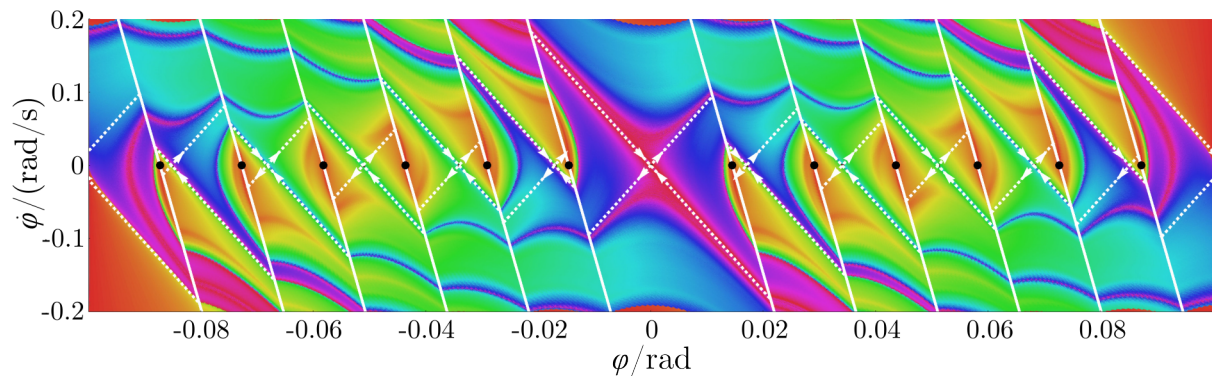


Rejtett kaotikus rezgések alkalmazott mechanikai feladatokban

MTA Doktori Értekezés Tézisfüzete
a *Magyar Tudományos Akadémia doktora*
tudományos cím elnyeréséért benyújtott pályázathoz

Írta: Csernák Gábor



Budapest, 2023

1. Bevezetés

A gépészmérnöki gyakorlatban általában olyan gépek tervezése, előállítása és üzemeltetése a cél, melyek dinamikai viselkedése jól előrejelezhető – például periodikus vagy valamilyen más, a felhasználók által előírt tulajdonságú mozgást valósítanak meg. Ebből a természetes célkitűzésből következik, hogy a mérnökök igyekeznek elkerülni a kaotikus rezgések tartományait, azaz nagy skálákon, mintegy „messziről nézve”, a gépek mozgása szabályos. Azonban ha tüzetes vizsgálatnak vetünk alá bizonyos folyamatokat, kis skálákon bonyolultabb – kaotikus – jelenségekkel is találkozhatunk. Az így tapasztalható kis amplitúdójú, szabálytalan rezgéseket általában véletlen zajnak tekintik, ezzel lemondva ezek előrejelzéséről vagy tudatos befolyásolásáról.

Az értekezésben három különböző témakörrel foglalkozom, melyeket a gyakorlatban rendszerint figyelmen kívül hagyott – valamilyen értelemben *rejtett* – kaotikus viselkedés kapcsol össze:

1. Száraz súrlódású, harmonikusan gerjesztett oszcillátor aszimmetrikus és kaotikus rezgései.
2. A forgácsképződés termo-mechanikai modelljeiben megjelenő periodikus és kaotikus viselkedés.
3. Digitális szabályozás okozta kaotikus viselkedés, ún. mikro-káosz.

Kutatómunkám célja olyan módszerek kidolgozása, melyek lehetővé teszik a kis amplitúdójú kaotikus rezgéseket mutató mechanikai, termo-mechanikai vagy mechatronikai rendszerek vizsgálatát, és a megkívánt viselkedést biztosító paraméterek meghatározását.

2. Száraz súrlódású, harmonikusan gerjesztett oszcillátor

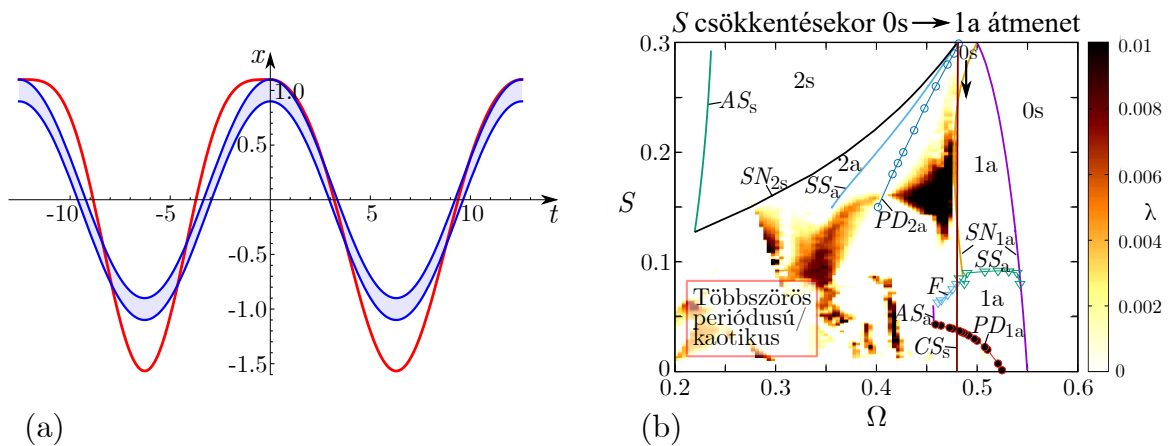
A viszkózus csillapítású, harmonikusan gerjesztett lineáris oszcillátor mozgásegyenletének általános megoldása jól ismert [H1]. Azonban egészen megváltozik a feladat jellege, ha száraz súrlódást alkalmazunk a sebességtől lineárisan függő csillapítás helyett. A Coulomb-súrlódás jelenléte szakaszosan sima mozgásegyenletre vezet, aminek csak speciális esetekben létezik analitikus megoldása. Ezeket az eseteket általában azzal a feltételezéssel vizsgálták a szakirodalomban, hogy a megoldás mind időben, mind térben szimmetrikus [H2, H3]: a periodikus pálya negatív illetve pozitív sebességhez tartozó szakaszai azonos időtartamúak, és a maximális kitérések is megegyező nagyságúak a két irányban.

Az értekezésben felülvizsgáltam ezeket a feltételezéseket, és bebizonyítottam (1a tézis), hogy a sajátfrekvencia felével, negyedével, nyolcadával, stb. történő gerjesztés mellett egyszerre *kontinuum számosságú*, a kezdeti kitéréssel paraméterezhető *aszimmetrikus*, nem letapadó periodikus megoldás jelenhet meg, melyek esetében különbözik a pozitív és negatív irányban bekövetkező maximális kitérés (1. ábra).

Bár csak egy nullmértékű paraméterhalmazon található meg az említett, marginálisan stabil, aszimmetrikus megoldások analitikus kifejezése, ezek a speciális ciklusok más, szintén aszimmetrikus, de már *véges paramétertartományban* érvényes megoldások nyomjelzőinek bizonyultak, melyek eltérő csúszási és tapadási súrlódási tényezők mellett jelennek meg (1b

tézis). Ilyen megoldásokat kísérletileg is sikerült kimutatnia oxfordi kutatóknak [H4], akik javaslatomra részletes vizsgálatokat végeztek a megfelelő frekvenciatartományokban.

Az aszimmetrikus megoldások paramétertartományainak követő módszerrel történő meghatározása arra a váratlan eredményre vezetett, hogy egyes esetekben a csúszási súrlódási tényező *csökkentése* során veszíti el stabilitását a nem letapadó megoldás, átadva helyét egy aszimmetrikus, *letapadó* megoldásnak (1. ábra).



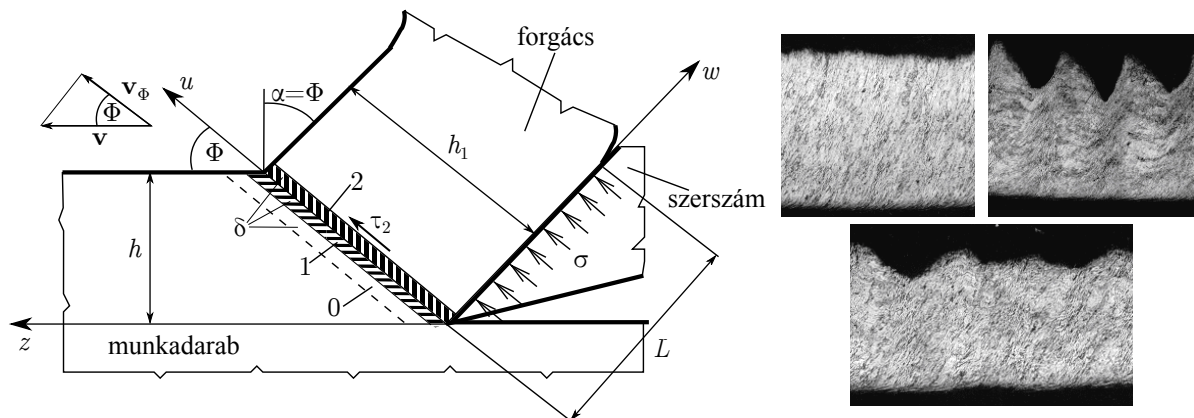
1. ábra. (a) Egy aszimmetrikus megoldás (piros), és a letapadási tartomány (kék). (b) Kétparaméteres bifurkációs diagram az Ω frekvenciahányados és az S csúszási súrlódási paraméter síkján. $0s$ a letapadás nélküli szimmetrikus, $1a$ az egy letapadásos aszimmetrikus megoldás tartománya. A színek a L japunov-exponens értékét mutatja.

Mivel maga a rendszer szimmetrikus, az aszimmetrikus megoldások tükörképe is megoldás. Ha e két megoldás vonzási tartományainak határa elegendően bonyolult, akkor az ennek közelében bolyongó megoldások kaotikussá válhatnak. Ennek az elgondolásnak az érvényességét támasztja alá, hogy a L japunov-exponens meghatározásával feltérképezett kaotikus tartományokat aszimmetrikus megoldások tartománya veszi körül. Tehát *a kaotikus megoldások az aszimmetrikus megoldásokból bifurkálnak*. „Rejtett” jellegüket magyarázza, hogy L japunov-exponensük kicsi, és ha reális súrlódási tényezőkre korlátozódunk, akkor a frekvenciatartományban csak egy nagyon szűk sávjában fordulnak elő (2a és 2b tézisek).

A kaotikus rezgések detektálását az is megnehezíti, hogy sok esetben véges ideig tart a szabálytalan viselkedés, a kaotikus tranziensek periodikus megoldáshoz tartanak. Ilyen megoldást találtunk Licskó Gáborral közös munkánk során. A rendszer viselkedésének elemzését megkönnyítette, hogy az egymás utáni letapadási helyek ábrázolásakor egy egydimenziós leképezés rajzolódott ki, amit szakaszosan lineáris leképezéssel közelíthettünk (2c tézis).

3. A forgácsképződés termo-mechanikai modelljei

A forgácsképződés bonyolult termo-mechanikai folyamatok eredménye, melyeket általában csak részlegesen vesznek figyelembe a szakirodalomban [H5]. Pálmai Zoltán több modellt is felállított a folyamat minél teljesebb leírására [H6, H7, H8]. Az értekezés e modellek nemlineáris vizsgálatának eredményeit mutatja be. Mindhárom modell azon a megfigyelésen alapul, hogy a forgács tövével lévő ún. nyírási zónában különböző hőmérsékleti és feszültségállapottal jellemezhető sávok azonosíthatók [H9] (2. ábra; 0, 1 és 2 jelöli a sávokat).



2. ábra. A forgácsképződés modellje, és a három jellegzetes forgácstípus.

Az első modell változói a három bevezetett sáv hőmérsékletei, valamint a két deformációs sávot jellemző két csúsztatófeszültség – ez utóbbiak kapcsolatát kihasználva *négydimenziósra redukáltam* a modellt. Vizsgálataim során kimutattam, hogy a jelenség dinamikája már egy egydimenziós unimodális leképezés segítségével is megragadható, és a Feigenbaum-állandónak [H11] megfelelő *perióduskettőző bifurkációsorozatok* következnek be. Ez a megfigyelés lehetővé tette a kaotikus viselkedés paramétertartományainak behatárolását. Pálmai Zoltán kísérleteivel összehasonlítva az eredményeket, bebizonyosodott, hogy a folyóforgácsok egyensúlyi megoldásnak, a szegmentált forgácsok periodikus megoldásnak, az aperiodikus forgácsok pedig kaotikus megoldásnak felelnek meg. Bizonyos tartományokban egyszerre két különböző megoldástípus is megjelenhet. Ez a bistabilitás magyarázhatja azt a jelenséget, hogy forgácsolás során néha azonos technológiai körülmények között különböző típusú forgácsok keletkezése figyelhető meg (3a tézis).

A modellt kiegészítve a rugalmas munkadarab (vagy szerszám) esztergálás közben bekövetkező rezgéseit leíró egyenlettel, hatdimenziós modellre jutunk. A rezgés miatt változó effektív forgácsolási sebesség miatt megváltoznak a megoldások: kváziperiodikus és tranziens kaotikus rezgéseket, illetve a szerszám és a munkadarab elválásának megfelelő paramétertartományokat is találhatunk. Az eredeti modellben folyóforgácsnak megfelelő megoldás helyett kis amplitúdójú kaotikus megoldást mutattam ki, ami azt jelenti, hogy a folyóforgács felülete kissé egyenetlenné válik. Ez gyakran megfigyelhető a gyakorlatban is, de általában véletlenszerű zajnak tulajdonítják, azaz ebben az esetben is „rejtett” a kaotikus viselkedés (3b tézis).

A harmadik forgácsolási modell azt az esztergálási folyamatot írja le két közönséges és két késleltetett differenciálegyenletből álló egyenletrendszer segítségével, amikor a szerszámon időben periodikusan élsisak (élrátét) alakul ki, illetve szakad le. Az ebből adódó gerjesztés jelentős mértékű kaotikus ingadozásokhoz vezet. Numerikus vizsgálatokkal megállapítottam, hogy a végtelen dimenziós fázistér egy véges dimenziós kaotikus attraktort rejt (3c tézis).

Egy negyedik modellt is vizsgáltunk egy többszerzős publikációban. Ennek keretében Pálmai Zoltán négydimenziós termo-mechanikai modelljét egészítettük ki az esztergálás során fellépő ún. regeneratív hatás [H10] figyelembevételével. Realisztikus paraméterek mellett a deformációs sávokban ébredő csúsztatófeszültség ingadozása több nagyságrenddel gyorsabb folyamat, mint a regeneratív hatás. A feszültség-ingadozást átlagolva azt az eredményt kaptuk, hogy szegmentált forgácsok keletkezésekor nagy mértékben nő az esztergálás stabil paramétertartománya [E1].

4. Mikro-káosz digitálisan szabályozott mechanikai rendszerekben

Mikro-káosznak azt nevezzük, amikor a digitális hatások – a mintavételezés és a kerekítés – következtében a szabályozott mechanikai rendszer megkívánt állapotának környezetében egy vagy több különös attraktor vagy repellor jelenik meg, melyeken kis amplitúdójú kaotikus viselkedést figyelhetünk meg [H12]. Ezt gyakran zajnak tekintik a gyakorlatban [H13], ezért ebben az esetben is kijelenthető, hogy a determinisztikus káosz rejtve marad.

Bár többféle szabályozási elv és kerekítési algoritmus létezik, a digitális szabályozású rendszerek széles osztálya leírható – vagy közelíthető – szakaszosan affin *mikro-káosz leképezésekkel* (4a tézis). Ezeknek a leképezéseknek számos tulajdonsága egységesen tárgyalható, például az attraktor létezése, a Ljapunov-exponens pozitivitása, továbbá a fixpontok és a periodikus pályák meghatározásának módja.

Az előző két témakörhöz hasonlóan, a mikro-káosznak is van tranziens kaotikus változata. Gyakorlati szempontból fontos annak meghatározása, hogy átlagosan mennyi ideig tartanak a kaotikus tranziensek. Az ezt jellemző kiszökési ráta a kaotikus rendszerekre kidolgozott OGY-szabályozás [H14] esetében is kulcsfontosságú paraméter. Számos módszer létezik a kiszökési ráta statisztikai alapú numerikus meghatározására [H15], de nagy kiszökési ráták mellett pontosabb eredményt ad a kiszökésig bekövetkező iterációk átlagos számának a meghatározása. Ehhez a mikro-káosz leképezés esetében egy rekurzív eljárást [E3, E4], majd egy jelentősen egyszerűbben használható módszert is kidolgoztam, ami a repellor fraktáldimenziójának becslésén alapul (4b tézis).

Bizonyítottam két különböző kétdimenziós mikro-káosz leképezés (D szabályozás feldolgozási késéssel, illetve PD szabályozás, késés nélkül) kaotikus voltát. A PD szabályozás esetében a fázistér szerkezete olyan, mintha több lokális pékleképezés fázisportréja lenne egymás mellett. Ekkor az egyes attraktorok vagy repellorok nagyon kis méretűek lehetnek, de bizonyos fázistérbeli invariáns halmazok a jellemző méretüknél nagyságrendekkel nagyobb távolságban helyezkednek el a megkívánt helyzettől, növelve a szabályozás hibáját. A címlapon szereplő ábra ilyen esetet mutat: a fekete pontok kis méretű attraktorokat takarnak, a színek az egyes attraktorok eléréséhez szükséges lépésszámot jellemzik (4c és 4d tézisek).

Mivel több vonzó halmaz is lehet a mikro-káosz leképezés fázissterében, szükségünk volt egy olyan numerikus módszerre, ami képes az összes attraktor megtalálására. Ezért PhD hallgatómmal, Gyebrószki Gergellyel kidolgoztuk az ún. *Csoportosított Egyszerű Cella Leképezés* (C-SCM) algoritmust, amivel több lépésben, adaptív módon, párhuzamos futtatást alkalmazva terjeszthető ki a vizsgált fázistérbeli tartomány (4e tézis).

A C-SCM módszert a száraz súrlódás mikro-káoszra gyakorolt hatásának numerikus vizsgálatára [E5] alkalmaztuk. A téma keretében további eredmények is születtek; ezek közül elsősorban az ún. *kettős kerekítés* során bekövetkező bifurkációk feltárását [E6] és a mikro-káosz kísérleti kimutatását érdemes kiemelni.

5. Tézisek

1. tézis. A harmonikusan gerjesztett, Coulomb-súrlódással csillapított, lineáris rugókarakterisztikájú oszcillátor aszimmetrikus periodikus megoldásait vizsgáltam.

- (a) Felülvizsgáltam azt a szakirodalomban gyakran alkalmazott feltevést, miszerint a súrlódásos oszcillátor nem letapadó periodikus megoldásai szimmetrikusak. A szimmetriafeltétel sérüléséhez tartozó $1/(2n)$, $n = 1, 2, \dots$ frekvenciahányadosoknál aszimmetrikus megoldások létezését mutattam ki.
- (b) Levezettem, hogy az említett nem letapadó aszimmetrikus megoldások

$$S_0 \leq \frac{1}{4n^2 - 1}$$

mellett létezhetnek, ahol az S_0 skálázott tapadási súrlódási tényező a maximális tapadási súrlódási erő és a gerjesztési erőamplitúdó hányadosa. Megmutattam, hogy majdnem minden aszimmetrikus megoldás marginálisan stabil a harmadrendű normál forma közelítés szerint. Bebizonyítottam, hogy a letapadási tartomány határát éppen érintő aszimmetrikus megoldások stabilak a letapadási tartomány irányában bekövetkező perturbációkkal szemben. Numerikus szimulációval demonstráltam, hogy az aszimmetrikus megoldások eredetileg nullmértékű paramétertartománya véges mértékűvé válik, ha a tapadási súrlódás együtthatója nagyobb a csúszási súrlódás együtthatójánál.

Kapcsolódó publikációk: [T1, T2]. A disszertáció megfelelő fejezetei: 2.2, 2.3, 2.4.

2. tézis. Az 1. tézisben körülírt oszcillátor eltérő csúszási és tapadási súrlódási tényezők mellett bekövetkező bifurkációit és kaotikus megoldásait vizsgáltam.

- (a) Új kapcsolási feltételeket fogalmaztam meg a száraz súrlódásos oszcillátor követő módszerrel történő vizsgálatához. Kimutattam, hogy a szimmetrikus periodikus megoldásokból keresztező-csúszó (crossing-sliding) illetve nyereg-csomó bifurkációk során keletkeznek aszimmetrikus megoldások.
- (b) Behatároltam azokat a paramétertartományokat, ahol kaotikus megoldások létezhetnek, széles paramétertartományokban megbecsültem a legnagyobb Ljapunov-exponens értékét, és megállapítottam, hogy
- a tapadási súrlódási tényező pontos értékétől függetlenül (feltéve, hogy nagyobb a csúszási súrlódási tényezőnél), az $\Omega = 0.5$ értékből kiágazó, aszimmetrikus megoldásokat eredményező gerjesztési frekvenciatartomány – és a kaotikus megoldások lehetséges tartománya azon belül – nő a csúszási súrlódási tényező csökkentésével, továbbá
 - az $S_0 \in [0.3, 0.8]$ tartományban a tapadási súrlódási tényező növelése során a többszörös periódusú vagy kaotikus megoldások paramétertartományának kiterjedése megnő a nagyobb gerjesztési frekvenciák irányában.

- (c) (Licskó Gáborral közös eredmény.) A nyers erő módszerével bifurkációs vizsgálatot végeztünk, és meghatároztuk azokat a paramétertartományokat, ahol kaotikus megoldások találhatók. Két független módszerrel becslést adtunk a legnagyobb Ljapunov-exponens értékére. Az eredmények alapján azonosítottunk egy olyan szűk paramétertartományt, ahol a megoldások tranzienst kaotikus viselkedést mutatnak, és meghatároztuk a véges időre vonatkozó legnagyobb Ljapunov-exponenst egy harmadik módszerrel: egy közelítő, szakaszosan lineáris, egydimenziós leképezés segítségével.

Közreműködésem meghatározó volt a Ljapunov-exponens számítására használt módszerek kiválasztása és alkalmazása, valamint a szakaszosan lineáris közelítő függvény konstrukciója során.

Kapcsolódó publikációk: [T3, T4]. A disszertáció megfelelő fejezetei: 2.5, 2.6.

3. tézis. A forgácsképződés Pálmai Zoltán által felállított termo-mechanikai modelljeit vizsgáltam a nemlineáris dinamika eszközeivel.

- (a) Egy négydimenziós forgácsképződés modell vizsgálata során megmutattam, hogy egy perióduskettőző bifurkációsorozat kaotikus megoldásokhoz vezet ausztenites acél forgácsolásának megfelelő paraméterek mellett, és a perióduskettőződések paraméterei a Feigenbaum-hányados szerint következnek egymás után. Behatároztam a dimenziótlan forgácssebesség azon tartományát, ahol a megoldás kaotikus, és megmutattam, hogy a maximális Ljapunov-exponens pozitív azoknál a paramétereknél, melyek aperiodikus forgácsok képződésének feleltethetők meg. Két dimenziótlan technológiai paraméter síkján olyan bifurkációs diagramot állítottam össze, melyen számos bistabil, a perturbációkra érzékeny, ezért a gyakorlatban kerülendő tartomány azonosítható.
- (b) Az (a) pontban vizsgált forgácsképződési modell olyan változatát vizsgáltam, amely a termo-mechanikai hatások mellett az esztergált munkadarab rezgéseit is figyelembe veszi. Megállapítottam, hogy
- az eredeti modell periodikus megoldása kváziperiodikussá válik,
 - az eredeti modell kaotikus megoldása kváziperiodikus megoldáshoz vezető tranzienst kaotikus megoldássá változik, és
 - az eredeti modell egyensúlyi megoldása kis amplitúdójú kaotikus megoldásba megy át a vizsgált paramétereknél, továbbá
 - a munkadarab rezgése a szerszám és a munkadarab elválásához vezethetnek a merevség és a forgácsolási sebesség paramétersíkjának számos hosszúkás alakú tartományában.
- (c) Meghatároztam az attraktor Kaplan-Yorke dimenzióját egy olyan késleltetett és szakaszosan sima modellben, ami a periodikusan képződő és leváló élszak hatását írja le lágyacél esztergálása során. Kimutattam, hogy a megoldás kaotikus és az attraktor dimenziója véges, noha a fázistér végtelen dimenziós.

Kapcsolódó publikációk: [T5, T6, T7]. A disszertáció megfelelő fejezetei: 3.2, 3.3, 3.4.

4. tézis. Digitális szabályozású, teljes állapotvisszacsatolású rendszerek dinamikai jellemzőit határoztam meg, az alábbi feltételezések mellett: a szabályozás nélküli rendszer lineáris, egyensúlyi helyzete instabil, továbbá a szabályozás mintavételi periódusa állandó, a bemeneti jeleket nulladrendű tartószerv dolgozza fel, és mind a mért állapotjellemzők, mind a szabályozó erő állandó nagyságú felbontással vannak kvantálva.

- (a) Megmutattam, hogy a vizsgált rendszerek szakaszonként affin leképezésekkel írhatók le, az úgynevezett mikro-káosz leképezésekkel. Megadtam ezen leképezések reguláris fixpontjait és periodikus pályáit meghatározó általános képleteket.
- (b) Kidolgoztam egy eljárást, ami a kaotikus repellor fraktáldimenziójának meghatározásán alapul, és alkalmas a tranziens kaotikus rezgések várható időtartamának meghatározására egy egydimenziós mikro-káosz leképezés esetében.
- (c) Levezettem, hogy a mintavételezési periódussal megegyező hosszúságú feldolgozási időkésés figyelembevételével az egydimenziós mikro-káosz leképezés két-dimenzióssá válik. Bebizonyítottam, hogy az így kapott leképezés véges paramétertartományokban kaotikus.
- (d) Bebizonyítottam, hogy kimeneti kerekítés mellett a digitális PD-szabályozású lineáris oszcillátor viselkedését leíró két-dimenziós mikro-káosz leképezés véges paramétertartományokban kaotikus. Megmutattam, hogy fázisterének szerkezete olyan, mintha több lokális pékleképezés lenne egymás mellett, továbbá különös attraktorok vagy repellorok találhatóak a szomszédos fixpontok között. Felállítottam egy algoritmust a különös halmazok attraktor/repellor jellegének meghatározására, ami a határ krízis bifurkációk figyelembevételén alapul.
- (e) (Gyebrószki Gergellyel közös eredmény.) A mikro-káosz leképezések fázisterének globális vizsgálatára kidolgoztunk egy új Egyszerű Cella Leképezés (SCM) algoritmust, az ún. Csoportosított Egyszerű Cella Leképezést (C-SCM), mellyel különálló SCM megoldások egyesíthetők. Az új módszerrel lehetőség nyílik a vizsgált fázistérbeli tartomány adaptív kiterjesztésére, tetszőleges dimenzióban. Megmutattuk, hogy az egyesítési eljárás lineáris a cellaszám függvényében, és az algoritmus fő lépései párhuzamosan futtathatók.

Közreműködésem meghatározó volt a különálló attraktorokkal rendelkező rendszerek vizsgálatára alkalmas módszer – a cella leképezés – kiválasztása, az algoritmus működésével kapcsolatos követelményrendszer felállítása, valamint az eljárás formális leírását lehetővé tevő definíciók megfogalmazása során.

Kapcsolódó publikációk: [T8, T9, T10, T11, T12]. A disszertáció megfelelő fejezetei: 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6.

6. Az eredmények alkalmazási lehetőségei

A Coulomb-féle súrlódási modellt egyszerűsége miatt széles körben használják többtest-dinamikai feladatokban. Bár bizonyos súrlódási jelenségek (pl. súrlódási késlekedés, nem-lokális memória) nem reprodukálhatók ezzel a modellel [H16], az aszimmetrikus megoldások megjelenését a kísérleti tapasztalatokkal összhangban jóslta meg [H4]. Ezért az ezen a területen elért eredményeim elsősorban a súrlódásos rendszerekkel kapcsolatos numerikus vizsgálatok értelmezése, ellenőrzése és megfelelő paraméterezése során nyerhetnek alkalmazást. Biomechanikai feladatokban, szálerősítésű polimerek érintkezésekor, vagy a forgácsolás következtében szabályos felületi mintázatú fémfelületek közötti súrlódás során sok esetben anizotropiát – a súrlódási tényező irányfüggését – tapasztalhatunk. Mivel vizsgálataim szerint szimmetrikus súrlódásos rendszerben is előfordulhatnak aszimmetrikus periodikus megoldások – még a Stribeck-modell vagy a LuGre-modell esetében is [T3] –, különösen óvatosan kell eljárni az anizotropia rezgéstani alapú kimutatása során [H17]. Ilyen jellegű mérések tervezését is elősegíthetik e témakörben elért eredményeim. Az aszimmetrikus és kaotikus megoldások közötti kapcsolat feltárása lehetővé teszi, hogy paramétervizsgálatok során az aszimmetrikus megoldások paramétertartományainak feltérképezése alapján megbecsüljük a kaotikus megoldásokhoz vezető paraméterek értékét. Ilyen esetekben más (pl. LuGre [T3]) súrlódási modellel vagy viszkózus csillapítás alkalmazásával elkerülhető a kaotikus viselkedés bekövetkezése. A Ljapunov-exponens általam meghatározott értékei az ehhez szükséges minimális csillapítási tényező nagyságrendjéről adnak információt.

A forgácsolási technológiák fejlesztésének fontos célkitűzése a vágási teljesítmény és a megmunkálási pontosság együttes növelése. A fejlődés egyik legnagyobb gátja, hogy az anyagleválasztási hányad növelése káros rezgések bekövetkezéséhez vezethet [H5, H18, H19]. Vizsgálataim során e rezgések két lehetséges forrásával foglalkoztam: a forgácsok keletkezésének termo-mechanikai folyamata, valamint a folyamatosan felépülő, majd leszakadó élsikak egyaránt periodikus vagy kaotikus rezgésekhez vezethet. Az általam alkalmazott elemzési módszerek, és az adott paraméterek mellett kapott bifurkációs diagramok segítségével meghatározhatók a folyóforgácsok, a szegmentált forgácsok, és az aperiodikus forgácsok keletkezésének tartományai, tehát a paraméterek hangolásával befolyásolható a forgácsolás folyamata, például elkerülhetők a bistabil tartományok. A káros rezgések harmadik nagy jelentőségű forrása az ún. regeneratív hatás [H10]. Az ortogonális esztergálás regeneratív modelljét kombinálva a forgácsképződés négydimenziós termo-mechanikai modelljével azt az eredményt kaptuk, hogy szegmentált forgácsok keletkezésekor nagy mértékben nő az esztergálás stabil paramétertartománya [E1]. A megfelelő technológiai paramétertartományok azonosítását segítheti elő a forgácsképződés általam elvégzett nemlineáris elemzése.

A mikro-kaosz leképezés kapcsán elért eredményeim egyik alkalmazása ahhoz kapcsolódik, hogy az általános esetre levezetett formulák alapján meghatározható a digitálisan szabályozott rendszereket jellemző Ljapunov-exponens értéke, és a periodikus pályák pontjai. Az ún. periodikus pálya módszer [H20] segítségével ugyanis kiszámíthatók a kaotikus viselkedés jellemzői – például a fraktáldimenzió – a szabálytalan rezgések során, emellett a periodikus pályák azonosítása a modellparaméterek meghatározására is alkalmazható [H21]. Kerekítés és mintavételezés nemcsak számítógéppel szabályozott rendszerekben fordulhat elő, tehát a tézisekben közölt eredmények felhasználására egészen más területeken is nyílhat lehetőség. Például az értekezés témájához kapcsolódó többszerzős [E7] cikkben emberi egyensúlyozás modellezésére használtunk egy mikro-kaosz leképezéshez hasonló modellt. További ígéretes

alkalmazási terület lehet bizonyos gyógyszerek optimális adagolási mechanizmusának meghatározása, amikor mind a túladagolás, mind a túlságosan kis dózis az állapot romlásához – instabilitáshoz – vezethet. Ebben az esetben a rendszeres kontrollvizsgálatok a mintavételezésnek, a diszkrét adagokban alkalmazott gyógyszerek pedig a kvantált beavatkozásnak feleltethetők meg. A mikro-káosz koncepció ilyen jellegű kiterjesztése miatt van létjogosultsága a számítógépes szabályozás esetében általában nagyon kicsiny fázistérbeli struktúrák dolgozatban ismertett részletes feltérképezésének.

A Csoportosított Egyszerű Cella Leképezés segítségével tetszőleges véges dimenziós dinamikai rendszer fázistere vizsgálható. A módszer előnyei elsősorban akkor mutatkoznak meg, ha nem ismerjük, hogy hol helyezkednek el számunkra érdekes objektumok. Ekkor egy tetszőleges tartományból kiindulva, adaptív módon bővíthető a vizsgált fázistérbeli terület illetve térfogat. Kétdimenziós esetben az eljárás alkalmas a képernyőn látható kép kiterjesztésére, az egérmutató elmozdítását folyamatosan követve. Egy további ígéretes felhasználási lehetőség kaotikus attraktorok vonzási tartományainak meghatározása [E8], ami egy napjainkban is aktívan kutatott terület [H22].

A tézisekben megfogalmazott eredményeim oktatói munkámat is segítik. Fontosnak tartom annak tudatosítását a hallgatókban, hogy a matematikai tanulmányaik során megismert egyszerű modellek – például az unimodális leképezés és a pékleképezés – mérnöki problémákhoz köthetők.

A tézisekhez kapcsolódó publikációim

- [T1] Csernák, G., Stépán, G.: On the Periodic Response of a Harmonically Excited Dry-friction Oscillator. *Journal of Sound and Vibration*, 295, 649-658, DOI: 10.1016/j.jsv.2006.01.030, (2006).
- [T2] Csernák, G., Stépán, G., Shaw, S.W.: Sub-harmonic Resonant Solutions of a Harmonically Excited Dry Friction Oscillator. *Nonlinear Dynamics*, 50, Article number: 93, <https://doi.org/10.1007/s11071-006-9145-6>, (2007).
- [T3] Csernák, G., Licskó, G.: Asymmetric and chaotic responses of a dry friction oscillator with different static and kinetic coefficients of friction, *Meccanica*, 56, 2401-2414 (2021).
- [T4] Licsko, G., Csernak, G.: On the chaotic behaviour of a simple dry-friction oscillator. *Math. Comput. Simul.*, 95, 55–62 (2013).
- [T5] Csernák, G., Pálmai, Z.: Exploration of the chaotic phenomena induced by fast plastic deformation of metals. *Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 40, 270-276 (2009).
- [T6] Pálmai, Z., Csernák, G.: Chip formation as an oscillator during the turning process. *Journal of Sound and Vibration*, 326, 809-820 (2009).
- [T7] Pálmai, Z., Csernák, G.: Effects of built-up edge-induced oscillations on chip formation during turning. *Journal of Sound and Vibration*, 332(8), 2057-2069 (2013).
- [T8] Csernák, G., Stépán, G.: Quick Estimation of Escape Rate with the Help of Fractal Dimension. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 11(5), 595-605 (2005).
- [T9] Csernák, G., Stépán, G.: Digital Control as Source of Chaotic Behavior. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 20(5), 1365-1378 (2010).

- [T10] Csernák, G., Gyebroszki, G., Stépán, G.: Multi-baker Map as a Model of Digital PD Control. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 26(2) (2016).
- [T11] Csernák, G.: Quantization-induced control error in a digitally controlled system. *Nonlinear Dyn.*, 85, 2749-2763 (2016).
- [T12] Gyebroszki, G., Csernák, G.: Clustered Simple Cell Mapping: An extension to the Simple Cell Mapping method. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 42, 607-622 (2017).

További publikációim az értekezés témakörében

- [E1] Gyebroszki, G., Bachrathy, D., Csernák, G., Stepan, G.: Stability of turning processes for periodic chip formation. *Adv. Manuf.*, 6, 345–353 (2018).
- [E2] Csernák, G., Stépán, G.: Fractal Dimension as Measure of Control Time. *Periodica Polytechnica Ser. Mech. Eng.*, 48(1), 17-25 (2004).
- [E3] Csernák, G., Stépán, G.: Life Expectancy of Transient Microchaotic Behaviour. *J. Nonlinear Sci.* 15(2), 63-91 (2005).
- [E4] Csernák, G., Stépán, G.: Life expectancy calculation of transient chaos in the 2D micro-chaos map. *Periodica Polytechnica*, 51(2), 59-62 (2007).
- [E5] Gyebroszki, G., Csernák, G.: The Hybrid Micro-chaos Map: Digitally Controlled Inverted Pendulum with Dry Friction. *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering*, 63(2), 148–155 (2019).
- [E6] Gyebroszki, G., Csernák, G.: Twofold quantization in digital control: deadzone crisis and switching line collision. *Nonlinear Dyn* 98, 1365–1378 (2019).
- [E7] Gyebroszki, G., Csernák, G., Milton, J.G., Insperger, T.: The effect of sensory quantization and control torque saturation on human balance control, *Chaos*, 31(3) 033145, 12 p. (2021).
- [E8] Gyebroszki, G., Csernák, G.: Tracking basin boundaries with Clustered Simple Cell Mapping method, 10th European Nonlinear Dynamics Conference, ENOC 2020+2, July 17-22, Lyon, France (2022)

Egyéb hivatkozások

- [H1] Csernák G., Stépán G.: Rezgéstan, Akadémiai Kiadó, <https://mersz.hu/kiadvany/593> (2019)
- [H2] Den Hartog, J.P.: Forced Vibrations with Combined Coulomb and Viscous Damping. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 53, 107-115 (1930).
- [H3] Shaw, S.W.: On the Dynamic Response of a System with Dry Friction. *Journal of Sound and Vibration*, 108(2), 305-325 (1986).
- [H4] Marino, L., Cicirello, A.: Experimental investigation of a single-degree-of-freedom system with Coulomb friction. *Nonlinear Dyn* 99(3) 1781–1799 (2020)
- [H5] Davies, M.A., Burns, T.J, Thermomechanical oscillations in material flow during high-speed machining, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 359:821-846 (2001)
- [H6] Pálmai, Z.: Aperiodic Deformation Occuring as a Result of Thermoplastic Instability of Metals. *Materials Science Forum*, 473-474, 369-374 (2005).

- [H7] Pálmai, Z.: Chaotic Phenomena Induced by the Fast Plastic Deformation of Metals During Cutting. *ASME J. Appl. Mech.*, 73, 241-245 (2006).
- [H8] Pálmai, Z.: Aperiodic deformation occurring as a result of thermoplastic instability of metals. *Materials Science Forum*, 537-538, 541-548 (2007).
- [H9] Piispanen V.: Plastic Deformation of Metals: Theory of Simulated Sliding. *Wear*, 38, 43-72 (1976).
- [H10] Stepan, G.: *Retarded Dynamical Systems*, Longman, London, co-publisher Wiley, New York (1989)
- [H11] Feigenbaum, M.J.: Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations, *J. Statist. Phys.*, 19, pp. 25-52 (1978)
- [H12] Haller, G., Stépán, G.: Micro-Chaos in Digital Control. *J. Nonlinear Sci.*, 6, 415-448 (1996).
- [H13] Widrow, B., Kollár, I.: Quantization Noise: Roundoff Error in Digital Computation, Signal Processing, Control, and Communications. Cambridge University Press, Cambridge, UK (2008)
- [H14] Ott, E., Grebogi, C., Yorke, J.A.: Controlling Chaos, *Phys. Rev. Lett.*, 64(11), pp. 1196-1199 (1990)
- [H15] Lai, Ying-Cheng, Tél, T.: Transient Chaos – Complex Dynamics on Finite Time Scales, Springer New York, NY (2011)
- [H16] Al-Bender, F., Lampaert, V., Swevers, J.: The Generalized Maxwell-Slip Model: A Novel Model for Friction Simulation and Compensation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(11), pp. 1883-1887 (2005)
- [H17] Xiang Wong R., Pasternak, E., Dyskin, A.: Oscillatory sliding in the presence of asymmetric friction, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 117, 106932 (2023)
- [H18] Tlustý, J., Spacek, L.: *Self-excited vibrations on machine tools*. Prague: Nakl CSAV. (In Czech.) (1954).
- [H19] Tlustý, J.: Analysis of the state of research in cutting dynamics. *Ann. CIRP*, 27, 583-589 (1978).
- [H20] Cvitanović, P., Artuso, R., Mainieri, R., Tanner, G., Vattay, G.: *Chaos: Classical and Quantum*, ChaosBook.org, Niels Bohr Institute, Copenhagen (2020)
- [H21] Flepp, L., Holzner, T., Brun, E., Finardi, M., Badii, R.: Model identification by periodic-orbit analysis for NMR-Laser chaos. *Physical Review Letters*, 67: 2244–2247 (1991)
- [H22] Habib, G.: Dynamical integrity assessment of stable equilibria: a new rapid iterative procedure. *Nonlinear Dyn* 106, 2073–2096 (2021)