenmodellekben és multiplikátor elemzésekben
- optimalizálási modell a munkatartalom szerepének illusztrálására a tőkekorlátos gazdaságban
- 2-szektoros modellben az elérhető fogyasztási szint explicit meghatározása az erőforrás fajlagosok függvényében sajátérték-feladat megoldásával
- 2-szektoros és 2-erőforrásos (bontású) gazdaságban a Stolper-Samuelson- és Rybczynski-tételek élesítése
- 2-erőforrás korlátos „A”-típusú ÁKM-volumenmodell specifikálása és alkalmazása az import és fogyasztási szint kapcsolatának vizsgálatára
- A 2-ágazatos 2-erőforrásos (bontású) zárt Leontief-gazdaság optimalizációs modelljének megoldása nemlineáris (CES-) fogyasztói jóléti függvény, és a termelői importigények megelőlegezésének megengedése esetén
- A 2-ágazatos 2-erőforrásos (bontású) nyílt Leontief-gazdaság optimalizációs modelljének megoldása nemlineáris (CES-) fogyasztói jóléti függvény és eltérő export- és importárak esetén
- A Cassel-modell redukálása 3-ágazatos és 2-erőforrásos (bontású) gazdaságban és megoldása harmadfokú egyenlet megoldóképletével
- A Johansen-modell termelési függvényeinek lineáris közelítésével a modell megoldásának explicit alakban való kifejezése

- A Neumann-Sraffa modellben a maximális végső kibocsátás és a kibocsátási-ráfordítási együtthatók kapcsolatának meghatározása
- A Simon-Hawkins feltételek, és a Perron-Frobenius-tételek egyes részei bizonyításainak precíz kidolgozása
- A Neumann-modellel kapcsolatos egyes tételek precíz matematikai kidolgozása
- A függő determinánsok értelmezése és kezelése a strukturális dekompozíció modelljében
- A dinamikus Leontief-modell alkalmazása nyílt gazdaságra és valós magyar adatokkal való számszerűsítése, valamint ez alapján a növekedési potenciál és stacionárius ágazati szerkezet vizsgálata
- A Clopper Almon által kifejlesztett INFORUM-modelltípusba tartozó DUNA-modell adatbázisának frissítése, és beruházási hibakorrekciós függvényének kifejlesztése (e modellről lásd Papanek et al., 2001)
- A European Comparison Project (ECP) keretében Leon Podkaminer kutatócsoportja tagjaként multiregionális CGE-modell kifejlesztése az EU-csatlakozás árakra és keresletekre való hatásának becslésére (erről egy 2 lektor által is értékelt 16 oldalas kutatási jelentés is készült)
- A termékadók- és támogatások egyenlege” mátrix felbontása a főbb adónemek és támogatások mátrixaira 3-dimenziós mátrixkiigazító modellel (lásd a 9. fejezet elején felsorolt [11] és [14] műveket)
- Nem-szokványos gazdaságpolitikai intézkedések figyelembevétele a nemzetgazdasági modellezésben (Révész, 2020b)

A felsorolt – nagyrészt még cikk formájában nem publikált, azaz eleve még nem teljesen letisztult illetve kidolgozott – munkáim jelentős része valószínűleg nem tartalmaz világraszóló elméleti felfedezéseket, de jónéhány jó kiindulási alapul szolgálhat egyes elméleti hipotézisek tesztelésére és elméleti összefüggések továbbgondolására (például a felsorolás utolsó tételében szereplő téma esetében a jellemzően a versenyző piacgazdaság viszonyait ábrázoló modellek összefüggéseinek módosítása és kiegészítése az „unortodox” gazdaságpolitika jellegzetességeinek figyelembevételével), speciális eseteinek megfogalmazására, valamint dezaggregáltabb, valós adatokkal számszerűsítve gazdaságpolitikai hatásvizsgálatokra. Ahogy azt Vincze János (2011) doktori értekezésének végén az általa feltett „Mi a makroökonómiában hasznos a gyakorlat számára?” kérdésnek a tömörebb, „Mire van szükségünk?” változatára adott felsorolásában megfogalmazta:

„ …

- **új adatelemzési módszerek**
- **dezaggregált modellek**

… ”

Hivatkozások

Aguiar, A. – Chepeliev, M. – Corong, E. L. – McDougall, R. –van der Mensbrugghe, D. (2019): The GTAP Data Base: Version 10, Journal of Global Economic Analysis, Vol. 4/1, pp. 1-27.

Alders, J. A. J. (1988): De bijdrage van de bestedingscategorieën aan de groei, *Economisch Statistische Berichten*, 7 september 1988, 816-821. oldal

Ámon Zs. – Boda Gy. – Hamza L-né – Harsányi L. – Molnár L. – Nemény V. (1985): Nemzetközi versenyképesség és hatékonyság, Statisztikai Szemle, 1985., 11.szám

Antràs, P. és Chor, D. (2013): Organizing the global value chain, Econometrica, Vol. 81, No. 6 (2013 november), 2127–2204. oldal

Anwar Klára – Szőkéné Boros Zzuzsanna (2010): A bruttó hazai termék (GDP) növekedéséhez való hozzájárulás. Statisztikai Szemle. 88. évf. 10–11. sz. 1123–1131. oldal

Augusztinovics Mária (1968): Az ágazati kapcsolati modell általánosításához, Közgazdasági Szemle, 1968/5. szám, 583-599. oldal

Bacharach, M. (1970): Biproportional Matrices and Input-Output Change (Cambridge, UK: Cambridge University Press)

Black, W. R. (1972): Interregional commodity flows: Some experiments with the gravity model. Journal of Regional Science, 12(1): 107–118.

Braber, M.C. – Cohen, S.I. – Révész, T. – Zolkiewski, Z. (1996): Policy Modeling under Fixed and Flexible Price Regimes - SAM-CGE Transitional Applications, Journal of Policy Modeling, Vol.18, No.5., pp. 495-521.

Bródy András – Rényi Alfréd (1956): Az árrendezés problémája, Az MTA Matematikai Kutatóintézetének Közleményei. 1956. 3.sz. 325-335. oldal

Bródy András (1964): Az importtermékek belföldi árának megállapításához, Közgazdasági Szemle, 1964. 4.sz. 431-443. oldal

Bródy András (1964a): Három árrendszerről, Közgazdasági Szemle, 1964. 12.sz. 1426-1436. oldal

Bródy András (1965): Three types of price systems, Economics of Planning. 1965. No.3. 58-66. oldal

Bródy András (1970): Proportion, prices and planning. A mathematical restatement of the labor theory of value, Budapest - Amsterdam: North-Holland Publishing Co.

Bródy András (1979): Az értéknagyságról, Közgazdasági Szemle, 1979. 3.sz. 309-323. oldal

Bródy András (2004): Az átfutási idő hatása, Közgazdasági Szemle, 51. évf. 1. sz. 2004. 66-76. oldal

Cameron, G. és Cross, Ph. (1999): The importance of exports to GDP and jobs. *Canadian Economic Observer*, November 1999, Statistics Canada, no. 11-010-XPB.

Cazcarro, I. – Amores, A. F. – Arto, I. – Kratena, Kurt (2020): Linking multisectoral economic models and consumption surveys for the European Union, Economic Systems Research, DOI: 10.1080/09535314.2020.1856044

Chenery, H. B. (1953): Regional Analysis, In: Chenery, H. B. – Clark, P. G. – Pinna, V. C. (szerk.), The Structure and Growth of the Italian Economy. Rome: US Mutual Security Agency, pp. 97–129.

Cohen, S. I. (szerk.) (1993): Patterns of Economic Restructuring for Eastern Europe. Avebury Aldershot. Ebben lásd a Révész Tamás – Zalai Ernö : „An Analysis of the Economic System of Hungary within a SAM (Social Accounting Matrix) Framework" fejezetet

Corong, E. L. – Hertel, T. W. – McDougall, R. A. – Tsigas, M. E. – Van der Mensbrugghe, D. (2017): The Standard GTAP Model, Version 7 - Journal of Global Economic Analysis, Volume 2 (2017), No. 1, pp. 1-119.

Cross, Ph. (2002): Cyclical implications of the rising import contents in exports. *Canadian Economic Observer*, November 1999, Statistics Canada, no. 11-010-XPB

Cunningham Wood, J. (Szerk.) (1993): Leon Walras: Critical Assessments (Critical Assessments of Leading Economists), Routledge, ISBN-10 : 0415074827, ISBN-13 : 978-0415074827

Csató László (2011): Globalizáció, jövedelemelosztás és input-output modellezés, szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem Közgazdaságtudományi Kar, Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék

Csepinszky, A, - Kovács, T. – Novák, Z. (1973): A megye gazdaságának átfogó jellemzése, az ágazati kapcsolati mérlegszámítások eredményei Vas megyében, Területi Statisztika, 23(2): 117-134. oldal

Csepinszky, A. – Kovács, T. – Novák, Z. (1976): A területi ágazati kapcsolatok mérlegei, IN: A regionális elemzések módszerei (Szerk: Kulcsár Viktor), Budapest: Akadémia Kiadó, 189-240. oldal

Cserháti Ilona – Révész Tamás – Takács Tibor (2004): A Socio-Line modell – rövid ismertető. In: ECOSTAT: Makrogazdasági modellszámítások a 2020-ig tartó időszakra a nemzetközi trendek, az eurozónához történő csatlakozás követelményeinek figyelembe vételével. Budapest.

Dán Pénzügyminisztérium (2006): Economic Survey. December 2006. English Summary

Deming, W. E. – Stephan, F. F. (1940): On a least-squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal totals are known. Annals of Mathematical Statistics, 11(4): 427–444, DOI: 10.1214/aoms/1177731829

Dervis, K., J. de Melo and S. Robinson (1982): General Equilibrium Models for Development Policy. Cambridge University Press, Cambridge.

Ecostat Gazdaságelemző Intézet (2004): A versenyképesség nemzetközi gyakorlatban használt DRC hatékonyságmutatójának módszertani adaptálása, valamint ágazati és regionális számszerűsítése a magyar gazdaságra, a Gazdasági Minisztérium részére készített tanulmány

EPU-NTUA (2013): Assessment of Policy Impacts on Sustainability in Europe - Baseline and exploratory scenarios, parameters and validation, Deliverable no.: D 4.1, Grant Agreement no.: 283121, Project Acronym: APRAISE, Theme: ENV.2011.4.2.1-1: Efficiency Assessment of Environmental Policy Tools Related to Sustainability

ENSZ (1999): Handbook on Input Output-Tables Compilation and Analysis, *United Nations Department of Economic and Social Affairs, Statistics Division* - Studies in Methods - Handbook of National Accounting - Series F No.74, New York

ENSZ (2018): Handbook on Supply and Use Tables and Input Output-Tables with Extensions and Applications, *United Nations Department of Economic and Social Affairs, Statistics Division* - Studies in Methods - Handbook of National Accounting - Series F No.74, Rev.1, New York

Európai Bizottság et al. (2009): System of National Accounts 2008, New York, ISBN 978-92-1-161522-7

Flegg, A. T. – Webber, C. D. – Elliott, M. V. (1995): On the appropriate use of location quotients in generating regional input‒output tables, Regional Studies, 29: 547‒561.

Friedlander, D. (1961): A technique for estimating contingency tables, given marginal totals and some supplemental data. Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 124(3): 412–420, DOI: 10.2307/2343244

Ganczer Sándor (1968): Árszámítások, ármodellek, In: Kovács G. (szerk.): Népgazdasági tervezés és irányítás, Közgazdasági és Jogi könyvkiadó, Budapest

Geary, R. C. (1973): A method of estimating the elements of an inter-industry matrix, knowing the row and column totals. Economic and Social Review, Volume 4, Number 4, pp. 477-485, Dublin, July 1973.

Günlük-Şenesen, G. – Bates, J. M. (1988): Some Experiments with Methods of Adjusting Unbalanced Data Matrices. Journal of the Royal Statistical Society. Series A (Statistics in Society) 151(3): 473-490, DOI: 10.2307/2982995

Hall, R. E. – Jorgenson, D. W. (1967): Tax policy and investment behavior. American Economic Review, 57(3), pp. 394-414.

Henry, E. W. (1973): Relative efficiency of RAS versus least squares methods of updating input-output structures, as adjudged by application to Irish data. Economic and Social Review, 5(1), 7-29. (http://www.tara.tcd.ie/bitstream/handle/2262/68969/v5n11973_2.pdf?sequence=1)

Henry, E. W. (1974): Relative Efficiency of RAS Versus Least Squares Methods of Updating Input–Output Structures: An Addendum. Economic and Social Review, 5(2), 175-179. (http://www.tara.tcd.ie/bitstream/handle/2262/68980/v5n21974_2.pdf?sequence=1)

Hoekstra, R. – van den Berg, A. – Hoekema, F. (2006): Attributing the Euro Area GDP Growth Rate to Final Demand Components, *Statistics Netherlands*, Macroeconomic Statistics and Dissemination, Development and Support Department, 2006-67-MOO, Date 27th July 2006

Hoekstra, R. – van der Helm, R. (2010): Attributing GDP growth of the Euro Area to final demand categories. Paper prepared for the *18th International Input-Output Conference* held 20–25th June, Sydney.

Huang, W., Kobayashi, S. és Tanji, H. (2008): Updating an Input–Output Matrix with Sign-Preservation: Some Improved Objective Functions and their Solutions. Economic Systems Research, 20, pp. 111–123.

Hughes, G. –Hare, P. – Charap, J. – Zemplinerova, A. – Révész, T. – Wilczynska, D. – Wyznikiewicz, B. – Senik, C. (1994): The International Competitiveness of Industries in Bulgaria, Czechoslovakia, Hungary and Poland, Oxford Economic Papers, Vol.46, No.2., pp. 200–219., ISSN: 0030 7653

Isard, W. H. (1953): Regional Commodity Balances and Interregional Commodity Flows, American Economic Review, 43: 167-180.

Jackson, R. W. (1998): Regionalizing National Commodity-by-Industry Accounts. Economic Systems Research, 10(3): 223–238.

Jahn, M. (2017): Extending the FLQ formula: a location quotient-based interregional input–output framework. Regional Studies, 51(10): 1518-1529.

Jorgenson, D. W. (1963): “Capital Theory and Investment Behavior,” American Economic Review, Papers and Proceedings, vol. 53, no. 2, pp. 247-259.

Junius, T. – Oosterhaven, J. (2003): The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negative entries. Economic Systems Research, 15(1): 87–96.

Khayat, S. H. (2019): A gravity model analysis for trade between the GCC and developed countries, Cogent Economics & Finance, 7(1). doi:10.1080/23322039.2019.1703440

KIH (2013): Egy mikromegalapozású makromodell kifejlesztése – In: A jogszabály előkészítési folyamat racionalizálása ÁROP-1.1.10-2011-2011-0001, A Közigazgatási és Igazságügyi Hivatal eredménykommunikációs kiadványa, 24-60. oldal

Koppány Krisztián (2016): Növekedési hozzájárulások számítása input-output táblák strukturális felbontása alapján, Statisztikai Szemle, 94. évfolyam 8–9. szám, 881-914. oldal, http://www.ksh.hu/statszemle_archive/2016/2016_08-09/2016_08-09_881.pdf

Koppány Krisztián (2017): Makrogazdasági és regionális hatáselemzés multiplikátor modellekkel. Hazai alkalmazásokkal és számpéldákkal, Excel környezetben. Széchenyi István Egyetem. Győr

Kranendonk, H. C. (1998): Bijdrage van bestedingscategorieën aan de productiegroei, CPB Internal paper nr. 98/II/1, *Netherlands Bureau for Economic Policy Analysis*, The Hague, the Netherlands.

Kranendonk, H. C. and J. P. Verbruggen (2005): How to determine the contributions of domestic demand and exports to economic growth? CPB memorandum. Business cycle analysis unit, *CPB Netherlands Bureau for Economic Policy Analysis,* The Hague, the Netherlands.

Kranendonk, H. C. and J. P. Verbruggen (2008): Decomposition of GDP growth in European countries. CPB document. *CPB Netherlands Bureau for Economic Policy Analysis,* The Hague, the Netherlands, January 2008, no. 158.

Kronenberg, T. (2007): How Can Regionalization Methods Deal With Cross-hauling?, Institut für Energieforschung (IEF), Systemforschung und Technologische Entwicklung (STE), Working Paper 2007/14.

Kronenberg, T. H. (2009): Construction of Regional Input–Output Tables Using Nonsurvey Methods The Role of Cross-Hauling. International Regional Science Review, 32: 40–64.

Krugman, P. R. – Obstfeld, M. (2003): International Economics. Theory and Policy. Boston, MA, U.S.A.: Pearson Addison-Wesley

Kullback, S. – Leibler R. A. (1951): On Information and Sufficiency. Ann. Math. Stat. 22(1): 79-96., DOI: 10.1214/aoms/1177729694

Lahr, M. – de Mesnard, L. (2004): Biproportional Techniques in Input–Output Analysis: Table Updating and Structural Analysis, Economic Systems Research, Vol. 16, No. 2, June 2004, pp. 115-134.

Lanczos, C. (1950): An Iteration Method for the Solution of the Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators – Journal of Research of the National Bureau of Standards Vol. 45, No. 4, pp. 255-282, October 1950 Research Paper 2133, https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/045/jresv45n4p255_a1b.pdf

Lankhuizen, M. – Thissen, M. (2019): The implications of re-exports for gravity equation estimation, NAFTA and Brexit, *Spatial Economic Analysis*, 14(4), 384-403, DOI: 10.1080/17421772.2019.1623419

Lecomber, R. (1971): A Critique of Methods of Adjusting, Updating and Projecting Matrices, together with some New Proposals. Discussion Paper in Economics, No. 40, Department of Economics, University of Bristol, August 1971.

Lecomber, J. R. C. (1975): A critique of methods of adjusting, updating and projecting matrices. In: Estimating and Projecting Input-Output Coefficients. R. I. G. Allen and W. F. Gossling. London, UK, Input-Output Publishing Company: pp. 1-25.

Lemelin, A. (2009): A GRAS variant solving for minimum information loss, Economic Systems Research, Vol. 21, No. 4, pp. 399–408.

Lenzen, M. – Wood, R. – Gallego, B. (2007): Some Comments on the GRAS Method. Economic Systems Research, 19(4): 461-465, DOI:10.1080/09535310701698613

Lenzen, M. – Moran, D. – Geschke, A. – Keiichiro, K. (2014): A non-sign preserving GRAS-variant. Economic Systems Research, 26(2): 197–208.

Leontief, W. (1937): Interrelation of prices, output, savings, and investment. Review of Economics and Statistics 19(3):109–132. https:// doi. org/10. 2307/ 19273 43

Luu, N. – Woloszko, N. – Causa, O. – Arriola, C. – van Tongeren, F. – Johansson, Å. (2020): Mapping trade to household budget survey: A conversion framework for assessing the distributional impact of trade policies, OECD Trade Policy Papers, No. 244, OECD Publishing, Paris. http://dx.doi.org/10.1787/5fc6181b-en

Máténé Bella Klaudia (2022): A negyedéves fogyasztás mérési és becslési lehetőségei, Ph.D. értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdasági és Gazdaságinformatikai Doktori Iskola http://phd.lib.uni-corvinus.hu/1209/1/Matene_Bella_Klaudia_dhu.pdf

Michael, T. – Révész, T. – Hare, P. – Hughes, G. (1993): The competitiveness of Hungarian Industry, Acta Oeconomica, Vol. 45 (3-4), pp. 319-348

Miller, R. E. – Blair, P. D. (2009): Input-Output Analysis. Foundations and Extensions, második kiadás, Cambridge University Press, Cambridge

Moses, L. N. (1955): The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis, The American Economic Review, 45(5): 803-826.

O'Donoghue, C. – Li, – Cserháti, I. – Elek, P. – Keresztély, T. – Takács, T. (2018): The Distributional Impact of VAT Reduction for Food in Hungary: The Results from a Hungarian Microsimulation Model, International Journal of Microsimulation (2018) 11(3) 2-38.

Omar, F. H. (1967): The Projection of Input–Output Coefficients with Application to the United Kingdom. Unpublished PhD dissertation, University of Nottingham.

Oosterhaven, J. (2005): GRAS versus minimizing absolute and squared differences: a comment. Economic Systems Research, 17(3): 327–331, DOI: 10.1080/09535310500221864

Papanek Gábor – Petz Raymund – Povilaitis Sigitas – Révész Tamás (2001): A magyar gazdaság jövőképének vizsgálata a DUNA-1 makromodellel, Közgazdasági Szemle 48 : 4, 352-360. oldal

Pearson, S. R. (1976): Net Social Profitability, Domestic Resource Costs, and Effective Rate of Protection, Journal of Development Studies, Vol. 12, No. 4, pp. 320-333.

Pyatt, G. – Round, J. I. (szerk.) (1985): Social accounting matrices: a basis for planning, The World Bank, Washington DC.

Rechnitzer János (1981): Elemzések területi ágazati kapcsolati mérleggel. *Területi Statisztika*, 31(3): 239-260. oldal

Révész Tamás (2000): Accounting for demand effects in Input-Output price models, Szigma, Vol. XXXI. (2000) No. 3-4., pp. 121-128. (a 2000. February 23-25. között Balatonfüreden tartott Regionális Input-Output Konferencián előadott tanulmány cikkváltozata)

Révész Tamás (2001): Költségvetési és környezetpolitikák elemzése általános egyensúlyi modellekkel, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem, Ph.D. értekezés, 2001. március

Révész Tamás (2001a): A turizmus költség-hatás elemzése SAM-modellel, Statisztikai Szemle, 79. évf. (2001), 10-11. szám, 825-847.oldal

Révész Tamás (2003): A szakágazati és intézményi szektoros bontású modellezési adatbázis, Statisztikai Szemle, 81. évf., 2. szám, 101-126. oldal

Révész Tamás (2003a): A gazdaságmodellezési adatbázis szakágazati adatai, Statisztikai Szemle, 81. évf. (2003), 3. szám, 221-236. oldal

Révész Tamás (2006): SOCIO-LINE, A fenntartható fejlődés modellje (második változat), A gazdaságelemzés módszerei 2006/I., Ecostat Gazdaságelemző és Informatikai Intézet, ISSN: 1419-4007, ISBN: 963235012X

Révész Tamás (2011): A magyar gazdaság 2010. évi ágazati kapcsolatok mérlegeinek becslése, Az ENERGIAKLUB Szakpolitikai Intézet és Módszertani Központ megbízásából készített kutatási jelentés, https://energiaklub.hu/files/study/energiaklub_revesz_akm2010_pdf.pdf

Révész Tamás (2019): A külkereskedelmi versenyképesség DRC mutatója, A Corvinus Egyetem Közgazdaságtudományi Kara 50 éves fennállása jubileumára készített tanulmány, Corvinus Kutatások (http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/4422/)

Révész Tamás (2020): Negatív elemek kezelése a kétirányú mátrixkiigazítási modellekben, előadás a XVI. Gazdaságmodellezési Szakértői Konferencián, Pécs, MTA PAB székház, 2020. október 2. (https://www.gazdasagmodellezes.hu/images/stories/konferenciak/GMT2020/Prezik/Revesz_negativ_elemek.pdf)

Révész Tamás (2020a): Ágazati beruházási függvények a számszerűsített általános egyensúlyi modellben - elmélet és modellszimulációk, Szigma 51 : 4, 301-334. oldal, 34 p.

Révész Tamás (2020b): Nem-szokványos gazdaságpolitikai intézkedések figyelembevétele a nemzetgazdasági modellezésben, KÖZ-GAZDASÁG 15 : 3, 52-81. oldal, 30 p.

Révész Tamás (2021): Zalai Ernő, a kutató emlékére, KÖZ-GAZDASÁG 16 : 1, 57-68. oldal, DOI: 10.14267/RETP2021.01.07

Révész Tamás (2022): Magyarország 2020. évi Ágazati Kapcsolati Mérlegének becslése, kutatási jelentés a Boda&Partners tanácsadó cég részére

Révész Tamás (2023): A not sign-preserving iteration algorithm for the 'Improved Normalized Squared Differences' matrix adjustment model. Central European Journal of Operations Research Vol. 31. No. 1. March 2023, pp. 49-71. (Published online on 04 May 2022) https://doi.org/10.1007/s10100-022-00799-0

Révész Tamás – Cserháti Ilona – Takács Tibor (2001): A SOCIOLINE modell, a fenntartható fejlődés modellje, ECOSTAT KSH Gazdaságelemző és Informatikai Intézet "A gazdaságelemzés módszerei" kiadványsorozatának 2001/I. száma, ISSN:1419-4007, ISBN:963 215 420 7, 2001. február

Révész Tamás – Koppány Krisztián (2018): A nemzetgazdasági modellekben szereplő mátrixok kétirányú kiigazítási módszereiről. Szigma, 49. Évf, 3-4. Szám, 139-172. oldal

Révész Tamás – Máténé Bella Klaudia – Ritzlné Kazimir Ildikó (2023): A GDP-hez való keresleti és kínálati oldali hozzájárulások integrált becslése kiterjesztett input-output modellekkel, Statisztikai Szemle, 101. Évf. (2023) 4. szám 325–353. oldal, DOI: 10.20311/stat2023.04.hu0325

Révész Tamás – Takács Tibor (2011): A SOCIO-LINE modell 2005. évi adatbázisának készítésekor szerzett tapasztalatok I., Statisztikai Szemle 2011/2. sz., 141-160. oldal

Révész Tamás – Takács Tibor (2011a): A SOCIO-LINE modell 2005. évi adatbázisának készítésekor szerzett tapasztalatok II., Statisztikai Szemle 2011/3. sz., 253-274. oldal

Révész Tamás – Zalai Ernő (2014): Háztartási mikroszimulációs- és sztohasztikus makroökonómiai modellel integrált számszerűsített általános egyensúlyi modell kifejlesztése és alkalmazása, kézirat, 2014 Február, Budapesti Corvinus Egyetem – Közszolgáltatások Közgazdasági és Irányítási Kérdéseinek Központja Alapítvány

Révész Tamás – Zalai Ernő (2014a): Egy gazdaság-energia-környezet kapcsolatok elemzésére alkalmazott általános egyensúlyi (GEM-E3) modell felépítése és alkalmazása, társszerző: Zalai Ernő, Szigma 45:(1-2) 23-55. oldal

Ricardo, D. (1817): On the Principles of Political Economy and Taxation (1 ed.), London: John Murray, ISBN 9783487409290

Roland-Holst, D. W. – Sancho, F. (1995): The Review of Economics and Statistics , May, 1995, Vol. 77, No. 2 (May, 1995), pp. 361-371, The MIT Press,
URL: https://www.jstor.org/stable/2109871

Round, J. (2003): Constructing SAMs for Development Policy Analysis: Lessons Learned and Challenges Ahead, Economic Systems Research, 15:2, 161-183,
DOI:10.1080/0953531032000091153

Rueda-Cantuche, J. M. ; Revesz, T. ; Amores, A. F. ; Velázquez, A. ; Mraz, M. ; Ferrari, E.; Mainar-Causapé, A. J. ; Montinari, L. ; Saveyn, B.: (2020): Improving the European input–output database for global trade analysis, Journal of Economic Structures 9 : 1 Paper: 33

Sahin, S. – van der Mensbrugghe, D. (2007): The effects of consumer demand parameters on trade policy analysis: An application tot he World bank LINKAGE model, Paper prepared for the 10th Annual Conference on Global Economic Analysis hosted by Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA, June 7-9, 2007 (see also among the GTAP resources #2358 at https://www.gtap.agecon.purdue.edu/resources/res_display.asp?RecordID=2358)

Samuelson, P. A. (1966): A Summing up. Quarterly Journal of Economics, 80(4), pp. 568-583

Skolka, J. (1989): Input-Output structural decomposition analysis for Austria, Journal of Policy Modeling, vol. 11, 1. szám, pp. 45-66.

Smahó Melinda (2007): Kísérlet egy régió szimulációs modelljének kidolgozására, Tér és Társadalom 21. évf. 2007/1. 117-129. oldal,

Smith, J. H. (1947): Estimation of linear functions of cell proportions. Ann. Mathematical Statistics, 18(2): 231-254, DOI: 10.1214/aoms/1177730440

Steenge, A. E. (1997): The elusive standrad commodity: Eigenvectors as standards of value, In: Simonovits A. – Steenge, A. E. (szerk.): Prices, growth and cycles, MacMillan Press Ltd, London

Stone, R. – Brown, A. (1962): A computable model for economic growth. Cambridge, England: Cambridge Growth Project, University of Cambridge (Department of Applied Economics), Chapman & Hall, London

Stone, R. (szerk.) (1963): Input-output Relationships, 1954-1966, 3. kötet/Programme for growth, University of Cambridge Department of Applied Economics, Chapman and Hall

Szabó Norbert (2021): Az intelligens szakosodási stratégia gazdasági hatásainak számszerűsítése. Térbeli CGE modell alkalmazása a priorizáció folyamatában – Doktori (PhD-) értekezés, Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar Regionális Politika és Gazdaságtan Doktori Iskola, https://ktk.pte.hu/sites/ktk.pte.hu/files/uploads/to/Disszert%C3%A1ci%C3%B3_2021_Szab%C3%B3Norbert_V2.pdf

Temurshoev, U. – Webb, C. – Yamano, N. (2011): Projection of Supply and Use tables: methods and their empirical assessment. Economic Systems Research, 23(1): 91-123, DOI: 10.1080/09535314.2010.534978

Temurshoev, U. – Miller, R. E. – Bouwmeester, M. C. (2013): A note on the GRAS method. Economic Systems Research, 25(3): 361-367, DOI: 10.1080/09535314.2012.746645

Thissen, M. - Di Comite, F. - Kanks, D. - Potters, L. (2014): Modelling inter-regional trade flows: Data and methodological issues in RHOMOLO. WP 02/2014, ISBN: 978-92-79-44509-5, doi: 10.2776/871154, European Commission, Directorate-General for Regional Policy, Bruxelles https://op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/9bcee345-8c44-417f-8efb-d4c264e7d2d0/language-en

Többen, J. – Kronenberg, T. H. (2014): Construction of multi-regional input-output tables using the CHARM method. Economic Systems Research, 27(4): 487-507.

Vincze János (2011): A makroökonómia és a gyakorlat, Akadémiai Doktori Értekezés, Magyar Tudományos Akadémia, http://real-d.mtak.hu/549/

Wing, I. S. (2004): Computable General Equilibrium Models and Their Use in Economy-Wide Policy Analysis, MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change. MIT, Cambridge.

Woltjer, G. – Kuiper, M. (2014): The MAGNET Model - Module description, LEI Wageningen sUR Wageningen, August 2014, MANUAL LEI 4-057 https://www.researchgate.net/publication/283418114_The_MAGNET_Model_Module_description

Yamada, M. (2015): Construction of a multi-regional input-output table for Nagoya metropolitan area, Japan, Journal of Economic Structures, 4(11): 1-18.

Zalai Ernő (1988): Munkaérték és sajátérték – Adalékok az értéknagyság elemzéséhez, Akadémiai kiadó

Zalai Ernő (1991): Az ágazati kapcsolatok modelljének közgazdaságtani alapjai, AULA Kiadó, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem

Zalai Ernő (2012): Matematikai közgazdaságtan, II. - Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések, Akadémiai Kiadó

Zalai Ernő – Révész Tamás (2016): The issue of macroeconomic closure revisited and extended, Acta Economica, Vol.66.(1) (2016. évi 1.szám) 1-31. oldal