

Válasz Dr. Börzsönyi Tamás bírálatára

Doktori mű: „Rejtett kaotikus rezgések alkalmazott mechanikai feladatokban”

Köszönöm a Bírálnak értekezésem gondos átolvasását, támogató véleményét, és elgondolkodtató kérdéseit. Nagy örömmre szolgált, hogy a Bíráló aktuálisnak találta az elemzett jelenségek körét, és a dolgozat formai jellemzőiről is elismerően nyilatkozott. Kritikaként merült fel a bírálatban, hogy jobb lett volna egy hosszabb, általános bevezetést tenni az értekezés elejére. Ezen természetesen én is sokat gondolkoztam a doktori mű írása során. Végül úgy döntöttem, hogy a három témakör szakirodalmának a feldolgozását is elkülönítem, de elismerem, hogy így valóban túl rövidre sikerült a bevezetés.

A bírálatban feltett kérdésekre válaszaim a következők:

1. kérdés: *A harmonikusan gerjesztett, Coulomb-súrlódással csillapított oszcillátor numerikus vizsgálatát leíró részben, a 2.12-es ábrán az első három panelen ($S=0.3, 0.5, 0.7$) hasonló jellegű görbéket látunk, a negyediken ($S=0.9$) viszont lényegesen eltérőt. Vajon S milyen értékénél történik az átmenet?*

Válasz: A 2.12-es ábrán az figyelhető meg, hogy az S_0 tapadási és az $S = S_0$ csúszási súrlódási tényező együttes növelésével egyre nő az a frekvenciatartomány, ahol letapadó megoldások fordulnak elő. Egy bizonyos ($S = 0,7$ és $S = 0,9$ közé eső) kritikus súrlódási tényező felett már minden gerjesztési frekvencián letapadás következik be, ez látható az utolsó panelen. Az átmenet vizsgálatához a nem letapadó megoldások létezésének feltételeit kell elemezni, ami az értekezés 11. oldalán található 2.1-es táblázat szerint tehető meg:

	$\Omega \geq 0.5$	$\Omega < 0.5$
$S = S_0$	$x_0 \geq \frac{S}{\Omega^2}$	$x_0 \geq SH_{\max}$
$S < S_0$	$x_0 \geq \frac{S_0}{\Omega^2}$	$x_0 \geq \frac{S_0}{\Omega^2} \ \& \ x_0 \geq SH_{\max}$

Itt

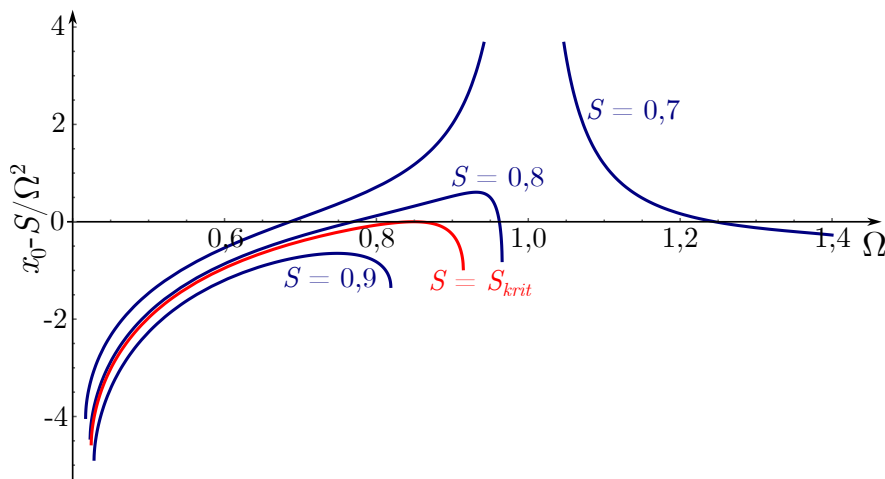
$$x_0(\Omega, S) = \sqrt{\frac{1}{(\Omega^2 - 1)^2} - \frac{S^2 \sin^2(\pi/\Omega)}{\Omega^2 (\cos(\pi/\Omega) + 1)^2}} \quad (1)$$

a nem letapadó megoldás amplitúdója. Mivel a dolgozat 2.2.2 fejezetében leírtak alapján belátható, hogy $S = S_0 > 1/3$ mellett csak az $\Omega > 0,5$ tartományban lehetnek nem letapadó megoldások, elegendő az $x_0 \geq S/\Omega^2$ feltétel vizsgálata.

Az 1. ábrán az $x_0 - S/\Omega^2$ kifejezést ábrázoltam az Ω frekvenciahányados függvényében, különféle S értékeknél. Ahol ez a kifejezés pozitív, ott lehetnek nem letapadó megoldások, melyek annál az S_{krit} értéknél tűnnek el, ahol a görbe éppen érinti az Ω tengelyt.

A fentiekből következik, hogy az

$$\begin{aligned} x_0(\Omega, S) - \frac{S}{\Omega^2} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \Omega} \left(x_0(\Omega, S) - \frac{S}{\Omega^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$



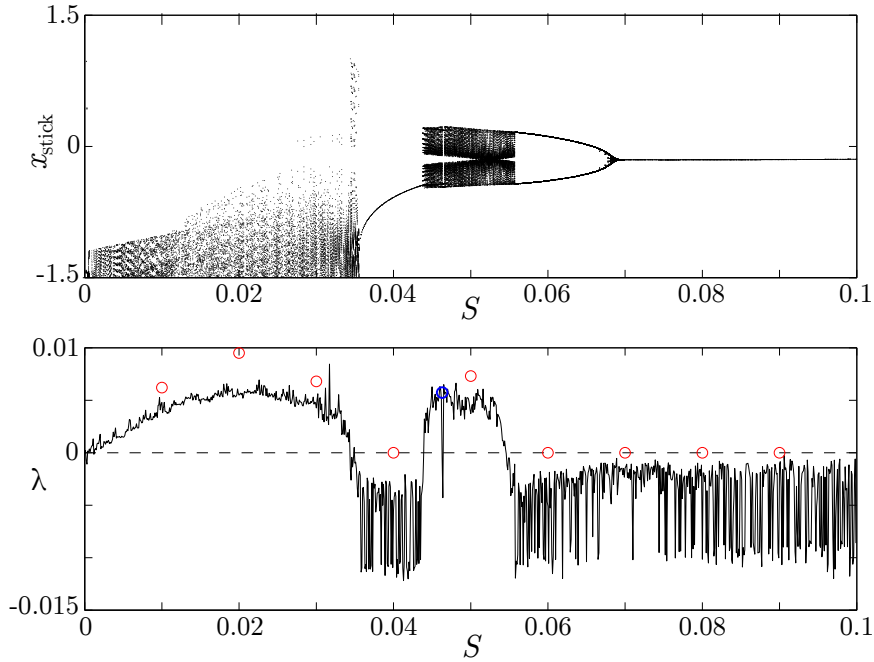
1. ábra. A nem letapadó megoldások frekvenciatartománya az adott súrlódási tényező mellett felrajzolt görbe zérushelyei közé esik

egyenletek megoldásával számítható $\Omega \approx 0,8492$, $S_{krit} \approx 0,8264$ értékeknél történik meg az átmenet. Az x_0 amplitúdóra vonatkozó (1) kifejezés határértékét véve az is meghatározható, hogy $\Omega = 1$ -nél $S > \pi/4 \approx 0,7854$ mellett már letapadó megoldásokat kapunk, ugyanis ekkor képzetes értéket ad a képlet.

2. kérdés: A 2.21-es ábrán láthatjuk, hogy kaotikus megoldások akkor jelennek meg, ha a kinetikus súrlódási együttható $S < 0.2$. Ha a kinetikus és sztatikus súrlódási együttható relatív értékét vesszük (S/S_0), akkor azt mondhatjuk, hogy a tipikus S/S_0 , ami alatt megjelennek a kaotikus megoldások, csökken. Ennek értéke rendre $S/S_0 = 0.67, 0.5, 0.4$ és 0.25 ($S_0 = 0.3, 0.4, 0.5$ és 0.8 értékeire). Vajon van-e valami mélyebb jelentése ennek a csökkenő tendenciának?

Válasz: A kérdés szisztematikus vizsgálatához először is azt érdemes megfontolni, hogy az alkalmazott algoritmus milyen megbízhatósággal képes megbecsülni a Ljapunov-exponens értékét. Ennek kapcsán az alábbi tényezőket fontosnak tartom kiemelni:

- Az egymás közeléből indított megoldások távolodását vizsgáló eljárás által adott számérték hosszú szimulációk mellett elvileg a Ljapunov-exponenshez tart, de a konvergencia sebessége eltér a különféle paramétertartományokban. Mivel nagyon kicsik az eredményül kapott exponensek, számottevőek lehetnek a módszer nem megfelelő konvergenciájából és a numerikus algoritmusból adódó hibák. A káosz-szinkronizáció alapuló eljárás és az egydimenziós közelítő leképezéssel végzett számítások minden vizsgált esetben nagyobb Ljapunov-exponenseket szolgáltatottak, mint a 2.21-es ábra alapjául szolgáló módszer (2. ábra, illetve az értekezés 2.24. ábrája). Bár a szinkronizációs algoritmusról ismert, hogy mindenképpen felső becslést ad, az eredmények közötti eltérések arra utalnak, hogy a trajektóriák távolodásának vizsgálata jellemzően a valósánál kisebb Ljapunov-exponens értéket ad eredményül. Ez a könnyen implementálható, és a több ezer paraméterpontban gyorsan lefutatható módszer mégis jó választásnak bizonyult, hiszen nem a Ljapunov-exponens minél pontosabb értékének meghatározása, hanem a kaotikus tartományok hozzávetőleges behatárolása volt a kutatás célja.
- Ahogy az értekezésben is rámutattam, tranzienst kaotikus megoldások is találhatóak a

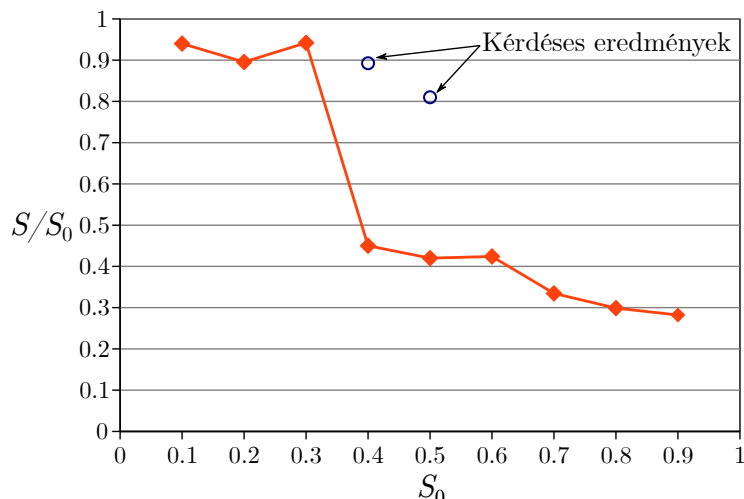


2. ábra. Bifurkációs diagram és a legnagyobb Ljapunov-exponens az $S_0 = 0,4$ és $\Omega = 0,5$ paraméterek mellett. (Az értekezés 2.24. ábrája. Folytonos vonalak: közeli trajektóriák távolodásának vizsgálata, piros körök: káosz szinkronizáció, kék kör: egydimenziós leképezés.)

vizsgált paramétertartományban. Azonban a kis Ljapunov-exponensek miatt nehezen különíthetők el a kaotikus tranziensek a repellor elhagyása utáni tranziensektől, melyek kis csúszási súrlódási tényezők mellett nagyon lassan konvergálnak a periodikus megoldásokhoz. Mivel a tranziens káosz időtartama érzékenyen függ a kezdeti feltételektől, biztosan voltak olyan szimulációk, ahol a kaotikus rezgés rövid idő alatt megszűnt, az algoritmus pedig – tévesen – negatív Ljapunov-exponenst szolgáltatott. Azonban ha elég kicsi a kiszökési ráta, akkor a közeli paramétereknél általában találhatóak hosszabb kaotikus tranziensek is, ezért ezek a megoldástípusok is megjelennek a diagramon, pozitív exponenssel.

- A fordított helyzetre is találtam példát: előfordult, hogy egy paramétertartományban csak néhány izolált pontban kaptam kis pozitív Ljapunov-exponenst (a 3. ábrán ezeket kék körök jelölik). A számítási algoritmusok bizonytalanságai miatt kizártam ezeket az eseteket, és csak azt fogadtam el kaotikus megoldásnak, amihez tartozó paraméterpont környékén is pozitív értéket adott a számítás.

A fenti megfontolások alapján ábrázolható, hogy különféle tapadási súrlódási tényezők mellett mekkora maximális S/S_0 arány mellett tekinthető kaotikusnak a megoldás (3. ábra). A diagramon szembevetendő az $S_0 = 0,3$ és $S_0 = 0,4$ között bekövetkező nagy változás. Ennek az a magyarázata, hogy kis tapadási súrlódás mellett az $\Omega = 0,5$ frekvenciahányados környékén is találhatóak kaotikus tartományok, azonban $S_0 = 1/3$ körül ezek eltűnnek, a két letapadásos szimmetrikus megoldás megjelenésével. Úgy gondolom, hogy a kérdésben felvetett tendencia mögött leginkább ehhez hasonló jelenségek állhatnak. Ezek mélyebb magyarázatára két hipotézisem van:



3. ábra. Azon maximális S/S_0 arányok, ahol pozitív a Ljapunov-exponens

- A csúszási súrlódás disszipációt okoz, ami csökkenti a különös attraktorok méretét. Így található egy maximális S csúszási súrlódási tényező, ami felett ezek az attraktorok eltűnnek, és semmilyen S_0 tapadási súrlódásnál nem jöhet létre kaotikus megoldás.
- Az S_0 tapadási súrlódási tényező növelésével nő a letapadási tartomány mérete is, így egy gerjesztési perióduson belül egyre több időt tölt a vizsgált test letapadva. A letapadás növeli a megoldások előrejelezhetőségét, hiszen meghatározható, hogy az adott kitérésnél mikor következik be a felszakadás. Ezt a hatást ellensúlyozhatja, ha a felszakadáskor hirtelen nagy mértékben megváltozik a testre ható eredő erő, a két súrlódási tényező különbségének megfelelően. Ebből az következik, hogy nagyobb S_0 tapadási súrlódás mellett nagyobb $S_0 - S$ különbség szükséges a kaotikus megoldások bekövetkezéséhez.

3. kérdés: *A disszertáció harmadik fejezetében megismerhetjük az anyagmegmunkálás során megfigyelhető forgácsolás termo-mechanikai modelljeit, amelyekben az anyag felületén lejátszódó bonyolult folyamatok leírására a szerzők bevezetnek néhány véges vastagságú réteget, amelyeken belül a fontos mennyiségek (hőmérséklet, nyírási ráta, és az anyagi paraméterek) állandók. Milyen előnyökkel és hátrányokkal járna, ha folytonos átmenetet feltételeznénk, és fázis-mező (phase-field) jellegű modellt alkalmaznánk a felületi jelenség leírására? Tudomása szerint történt ilyen megközelítés, és ha igen, mire jutott?*

Válasz: Noha a fázis-mező elmélet távol áll a kutatási témáimtól, az elvégzett irodalomkutatás alapján úgy vélem, hogy az abból eredeztethető eredmények leginkább a szemcsék vagy a kristályrácsok méretskáláján relevánsak. Tehát a deformációs zóna szerkezetének modellezésére alkalmas lehet ez a megközelítés, ami abból a szempontból fontos, hogy elsősorban itt történnek olyan mikroszerkezeti változások, melyek befolyásolják a forgácsolt felület minőségét. Például a diszlokációsűrűség változása és az újrakristályosodás jól illeszkedik a fázis-mező elmélet formalizmusába, bár a szakirodalom [1] szerint a szemcsehatárok és a diszlokációk kölcsönhatását kifejezetten nehéz modellezni a képlékeny deformációk során. A fázis-mező elmélet kontinuummechanikai/képlékenységtani alkalmazásának elvi nehézségei is vannak, amikre Gurtin [2] mutatott rá a 90-es években. További problémát jelenthet a termodinamikai és mechanikai hatások együttes figyelembevételének biztosítása, melyhez

vektor értékű belső változót kell bevezetni. Ilyen megközelítést alkalmaztak a [3] cikkben is, ahol végeelem módszert használtak egy alakemlékező fémötvözet ciklikus deformációinak vizsgálatára. Szerintem ennél lényegesen összetettebb feladat lenne a forgácsolás fázis-mező alapú végeelemes analízise, és egészen biztosan nagy számítási kapacitást igényelne. Talán a törésmechanikában már alkalmazott, fázis-mező elméleten alapuló számítási eljárás [4] egyes elemeit fel lehetne használni a forgácsolás modellezésére is.

A forgácsolási folyamat méret- és időskálájától függ, hogy a mikrostruktúrában bekövetkező változások pontos követése mennyire lényeges. A hagyományos forgácsolási technológiák során általában jó közelítést jelent az anyag homogenitásának feltételezése. Ekkor a szemcsemérettel, diszlokációsűrűséggel, stb. kapcsolatos jellemzők az anyag viselkedését leíró konstitutív egyenlet paramétereiben jelennek meg. Az ultraprecíziós és mikromegmunkálás során viszont előfordulhat, hogy a szemcseméretnél kisebb réteget kell eltávolítani; ez esetben lehet jelentősége egy részletesebb anyagszerkezeti modellnek. Az említett elméleti és gyakorlati nehézségek miatt azonban tudtommal még nem alkalmazták a fázis-mező modellt forgácsolószer számmal történő forgácsolás modellezésére. Szikraforgácsolás esetében viszont vizsgálták már az anyag mikroszerkezetében végbemenő változásokat egy ilyen modellel [5].

4. kérdés: *A forgácsképződéssel kapcsolatos másik kérdéskör, hogy a megmunkálandó anyagban lévő hibák (szemcsehatárok, stb.), amik szintén zajszerű járulékot adhatnak a dinamikai folyamatokban, milyen módon vehetők figyelembe?*

Válasz: A mikroszerkezet és az alakítási állapot (pl. az előző műveletből visszamaradt feszültségek) valóban befolyásolják a forgácsolási műveletet. Az ezzel kapcsolatos információkat az empirikus módszerrel meghatározott konstitutív egyenlet, vagy a forgácsoló erő modellje tartalmazza, ami általában elegendő pontosságot biztosít. Ezért a gyakorlatban a forgácsoló erőt megadó paraméterek bizonytalansága [6], vagy a mért spektrum bizonytalanságai alapján következtethetünk a forgácsolási folyamat jellemzőire, például a stabilitására [7]. Természetesen az értekezésben szereplő modellek is kiegészíthetők a paraméterek ingadozását megadó, sztochasztikus fluktuációkkal, melyek statisztikai jellemzőire a forgácsképek vizsgálata alapján következtethetünk.

5. kérdés: *Nem lényeges pont, de megemlítendő, hogy előfordul, hogy a dolgozatban különböző mennyiségek ugyanazzal a betűvel vannak jelölve (pl.: Lyapunov exponens és hővezetési együttható).*

Válasz: Köszönöm az észrevételt, sajnos ez elkerülte a figyelmemet.

Bízva abban, hogy a fentiekben kielégítő válaszokat adtam az opponensi véleményben megfogalmazott kérdésekre és megjegyzésekre, még egyszer köszönöm a Bíráló előremutató észrevételeit.

Budapest, 2024.06.24.



Dr. Csernák Gábor
egyetemi docens

BME Műszaki Mechanikai Tanszék

Hivatkozások

- [1] I. Steinbach, H. Salama, Lectures on Phase Field, Springer, doi.org/10.1007/978-3-031-21171-3 (2023)
- [2] M.E. Gurtin, Generalized Ginzburg-Landau and Cahn-Hilliard equations based on a microforce balance, *Physica D* 92, 178-192 (1996)
- [3] X. Xie, G. Kang, Q. Kan, C. Yu, Phase-field theory based finite element simulation on thermo-mechanical cyclic deformation of polycrystalline super-elastic Ni-Ti shape memory alloy, *Computational Materials Science*, Volume 184, 109899, doi.org/10.1016/j.commatsci.2020.109899 (2020)
- [4] X. Zhuang, S. Zhou, G.D. Huynh, P. Aérias, T. Rabczuk, Phase field modelling and computer implementation: a review, *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 262, 108234 (2022)
- [5] F. Klocke, M. Mohammadnejad, M. Zeis, A. Klink, Potentials of the phase field approach for modeling modifications in material microstructure during Electrical Discharge Machining, 18th CIRP Conference on Electro Physical and Chemical Machining (ISEM XVIII), *Procedia CIRP* 42, 703-708 (2016)
- [6] H.T. Sykora, D. Hajdu, Z. Dombovari, D. Bachrathy, Chatter formation during milling due to stochastic noise-induced resonance, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 161, 107987, doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.107987 (2021)
- [7] D. Hajdu, T. Insperger, G. Stepan, Robust stability analysis of machining operations, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 88(1):45–54 (2017)