

Válasz Dr. Török János bírálataira

Doktori mű: „Rejtett kaotikus rezgések alkalmazott mechanikai feladatokban”

Köszönöm a Bírálónak értekezésem gondos átolvasását, támogató véleményét, és a digitális szabályozással kapcsolatos kérdéseit, melyek eredményeim továbbgondolására készítették. A bírálatot olvasva nagyon jól estek a téma aktualitását és a gondolatmenet követhetőségét méltató megjegyzések. Az alábbiakban igyekszem kimerítően válaszolni a felmerült kérdésekre. Amennyiben egy-egy észrevételre nem reagálok közvetlenül, úgy elfogadom azt, és egyetértek vele.

Kritikaként merült fel a bírálatban, hogy az első téma esetében szétválasztottam az 1. és 2. tézispontokat, míg a másik két problémakörnél csak egy-egy tézist fogalmaztam meg. Emellett a Bíráló úgy érezte, hogy a 2/a eredmény közelebb van az 1/b-hez, mint a többi 2-es tézispont-beli eredményhez. Azért döntöttem e két tézispont szétválasztása mellett, mert az 1. tézisben a nem letapadó megoldásokkal kapcsolatos *analitikus* eredményeket, a 2. tézisben pedig a letapadó megoldásokkal kapcsolatos *numerikus* eredményeket foglaltam össze. A követő módszer alkalmazásához kulcsfontosságú lépés volt a 2/a altézisben szereplő új kapcsolási feltételek megadása, ezért soroltam fel ezt az eredményt is a második tézisben. A forgáscsképződés és a digitális szabályozás kapcsán úgy éreztem, hogy nem különülnek el ilyen élesen sem az alkalmazott módszerek, sem az azokhoz kapcsolódó eredmények.

A Bíráló további kritikai megjegyzése szerint a 2. fejezet több ábráján is szerepel a periódusonként bekövetkező letapadások száma, viszont a 2.4 és 2.6 ábra kapcsán nem derül ki, hogy ezek hogyan kerültek meghatározásra, csak később, a 20. oldalon. Emellett az eredmények ábrázolásával kapcsolatban azt a kérdést veti fel a Bíráló, hogy miért a letapadási számok tizede szerepel a 2.6 és 2.13 ábrákon. Az analitikus megoldásokat illusztráló ábráknál ugyan megemlítettem, hogy azokat numerikusan is ellenőriztem, a letapadások számának meghatározásáról sajnos valóban nem tettem említést. Egyetértek azzal, hogy ezt érdemes lett volna pontosabban leírni, és hivatkozni a 2.4 fejezetre, ahol a numerikus szimuláció részletei szerepelnek. Az 1 és 4 közé eső letapadási számokat azért osztottam tízzel, mert a megállási számok konkrét értéke kevésbé fontos a szóban forgó ábrák kapcsán: elsősorban arra akartam rámutatni, hogy mely frekvenciahányadosoknál történik letapadás. Mivel az ábrázolt amplitúdók nagysága 0 és 2 közé esik, úgy éreztem, hogy így jobban áttekinthetőek lettek a diagramok.

A bírálatban feltett sorszámozott kérdésekre válaszaim a következők:

1. kérdés: *A negyedik tézisponthoz kapcsolódóan azt kérdezném, hogy lehetne-e olyan kontroll mechanizmust írni, ami figyelembe tudja venni a micro-káoszt és sima periodikus pályára állítja a rendszert.*

Válasz: A káosz stabilizálására több eljárás is ismert [1], ezek közül az OGY módszert [2] már alkalmazta is egy hallgatóm, mind egydimenziós, mind kétdimenziós mikro-káosz leképezés esetében. Mindkét esetben nyereg-szerű fixpontok stabilizálása volt a cél. Elvileg instabil periodikus pályák is stabilizálhatók ezzel a megközelítéssel – feltéve, hogy a káosz szabályozása analóg szabályozóval történik. A káosz digitális szabályozása újabb kaotikus rezgéseket eredményezne, bár lehetséges, hogy valamivel kisebb amplitúdóval.

A gyakorlati megvalósíthatóság szempontjából figyelembe kell még vennünk, hogy a hosszú instabil periodikus pályák megkeresése nagyon nagy számítási kapacitást igényel. A fő kérdés azonban szerintem az, hogy ha rendelkezünk olyan kimeneti és bemeneti felbontású szabályozóval, amivel a kívánt pontossággal megvalósítható a káosz szabályozás, akkor miért nem azt alkalmazzuk, az eredeti, mikro-káoszt eredményező szabályozó helyett. Elképzelhetőnek tartom, hogy egyes esetekben energiamegtakarítást lehet elérni egy rossz felbontású PD szabályozó és egy jó felbontású káosz szabályozó kombinációjával. Olyan esetekben is előnyös lehet ez a megközelítés, amikor a pontosabb szabályozó a fázistérnek csak egy kis tartományában működtethető.

2. kérdés: *Mi történik, ha egy mikro-káosz rendszerre csatolunk még egy digitálisan kontrollált rendszert? Alkalmas-e az itt bemutatott formalizmus ilyen rendszerekre, illetve lehetsége-e az, hogy a csatolt rendszerben már makroszkopikus káosz lép fel?*

Válasz: A digitális hatások többszintű megjelenése valóban érdekes probléma – ilyen esettel találkozhatunk például egy mikro-kaotikus rendszer digitális káosz-szabályozása során is, amit az 1. kérdésre adott válaszomban említettem. Két digitális hatás összekapcsolására az értekezés 4.5.3 fejezetének végén is találunk utalást: a mikro-káosz leképezés numerikus szimulációja egy olyan másodlagos digitális hatást okozhat [3], amely során egyes megoldások kiszökhetnek az attraktorokból.

Valós rendszerekben is előfordul több szabályozó összekapcsolása. Az ilyen rendszerek viselkedését meghatározza, hogy a két részrendszer között egyirányú vagy kétirányú csatolás van-e, illetve milyen kerekítési felbontás és mintavételezés jellemzi azokat.

Tipikus eset, hogy hierarchikusan szervezik a szabályozókat: a magasabb szintű szabályozó szerepe például lehet a pályatervezés és az ennek megfelelő referencia jelek továbbítása az alacsonyabb szintű szabályozó bemenetére, ami pedig a fizikai rendszer dinamikai viselkedéséért felel. Ekkor a magasabb szintű szabályozó feladata nem egy instabil egyensúlyi helyzet stabilizálása, tehát itt elkerülhető lehet a mikro-kaotikus viselkedés. Ha az alacsonyabb rendű szabályozó mintavételi frekvenciája sokkal nagyobb, mint a magasabb rendű, akkor két referencia jel beérkezése között alkalmazható az értekezésben bemutatott formalizmus, az aktuális megkívánt állapot körüli linearizálásnak megfelelő együttható mátrixszal. Bár így mindig új tranzienseket tapasztalunk, a kaotikus viselkedés jellemzői nem változnak lényegesen. A formalizmus részben akkor is használható marad, ha hasonló nagyságrendűek a mintavételi frekvenciák, de ezt az esetet már nem lehet különböző kaotikus rendszerek közötti átkapcsolások sorozataként tekinteni, itt egy összetettebb kaotikus rendszert kapunk, valamivel nagyobb méretű attraktorral. A kerekítések közötti eltérések miatt az értekezés 4.7.2 fejezetében leírt kettős kerekítéssel modellt kell alkalmazni, a mintavételezési frekvenciák különbségét pedig a Kálmán-féle mintavételezési modell [4] alapján lehet kezelni.

Véleményem szerint a gyakorlatban ritkábban fordul elő az az eset, hogy a magasabb szintű szabályozó instabil helyzetet stabilizál (így mikro-káoszt mutat), az alacsonyabb rendű viszont nem érzékeny a kezdeti feltételekre. Ha mégis ez a konfiguráció valósul meg, akkor a magas szintű szabályozó kaotikus viselkedését követve a kapcsolt rendszerrel is kaotikus kimenetet várhatunk.

Azonos szintű szabályozók – azaz kétirányú csatolás – mellett a mintavételezési frekvenciák és a kerekítési felbontások közötti eltérések kezelését kell megoldani, ami szerintem ekkor is megtehető a [4] cikkben leírt technikával és a kettős kerekítés formalizmusával. Ha mindkét szabályozó mikro-káoszt mutat, akkor a kapcsolt rendszer is kaotikus lesz, de a rezgések

amplitúdója nem feltétlenül lesz nagyobb a kapcsolt rendszerben.

Ami a mikro- és makro-káosz közötti átmenetet illeti, az értekezésben szereplő modellekben a kerekítés felbontásával arányos skálázást alkalmaztam, azaz rossz felbontással egy „mikro-kaotikus” rendszer is mutathat nagy kitérésű kaotikus rezgéseket. A gyakorlatban ez megfelelő tervezéssel elkerülhető, ezért inkább olyan esetekben tudok elképzelni mikro-káoszból makro-káoszba vezető átmenetet, amikor a két digitális rendszer összekapcsolása miatt eltolódnak a stabilitási határok, vagy az egyik szabályozó által adott perturbáció kikelő a rendszert a másik szabályozóhoz köthető attraktor vonzási tartományából.

3. kérdés: *Ha jól értettem, akkor a 4.2 fejezetben még általános n dimenziós állapotvektorokat használt, a klaszter cella módszert is általánosan n dimenzióban vezeti be, azonban a bemutatott példák mind egydimenziósak. Mennyire lenne reménytelen egy akár két csatolt dimenziós rendszer vizsgálata?*

Válasz: A dimenzió növelésével valóban egyre összetettebb feladat a mikro-káosz leképezés elemzése, de bizonyos dinamikai jellemzők a dimenziótól függetlenül meghatározhatók. Az értekezés egymás utáni fejezeteiben fokozatosan növeltem a vizsgált probléma bonyolultságát: a 4.3 fejezet egydimenziós esetet tárgyal, a 4.4 fejezetben viszont már egy olyan kétdimenziós rendszerről van szó, ahol a második dimenzió az adatfeldolgozási időkéésés miatt jelenik meg. Bizonyos értelemben ez még nem „igazi” kétdimenziós eset, hiszen az attraktor egydimenziós, így az azt mutató ábrák alapján nem könnyű elkülöníteni ezt a rendszert a késés nélküli, tisztán egydimenziós esettől. A 4.5 fejezetben viszont már egy inverz inga elemzése található, azaz itt kétdimenziós a rendszer fázistere. A vizsgált feladatban viszonylag könnyű volt a káosz bizonyítása Smale-patkók segítségével, de magasabb dimenzióban ez már sokkal nagyobb kihívást jelentene. Az értekezésben tárgyalt esetek mellett egy két szabadsági fokú kettős inverz inga szabályozását is vizsgálta PhD hallgatóm, Gyebroszki Gergely [5], és ennek nyomán egy szakdolgozat is készült hasonló témában. Ezekben a négydimenziós esetekben azonban csak a mikro-káosz miatt bekövetkező szabályozási hibát vizsgáltuk, analitikus és numerikus módszerekkel – például a csoportosított cella-leképezéssel.

Bízva abban, hogy a fentiekben kielégítő válaszokat adtam az opponensi véleményben megfogalmazott kérdésekre és megjegyzésekre, még egyszer köszönöm a Bíráló előremutató észrevételeit.

Budapest, 2024.06.24.



Dr. Csernák Gábor
egyetemi docens

BME Műszaki Mechanikai Tanszék

Hivatkozások

- [1] H.G. Schuster (Ed.), Handbook of chaos control, WILEY-VCH Verlag GmbH, ISBN 3-527-29436-8 (1999)
- [2] E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke, *Controlling Chaos*, Phys. Rev. Lett., **64** (11), pp. 1196-1199 (1990)

- [3] G. Domokos, D. Szász, Ulam's scheme revisited: digital modeling of chaotic attractors via micro-perturbations. *Discret. Contin. Dyn. S., Series A.* 9(4), 859-876 (2003).
- [4] R.E. Kalman, J.E. Bertram, A unified approach to the theory of sampling systems, *Journal of Franklin Institute*, 267, 405-436 (1959)
- [5] G. Gyebroszki, G. Csernák, Inherent control error in a multi-PD controlled double inverted pendulum, In: G. Stepan; G. Csernak (szerk.), *Proceedings of the 9th European Nonlinear Dynamics Conference, ENOC 2017, Budapest, Paper 238, 5 p* (2017)