

Bírálat

Csernák Gábor

Rejtett kaotikus rezgések alkalmazott mechanikai feladatokban

című MTA doktori értekezéséről

A gyakorlati feladatok matematikai modellezése során egyik cél, hogy a fizikai folyamat dinamikai viselkedése jól előrejelezhető legyen. Mindez azt jelenti, hogy általában előnyben részesülnek azok a modellek, amelyekben nem szerepel a kaotikusság. Ilyen folyamat az, amikor a rezgéseket vizsgáljuk. Ezekben tipikusan elkerüljük a kaotikus rezgések tartományait, mégpedig úgy, hogy nagy időskálán vizsgálják a folyamatot, mintegy figyelmen kívül hagyva a kis időskálájú folyamatokat, amelyek kaotikus jelleget mutatnak. (A kis amplitúdójú, szabálytalan rezgéseket általában véletlen zajnak tekintik.)

Csernák Gábor munkája ezeket a rejtett kaotikus viselkedéseket és azok természetét vizsgálja. Mindez alapján kijelenthető, hogy a Szerző értekezésében rendkívül érdekes, nagy gyakorlati jelentőségű témával foglalkozik. Már előljáróban szeretném hangsúlyozni, hogy a kutatásában alkalmazott matematikai eszköztár rendkívül sokrétű, szabatos és jól átgondolt. Összességében elmondható, hogy a munka eredményeként olyan módszerek születtek, melyek alkalmazásával a kis amplitúdójú kaotikus rezgéseket mutató mechanikai, termo-mechanikai vagy mechatronikai rendszerek vizsgálata model szinten lehetővé válik, valamint meghatározhatók azok a paraméterek, amelyek a kívánt viselkedést garantálják.

A klasszikus alkalmazott analízis gondolatmenetét követve, ehhez először matematikai modelleket épít fel a Szerző (ezek általában közönséges differenciálegyenletek), majd ezeket megoldva jut el a matematikai megoldáshoz. Végezetül rendszeresen számítógépes kísérletekkel verifikálja az adott eljárást.

A szöveg általában véve jól olvasható, színvonalas stílusú, az elütések nem jellemzőek. Az egyes részekhez kapcsolódó irodalmi áttekintés lényegre törő és alapos. Az ábrák jól segítik a dolgozat érthetőségét. Összességében elmondható, hogy az értekezés gondosan szerkesztett, igényesen kivitelezett, azaz tartalmilag és formailag jól felépített, jól olvasható munka.

Az értekezés témaválasztása kapcsán megállapítható, hogy aktuális, és jól illeszkedik a hazai és nemzetközi trendekhez. Fontosnak tartom megjegyezni, hogy a kutatás szervesen illeszkedik a Stépán Gábor nevével fémjelzett és méltán nagy nemzetközi elismertségű hazai iskolához.

A dolgozat tartalma

Az értekezésben a Szerző három különböző témakörrel foglalkozik. ,

1. Száraz súrlódású, harmonikusan gerjesztett oszcillátor aszimmetrikus és kaotikus rezgései.

2. A forgácsképződés termo-mechanikai modelljeiben megjelenő periodikus és kaotikus viselkedés.
3. Digitális szabályozás okozta kaotikus viselkedése, az ún. mikro-káosz.

Ezeket a témaköröket a gyakorlatban rendszerint figyelmen kívül hagyott rejtett kaotikus viselkedés kapcsolja össze. Így, bár látszólag kissé heterogén a témaválasztás, valójában nem az, egy jól meggondolt gondolati szál mentén van felépítve a dolgozat

A továbbiakban részletezem a munkát és annak általam vélt legfontosabb eredményeit.

A bevezetést követő második fejezetben a száraz súrlódású, harmonikusan gerjesztett oszcillátorokat vizsgál a Szerző. Bár a viszkózus csillapítású, harmonikusan gerjesztett lineáris oszcillátor mozgásegyenletének általános megoldása jól ismert, ez a helyzet megváltozik, amikor száraz súrlódást alkalmazunk a sebességtől lineárisan függő csillapítás helyett.

A klasszikus model (Coulomb súrlódás) jelenléte szakaszosan sima mozgásegyenletre vezet, aminek csak speciális esetekben létezik analitikus megoldása. Ráadásul ezeket azzal az erősen megszorító feltételezéssel vizsgálták, hogy a megoldás időben és térben szimmetrikus, a periodikus pálya negatív illetve pozitív sebességhez tartozó szakaszai azonos időtartamúak, és a maximális kitérések is megegyező nagyságúak a két irányban. A dolgozatban ezek a feltételezések felülvizsgálatra kerültek és a Szerző szigorú matematikai eszközökkel megmutatta, hogy a sajátfrekvencia speciális gerjesztése mellett egyszerre kontinuum számosságú, a kezdeti kitéréssel paramétereizhető aszimmetrikus, nem letapadó periodikus megoldás jelenhet meg, melyek esetében különbözik a pozitív és negatív irányban bekövetkező maximális kitérés. Nagyon szép és értékes eredménynek tartom annak megmutatását, hogy a kaotikus megoldások az aszimmetrikus megoldásokból bifurkálódnak. Ennek kapcsán érdekes és matematikailag is nagyon szép észrevétel a rejtett jelleg magyarázata: ezek Ljapunov-exponensük kicsi, és ha reális súrlódási tényezőkre korlátozódunk, akkor a frekvenciatartománynak csak egy nagyon szűk sávjában fordulnak elő.

A második témakör a forgácsképződés termo-mechanikai modelljeinek vizsgálata. A szakirodalom csak marginálisan vizsgálja ezt a folyamatot. Az értekezés társszerzővel közös munkáiban ezen bonyolult folyamat lényegét is feltáró modellezésére törekszik. Nevezetesen, három nemlineáris modellt vezet be és vizsgál. Mindhárom modellben a forgács tövével lévő nyírési zónában különböző hőmérsékleti és feszültségállapottal jellemezhető sávok azonosíthatók. A modellek közül kiemelném az első modellt.

Ebben a modell változói a három bevezetett sáv hőmérsékletei, valamint a két deformációs sávot jellemző két csúsztatófeszültség. Ez utóbbiak kapcsolatát felhasználva a modell négydimenziósra redukálható. Nagyon szép eredmény annak megmutatása, hogy a jelenség dinamikája már egy egydimenziós unimodális leképezés segítségével is megragadható, és perióduskettőző bifurkációsorozatok következnek be. Érdekes észrevétel, hogy bizonyos tartományokban egyszerre két különböző megoldástípus is megjelenhet, amely magyarázhatja azt a jelenséget, hogy azonos körülmények között is különböző típusú forgácsok keletkeznek (bistabilitás).

A digitális szabályozás okozta kaotikus viselkedést, az ún. mikro-káoszt vizsgálja a következő fejezet. (Mikro-káosznak azt nevezzük, amikor a digitális hatások következtében a szabályozott mechanikai rendszer megkívánt állapotának környezetében egy vagy több különös attraktor vagy repellor jelenik meg, melyeken kis amplitúdójú kaotikus viselkedés figyelhető meg.) Az irpdalomben ezt szokásosan zajnak tekintik, ezért ebben az esetben is a determinisztikus káosz nem jelenik meg a vizsgálatban. A Szerző bebizonyítja, hogy az ún. PD szabályozás esetében a fázistér szerkezete olyan, mintha több lokális pékleképezés fázisportréja lenne egymás mellett. Ekkor az egyes attraktorok vagy repellorok nagyon kis méretűek lehetnek, de bizonyos fázistérbeli invariáns halmazok a jellemző méretüknél nagyságrendekkel nagyobb távolságban helyezkednek el a megkívánt helyzettől, növelve a szabályozás hibáját. Ebben a szakaszban tárgyalja a Szerző a kettős kerekítés során bekövetkező bifurkációkat, illetve a mikro-káosz kísérleti kimutatását.

A dolgozat téziseinek értékelése

A dolgozat 4 tézist fogalmaz meg, amelyek több rész-állításokat is tartalmaznak. Ezek mindegyikét értékes és új tudományos eredménynek tartom, ezért elfogadom őket. A tézisekhez megfelelő publikáció kapcsolódik, amelyek magas színvonalú és presztízű szakfolyóiratban kerültek publikálásra.

Kérdések, megjegyzések

Kérdéseim az egyes tézispontokhoz kapcsolódnak.

1. Az 1.tézis (a) pontjában megfogalmazásra került, hogy az $1/(2n)$, frekvenciahányadosoknál aszimmetrikus megoldások léteznek. Matematikai szempontból érdekes lehet, hogy tetszőleges (a_n) nullához tartó frekvenciahányados sorozat esetén a sorozat tagjainak milyen tulajdonsága mellett léteznek nonszimmetrikus megoldások?
2. Az 1. tézis (b) részében szerepel S_0 értékére egy felső korlát, amely mellett létezhetnek nem letapadó aszimmetrikus megoldások. Ez értelmezhető szükséges feltételként? Mennyire éles ez a becslés? Adható elégséges feltétel is a nem letapadó aszimmetrikus megoldások létezésére?
3. Ugyancsak Az 1. tézis (b) részében szerepel állítás arra vonatkozóan, hogy az aszimmetrikus megoldások eredetileg nullmértékű paramétertartománya véges mértékűvé válik, ha a tapadási súrlódás együtthatója nagyobb a csúszási súrlódás együtthatójánál. Hogyan kell érteni ezt kijelentést? (Milyen mértékről van szó? Mit jelent az, hogy nulla mértékről véges mértékű lesz, hiszen a nulla mérték is véges?)
4. A 2.tézis (a) pontjában szerepel, hogy a szimmetrikus periodikus megoldásokból keresztező-csúszó illetve nyereg-csomó bifurkációk során keletkeznek aszimmetrikus megoldások. Milyen további más esetben lehetséges még az aszimmetrikus megoldások létezése?
5. A 2.tézis (c) pontjában megemlíti a Szerző, hogy a nyers erő módszerével bifurkációs vizsgálatot folytatott társszerzőjével, és meghatározták a kaotikus megoldások

létezését jelentő paramétertartományokat. Ehhez egyik eszközként szakaszosan lineáris közelítő függvényeket használtak. Ezek valójában spline-féle közelítéseket jelentenek? Alkalmazhatók-e magasabb fokú közelítések?

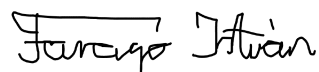
6. A 4. tézis (e) pontához kapcsolódóan. A disszertáció ehhez kapcsolódó része egészen magas matematikai színvonalú, igényesen elkészítet, precíz munka. A Szerző megemlíti, hogy a mikro-káosz leképezések fázisterének globális vizsgálatára kidolgozták C-SCM algoritmust. Ennek előnyei a tézisben felsorolásra is kerülnek (4.6.4 szakasz) Vannak-e hátrányai ennek az algoritmusnak?
7. Nem kérdésként, hanem megjegyzésként szeretném kiemelni a 3.tézis (c) pontjának azon eredményét, miszerint egy konkrét modellben (késleltetett és szakaszosan sima modell, ami a periodikusan képződő és leváló élsisak hatását írja le lágyacél esztergálása során) a megoldás kaotikus és az attraktor dimenziója véges, noha a fázistér végtelen dimenziós.

Összegzés, értékelés

Csernák Gábor dolgozata az eddigi, közel két évtizedes kutatói munkájának eredménye. A munka magas színvonalon tárgyalja a rezgés tan területén felmerült kérdéseket. Matematikailag sokoldalú és rendkívül igényes munka, amelyben a Szerző a matematikai eszköztárát korrekt módon alkalmazza.

A benyújtott értekezés tudományos eredményei véleményem szerint tartalmi és formai szempontból egyaránt megfelelnek az MTA doktora cím elnyeréséhez szükséges színvonalnak, így javaslom az értekezés nyilvános védésre bocsátását.

Budapest, 2024 május 12. .



/Faragó István/

MTA doktora