# Mesterséges atomokból felépülő hibrid kvantumáramkörök

MTA DOKTORI ÉRTEKEZÉS (Rövid értekezés)

## Csonka Szabolcs

Fizika Tanszék Fizika Intézet, Természettudományi Kar

2024



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

# Tartalomjegyzék

Bevezetés			<b>2</b>
1.	Új eljárások kvantumpöttyök létrehozásához		<b>4</b>
	1.1.	Mesterséges atomok formálása nanopálcák nedves marásával [1]	4
	1.2.	Kvantumpöttyök grafén nanoszalagban [2]	6
	1.3.	Eredmények hatása	7
<b>2</b> .	Spin-pálya kölcsönhatás mesterséges atomokban		9
	2.1.	A Rashba spin-pálya kölcsönhatás hangolása kapuzással $[3]$	9
	2.2.	g-faktor hangolás InAs kvantumpöttyökben [4]	10
	2.3.	Weyl-pontok mesterséges molekulában [5]	12
	2.4.	Eredmények hatása	15
3.	Ferromágneses korrelációk mesterséges atomokban		16
	3.1.	Mágneses kicserélődési tér hangolása mesterséges atomban [6]	16
	3.2.	Mesterséges atomon alapuló spinpolarizált áramforrás [7] $\ldots$	18
	3.3.	Eredmények hatása	20
4.	Cooper-pár szétválasztó (CPS) áramkör		<b>21</b>
	4.1.	Első megvalósítás[8]	22
	4.2.	CPS véges feszültségen [9]	24
	4.3.	CPS hangolása kapuelektródával [10]	26
	4.4.	CPS hangolása mágneses térrel [11]	29
	4.5.	CPS vizsgálata spin qubit eszköztárral [12]	31
	4.6.	Eredmények hatása	32
5.	Andrejev-molekula		34
	5.1.	Andrejev-állapot térbeli kiterjedése [13]	35
	5.2.	Andrejev-molekula elméleti vizsgálata [14]	37
	5.3.	Andrejev-molekula megvalósítása dupla pálcában [15, 16]	39
	5.4.	Eredmények hatása	42
Kċ	Köszönetnyilvánítás		

## Bevezetés

A középkori alkémia nagy vágya volt, hogy atomokat szabadon át tudjunk alakítani és például aranyat készíthessünk más fémekből. Mára a nanotechnológiának köszönhetően mesterséges atomokkal mindez megtehető, egy mesterséges atomon az elektronok száma szabadon állítható egy kapufeszültség segítségével [17]. Ebben a dolgozatban mesterséges atomokat, más néven kvantumpöttyöket hozunk létre különböző félvezető nanoszerkezetekben és viselkedésüket vizsgáljuk, amikor szupravezető vagy ferromágneses elektródához csatoljuk őket.

Mesterséges atomokban a kvantált elektronszám, a hangolható csatolás a külvilághoz és egyszerű áram méréssel elvégezhető spektroszkópia számos alapvető szilárdtest-fizikai problémakör mélyebb megértéséhez és minden korábbinál pontosabb vizsgálatához vezetett el, mint például a Kondo-effektus [18] vagy a szupravezetés [19].

Napjainkban a kvantummechanika második forradalmát éljük meg, aminek célja, hogy kvantumfizikán alapuló technológiákat fejlesszünk ki, amik lehetővé teszik pl. kvantumszámítógépek létrehozását vagy biztonságos kvantumkommunikációs eszközök gyártását. Mesterséges atomok és molekulák kvantumszámítógépek létrehozására alkalmas egyik legígéretesebb platform, az ún. spin qubitek alapvető építő kövei [20]. Mesterséges atomok és molekulák viselkedése még izgalmasabbá válik, ha szupravezetőhöz vagy ferromágneshez csatoljuk őket. Ferromágneshez csatolt mesterséges atommal a kicserélődési kölcsönhatás természetét lehet tanulmányozni korábbi módszerekhez képest sokkal nagyobb kontroll mellett. Szupravezetőhöz csatolás esetén a szupravezető makroszkopikus kvantum állapotának és a mesterséges atom kvantált elektronszámának versengéséből számos érdekes jelenségkör származik [21], mint a  $\pi$ – Josephson átmenet, Andrejev kötött állapot vagy az Andrejev-molekula. Szupravezető kvantumpötty hibrid rendszerekből számos kvantumelektronikai alkalmazás is született, mint a gatemon [22, 23] vagy a kvantummechanikailag összefont elektronokat létrehozó Cooper-pár szétválasztó áramkör [24].

A kvantumelektronika elmúlt évtizedének legaktívabb területe szupravezetők és félvezetők kombinációjából született. Elméleti munkák szerint ezen áramkörökből új topologikus szupravezető rendszerek hozhatóak létre [25, 26, 27, 28], melyek egzotikus kvázirészecskéket tartalmaznak. Ezek lehetnek önmaguk anitrészecskéi (Majorana-fermionok), vagy olyan nem-Ábeli gerjesztések, amik, sem fermionok, sem bozonok (parafermionok). Ezen gerjesztések különösen érdekesek kvantum információtárolására, mivel topologikus védettségüknek köszönhetően robosztusak, külső zavaroknak ellenálló információtárolást biztosítanak. Az elmúlt évtizedben óriási kísérleti erőfeszítés indult IT cégek részvételével, hogy félvezető nanopálcában, erős spin-pálya kölcsönhatás mellett, szupravezető közelségében ilyen gerjesztéseket azonosítsanak. Megnyugtató módon nem sikerült igazolni

#### TARTALOMJEGYZÉK

Majorana-fermionok létezését [29]. A dolgozatban bemutatásra kerülő ún. Andrejevmolekulákkal, ahol két meseterséges atom csatolódik egy szupravezetőn keresztül, áttörő eredményeket születtek [30], megnyitva az utat topologikus szupravezető rendszerek létrehozása felé. Az áramkör működése a dolgozatba bemutatásra kerülő két jelenségkörön alapszik: Cooper-pár szétválasztási folyamaton és a félvezető nanopálcákban jelen lévő spin-pálya kölcsönhatáson.

A dolgozat a saját kutatási eredményeket tárgyalja a következő öt fejezetben. Az 1. fejezetben röviden ismertetére kerülnek kvantumpöttyök létrehozásának technikái, kitérve általunk kifejlesztett eljárásokra. A 2. fejezetben a spin-pálya kölcsönhatás szerepét vizsgáljuk meg InAs nanopálcában és ebben létrehozott mesterséges atomokban. Dupla kvantumpöttyben bemutatjuk a spin-pálya kölcsönhatás miatt létrejövő toplogikus struktúrákat, ún. mágneses Weyl-pontokat. A 4. fejezetben összefont elektronpárok létrehozására szolgáló Cooper-pár szétválasztó áramkör kifejlesztését ismertetjük, részletesen karakterizálva a viselkedését különböző körülmények között. Az 5. fejezetben szuravezetőhöz csatolt kvantum pötyben létrejövő Andrejev-molekulát ismertetjük. Minden fejezet egy olyan alfejezettel zárul, melyben a saját eredmények hatását és érvényességét ismertetjük.

## 1. ÚJ ELJÁRÁSOK KVANTUMPÖTTYÖK LÉTREHOZÁSÁHOZ



**1.** ábra. Itthon készített nanoáramkörök. (a) Cooper-pár szétválasztó áramkör elektronmikroszkóppal készült felvétele. Az áramkör elkészítése nanopálcák manipulációját, 4 elektronsugaras litográfiai lépéssorozatot, speciális hideg előhívást, argon atomokkal történő felületi marást,  $AlO_x$  atomi réteg leválasztását, elektronsugaras gőzölési és porlasztási réteg leválasztási lépéseket is igényel. (b) InAs nanopálca vékony arany kapuelektróda rendszeren, melynek periódusa < 75 nm. (Sütő Máté és Lukács István munkája.)

## 1. Új eljárások kvantumpöttyök létrehozásához

A kvantumáramkörök fizikájának kísérleti vizsgálata egy komplex feladat, az áramkörök elkészítése és alacsony hőmérsékleti transzportmérései összetett eljárások és technikák sorozatának alkalmazását igénylik, úgymint nanoméretű objektumok manipulációja, elektronsugaras litográfia, vékonyréteg leválasztás nagy vákuumban, reaktív porlasztás, szálkikötés, alacsony zajszintű transzportmérések 10 mK hőmérsékleten. A nagydoktori munkásságom időszakának legfontosabb eredményének azt tartom, hogy sikerült hazánkban a teljes technológiai lépéssorozatot elérhetővé tenni, és ma 10-15 PhD hallgató rutinszerűen fejleszt és vizsgál nanoáramköröket ennek köszönhetően. A 1. ábrán példák láthatóak itthon készített kvantumáramkörökre 40 nm alatti csíkszélességet alkalmazva.

Ebben a fejezetben új eljárások kerülnek bemutatásra, amik segítségével kvantumpöttyöket, másnéven mesterséges atomokat<sup>1</sup> tudtunk létrehozni egy - és kétdimenziós nanoszerkezetekben.

# 1.1. Mesterséges atomok formálása nanopálcák nedves marásával [1]

InAs nanopálcák a legígéretesebb nanoszerkezetek közé tartoznak [31] kvantumáramkörök létrehozásához. Előnyös tulajdonságuk, hogy egykristályból állnak, melyben a töltéssű-rűség könnyen hangolható, erős bennük a spin-pálya kölcsönhatás és könnyen kikontaktálhatóak akár szupravezető, vagy ferromágneses anyagokkal is. A tipikusan 50 - 100 nm átmérőjű pálcákban az elektronok mozgása 1 dimenzióba van beszorítva. Ahhoz, hogy

 $<sup>^1\</sup>mathrm{A}$ dolgozatban a mesterséges atom és kvantumpötty megnevezéseket szinonímaként használjuk. Mesterséges atomok esetén a bezáró potenciálban a kvantumos bezárásból származó energia szintek szinttávolsága összemérhető azzal az elektrosztatikus energiával, amire egy elektron szigetre helyezéséhez szükség van. A dolgozatban tárgyalt kvantumpöttyök ilyenek.

1.1. Mesterséges atomok formálása nanopálcák nedves marásával [1]



2. ábra. Önigazított marási eljárással létrehozott kvantumpötty InAs nanopálcában (a) Áramkör elektronmikroszkópos képe. (b) kvantumpötty transzport viselkedése forrás és nyelő,  $V_{sd}$  és kapu feszültésg  $V_{bg}$  függvényében. (c) Önillesztett marási folyamat lépései. (d) A pálca oldalsó és keresztmetszeti nézete a rétegek színkódjával.

kvantumpöttyöket formáljunk, az elektronok számára bezáró potenciált kell létrehozni a pálca mentén is, amire a pálca lokális elvékonyítását tűztük ki célul. Az elvékonyításra több nedves marási technikát is kidolgoztunk [1], az egyik eljárás és eredménye látható a 2. ábrán. Ahogy az a panel mutatja, a módszer ún. önigazított elvékonyítást eredményez: az InAs pálca a kontaktáló elektródák közvetlen környezetében vékonyodik csak el. Az így létrehozott mesterséges atomok spektrumát mutatja a b panel, 3 - 4 meV körüli elektrosztatikus energiával és 1 meV körüli szinttávolsággal.

Az önigazított marási eljárás lépései láthatóak a c panelen. Első lépésként a pálca felülete kén passziváción esik át (sárga), majd elekronsugaras litográfia lakk rétege (kék) kerül fel ablakokkal a kontaktusok helyén. Ezt követi a fémezés (piros) függőleges párologtatással. A lakkréteg alámart profilja miatt marad egy vékony tartomány, ahol se lakk, se fém nem fedi a pálcát. Reaktív oxigén plazma segítégével itt a passziváló réteg eltávolítható. A passziváló réteg hiányában erősen higított kénsavval a pálca marhatóvá válik a kontaktusok közelében. A marás sebességét a kontaktáló elektródák felülete is befolyásolja galvanikus effektuson keresztül. Végül a lakkréteg eltávolításával jutunk az a panelen látható nanoáramkörhöz, elvékonyított pálcaszakaszokkal a kontaktussok közelében.

#### 1. ÚJ ELJÁRÁSOK KVANTUMPÖTTYÖK LÉTREHOZÁSÁHOZ



3. ábra. Kvantumpötty Landau-nivón. (a) Merőleges mágneses térben a Landau-nívók között tiltott sáv nyílik, ami lokális minimumot szolgáltató potenciál profillal létrehozza a kvantumpötty bezáró potenciálját. A minta széli élállapotokből (zöld nyilak) elektronok juthatnak ki a pöttyről és kerülhetnek be. (b) Grafén szalag vezetőképessége mágneses tér (B) és kapufeszültség ( $V_g$ ) függvényében a kvantumpöttyökre jellemző párhuzamos minimumokkal. (c) kvantumpötty Coulomb-gyémánt mintázata.

### 1.2. Kvantumpöttyök grafén nanoszalagban [2]

Grafént az egyik legígéretesebb anyagnak tekintik spin qubitek létrehozására [32]. Mivel a <sup>12</sup>C atomoknak nincs magspinje, valamint a könnyű szénatomok miatt a spin-pálya kölcsönhatás is kicsi, így grafénben az elektronok spinjének hosszú élettartalma várható. Ugyanakkor a tiltottsáv nélküli lineáris spektruma miatt kihívást jelent az elektronokat lokalizáló bezáró potenciált létrehozni grafénben. Az első grafén kvantumpöttyöket a grafén lemezek formára marásával hozták létre [33, 34, 35], de a marási folyamat maradványai, valamint a folyamat gyenge kontrollálhatósága akadályozta a kvantumpöttyök további kutatását.

Munkánkban más módszert céloztunk meg kvantumpöttyök bezáró potenciáljának létrehozására. Grafént merőleges mágneses térbe helyezve Landau-nívók alakulnak ki a spektrumában. A Dirac-ponthoz legközelebbi Landau-nívó és környezete között jelentős tiltott sáv,  $\Delta = 36 \text{ meV} \sqrt{B(T)}$ , nyílik már néhány Tesla nagyságú mágneses térben. Amennyiben lokális elektromos tér segítségével egy potenciálminimumot hozunk létre a tiltot sávon belül (lásd 3. ábra a panel), ez a minimum lokalizálni tudja az elektronokat.

1.3. Eredmények hatása

Kvantum-Hall állapotban a grafén topologikus szigetelőként viselkedik, élállapotokkal a grafénlapka felületén (zöld nyilak). Amennyiben a potenciálgödör és az élállapotok távolsága elegendően kicsi, az élállapotok szolgálhatnak a kvantumpöttyhöz vezető elektródaként. A 3. ábra a paneljén feltüntetett esetben, ha a kvantumpötty energiaszintje a Fermi-energiára kerül, a pötty jobb oldali élállapotából át tud szórni elektronokat a bal oldali élállapotba, ami mérhető visszaszóráshoz vezet. A grafénlapka potenciálját egy kapuelektródával hangolva  $(V_g)$ , a rezonáns kvantumpötty nívók vezetőképesség csökkenést eredményeznek az S és D elektróda között. Ez látható a b panelen mutatott mérésben (lásd. kék párhuzamos vonalak). A kvantumpöttyökre jellemző Coulomb-gyémánt mintázatot a c panel mutatja be.

A kísérletünkben a potenciálminimumot a grafén felületén jelentkező rendezetlenség adta. A mérésekkel elvi bizonyítékot adtunk, hogy véges mágneses térben nyíló tiltott sáv segítségével kvantumpötty hozható létre. A módszer segítségével nagy tisztaságú (pl. felfüggesztett) grafén minta alá helyezett kapukra kapcsolt feszültségekkel kontrollált módon lehetne létrehozni kvantumpöttyöket és elektródáikat.

#### 1.3. Eredmények hatása

A fejezetben ismertetett kvantumpötty készítési eljárások nem váltak általánosal alkalmazott technikává a területen, mivel megbízhatóbb eljárásokat sikerült találni.

InAs nanopálcákban az 1. ábrán bemutatott lokális kapuelektródákkal ellátott geometria vált a legelterjedtebb módszerré kvantumpöttyök létrehozására. Ebben az elrendezésben három kapuelektródára adott feszültségekkel formáljuk a kvantumpöttyöt, ahol a két szélső kapu a pöttyöt elhatároló alagútátmeneteket definiálja, míg a középső kapu segítégével a potenciálgödör alját lehet hangolni. Ezt a módszert használjuk több későbbi fejezetben is (lásd. 2. és 4. fejezet). A kvantumpöttyök készítése során a marásról, elektrokémiai vontakozásokról, általánosságban a mintakészítés folyamat lépéseiről, a folyamatos információgyűjtés elengedhetetlen, hogy új technológiákat találjunk kvantumáramkörök kifejlesztéséhez.

Mágneses bezáráson alapuló grafén kvantumpöttyöket hoztak létre a későbbiekben is, pl. grafén alapú p-n-p átmenetben [36], vagy STM tű segítségével létrehozott lokális vonzó potenciált keltve [37]. De végül 2018-ban az Ensslin csoportnak sokkal hatékonyabb módszert sikerült kidolgoznia grafén alapú kvantumpöttyök készítésére: A grafén felfedezése óta ismert volt, hogy dupla rétegű grafénben merőleges mágneses térben tiltott sáv nyitható, ami lehetővé tenné elektronok bezárását. Ugyanakkor hosszú évekig az így készült bezáró potenciálok erősen szivárogtak. Végül a mintakészítési eljárásban hozott két újítás a száraz van der Waals rétegszerkezet építés [38] és a grafit alapú kapuelektróda alkalmazása [39] hozta meg az áttörést 2017-ben. Az első kapuk segítségével

## 1. ÚJ ELJÁRÁSOK KVANTUMPÖTTYÖK LÉTREHOZÁSÁHOZ

létrehozott kvantumpöttyöket követően [40] nagy lendületet kapott a terület qubitek létrehozásának irányába. Grafénban a spin szabadsági fok mellett a völgy szabadsági fok is ígéretes alternatívát kínál adattárolásra, mivel ez a külső elektromos és mágneses zajokra érzéketlenebb [41].

Ez a fejezet jól mutatja, hogy kvantumáramkörök kísérleti kutatása során elengedhetetlen új mintakészítési eljárások tesztelés és fejlesztése, az anyagtudományi vonatkozások pontos megértése, mivel ezek vezetnek el olyan áttörésekhez, mint a kapuzható grafén alapú kvantumpöttyök.

## 2. Spin-pálya kölcsönhatás mesterséges atomokban

A spin-pálya köcsönhatás az elektronok spinje és mozgásuk között teremt kapcsolatot, ami fontos szerepet játszik kvantumelektronikában. Egyszerű módszert szolgáltat az elektron spinjének befolyásolására elektromos jelek segítségével [42], de számos topologikus szupravezető modellben is kulcs szerepet kap [43]. Ebben a fejezetben megvizsgáljuk a spin-pálya kölcsönhatást InAs félvezető nanopálcákban, és megmutatjuk, hogy kapuzással a spin-pálya kölcsönhatás erősége növelhető [3]. Majd ezen nanopálcákban kialakított mesterséges atomokban kimutatjuk, hogy az elektronok g-faktora erősen hangolható a pötty bezáró potenciáljának formálásával [4]. Végül erős spin-pálya kölcsönhatással bíró mesterséges molekula viselkedését vizsgáljuk meg mágneses térben, ahol új topologikus strukturákat, ún. mágneses Weyl-pontokat sikerült elsőként kimutatni [5].

#### 2.1. A Rashba spin-pálya kölcsönhatás hangolása kapuzással [3]

A Rashba típusú spin-pálya kölcsönhatás (RSOI) lényege, hogy egy külső E elektromos térben v sebességgel mozgó elektron spinjére egy effektív mágneses tér hat:  $\vec{B}_{SO} = \vec{E} \times \vec{v}$ , a Lorenz transzformáció analógiája szerint. Célunk az volt, hogy egy InAs félvezető nanopálcában megvizsgáljuk, hogy a pálcára merőleges elektromos tér hatására a spin-pálya kölcsönhatás megváltoztatható-e. A 4. ábra a panelje mutatja a használt mintageometriát, ahol két kapuelektróda (SG1, SG2) került a nanopálca (NW) oldalaira 50 nm-es távolságba, és egy további kapuelektróda a szigetelő hordozó alá (BG).

A spin-pálya kölcsönhatás erősségét a spin relaxációs hosszból  $(l_{SO})$  számoltuk. A pálcában diffuzív mozgást végző elektronok spinje a RSOI hatására véletlenszerű mágneses térnek van kitéve, és véletlen bolyongást végez, ezért az  $l_{SO}$  karakterisztikus hosszon elveszíti kezdeti irányát. A spinek SU(2) algebráján keresztül a spin irányváltozás kihatással van az elektronok interferenciafolyamatára, ami mágneses ellenállással kimérhető. Ezt, az ún. gyenge antilokalizációs jelenséget [44] használtuk  $l_{SO}$  meghatározására.

A 4. ábra b panelje mutatja az  $l_{SO}$  változását a kapuelektródákra kapcsolt feszültség függvényében. A kapuelektródákra ellentétes előjelű feszültséget kapcsoltunk és azok arányát úgy változtattuk, hogy a vezeték ellenállását és ez által a töltéssűrűségét állandóan tartsuk, miközben a pálcára merőleges elektromos tér növekszik. Az elektromos tér növelésével a  $l_{SO}$  értéke jelentősen lecsökkent (fekete pontok), 10 V környéki kapufeszültségnél értéke közel felére esett. Hasonló hangolást lehet elérni a hátsó kapuelekródára kapcsolt feszültséggel is (lásd. 4. c ) [45, 46, 47, 48, 49]. Ez esetben azonban a pálcában a töltéssűrűség is folyamatosan változik, így  $l_{SO}$  változásának ez is adhatja az eredetét.

 $l_{SO}$  kapufeszültségek okozta változására elméleti számolást is végeztünk a pálcában ébredő elektromos-térprofil elektrosztatikus szimulációjára alapozva. A b és c panelen

#### 2. SPIN-PÁLYA KÖLCSÖNHATÁS MESTERSÉGES ATOMOKBAN

piros görbével feltüntetett számolási eredmények jó egyezést mutattak a kísérleti megfigyelésekkel.



**4. ábra.** Spin-pálya hossz hangolása InAs nanopálcában kapuelektródákkal. (a) A minta színezett elektronmikroszkópos képe: a nanopálcát (zöld) két oldalsó kapuelektróda (SG1&2) fogja közre és egy harmadik kapu található a szigetelő felület alatt (BG). (b)  $l_{SO}$  hangolása a két oldalsó kapura kapcsolt ellentétes feszültség által keltett elektromos térrel. (c)  $l_{SO}$  hangolása a hátsó kapuelektróda feszültségével.

#### 2.2. g-faktor hangolás InAs kvantumpöttyökben [4]

Mesterséges atomokba zárt elektronok ideálisak spin qubitnek, ahol az elektron két spin állapota adja a két kvantum állapotot [20]. A két állapot energiáját mágneses térrel, B, el lehet különíteni. Különbségüket a Zeeman-felhasadás adja:  $\Delta E = g\mu_B B$ , ahol  $\mu_B$  a Bohr-magnetron, g pedig az elektron g-faktora. Szabad elektron esetén  $g \approx 2$ . Kérdés, hogy ennek értéke egy mesterséges atomban mennyit változhat, illetve lehet-e ezt hangolni. InAs nanopálcában létrehozott mesterséges atomokban óriás g-faktor hangolást találtunk, ami jelentősen meghaladta korábban megfigyelt változásokat [50, 51].

Az 5 ábra a paneljén látható a mesterséges atomot létrehozó áramkör. A mesterséges atom az InAs nanopálca (kék) belsejében jönn létre a forrás (S) és a nyelő (D) elektródák között [52, 53, 54]. A mesterséges atom bezáró potenciálját a fölé helyezett kapuelektródával (TG) és a pálca alatt kialakított hátsó elektródával (BG) lehet hangolni. 2.2. g-faktor hangolás InAs kvantumpöttyökben [4]



5. ábra. InAs mesterséges atom g-faktor fluktuációi. a) Mesterséges atomot létrehozó áramkör színezett SEM képe. b) Kondo-rezonancia Zeeman felhasadása B tér hatására. A függőlegesen eltolt görbék B=[0, 240mT] mágneses tér tartományban készültek, 5mT lépésközzel. (Megj.: A felhasadó Kondo-csúcs mellett kis B térben két további csúcs is látható, ezek a szupravezető elektródák következményei.) Inset: A narancs és zöld színnel jelölt inflexiós pontok B függése. c) A mesterséges atom differenciális vezetőképessége a kapufeszültségek függvényében. Piros pontok jelölik azon helyeket, ahol a g-faktor értékek meghatározásra kerültek, a számok a g-faktorokat mutatják.

A g-faktort a Kondo-effektus [18] segítégével határoztuk meg: Amikor a mesterséges atomon páratlan elektron található a S és a D közötti differenciális vezetőképességben,  $G_d = dI/dV$ , egy csúcs jelenik meg  $V_{SD} = 0$  feszültségen. Ez a Kondo-rezonancia véges B térben Zeeman-felhasadás szerint két csúcsra válik szét,  $\Delta V = 2g\mu_B B/e$  távolságban. Ez a felhasadás látható az 5. ábra b paneljén a mágneses tér növelése közben. A g-faktor értékét a felhasadt rezonanciagörbe két inflexiós pontjának (zöld és narancs) távolságából lehet számolni [55]. Ezek mágneses tér függését mutatja az inset, melyekből g-faktor értékére 18 adódik.

Hasonló módszerrel számos kapufeszültség érték mellett meghatároztuk a g-faktort, ezek értéke látható a c panelen piros számokkal. A g-faktorra véletlenszerű értékeket kapunk különböző kapufszültség értékek mellett. A g-faktor értékek óriási szórást mutatnak és jelentősen eltérnek a tömbi InAs g = 14,7 értékétől. A g-faktor értékekből készített eloszlásfüggvény szerint (lásd d panel) 2 és 18 között tetszőleges érték megfigyehető. További érdekesség, hogy ha az elektronszámot fixen tartjuk a mesterséges atomon és közben a két kapura adott feszültséggel megváltoztatjuk az atom bezáró potenciálját a g-faktort akár duplájára is lehet változtatni (lásd piros szaggatott vonal c panelen). Ez egy fontos tulajdonság több qubites rendszerek esetén, hiszen egyszerű elektromos jelek

#### 2. SPIN-PÁLYA KÖLCSÖNHATÁS MESTERSÉGES ATOMOKBAN

segítségével lehetővé teszi, hogy a qubit frekvenciákat egymáshoz képest meg lehessen változtatni fix külső Btérben.

A kísérletben a mesterséges atom mérete  $\approx 300$  nm volt, a pálcában a szabad úthossz  $l_e \approx 80$  nm, míg a spin-pálya hossz  $l_{SO} \approx 130$  nm, így az elektronok véletlen trajektóriákat járnak be a bezáró potenciálban, amely során a spin-pálya kölcsönhatás jelentősen befolyásolja a spinjüket. Véletlen paraméterekkel rendelkező rendszerek leírására alkalmas a véletlen mátrix elmélet, melynek segítségével spin-pálya kölcsönhatás jelenlétében a g-faktor eloszlás becsülhető [56]. Így kapott elméleti eloszlást mutat a d panel szürke görbéje.

## 2.3. Weyl-pontok mesterséges molekulában [5]

Az új évezred kondenzált anyagok fizikájában egyre szélesebb körben alkalmazzák a topolőgia eszköztárát, ahogy például Weyl-félfémek [57], Josephson-átmenetek [58], fotonika [59] vagy szupravezető qubitek [60] területén is. Weyl-félfémek sávszerkezetében izolált degenerációk találhatóak, ahol két sáv találkozik egy pontban. Ezen degenerációk topologiailag védettek: a rendszer folytonos perturbációjára elmozdulhatnak a reciprok térben, de nem tudnak eltűni. A degenerációkhoz rendelhető egy egész szám (ún. Chern-szám vagy másnéven topologikus töltés), melyek összege a rendszerre nézve állandó.

Az egyik legegyszerűbb Weyl-ponttal rendelkező rendszer a mágneses térbe helyezett 1/2-spinű elektron (lásd. 6. ábra a). Ez esetben a mágneses tér három komponense a paraméter tér, és a spin rendszer két energiállapota B = 0 térben degenerált. Ehhez az alapállapoti degenerációhoz is rendelhetünk egy Chern-számot, C(S) = 1-t, minden olyan zárt felületre a mágneses térben (S), ami a degenerációs pontot magába foglalja. Ezt a véges topologikus töltéssel rendelkező mágneses tér pontot hívjuk mágneses Weylpontnak, ami alapállapoti degeneréciót jelöl.

2.3. Weyl-pontok mesterséges molekulában [5]



**6.** ábra. 1/2-es spinek alapállapoti degenerációi B térben. a) Egy darab 1/2-spin esete. B térben a Zeeman-felhasadásnak megfelelően távolodik az alap és a gerjesztett állapot energiája. B = 0 értéken lesz alapállapoti degeneráció (piros pont). b) Két antiferromágnesesesn csatolt 1/2-spin esete. B=0 térben a szinglett (S) az alapállapot, amit átvesz nagy B térben a triplett (T). Az alapállapoti degeneráció egy gömb felületén található (piros gümb). c) Két spin-pálya kölcsönhatással bíró, csatolt 1/2-spin általános esete. A spin-pálya kölcsönhatás hibridizálni tudja az S és T állapotokat. Kérdés, ez esetben marad-e degeneráció?

A következőkben vizsgáljuk meg, hogy mi történik a Weyl-pontokkal, ha egy kölcsönható kétspin rendszert tekintünk, ahol erős a spin-pálya kölcsönhatás. Első lépésként spin-pálya kölcsönhatás nélkül tekintsük a kétspin rendszert (lásd. 6. ábra b panel). Ekkor egy szinglett-triplett felhasadás jön létre zérus térben, és véges B térben lesz az alapállapot degenerált egy gömb felületén (lásd piros gömb). Ha véges spin-pálya kölcsönhatást feltételezünk (lásd. 6. ábra c panel), a szinglett(S) és triplett (T) állapotok között mátrixelem jön létre, így S és T hibridizál, ezért az alapállapoti degeneráció megszűnését várnánk. Kérdés, hogy az alapállapoti degeneráció ez esetben minden B értéknél megszűnik-e? Általános topologiai megfontolásokkal igazoltuk, hogy alapállapoti degenerációnak kell maradni a B térben erős spin-pálya kölcsöhatás esetén is<sup>2</sup>. Ennek oka, hogy mindkét spin egy-egy +1 topologikus töltést ad a rendszer Chern-számahoz, így legalább két mágneses tér pontban az alapállapotnak degeneráltnak kell lennie.

Erős spin-pálya kölcsöhatással bíró kétspin rendszert InAs nanopálcában formált mesterséges molekulában hoztuk létre (lásd. 7. ábra a panel). A nanopálca (fekete) alatt kialakított vékony kapuelektródák segítségével keltettük a mesterséges atomok bezáró

 $<sup>^2 \</sup>mathrm{amennyibe}$ a két spin g-tenzorának a determinánsa pozitív

#### 2. SPIN-PÁLYA KÖLCSÖNHATÁS MESTERSÉGES ATOMOKBAN

potenciálját (piros). A molekulán a két elektróda ( $N_L$  és  $N_R$ ) közötti transzportmérésekkel végeztünk spektroszkópiát az alkalmazott feszültség ( $V_{bias}$ ) függvényében. A csatolt kétspin rendszer úgy hozható létre, hogy a mesterséges atomok legfelső elektron állapotába 1-1 elektront helyezünk. A rendszer alapállapota és gerjesztése közötti energiának megfelelő feszültségen ( $\Delta E = eV_{bias}$ ) a vezetőképességben maximum mérhető, így a spektrum feltérképezhetővé válik. Ilyen mért spektrumokat mutat a 7. ábra b és c panelje a mágneses tér nagyságának növelése közben, két szög irányában. A b panelen a spin-pálya kölcsönhatás alapján naivan várt esetet (6. ábra c) látjuk: zérus térben véges energián lévő gerjesztett állapot a hibridizációnak köszönhetően nem találkozik az alapálapottal. A *B* teret különböző  $\theta$  és  $\phi$  szögek irányában<sup>3</sup> növelve egyetlen irányt találtunk, ettől eltérő viselkedéssel, ez látható a c panelen. A *B* tér növelésével a gerjesztett állapot energiája (lásd. fekete szaggatott vonal) egyre kisebb lesz és  $\approx 75 \,\mathrm{mT}$  mágneses térben degeneráltá válik az alapállapottal. Ez a mágneses tér pont, és origóra tükrözött párja a két mágneses Weyl-pont (lásd. 6. ábra e panel), aminek létezését a topologiai megfontolások megkövetelik.



7. ábra. Mágneses Weyl-pontok mesterséges molekulában. a) Mesterséges molekula létrehozása InAs nanopálcában alsó kapuelektródákra adott feszültségekkel formált potenciálban (piros). b) Gerjesztési spektrum feltérképezése a mágneses tér növelése közben a megadott szögekkel megjelölt B tér irányban. Spin-pálya kölcsönhatástól várt hibridizációt mutató spektrum (lásd szaggatott görbe), ahol az alap állapot és a gerjesztett állapot nem lesz degenerált. c) A b) panelhez hasonló spektrum, a  $\theta = 130^{\circ}$  és  $\phi = 90^{\circ}$  irányban, ahol az egyik mágneses Weyl-pont megjelennek. d) A spektrum  $\theta$  szög függvényében, állandó B = 75 mT amplitudó mellett. e) A beazonosított két mágneses Weyl-pont helyzete a B térben.

 $<sup>^3\</sup>mathrm{A}$ szokásos polárko<br/>ordináta rendszer szerint $\theta$ aztengellyel bezárt szöget<br/>, $\phi$ az xtengelytől mért szöget jelöli

2.4. Eredmények hatása

## 2.4. Eredmények hatása

Összefoglalva, ebben a fejezetben megmutattuk, hogy InAs nanopálcákban a spin-pálya kölcsönhatásnak fontos szerepe van. A pálcán keresztülhaladó elektronok spinje  $\simeq 150$  nm távolságon megváltozik, és a spinekre gyakorolt hatás mértékét egyszerű kapuelektródákra kapcsolt feszültséggel jelentősen meg lehet növelni. Ez a kapuzás pálcában kialakított mesterséges atomokban is működik, amivel az elektronok g-faktora nagyságrenddel hangolható. Két mesterséges atomból molekulát építve a spin-pálya kölcsönhatás jelentősen megváltoztatja a rendszer alapállapoti degenerációit. topologiai megfontolások alapján ekkor is kell legalább két degenerációnak maradnia, amiket sikerült megtalálnunk.

Munkánkat követően a spin-pálya külcsönahatás két kapus hangolását sikeresen alkalmazták más nanopálcákra is [61], és eltérő kapuelektróda konfigurációval is megmutatták a spin-pálya kölcsönatás hangolhatóságát InAs nanopálcákban, például henger alakú kapuval [62, 63] vagy felfüggesztett pálcákon [64]. Realisztikus kp modellszámításokkal is igazolták, hogy a pálcára adott elektromos tér a spin-pálya kölcsönatást megváltoztatja [65]. Eredményeink új elméleti javaslatokat is inspiráltak, hogy lehetne a pálcára merőleges *ac* elektromos térrel spin polarizált *dc* forrást létrehozni [66].

A nanopálcákban feltárt spin-pálya kölcsönhatás alapvető jelentőséggel bírt új típusú qubitek létrehozásában, mint Andreev spin qubitek[67, 68, 69], ahol a spin-pálya kölcsönhatás hangolásával qubit-qubit csatolást is lehetne változtatni [70]

A g-faktorokban általunk tapasztalt véletlen fluktuációk[4, 5] rávilágítanak arra is, hogy InAs (és későbbi kísérletek alapján InSb [71]) nanopálcákban a spin-pálya kölcsönhatás komplex szerkezetű, így túlzott leegyszerűsítés azt 1D Rashba-kölcsönhatással kezelni, amit az ún. Majorana-pálcák (szupravezetőhöz csatolt InAs naopálca) esetén alkalmaznak [27, 28, 72]. Ez az egyszerűsítés lehet az egyik oka, hogy az elmúlt évtized óriási erőfeszítései ellenére sem sikerült kétséget kizáróan Majorana módusokat azonosítani ezen pálcákban [73].

A mágneses Weyl-pontok kimutatása számos további elméleti munkát ispirált a magasabb töltésszámú Weyl-pontok szétesésétől [74], Weyl-pontok teleportációján [75] és egyéb degenerációs struktúrák vizsgálatán át [76], lehetséges mágneses degenerációk klasszifikációjáig [77], amik segítséget nyújthatnak spin-pálya kölcsönhatással rendelkező anyagokból felépülő spin alapú kvantumszámítógépek hatékony tervezésében [78].

#### 3. FERROMÁGNESES KORRELÁCIÓK MESTERSÉGES ATOMOKBAN

## 3. Ferromágneses korrelációk mesterséges atomokban

Mágneses anyagok kutatása a szilárdtest-fizika egyik legfontosabb aktívan művelt területe, ahol atomi szintű modellekre van szükség a mágneses momentumok közötti kölcsönhatás pontos leírásához és a mágneses rend megértéséhez. Mesterséges atomok létrehozása új kísérleti lehetőséget ad a mágnesezettség vizsgálatára. Lehetővé teszi az atomok közötti kicserélődési kölcsönhatás szimulációját az atomok releváns tulajdonságainak (pl. csatolási állandónak vagy nívók helyzetének) egyszerű hangolása mellett. Ebben a fejezetben mesterséges atomot csatolunk egy tömbi ferromágneshez, és az atomon megjelenő mágneses korrelációkat fogjuk feltárni [6]. Megmutatjuk, hogy a csatolás lehet ferro vagy antiferromágneses is, majd bemutatunk egy ezen az elven alapuló spinpolarizált áramforrás koncepcióját [7].

### 3.1. Mágneses kicserélődési tér hangolása mesterséges atomban [6]

Az előző fejezetben láttuk, hogy két mesterséges atom összekapcsolása során az atomok elektronjai hibridizálni tudnak S-T felhasadást létrehozva. Az elektron az egyik atomról virtuálisan át tud ugrani a másik atomra és vissza, melynek hatására antiferromágneses kicserélődés jön közöttük létre. A következőkben vizsgáljuk meg a kicserélődést egy mesterséges atom és egy tömbi ferromágnes között. A rendszert megvalósító áramkört mutatja a 9. ábra a panelje. A mesterséges atomot InAs nanopálcában hoztuk létre, ami egyik oldalon egy ferromágneses (F) elektródához csatoltuk, az atom hangolását a szigetelő hordozó alatti elektróda biztosította.

Ferromágneshez csatolt mesterséges atom elméleti leírására több munka született [79, 80, 81, 82]. A ferromágnest modellezhetjük a spin fel és le állapotok közötti Fermi-felületi állapotsűrűség-különbséggel (lásd. 9.b ábra), melynek hatására az atomon lévő fel és le spinű elektron virtuális alagutazása az F elektródába és vissza eltérő lesz, ennek következtében a fel és le spinű két atomi állapot között energiafelhasadás jön létre, amit ún. kicserélődési térrel,  $B_{ex}$  jellemezhetünk, ahol a Zeeman-felhasadás analógiáját követve az energiafelhasadás mértéke:  $E_{ex} = g\mu_B B_{ex}$ .



3.1. Mágneses kicserélődési tér hangolása mesterséges atomban [6]

8. ábra. Hangolható kicserélődési tér ferromágnes-mesterséges atom rendszerben. (a) InAs nanopálcában megvalósított mestersges atom SEM képe, ahol a ferromágneses, F elektróda Ni/Co/Pd rétegszerkezetű. (Az S elektróda szupravezető, ami nem játszik szerepet az itteni tárgyalásban.) (b) A rendszer energiadiagramja, spin polarizált Fermi felülettel a F elektródában. Az F elektróda többségi spin iránya (piros) erőssebb fluktuációkat hoz létre az F elektróda és mesterséges atom között, ennek hatására felhasad a fel és le spinű nívó az atomon a kicserélődési energiával  $E_{ex}$ . (c)-(e) Három különböző atomi nívón végzett G vs.  $V_{SD}$  vs. B mérés, ahol a felhasadt Kondo-rezonanciavonalak távolsága adja a alap és gerjesztett spin állapot energiakülönbségének kétszeresét. A felső sematikus ábrák mutatják a három eltérő felhasadást. (f) A spin alapállapot függése az atom energianívójának helyzetétől. (g-h) Ilyen kapu feszültség függő kicserélődési tér mérésekben.

A kicserélődési tér értékét a mesterséges atomon keresztül folyó áramméréssel meg lehet határozni [83, 84, 85], mivel a Kondo rezonanciát [18] a kicserélődési tér felhasítja  $\Delta E = g\mu_B B_{ex}$  mértékben. InAs nanopálcában létrehozott mesterséges atomon azt a meglepő eredményt találtuk, hogy a kicserélődési tér nagyon erősen fluktuál a mesterséges atom egymás utáni elektronpályáira. A 9. ábra c-e panelje eltérő elektron állapotokra mutatja a két spin irány közötti felhasadást a külsó mágneses tér függvényében. Amíg a c) esetben a felhasadás zérus értékről lineárisan nő, a d) esetben előszőr csökken majd nullává válik és ismét nőni kezd, addig az e) esetben a kezdeti felhasadás lineárisan növekszik *B* térrel<sup>4</sup>. A három különböző viselkedés zérus kicserélődési térnek (c), a ferromágneses

 $<sup>^4</sup>$ Ezen kísérletekben a Bteret a ferromágneses elektróda tengelyével párhuzamosan alkalmaztuk (lásd. a panel). Először nagy Bteret alkalmazva beállítottuk az elektróda mágnesezettségét a külső tér által preferált párhuzamos irányba.

#### 3. FERROMÁGNESES KORRELÁCIÓK MESTERSÉGES ATOMOKBAN

elektróda preferált irányával ellentétes antiferromágneses kicserélődésnek (d), és ferromágneses kicserélődésnek (e) feleltethető meg.

Amennyiben a ferromágnes Stoner-felhasadása kisebb, mint a Fermi-felületi polarizáció [82], a kicserélődési tér előjele megváltozhat a mesterséges atomon lévő energianívó poziciójával is, ami a 9. ábra f panelje alapján érthető meg: Ha az atom energianívója közel van az F Fermi-szintjéhez (felső ábra), az atom egy elektronos és üres betöltés között fluktuál. Mivel az F elektródában lefelé spin van többségben, ez a lefele spinű elektron betöltést preferálja, ferromágneses kicserélődést eredményezve. Ellenben, ha az elektron nívó mélyen van a Fermi-szinthez képest (alsó ábra) és az atom az egy elektronos és két elektronos betöltés között fluktuál, a virtuálisan beugró második elektron lesz többségi spin beállású (spin le), így az atomon állandóan ott található másik elektronnak spin fel állapotban kell lennie. Ez esetben a kicserélődési tér előjele negatív lesz, így antiferromágneses csatolásról beszélhetünk. A felvázolt esetben a mesterséges atom alap és gerjesztett állapota közötti energiakülönbség függ az elektronpálya energiájától. Ilyen spektrumot mutat a 9. ábra h) panelje, ahol a kapufeszültséggel  $(V_{BG})$  hangolt energianívó függvényében a Kondo-rezonancia felhasadása nem konstans. Ennek a rezonanciának az alakját mutatja a g) panel külső mágneses terekben (színes pontok), az elméleti várakozásokkal együtt (fekete görbe).

### 3.2. Mesterséges atomon alapuló spinpolarizált áramforrás [7]

Spintronikai eszközök esetén a spin polarizált elektronok hatékony injektálása fontos problémakör. Leggyakrabban ferromágneses elektródát kapcsolnak az eszközhöz, és ebből veszik ki a spin polarizált elektronokat [86]. A ferromágnes (F) és a normál (N) vezető határfelületétől nagymértékben függ az injekció sikere, amit pl. az F és N vezetőképességének eltérése nagyban befolyásol [87, 88]. A határfelületen gyakran alkalmaznak alagútátmenetet [89], mellyel a ferromágnes Fermi-felületi polarizációjának megfelelő spin polarizáció érhető el, ami tipikusan 30 – 40%. Ennek a módszernek a hátránya, hogy a spin polarizáció előjelét csak a ferromágnes mágnesezettségének átbillentésével lehet elérni, ami lassan pl. külső mágneses terrel érhető el. Az előző fejezetben ismertetett ferromágneshez csatolt mesterséges atom segítségével ennél a módszernél sokkal hatékonyabb spinpolarizált áramforrás hozható létre.

A 9.<br/>a ábra szerinti geometriát vizsgáltuk, ahol egy mesterséges atom erősen van c<br/>satolva a ferromágneses és gyengén a normál elektródához. Az erősen c<br/>satolt F-mesterséges atom rendszerben az atom állapotsűrűsége erősen spin polarizáltá válik, ahogy ezt a<br/> 9.b ábra mutatja. A numerikus renormálási módszerrel származtatott állapotsűrűségből 3.2. Mesterséges atomon alapuló spinpolarizált áramforrás [7]

perturbatív számítással kaptuk meg az N elektróda irányába folyó áramot (9.c ábra) és annak spinpolarizációját (9.d ábra)  $^{5}$ .

A mesterséges atom beiktatása az F-N határfelületre több előnnyel jár:

a) Az áram spin polarizációját jelentősen meg tudja növelni a ferromágnes belső polarizációjához képest. A számításban 40%-os polarizációt feltételezve a ferromágnes Fermifelületén, a kilépő áramban  $\approx 90\%$  polarizáció is elérhető (lásd.9.d ábra).

b) A mesterséges atom energinívójának helyzetét kapufeszültséggel  $(V_g)$  megváltoztatva a polarizáció előjele egyszerűen megváltoztatható (lásd.9.d ábra kék és piros régiók).

c) Megfelelő munkapontba beállva (lásd. fehér függőleges nyíl 9.<br/>d ábrán) az Fés Noldal közé kapcsolt feszültséggel is megváltozta<br/>tható az áram spin polarizációjának előjele. Feszültséggel elérhető hangolás lehetővé tenné ak<br/>ár megfelelően tervezett molekula használatát mesterséges atomként, amely es<br/>etén a kapuelektróda alkalmazása technikailag nehézkes lenne.



**9.** ábra. Hangolható spinpolarizált áramforrás. (a) Áramkör sematikus képe: egy ferromágneshez (F) erősen és egy normál (N) nyelőhöz gyengén csatolt mesterséges atom, aminek energiaszintje kapu feszültséggel (V<sub>g</sub>) hangolható. (b) A rendszer modelje: az F Fermi-felületi állapotsűrűség-különbsége polarizálja az atom állapotait. Az így létrejövő spin polarizált állapotsűrűség látható az atomon, amiből áram folyik az N elektróda felé a feszültség hatására (V).(c) Az átfolyó áram az F-N közé kapcsolt feszültség és az atom V<sub>g</sub>-vel hangolt energianívójának függvényében, a mesterséges atomoknál megszokott Coulomb-gyémánt mintázattal. (d) Az átfolyó áram spinpolarizációja ugyanezen paraméterek függvényében.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Az áram spin polarizációja:  $P = (I_{\uparrow} - I_{\downarrow})/(I_{\uparrow} + I_{\downarrow})$ , ahol  $I_{\uparrow/\downarrow}$  a spin fel/le elektronok árama.

## 3. FERROMÁGNESES KORRELÁCIÓK MESTERSÉGES ATOMOKBAN

#### 3.3. Eredmények hatása

Mesterséges atomokban létrehozott kicserélődési tér mérések számos további elméleti munkát inspiráltak. Az általunk javasolt geometria megváltoztatásával, pl. két mesterséges atomot illesztve a ferromagnes mellé T-geometriában még tovább lehet a spin polarizációt növelni [90], valamint a sorba kapcsolt két mesterséges atomból álló rendszer is új hangolhatóságot hoz az atomok közötti kicserélődési kölcsönhatáson keresztül [91]. A kutatások másik iránya a Kondo-effektus megértésére koncentrált ferromágneshez csatolt mesterséges atom rendszerekben, a Kondo-effektus univerzalitását vizsgálva kísérletekben[92] vagy SU(4) Kondo-effektust mesterséges molekulák esetén [93].

Mesterséges atomok lecserélhetőek valódi molekulákra is az elrendezésben. Elméleti vizsgálatok születtek, hogy pl. molekuláris mágneseket helyezve az F és N elektróda közé, milyen spin forrás hozható létre [94], mágneses atomokon ilyen irányú mérések születtek is [95].

Mesterséges atomon megjelenő kicserélődési tér elektron spin és mikrohullámú rezonátor fotonjai közötti koherens csatolást is lehetővé tett ferromágneses elektródához csatolt mesterséges molekulában [96]. A jelenség alapja, hogy a rezonátor elektromos tere az elektront könnyen át tudja mozgatni két mesterséges atom között. Ha az F elektródák más kicserélődési teret generálnak a két atomon, akkor a kicserélődési tér különbség az atomot változtató elektron spinjére hatással van. Ezzel a spin és a rezonátor közötti szokásos gyenge csatolást jelentősen meg lehetett növelni.

Mesterséges atomon létrehozott kicserélődési tér Cooper-pár szétválasztó áramkörökből [8] származó elektronpárok kvantummechanikai összefonódásának a detektálásához is ígéretes építőkő. Hosszú kísérleti erőfeszítések után a közelmúltban ebben az irányba is születtek áttörő eredmények. Itt ferromágneses elektródák szórt terének hatását használták ki mesterséges atomokon a szétválasztóból kilépő elektronok első spin korrelációs méréséhez [97]. A következő fejezetben ezen Cooper-pár szétválasztó áramkörök kifejlesztésére fogunk koncentrálni.

## 4. Cooper-pár szétválasztó (CPS) áramkör

A modern kvantumkommunikációs és kvantumszámítási architektúrák kvantum összefonódás nélkül nem működnek. Összefont fotonpárokat már több mint fél évszázada tudnak preparálni optikában [98, 99], kérdés, hogy lehet összefont elektronpárokat kontrollált módon előállítani szilárdtestben. Szupravezetők egy természetes forrását adják összefont elektronpároknak, hiszen a szupravezető kondenzátumban az elektronok Cooper-párokat alkotnak, melyek spin szinglett állapotban maximálisan összefontak [100, 101].



10. ábra. Cooper-pár szétválasztó áramkör. a) Párszétválasztás koncenpciója. b) Szupravezető elektróda (S) mellé épített két kvantumpötty (QD1,2) és hozzájuk csatolt két normál elektróda, ahol az áramokat mérjük (I<sub>1</sub> és I<sub>2</sub>). c) Fő transzportfolyamatok, ahogy a Cooper-pár elhagyja a szupravezetőt. Középen Cooper-pár szétválasztással (CPS), széleken lokális páralagutazással (LPT). Köszönet R. Gschwindnek a rajzért.

Ha egy szupravezető forráshoz két normál nyelő elektródát illesztünk (lásd. 10. a panel), és elektronokat mozgatunk a szupravezetőből a nyelők irányába, Cooper-párok térben szétválaszthatóvá válnak [102]. Ennek az egyszerű koncenpciónak az a hátránya, hogy a párok többsége ugyanazon nyelőbe fogja elhagyni szupravezetőt, így a szétválasztás nem lesz hatékony. A szétválasztási folyamat hatásfokát jelentősen megnövelhetjük Recher és tsai. [24] javaslata alapján, akik két kvantumpötty (QD1 és 2) beépítését javasolták a szupravezető (S) és normál nyelők határfelületére (lásd. 10. b panel). kvantumpöttyön a

## 4. COOPER-PÁR SZÉTVÁLASZTÓ (CPS) ÁRAMKÖR

térbeli bezátság miatt két elektron erősen taszítja egymást ( $E_C$  elektrosztatikus energiával), így ha a Cooper-pár egyik elektronja a bal pöttyre kerül, a másik energetikailag nem kerülhet mellé. A pár nélkül maradt elektron nem maradhat a szupravezetőbe sem, mivel ez a szupravezető párenergia ( $\Delta$ ) költségébe kerülne, így a jobb kvantumpöttybe kell távozzon. Ha  $E_C$  és  $\Delta$  elegendően nagy a kvantumpötty nívók energia kiszélesedéséhez képest,  $\Gamma$ , a lokális páralagutazási (LPT) folyamat (lásd. 10. c panel) elnyomását várjuk a Cooper-pár szétválasztáshoz (CPS) képest.

A következőkben bemutatjuk ennek a Cooper-pár szétválasztó áramkörnek az első megvalósítását, majd a módszert, amellyel vezetőképesség mérésekből a Coooper-pár szétválasztás hatásfoka meghatározható.



## 4.1. Első megvalósítás[8]

11. ábra. CPS első megvalósítás a) Áramköri geometria egy InAs nanopálcán (barna) alapszik, melyet egy szupravezető (kék) és két normál elektróda (zöld) kontaktál. Két kapuelektróda (sárga) segítségével lehet a pálcában lévő kvantumpöttyöket (QD1,2) hangolni. A pöttyök hossza  $\simeq 350$  nm. b) CPS energiadiagramja. c) QD1 stabilitásdiagramja. d) Nemlokális (piros) és lokális (zöld) vezetőképesség B = 120mT mágneses térben, ahol S normál állapotban van. e) Nemlokális (piros) és lokális (zöld) jel B = 0 térben. f) Nemlokális jel hőmérsékletfüggése.

Cooper-pár szétválasztó áramkört egy InAs félvezető nanopálcában valósítottunk meg (lásd. 11. a panel), ami egy Al szupravezető (S) és két normál elektródához (zöld) volt

4.1. Első megvalósítás[8]

csatolva. kvantumpöttyök (QD1 és 2) az elektródák közötti pálcaszakaszokban alakultak ki [54]. A kvantumpöttyök energiaszintjeinek helyzetét a két kapuelektródára (g1 és g2) adott feszültséggel lehetett hangolni. A szupravezető forrásra kis *ac* feszültséget kapcsolva ( $V_{ac}$ ), a két normál nyelőben mértük az áramokat ( $I_1$  és  $I_2$ ) és származtattuk a differenciális vezetőképességeket:  $G_i = I_i/V_{ac}$ .

QD1-t rezonancia közelébe hangoltuk (lásd. sárga pont c panelen), hogy áram tudjon keresztül folyni rajta, majd ún. nemlokális mérést végeztük el:  $I_1$  áram változását mértük, miközben QD2 energiaszintjét hangoltuk g2-re adott kapufeszültséget változtatva (lásd b panel). Ha csak lokális páralagutazási folyamatok lennének,  $I_1$ -ben nem várnánk változást a  $V_{g2}$  kapu feszültséget változtatva. Ha a Cooper-pár szétválasztási folyamat (CPS) is jelen van a rendszerben, akkor ennek felerősődését várnánk, amikor QD2 rezonanciára kerül, hiszen a 2. ág irányában könnyebben el tudnak az elektronok távozni. Ha CPS felerősödik az növeli az áramot az 1. ágban is, így egyszerűen a többlet áram növekedést mérve a szétválasztott Cooper-párok időegység alatti számát meg lehet határozni.

A 11. e panelje mutatja g2 kapufeszültség függvényében az 1. ág vezetőképesség változását,  $\Delta G_1$ -t (piros görbe), ami korrelál a 2. ág kvatum pöttyének rezonanciáival (zöld görbe). Ahol  $G_2$  maximumot mutat, ott  $\Delta G_1$ -ben is maximum tapasztalható, összhangban a CPS folyamattól vártakkal. Kontrollként elvégeztük a nemlokális mérést a szupravezető elektróda normál állapotában is (lásd. d panel), B=120mT térben. A nemlokális jel nagyságreddel kisebb lett és ez esetben antikorrellál  $G_2(V_{g2})$  jellel: QD2 rezonanciáinak helyén rendre minimumokat kapunk. Ez a nemlokális jel egybe esik a szürke görbével, ami a mérési elrendezésben található soros ellenállás okozta hatást modellezi [8].

A 11. e paneljén megfigyelt nemlokális  $\Delta G_1$  változás kb. 6.5% a teljes  $G_1$  vezetőképességnek. Hőmérésklet növelésével a nemlokális jel gyorsan csökken (lásd. f panel), és 200mK-en már teljesen el is tűnik, ami lényegesen alacsonyabb, mint az Al szupravezető kritikus hőmérséklete  $\simeq 1$ K. A Cooper-pár szétválasztó hatásfokára egy alsó becslést adhatunk a nemlokális vezetőképesség változásának és a két ág teljes vezetőképességének arányából:  $\eta = 2\Delta G_1/(G_1 + G_2)$ , amire a fenti mérésben 2% adódik. A hatásfok értékét két faktor csökkenti: a) A pár két elektronjának megtalálási valószinűsége erősen csökken a távolságukkal  $\sim (k_F \delta r)^{-1}$ , ahol  $k_F$  a Fermi-hullámszám,  $\delta r$  a távolság [103]. Feltételezve, hogy a Cooper-pár a szupravezető fémelektróda két szélén ugrik ki ( $\delta r \simeq 150$  nm), ez jelentős elnyomást okoz. b) A használt kvantumpöttyök rezonanciáinak kiszélesedése,  $\Gamma$ összemérhető volt az S tiltott sávjával,  $\Gamma \simeq \Delta$ .

Összegezve, ebben az alfejezetben a Cooper-pár szétválasztó működési elve és első kísérleti megvalósítása került ismertetésre. A 4. fejezet hátralévő részében megvizsgáljuk a CPS eszközt eltérő kísérleti körülmények között (véges feszültség, eltérő alagútátmeneti

#### 4. COOPER-PÁR SZÉTVÁLASZTÓ (CPS) ÁRAMKÖR

transzmissziók, véges mágneses tér). Látni fogjuk, hogy a Cooper-párok szétválasztásából származó pozitív nemlokális vezetőképesség korrekció jelentősen módosulhat.

#### 4.2. CPS véges feszültségen [9]

Mindeddig csak kis *ac* feszültséget alkalmaztunk a CPS áramkörre. A következőkben (lásd. 12a ábra) vizsgáljuk meg, a CPS egyik ágának vezetőképességét  $G_1 = dI_1/dU$ , abban az esetben, amikor véges *dc* feszültséget ( $U_{N2}$ ) kapcsolunk a *másik* normál nyelőre. A mérési elrendezésben a *C* kapacitás biztosítja, hogy QD1-en ne essen *dc* feszültség. QD1 és az  $U_{N2}$  feszültség forrás között a szuravezető elektróda (S) le van földelve, így csak nemlokális folyamatokon kersztül lehet hatása a *dc* feszültségnek  $G_1$  vezetőképességére.



**12. ábra.** CPS mérése véges feszültségen a) QD2-re véges dc feszültséget kapcsolva, QD1 ac jelre (dU) adott vezetőképesség változását egy kapacitáson keresztül mérjük. b) A mérés során a rendszer energiadiagramja.

QD1 lokális karakterizálását követően (lásd. 13.a panel), megvizsgáltuk, hogy véges  $U_{N2}$  hatására mennyit változik meg QD1 vezetőképessége ( $\Delta G_1$ ), miközben 10  $\mu$ V ac gerjesztést alkalmazunk az S elektródára. 13.b ábrán a piros tartományok növekményt mutatnak, amit alapvetően Cooper-párok szétválasztási folyamatától várnánk. Ugyanakkor ezek mellett meglepő módon negatív vezetőképesség korrekciók is jelentkeznek a kék szinű részeken.

4.2. CPS véges feszültségen [9]



**13.** ábra. Nemlokális jel véges feszültségen a) QD1 stabilitás diagramja b) QD2 dc feszültsége  $(U_{N2})$  mellett mért nemlokális  $\Delta G_1$  vezetőképesség.  $\Delta G_1 = I_1^{ac}/dU$ .

A 14. ábra b-d paneljei részletes  $\Delta G_1$  méréseket mutatnak a dc feszültség függvényében a QD1 egyik rezonanciája körül (lásd. a panel). QD1 rezonancia maximumán (b panel) pozitív áramjárulékot hoz létre a másik pöttyre adott nemlokális  $U_{N2}$  dc feszültség. Ha elmozdulunk QD1 rezonancia maximumáról, jelentősen megváltozik a jelalak (panel c, d): egy csúcs és egy völgy jelenik meg egymás mellett, ahol az utóbbi negatív  $\Delta G_1$  változással jár. A csúcs és a völgy helyzete felcserélődik zérus dc feszültség körül, attól függően, hogy QD1 rezonanciájának melyik oldalán végezzük a mérést (piros és kék pontok az a panelen).

Dc feszültség alkalmazása nélkül Cooper-pár szétválasztási és direkt páralagutazási folyamatok (lásd. 10c ábra) adták a transzportot. Véges dc feszültség mellett az elektrokémiai potenciál a két nyelő elektródán különbözik, és egy újabb transzport folyamat, az ún. rugalmas többször alagutazás (elastic cotunneling, EC) is megengedetté válik. EC során az elektron átalagutazik a magasabb kémiai potenciálú nyelőből az egyik kvantumpöttyökön, majd a szupraveetőn és végül a másik kvantumpöttyön az alacsonyabb kémiai potenciálú nyelőbe.

EC és CPS folyamatok segítségével QD1 vezetőképesség változásában megfigyelt jelalakokat kvalitatívan meg tudjuk magyarázni. A CPS folyamat inverzeként, Cooper-pár úgy keletkezhet a szupravezetőben, ha az egyik normál elektródából érkező E energiájú elektronpárba áll egy -E energiájú másik elektródából érkező elektronnal. A mérés során az alkalmazott dU ac feszültség megnöveli az elektrokémiai potenciált (lásd. piros ablak 14 e ábrán) és ennek hatására a kék és a zöld nyilak mentén érkező elektronokból jöhetnek létre Cooper-párok. A folyamat erőssege függeni fog QD1 állapotsűrűségétől az átalagutazó elektronok energiáján, így akkor kapunk maximális vezetőképesség járulékot a Cooper-párok keltéséből, ha  $-E_2$  egybe esik a QD1 rezonanciájával. A c és d panelen szereplő mérések esetén nem a pötty rezonancián mértünk, ezért  $E_2$ -nek és ezzel  $U_{N2}$ -nek

## 4. COOPER-PÁR SZÉTVÁLASZTÓ (CPS) ÁRAMKÖR

is végesnek kell lennie, ami megmagyarázza, hogy a mérésben tapasztalt  $\Delta G_1$  maximum véges nemlokális dc feszültségen található.

A rugalmas többszörös alagutazási folyamat (EC) járulékát mutatja a 14 f panel. A felső kék nyilak olyan folyamatot jelentenek, melyek a párkeltéssel ellentétes irányú áramot eredményeznek a 1. normál elektródában. Az ábrán feltüntetett helyzetben ennek elhanyagolható járuléka lesz, hiszen a QD1-nek nagyon kicsi a állapotsűrűsége az áthaladó elektronok energiáján. Ha azonban ellentétes irányú dc feszültséget kapcsolnánk 2. elektródára, az EC folyamat lenne a domináns és CPS folyamat lenne elnyomva, negatív  $\Delta G_1$  eredményezve. Mindez megmagyarázza, hogy 14. c és d paneljén miért jelentkezik vezetőképesség maximum és minimum az  $U_{N2}$  ellenkező előjelénél. A maximumokat a CPS eredetű folyamatok a minimumot a EC folyamatok okozzák.



**14. ábra.** Különböző nemlokális jelek a) QD1 rezonancia csúcsa, ahol b-d nemlokális méréseket végeztük. b-d) Nemlokális mérések különböző jelalakkal. e) CPS és f) rugalmas többszörös alagutazási folyamatok járulékai.

### 4.3. CPS hangolása kapuelektródával [10]

A 4.1. fejezetben a Cooper-párok szétválastását a CPS áramkör egyik ágának vezetőképesség növekményével detektáltuk, amikor a másik ágban rezonanciára hangoltuk a

#### 4.3. CPS hangolása kapuelektródával [10]

kvantumpöttyöt. Ebben a fejezetben megmutatjuk, hogy a vezetőképességben ilyen nemlokális hangolás során nem csak növekedés, hanem csökkenés is megfigyelhető, ha a kvantumpötty és az elektródák csatolását változtatjuk. A 15. ábra a és b panelje mutatja, az ehhez kifejlesztett CPS eszközt, ahol vékony ( $\simeq 60$  nm szélességű) kapuelektródákra (sárga) helyeztük az InAs nanopálcát, és három kapuelektródával (pl. 1-3) alakítottuk ki a kvantumpöttyök bezáró potenciálját. Az így létrehozott QD2 spektrumát mutatja a c panel.



15. ábra. CPS létrehozása kapuelektróda rendszerrel. a) Szinezett SEM kép a CPS-ről.
b) Sematikus oldalnézet a pálca mentén. c) QD2 stabilitás diagramja.

A 16. ábra b paneljei mutatják a két kvantumpötty rezonanciáit, ezek kereszteződési pontjaiban vezetőképesség növekedés tapsztalható, a Cooper-pár szétválasztási folyamattól elvártak szerint. G1 kapuelektróda segítségével csökkentjük QD1 csatolását az N1 normál elektródához egy nagyságrenddel, elmozdulva az I-sel jelölt helyről a IV-re helyre az a panelen. A IV konfigurációban megmérve QD1 és QD2 rezonanciáit (lásd. c panelek), azt láthatjuk, hogy  $G_1$  viselkedése jelentősen megváltozott: maximumok helyett minimumokat tapasztalunk a rezonanciák kereszteződési pontjaiban. Az előjel váltás még jobban látható a d és e panelen feltüntetett metszetekben, amik g1 kapufeszültség I-IV állapotainál (lásd. a panel) készültek.

#### 4. COOPER-PÁR SZÉTVÁLASZTÓ (CPS) ÁRAMKÖR



**16. ábra.** Negatív nonlokális jel CPS-ben. a) QD1 és a normál elektróda csatolásának hangolása g1 kapuval. b)/c) QD1 és QD2 vezetőképességeinek függése a kapuk függvényében az a) panelen jelölt I/IV helyzetben. d-e) Vonalmetszetek az előző ábrákról.

Egyszerű rátaegyenleteket megoldva sikerült a jelenséget reprodukálni (lásd. 17. ábra), ahol különböző  $\Gamma_{N1}$ , az N1 normál elektróda és QD1 közötti csatolási állandó, mellett kiszámolt vezetőképesség görbék láthatóak a két pöttyre.



**17.** ábra. rátaegyenlet alapú modellszámítások eredménye, amik negatív nemlokális jelet adnak gyenge  $\Gamma_{N1}$  csatolásnál.

A modellszámítások alapján a negatív vezetőképesség korrekcióra két magyarázat adható: a) ha feltételezünk direkt alagút csatolást a két kvantumpötty között a szupravezető alatti nanopálca szegmensben: amikor QD2-t rezonanciára hangoljuk, QD1-ről az áram egyik része nem N1-be folyik, hanem QD2-n keresztül N2 felé. b) ha nincs direkt alagút csatolás: QD1 betöltéséért a lokális páralagutazási folyamat verseng a Cooper-pár

4.4. CPS hangolása mágneses térrel [11]

szétválasztással (CPS). QD2-t rezonanciára hangolva megnöveljük CPS folyamatának valószínűségét, ami többet fogja betölteni a QD1-et, és ez együttjár azzal, hogy kevesebb elektron tud eltávozni N1 felé lokális folyamattal. Ezen eredményeink fontos követkeménye, hogy a kapuk megfelelő hangolásával a CPS áramkör hatásfoka jelentősen növelhető.

#### 4.4. CPS hangolása mágneses térrel [11]

Az előző fejezetben már megjelent a CPS áramkör két kvantumpöttye közötti csatolás a félvezető nanopálcán keresztül, amit egy egyszerű csatolási rátával vettünk figyelembe. Valójában a szupravezető (S) alatti nanopálca szakasz egy hasonló kapuelektródák által körbezárt térrész, mint QD1 és QD2 (lásd. 18. ábra). A következőkben megmutatjuk, hogy ha a S alatti szakaszt egy harmadik kvantumpöttyként modellezük (lásd. fekete ovális a 18. b panelen), akkor a véges mágneses térben mért érdekes nemlokális vezetőképesség korrekciók leírhatóak. A méréseket Nb szupravezető elektródával ellátott eszközön végztük, ahol  $\simeq 1$ T mágneses térben is szupravezető állapotban marad a szupravezető forrás.



18. ábra. Interferenciafolyamat 3 pötty modellben. a) Áramkör 3D szerkezete a szupravezető (S) forrás, két kvantumpötty (QD1,2), valamint két normál nyelő elektródával (N1,2). (b) Áramkör modellje, ahol a két QD közötti nanopálca szakaszt egy középső, a szupravezetőhöz csatolt kvantumpöttyel (fekete ovális) modelleztük.

A 19. ábra a paneljén CPS áramkör két ágának vezetőképessége látható a két kvantumpötty energiaszintjét hangoló g1 és g2 (piros és kék) kapuelektródára kapcsolt feszültségek függvényében. A kvantumpöttyök reonanciái mentén a CPS folyamat hatására maximum figyelhető meg. Ha ezek pontos helyzetét meghatározzuk, lásd. 19. ábra b és c panelje, akkor ezek nem a két pötty rezonanciavonalainak metszéspontjában helyekednek el (lásd. függőleges szaggatott vonalak). A mágneses tér növelésével (függőlegesen eltolt görbék a b és c panelen) a nemlokális jelalak jelentősen megváltozik, Pl. QD2 esetén a csúcsból, assimetrikus Fano-jelalak, majd völgy, végezetül egy csúcs keletkezik a szaggatott vonal átellenes oldalán. A korábban alkalmazott inkoherens rátaegyenleteken alapuló modelleken túl kellet lépni ezek magyarázatához. A 18. ábra b paneljén bemutatott

## 4. COOPER-PÁR SZÉTVÁLASZTÓ (CPS) ÁRAMKÖR

3 pöttyös modell segítségével kvalitatíven reprodukálni lehet a kísérleti megfigyeléseket (lásd. 19. ábrad és e paneljei). A vezetőképességhez a Cooper-pár szétválasztás és lokális páralagutazás folyamatai adnak járulékot. A középső pötty jelenléte miatt a lokális folyamat interferenciajárulékot tartalmaz az 18. ábra a paneljén mutatott pályák között. A kvantumpöttyökön keresztül haladva az össegyűjtött fázis  $\pi$  jelentős hányada is lehet, destruktív interferenciát keltve. Ha minden dot rezonancián van, a két útvonal közötti fázis pont  $\pi$  értéket ad, ami minimumot hoz létre a vezetőképességben (e panelen a szaggatott vonal mutatja ezt a lokális járulékot). A mágneses tér hatására a középső pötty rezonanciájának helyzete változni tud, ami az interferenciafeltételeket módosítja. A lokális páralagutazás folyamatához a CPS járulékát hozzáadva (e panel pöttyözött vonal) változatos, nemlokális jelalak tud születni (lásd. fekete és zöld folytonos vonal e panelen B=0 és véges mágneses tereken), magyarázatot adva a mérésekben találtakra. Ezen munkánk fontos következménye, hogy a lokális folyamatok negatív járuléka miatt a vezetőképesség nemlokális hangolásából becsült CPS hatásfoknál lényegesen nagyobb lehet a valódi hatásfok.



4.5. CPS vizsgálata spin qubit eszköztárral [12]

**19. ábra.** Különböző nemlokális jelalakok CPS-ben. a) QD-k rezonanciái kapuk függvényében. b-c) A két QD nemlokáis válasza B tér függvényében. A szaggatott vonal a lokális rezonancia helyét jelöli. d-e) A 3 pötty modellel végzett számolások eredményei a nemlokális jelre. e) Az aszimmetrikus nemlokális jel alakok felbontása CPS és lokális páralagutazási (EC) folyamatok járulékai.

#### 4.5. CPS vizsgálata spin qubit eszköztárral [12]

Az eddig ismertetett mérésekben a Cooper-pár szétválasztási folyamatot a két ágban folyó áramok korrelációjával vizsgáltuk. A vizsgálatok következő szintjét a szétválasztott elektronok spin karakterének és összefonódásuknak a vizsgálata jelentené. Az alábbiakban egy olyan elméleti javaslatot ismertetünk röviden, mellyel a szétválasztott elektronok spin szinglett karaktere igazolható a spin qubitek területén kidolgozott eszköztárral [51].

A mérési elrendezést a 20. ábra a panelje mutatja. A két kvantumpöttyhöz ( $QD_L$  és  $QD_R$ ) egy-egy töltésdetektort (CS) kapcsolunk kapacitíven, melyekkel a pöttyön lévő elektronok számának változása mérhető [104]. Az elektronok spin karakterének mérése a

## 4. COOPER-PÁR SZÉTVÁLASZTÓ (CPS) ÁRAMKÖR

két pöttyön történik. Előszőr egy-egy elektron kerül a pöttyökre (b panel). Majd a két elektron spin állapotát beállítjuk az elektron spin rezonanciához hasonló, elektron-dipol spin rezonancia (EDSR) pulzusokkal [105, 106] (c panel). Ezek után a pöttyök energiaszintjeit alacsonyabb energiákra toljuk kaupfeszültséggel, hogy megengedett legyen a második elektron betétele a pöttyökre (d panel). Ekkor a középső szupravezető elektródából egy Cooper-pár próbál meg a két pöttyre szétválni, de ez csak akkor lesz megengedett, ha a Pauli-kizárási elvet teljesítik a pöttyökön egymás mellé kerülő elektronpárok. A folyamat végén a Cooper-párok kilépése a két töltésdetektor segítségével mérhető. A fenti lépéssorozat sokszor elvégezve a párok kilépésének valószínűsége,  $P_{2,2}$  mérhetővé válik.  $P_{2,2}$ -t kimérve kvantum pötyön lévő elektronok spinjeinek különböző preparációi mellett (e panel) a szétválasztott elektronok spin szinglett karaktere igazolható.



**20. ábra.** Szinglett karakter detektálás spin qubit eszközökkel. a) Elrendezés sematikus képe, a szupravezetőhöz (SC) csatolt két kvantumpöttyel (QD L és QD R), melyek kapuval (G) hangolhatóak és töltés számuk töltésdetektorral (CS) kiolvasható. b-d) Az eszköz használatának lépései. e) Cooper-pár kilépésének valószínűsége a QD-kon lévő első elektronok spinforgatási szögeinek függvényében.

## 4.6. Eredmények hatása

A első Cooper-pár szétválasztó (CPS) eszköz számos kísérleti és elméleti munkát inspirált a területen. Több különböző nanoszerkezetből sikerült azóta CPS eszközt készíteni: InAs félvezető nanopálcák mellett szén nanocsövekből [107, 108], grafénből [109, 110, 111], dupla félvezető pálcákból [112], fémes szigetekből [113, 114] és kétdimenziós elektrongá-

4.6. Eredmények hatása

zokból is [115]. Az 1 - 2% értékű CPS hatásfokot jelentősen meghaladták az új eszközök, készült olyan szétválasztó, amely hatásfoka elérte a 90%-t [108]. A területen általánosan alkalmazottá vált az általunk kidolgozott nemlokális vezetőképesség méréssel történő karaterizációja az újabb és újabb eszközöknek. Későbbi munkákban az áram mérések mellett a szétválasztott Cooper-párokat sikerült kimutatni keresztkorrelációs zaj mérésekkel [116], ami a szétválasztott elektronok együttes kilépését igazolta. A 4.5. fejezetben javasolt érzékeny töltésdetektort illesztve a szétválasztóhoz egyedi Cooper-pár szétválasztási események detektálása is lehetővé vált 99%-s megbízhatósággal [114].

A terület fontos célkitűzése a keltett párok összefonodottságának kimérése. Ehhez különböző elméleti módszereket dolgoztak ki. Az egyik irányvonal az optikai analógiát követve ferromágneses detektorokat használ spin polarozáció mérésére [117, 118], pl. kereszt-korrelációs áramzajméréseket végezve különböző polarizációk mellett, ahol több munka született a kísérleti elvárások enyhítés céljából. [119, 120] A szétválasztó áramkörből kilépő elektronok szinglett karakterének mérésére is több elképzelést dolgoztak ki: nyalábosztóval kombinálva a szétválasztót [121, 122], spin qubit eszköztárat felhasználval [12] vagy mikrohullámú rezonátorba illesztve a szétválasztót és a sugárzási spektrumot vizsgálva [123]. További elméleti javaslat szerint, hajlított szénnanocsövekben a belső spin-pálya kölcsönhatás természetét kihasználva, egyszerű dc magnetotranszportmérésekből is ki lehetne mutatni az elektronok összefonódottságát [124].

Folyamatos a kísérleti előrehaladás ezen összefonódottsági mérési elképzelések megvalósításának irányába. Első keresztkorrelációs méréseket elvégezték [116] és töltésdetektort építettek a szétválasztóhoz [114]. Kimutatták a nem kollineáris, spin-pálya kölcsönhatás által keltett effektív mágneses teret hajlított szén nanocsövekben [125]. Legújabb eredményként kifejlesztették az első spin érzékeny detektorokat is [97], melyekkel az első spin korrelációs mérések megszülettek, és igazolták a szétválasztóból kilépő elektronok ellentétes spin irányát.

A Cooper-pár szétválasztó kifejlesztése és az elméleti várakozásokat jelentősen túlszárnyaló hatásfok értékek világossá tették, hogy a Cooper-pár szétválasztási folyamat domináns járulék tud lenni szupravezető hibrid nanoszerkezetekben. Ennek köszönhetően számos érdekes új elméleti javaslat született Cooper-pár szétválasztási folyamaton alapuló topologikus szupravezető rendszerekre. Pl. mágnes tér hiányában is létre lehet hozni Majorana gerjesztéseket, időtükrözés invariáns topologikus szigetelőkben (TRITOPS)[126, 127, 128]. Valamint a Majorana fermionoknál gazdagabb nem-Ábeli statisztikával rendelkező parafermionok is születhetnek, ha két egydimeniós vezetőt egy szupravezető összekapcsol Cooper-párok szétválásán keresztül [127].

#### 5. ANDREJEV-MOLEKULA

A Cooper-pár szétválastás talán legfontosabb jövőbeli alkalmazása a Kitaev-láncok szimulációja lesz, melyben az elmúlt évben sikerült áttörő eredményeket elérni [115, 30] (bővebben lásd. 5.4. fejezet).

## 5. Andrejev-molekula

A Cooper-pár szétválasztó áramkör akkor működik hatékonyan, ha a QD-S-QD rendszer erősen van csatolva a normál elektródákhoz és így a szétválasztott párok el tudják hagyni a pöttyöket mielőtt újabb pár érkezik. Ebben a fejezetben az ellenkező határesetet fogjuk vizsgálni, amikor a normál elektródákat leválasztjuk, és a szupravezető és a kvantumpöttyök közötti hibridizáció erős. Ezt a rendszert hívjuk Andrejev-molekulának.

Elsőként röviden ismertetjük a spektrumát egyetlen szupravezetőhöz csatolt kvantumpöttynek (S-QS). Majd kísérletileg megvizsgáljuk, hogy a csatolás hatására létrejövő Andrejev kötött állapot mennyire hatol be a szupravezetőbe [13], amire meglepően nagy távolságot kaptunk nemlokális méréseinkben. Ezt követően részletesen elemezni fogjuk az Andrejev-molekula várható spektrumát különböző csatolási folyamatok esetén [14]. Végül bemutatunk egy dupla nanopálcás áramkört, amiben elöszőr sikerült az Andrejevmolekula spektrumát kimérni [15].

#### Andrejev kötött állapot<sup>6</sup>

Elsőként vizsgáljuk meg egyetlen pötty spektrumát, mikor szupravezetőhöz (SC) csatoljuk (lásd. 21. ábra). Tételezzük fel, hogy a pötty energiaszintje ( $\epsilon$ ) úgy van beállítva, hogy egy elektron található rajta (doublett szektor, D). Ha a szupravezető - pötty csatolástól eltekintünk, akkor két gerjesztett állapota lesz a pöttynek, amikor a pöttyön az elektronszámot 0-ra vagy 2-re változtatjuk, ezek  $\epsilon$  függvényében a zöld és a sárga nyíllal jelölt szaggatott vonalak mentén adnak gerjesztéseket a 21. ábra a paneljén. kvantumpöttyök esetén ezek jelölik a Coulomb-gyémántok éleit. Ha a szupravezető jelenlétét is figyelembe vesszük, a szupravezetőbe kvázirészecske kerülhet  $\Delta$  energiával, ami további gerjesztéseket ad a piros nyíllal jelölt energiák felett. Ha a SC elektródát és a pöttyöt össze is csatoljuk ( $t_S$ ), jelentősen megváltozik a pötty gerjesztési spektruma, ahogy a 21. ábra c panelje mutatja. Az üres pötty (zöld) hibridizáni tud a kétszeresen betöltött pötty állapottal (sárga) egy Cooper-párt kivéve a szupravezetőből. Az üres állapot hasonlóan hibridizál azzal az állapottal is, amikor egy elektron van a pöttyön és egy kvázirészecske a szupravezetőben (piros). A hibridizációknak köszönhetően létrejön egy, a szupravezető

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Az irodalomban szupravezető és kvantumpötty kötött állapotaira az Andrejev kötött állapot mellett, Yu-Shiba-Rusinov-állapot vagy Shiba-állapot elnevezés is használatos. Ebben a dolgozatban Andrejev elnevezést fogjuk használni a kötött állapotra, illetve az ebből születő molekulára is.

tiltott sávján ( $\Delta$ ) belül található, gerjesztés, amit Andrejev kötött állapotnak hívunk. Az Andrejev kötött állapotot mutatják a kék görbék az a panelen. Növekvő  $t_S$  csatolással az állapot energiája egyre kisebb lesz. Elérhető egy kvantum fázisátalakulás is, ahol a dublett állapot helyett a c panel állapotainak hibridizációjaként keletkező, szingulett állapot (S) lesz az alapállapot, ahogy ezt kísérletileg ki is mutatták [129].



**21.** ábra. Andrejev kötött állapot SC-QD rendszerben: (a) Gerjesztési spektrum a pötty energiaszintjének ( $\epsilon$ ) függvényében a dublett alapállapothoz tartozó részt kiemelve. b) Dublett alapállapot: egy pár nélküli elektron a pöttyön, szupravezető (téglalap) kvázirészecske nélkül. c) Gerjesztett állapotok a dublett alapállapot tartományában, amiket a szupravezetőhöz csatolás ( $t_S$ ) hibridizál. [130] alapján.

### 5.1. Andrejev-állapot térbeli kiterjedése [13]

A előző fejezetben láttuk, hogy az Andrejev kötött állapot részben a szupravezetőben található. Ha ezen állapotokat a szupravezetőn keresztül össze szeretnénk kapcsolni molekulává, ennek eredményessége erősen függ az Andrejev-állapotok térbeli kiterjedésétől a szupravezetőben.

Mágneses atomot szupravezető felületre helyezve STM technikával vizsgálták már az Andrejev kötött állapot térbeli szerkezetét. Háromdimenziós szupravezetőben a kötött állapot hullámfüggvénye néhány atomi távolságon belül, kb. ~ 1 nm-es skálán lecseng [131, 132]. Kétdimeniós szupravezetőben is kb. ~ 10 nm-es hosszon eltűnik [133, 134]. A következő mérésben megmutatjuk, hogy kvantumpötty mellett akár 50 – 100 nm-re is kiterjedhet a szupravezetőben a kötött állapot.

A 22. ábra a panelje alapján egy kvantumpöttyöt (QD) szeretnénk egy szupravezetőhöz (SC) csatolni, amihez  $x_T$  távolságban egy normál állapotú alagútszonda (N) van csatolva. Az elrendezést InAs nanopálcában valósítottuk meg (lásd. 22. ábra b panel), ahol a QD a  $g_{p,B}$  kapuelektródák segítségével van formálva, a szupravezető alatt 50 – 60 nm hosszan

#### 5. ANDREJEV-MOLEKULA

a pálca el van marva, és a pálca átellenes fele szolgál alagútszondaként. A SC egy rendezetlen ólom rétegből készült, melyben a szupravezető koherenciahossz:  $\xi \simeq 20 - 40$  nm.



**22.** ábra. Mérési elrendezés. a)  $x_T$  távolságban a kvantumpöttytől (QD) egy alagútszondát (sárga) kapcsolunk a szupravezetőhöz (SC). b) Az elrendezés megvalósítása InAs nanopálcában létrehozott QD-vel, ahol a pálca el van vágva a SC alatt. A pálca bal oldala adja a normál szondát.

A normál szonda jele látható a QD kapuira adott feszültségek függvényében a 23. ábra a paneljén, amiben párhuzamos rezonanciavonalak jelennek meg. A rezonanciák nagysága B tér növeléssel több mint egy nagyságrendet nő, ahogy a b panelen látható. Majd 230 mT mágneses tér felett, mikor a SC normál állapotba kerül, a rezonanciák teljesen eltűnnek (zöld görbe). A kvantumpöttyön keresztül elvégzett transzportmérések alapján (lásd. 23. c panel) kiderült, hogy a szonda által tapasztalt rezonanciavonalak helye egybeesik azzal, amikor a kvantumpöttyön lévő Andrejev kötött állapot energiája nulla energián van (lásd fehér háromszög és kör). Mindezek alapján a szupravezetőben kiterjedt Andrejev kötött állapotok miatt jelenik meg extra vezetés a szondában. Mivel a szonda és a pötty távolsága 50 – 250 nm közé esik (lásd. a geometriát a 22. b panelen) a korábbi STM [131, 133] mérésekhez képest lényegesen nagyobb távolságra kiterjed a kötött állapot.

A 23. ábra d paneljén a szondával mért maximumok helyén az áram növekmény látható a mágneses tér függvényében. Mágneses tér növelésével az áramjárulék exponenciálisan nő, majd 180 mT körül platózik, végül a szupravezető kritikus terénél  $(B_C \approx 230 \text{ mT})$  eltűnik. A mért karakterisztikát térelméleti NRG számítások visszaadták (lásd. e panel). Az áram meredek növekedését a Cooper-pár hullámfüggvényében szereplő  $\sim \exp(-2x_T/\pi\xi)$  kifejezés okozza. Mágneses térrel a koherenciahossz elkezd növekedni, ettől a kötött állapot mérete nő, ami exponenciális növekménnyel jár az áramban.

Az STM mérésekhez képest a rendszer geometriája jelentősen eltér. STM kísérletben a szonda pontszerűen hat kölcsön a szupravezetővel, míg a mi geomentriánkban, az elektronok a nanopálca teljes keresztmetszetén keresztül tudnak bealagutazni a szupravezetőbe. A STM elrendezésben gömbkullámként szétterjedő elektron amplitudója jelentősen csökken a távolsággal, míg a pálca esetén ez nem történik meg, hiszen a pálca átmérője

5.2. Andrejev-molekula elméleti vizsgálata [14]



23. ábra. Andrejev kötött állapot térbeli kiterjedésének mérése. a) A normál szonda jele a QD hangolása mellett. b) A megfigyelt rezonanciák mágneses tér függése. c) A QD karakterisztikája Andrejev kötött állapotot mutat. A QD-én keresztüli mérés a jobb oldali alagútátmenetét megnyitásával történt. d) A normál szonda rezonanciájánál mért áram jel mágneses tér függése. e) Ezek elméleti szimulációja.

 $d \approx 80 \,\mathrm{nm}$  összemérhető a szonda és a QD távolságával  $(x_T)$ . Másik fontos különbség, hogy a mérésünkben az Andrejev kötött állapot zérus energián van, ahol az elektron és lyuk járulékok összege kiejt egy gyorsan oszcilláló ( $\sim \sin(k_F x_T)$ ) tagot.

Összességében, korábbi mérésekhez képest lényegesen nagyobb távolságokra sikerült az Andrejev kötött állapotot kimérni nanopálcában létrehozot QD mellett. A nagy kiterjedés lehetővé teszi, hogy standard litográfiai technikákkal, 50 – 100 nm távolságban elhelyezett QD-k között is jelentős átfedés legyen az Andrejev kötött állapotok között, ami alapfeltétele Andrejev-molekuláris állapot létrehozásának.

#### 5.2. Andrejev-molekula elméleti vizsgálata [14]

A következőkben térjünk rá az Andrejev-molekula tárgyalására, ahol két kvantumpöttyöt csatolunk a szupravezetőhöz (lásd. 24. ábra). Egy normál molekula esetén a két (mesterséges) atomot egy alagútátmenet köti össze, és az elektronok direkt átalagutazása hozza létre a molekula hibridizációját. Az előző fejezetekben használt InAs nanopálcákban kialakított QD-S-QD rendszerekben (lásd. pl. 18. ábra) láttuk, hogy a szupravezető alatti pálcaszakaszon keresztül átjuthatnak elektronok az egyik QD-ról a másikra. Így egy Andrejev-molekula esetén is számolnunk kell direkt alagutazási folyamattal (IT), lásd. 24. ábra d panel. Ugyanakkor, ha a QD-k közötti csatolás egy szupravezetőn keresztül valósul meg, számos további folyamat játszik szerepet a két mesterséges atom hibridizációjában. Elektron az egyik pöttyről átjuthat a másikra többszörös alagutazással (EC), ahol a köztes állapotban egy szupravezető kvázi részecske állapotot tölt be az elektron (c panel). A Cooper-pár szétválasztási folyamat, vagy más néven kereszt-Andrejev-

#### 5. ANDREJEV-MOLEKULA

visszaverődés (CAR) ugyancsak szerepet játszik. Végezetül a szupravezető kondenzátumból két elektron ugyanazon kvantumpöttyre is kiugorhat lokális Andrejev-visszaverődési (LAR) folyamattal (a panel).



**24. ábra.** Csatolási folyamatok QD-S-QD rendszerben: (a) Lokális Andrejevvisszaverődés (LAR), (b) Cooper-pár szétválasztás, más néven kereszt-Andrejevvisszaverődés (CAR), (c) rugalmas többszörös alagutazás (EC), '(d) pöttyök közötti direkt alagútazás (IT).

Andrejev-molekula realizációja során a fenti csatolási folyamatok relatív erőssége mikroszkopikus részleteken múlik, amiket nem ismerünk. Ezért célszerű megvizsgálni, hogy ha közülük valamelyik domináns, az milyen mérhető sajátosságokhoz vezet a molekula spektrumában.

A 25. ábra mutatja CAR, EC és IT folyamatok esetében a kapott eredményeket az a, b és c paneleken. A bal oszlop a fázisdiagramot mutatja a két pötty energiaszintjeinek  $(\epsilon_{L,R})$  függvényében, sárga régiókkal jelölve a kétszeresen degenerált (dublett) alapállapotot és kékkel az egyszeresen degenerált (szingulett) alapállapotot. A középső oszlop a bal oldali pötty elektronszámát mutatja, ami töltésdetektorral (pl. kapacitíven csatolt másik kvantumpöttyel [135, 136] vagy reflektometriával [137, 138]) mérhető. Az IT folyamat jól láthatóan elkülöníthető a CAR és az EC folyamatoktól ilyen mérések alapján. Ugyanakkor a CAR és az EC folyamat között nem tudunk különbséget tenni.

CAR és EC folyamat is elkülöníthető a gerjesztési spektrum mérésével. Ennek kiméréséhez alagútszondákat kell gyengén csatolni a két kvantumpöttyhöz és véges dc feszültséget adni a szondák és a szupravezető elektródák közé. A szupravezető és a szonda között mért vezetőképességet mutatja a 25. ábra jobb oszlopa, miközben a pöttyök energiaszintjét hangoljuk  $\epsilon_R = -U - \epsilon_L$  szerint (lásd. világos kék vonal a b fáisdiagramon). Míg a CAR folyamat esetében a spektrumban két-két vonal távolsága állandó, EC esetén ezek távolsága erősen változik a pötty energiaszintjének függvényében.



5.3. Andrejev-molekula megvalósítása dupla pálcában [15, 16]

**25. ábra.** Andrejev-molekula viselkedése különböző csatolási folyamatok esetén: (a) CAR, (b) EC, (c) IT. A bal oszlop a fázis diagramot, a középső a bal QD-hoz csatolt töltésdetektor jelét, a jobb véges feszültségen mérhető spektrumot mutatja.

## 5.3. Andrejev-molekula megvalósítása dupla pálcában [15, 16]

Andrejev-molekuláris állapotot előszőr molekulák szupravezető felületre helyezésével sikerült létrehozni, ahol a molekulák távolsága a nm nagyságrendbe esett és STM-mel vizsgálták a kötött állapotokat [139, 140, 141]. Az alábbiakban bemutatjuk Andrejev-molekula első megvalósítását mesterséges atomokkal, ahol a kvantumpöttyök energiaszintjei hangolhatóak, lehetővé téve a spektrum feltérképezését a nivók helyzetének függvényében.

Célunk egy olyan nanoszerkezet létrehozása volt, ami teljesíti az alábbi elvárásokat:

- erős csatolást hozzunk létre a szupravezető és a pöttyök között,
- pöttyök közötti szupravezető szélességét minimalizáljuk, hogy erős CAR csatolás jöjjön létre,
- kizárjuk a pöttyök közötti direkt alagutazás lehetőségét a pálcán keresztül.

A három feltétel teljesítéséhez dupla InAs nanopálca kifejlesztése vezetett el. A nanopálcák növesztése arany kataliátor nanorészecskék segítségével történik, melyek sugara

#### 5. ANDREJEV-MOLEKULA

szabja meg a növesztett pálca keresztmetszetét. elektronsugaras litográfia segítségével 100 nm-nél kisebb távolságra is létre lehet hozni nanorészecskéket (lásd. 26. a panel) melyekből UHV kamrában In és As atomok kontrollált beengedésével nagy tisztaságú InAs nanopálcák kezdenek kinőni, és elegendő hosszúság esetén a pálcák termikus rezgésének köszönhetően egymáshoz tapadnak. Következő lépésben az ultra nagy vákuum megbontása nélkül alumínium növeszthető a pálcák egyik oldalára (lásd. 26. b-c panel), ami a félvezető felületére epitaxiálisan nő [142]. A dupla pálcás növesztés során egy további lehetőség, hogy egy harmadik nagyobb átmérőjű pálcát növesztünk a dupla pálca elé (lásd. d panel). Ez esetben a vastag pálca használható árnyékolóként, így a párologtatott alumínium nyaláb csak az árnyékoló felett éri a dupla pálcát.



**26. ábra.** Dupla pálca MBE növesztése a) Pálcák növekedését katalizáló arany golyók (sárga) és a kinőtt InAs pálcák sematikus képe. b-c) A növesztett dupla pálcák SEM képe a felületükön 10-20nm Al réteggel. d) Dupla pálca egy vastagabb szomszédos pálcával, ami kiárnyékolja az oldalról növesztett Al réteget.

Az Andrejev-molekula elrendezést (lásd. 27. a panel) a 27. ábra b paneljén feltüntetett elrendezésben hoztuk létre dupla pálcákból. A két QD a két pálcában van létrehozva, biztosítva, hogy ne legyen közöttük direkt alagút csatolás. Az epitaxiális szupravezető héjnak köszönhetően ideális félvezető-szupravezető átmenet van a határfelületen. Az elrendezés igazán nagy előnye, hogy a két QD közötti távolságot minimalizálni lehet. Amíg a korábban bemutatott CPS geometriában egy 150 – 200 nm széles szupravezető választotta el a két pöttyöt (lásd. 11. és 18. ábrák), itt a pöttyök távolsága 10 – 20 nm távolságba esik. Az egyszerű áramköri kialakítás miatt a pöttyök hangolására egy-egy kapuelektróda állt rendelkezésre ( $V_{T,B}$ ), valamint a két pöttyön keresztül folyó áramot (és vezetőképességet) egyetlen közös nyelő elektródán keresztül mértük. Méréseink alapján az áramkör a 27. ábra c paneljén feltüntetett rendszerrel ekvivalens. A bal oldali szupravezető erősen csatolódik a két kvantumpöttyhöz, amit egy gyengébben csatolt ( $\Delta_2$  tiltott sávval rendelkező) szupravezető szondával vizsgáltunk.

5.3. Andrejev-molekula megvalósítása dupla pálcában [15, 16]



**27. ábra.** Dupla pálcás Andrejev-molekula megvalósítása. a) Két mesterséges atom csatolása szupravezetőn keresztül. b) Áramköri geometria dupla InAs nanopálcából, amin epitaxiális Al szupravezető héj (zöld) ad közvetlen kapcsolatot a pálcák között. c) Az áramkör modelje.

Tekintsük a két kvantumpöttyöt függetlennek. Ez esetben az alsó pötty kapujának hangolása esetén az 5. fejezetben ismertetett Andrejev kötött állapoti spektrumot várjuk (lásd zöld görbe 28. a panelen), egy kis módosítással, hogy a szupravezető szonda miatt  $2\Delta_2$  mértékben szétnyílik a spektrum. Mivel a két pöttyöt párhuzamosan mérjük a felső, nem hangolt pöttytől is lesz egy csúcs a spektrumban (piros vonal, 28. a panelen)  $V_B$ -től független energián. Ennek a helyzete attól függ, hogy  $V_T$  feszültséget mire állítjuk be (lásd 28. c panel). A valódi mérésben az egyik pötty kapuelektródája és a másik pötty között is véges kapacitás van; így a kapu a másik pötty energaszintjeit is hangolja, emiatt az a panelen feltüntetett viselkedést a b panelen jelölt kék görbe mentén várnánk. Ha a két pötty között a szupravezetőn keresztüli csatolást tételezünk fel, akkor első várakozásunk az, hogy az a panelen a két kötött állapot energiájának egyezésekor, a zöld és a piros görbék találkozásánál, hibridiációk jelennek meg, hasonlóan [143] munkához.

A naív várakozástól eltérően, lényegesen összetettebb viselkedést tapasztaltunk. A b panelen feltüntettet rózsaszín és kék görbék mentén végzett méréseket mutatja a 28. ábra d és f panelje. A tapasztalt viselkedést a két pötty közötti kapacitív csatolás és a szupravezetőn keresztüli hibridizáció figyelembevételével kvalitatívan meg lehetett magyarázni (lásd. 28. ábra e és g paneljén a szimulációkat):

i) Az a panelen feltüntetett konstans piros rezonancia a mérésekben elugrik más energiára (lásd. d és e panelen rozsaszín szimbólumok). Mindez a 27. ábra c paneljén feltüntett, C keresztkapacitás következménye. Amikor az alsó pöttyön megváltozik az elektronszám  $(D\rightarrow S)$ , ugrásszerűen elhangolódik a felső pötty energiaszintje a 28. ábra c paneljén szimbólumokkal jelölt állapotokat bejárva.

ii) A két rezonancia kereszteződésében valóban megfigyelhető néhol hibridizáció (lásd fehér nyilak d és e panelen), de ez nem mindig következik be.

#### 5. ANDREJEV-MOLEKULA



**28. ábra.** Andrejev-molekula spektruma. a) A várt spektrum független pöttyök esetén. b) Rezonanciák helyzete a pötty és a másik pötty kapuja közötti keresztkapacitást figyelembe véve. d) és f) / e) és g) a mért/számolt spektrumok a b) panelen feltüntetett rózsaszín és kék vonalak mentén.

iii) A kapuval nem hangolt rezonanciavonal nincs konstans energián, hanem a hangolt rezonanciavonalhoz hasonlóan elhajlik (lásd. kék kör f és g panelen).

iv) A két rezonanciavonalon túl megjelenhetnek további rezonanciák is, ahogy a zöld háromszög mutatja az f és a g panelen.

v) A spektrum pozitív és negatív energiákra aszimmetrikus lesz (lásd. f és g panel).

Összességében, dupla pálcákat használva két pöttyöt minimális távolságban (10 - 20 nm) tudtunk szupravezetőhöz csatolni, ami erős kölcsönhatást eredményezett a két pötty tiltott sáv alatti spektrumában. Az így léterjövő Andrejev-molekula spektrumát kimértük a pöttyök energiaszintjeinek függvényében, ami kvalitatívan megegyezett számítási eredményekkel.

#### 5.4. Eredmények hatása

Andrejev kötött állapotokat számos elméleti és kísérleti munkában is vizsgáltak az elmúlt két évtizedben, megmutatva például a szupravezető csatolás függvényében elérhető kvantum fázisátalakulást [129]. Az elsőként kimutatott Andrejev-molekuláris állapotnak különös jelentősége van topologikus szupravezető rendszerek létrehozásában. Kitaev egy spintelen p típusú szupravezető lánc vizsgálata során azt találta, hogy Majorana-kötött

5.4. Eredmények hatása

állapotok jelennek meg a lánc két végén [144]. Ezek a nulla energiás gerjesztések nem-Ábeli statisztikát követnek és toplogikus qubitek alapjait adhatják.

Több mint egy évtizeden keresztül komoly kísérleti erőfeszítéssel próbálták ezen egzotikus részecskéket kimutatni szupravezető-félvezető heterostruktúrákban. Nulla energiás gerjesztéseket találtak félvezető nanopálcán alapuló áramkörökben, de egyértelműen nem lehetett őket elkülöníteni más triviális nulla energiás módusoktól [73]. Számos kutatócsoport munkája ellenére a Majorana-párok együttes megjelenését a rendszer két végén és a topologikus titott sávot nem sikerült kimutatni. Áttörést az elmúlt évben sikerüt elérni a Kitaev-lánc más megvalósítási koncepciójával, ami Andrejev-molekula elrendezésen alapszik, QD-k sorát köztes szupravezetővel összehibridizálva [145]. Ennek az ún. Majorana-láncnak a legegyszerűbb verzióját sikerült megvalósítani [30], az ún. szegényember-Majorana áramkört [146]. Az elrendezés egy olyan Andrejev-molekula, melyben a QD-k nívója spin polarizált és az elasztikus többszörös alagutazás (EC) és a kereszt-Andrejev-visszaverődés azonos nagyságú (CAR). Az EC és CAR folyamat úgy lehet egyszerre jelen, hogy a 2. fejezetben bemutatott spin-pálya kölcsönhatásnak köszönhetően az elekronok spinjének más irányú a lokális bázisa a két QD-on. Másrészt a QD-k között a 4.4. alfejezetben ismertetett módon a szupravezető alatti pálca régióban létrejövő 3. QD Andrejev kötött állapotán keresztül zajlik az elektrontranszport a két szélső kvantumpötty között. A [147] munka alapján az EC és CAR erőssége a szupravezető alatti kapuelektródával hangolható. A mérésekben korreláltan jelenik meg a két Majorana zéro módus és számos kísérleti paraméter függvényében az elmélettel eggyező hangolást találtak. A szegény-ember-Majorana eszköz topologikus védelmet még nem biztosít, de hosszabb láncok felépítésével ez is elérhetővé válhat. Az első kísérletek 3 pöttyöt tartalmazó láncokon már folyamatban vannak [148].

Összességében elmondhatjuk, hogy az Andrejev-molekula a legígéretesebb szupravezető toplógikus rendszerré vált napjainkban, melyben nem-Ábeli gerjesztéseket lehet majd elsőként vizsgálni, és hosszabb láncok létrehozása esetén topologikusan védett információtárolást is lehetővé tehet a jövőben.

## Köszönetnyilvánítás

Hatalmas köszönet illeti nagyszerű középiskolai tanáraimat, hogy tudásukkal, inspiráló óráikkal, személyiségükkel megszerettették velem a fizika és matematika világát. Rendkívül hálás vagyok Vankó Péter korábbi osztályfőnökömnek, hogy kivételes fizikatanárként oly sok mindent megtanított a természettudományoktól, a tájfutáson át a magashegyi túrázásig.

Köszönöm a BME Fizika Intézet oktatóinak, hogy fizikust faragtak belőlem, és számos kutatási projektbe belekóstolhattam már egyetemista diákként. Nagy köszönet illeti korábbi témavezetőmet, Mihály Györgyöt, hogy páratlan lehetőséget biztosított számomra, hogy kísérleti fizikusá váljak, és folyamatosan segítette laborunk fejlődését. Halbritter Andrásnak, Kézsmárki Istvánnak és Makk Péternek a sok-sok közös projektért, amit a kutatólaborban és azon túl közösen élvezhettünk.

Hálás vagyok a Bázeli Egyetem Nanoelektronika kutatócsoport tagjainak, hogy segítségemre voltak a nano és kvantumelektronika világának megismerésében. Köszönet illeti Christian Schönenbergert csoportvezetőt, inspiratív ötleteiért és folyamatos támogatásáért, Stefan Oberholzert, Lukas Hofstettert, Alex Eichlert és Samuel d'Hollosyt.

Köszönettel tartozom az MFAs kollégáknak, Volk Jánosnak, Lukács Istvánnak, Neumann Péternek, Illés Leventének, Bársony Istvánnak, Biró Lászlónak és Pécz Bélának, hogy segítségünkre voltak és vannak abban, hogy nanoáramköröket itthon is zavartalanul tudjuk készíteni.

Köszönöm a BME Fizika Intézetének elméleti kollégáinak a támogatását, közöttük Pályi Andrásét, Pascu Mocaét, Zaránd Gergelyét, Zawadowszki Alfrédét, hogy mindig rendelkezésünkre álltak a kísérleteink értelmezésében.

Hálás vagyok a BME Nanoelektronika Kutatócsoport összes tagjának, hogy segítségemre voltak egy új labor felépítésében. Köszönöm korábbi phd hallgatóimnak: Fülöp Gergőnek, Tóvári Endrének, Scherübl Zoltánnak és Fülöp Bálintnak a közös munkát. Örömmel tölt el, hogy nagyszerű hangulatban tölthetem mindennapjaimat, fiatal kollégákkal közösen dolgozva izgalmas fizikai problémákon.

Végül, de nem utolsó sorban, nagyon köszönöm családomnak, hogy mindig mellettem álltak, és biztosították a stabil és szeretetteljes hátteret.

## Irodalomjegyzék

- G Fülöp, S d'Hollosy, L Hofstetter, A Baumgartner, J Nygård, C Schönenberger, and S Csonka. Wet etch methods for inas nanowire patterning and self-aligned electrical contacts. *Nanotechnology*, 27:195303, 5 2016.
- [2] Endre Tóvári, Péter Makk, Peter Rickhaus, Christian Schönenberger, and Szabolcs Csonka. Signatures of single quantum dots in graphene nanoribbons within the quantum hall regime. *Nanoscale*, 8:11480–11486, 2016.
- [3] Zoltán Scherübl, Gergő Fülöp, Morten H. Madsen, Jesper Nygård, and Szabolcs Csonka. Electrical tuning of rashba spin-orbit interaction in multigated inas nanowires. *Physical Review B*, 94:035444, 7 2016.
- [4] S. Csonka, L. Hofstetter, F. Freitag, S. Oberholzer, C. Schönenberger, T. S. Jespersen, M. Aagesen, and J. Nygård. Giant fluctuations and gate control of the g-factor in inas nanowire quantum dots. *Nano Letters*, 8:3932–3935, 11 2008.
- [5] Zoltán Scherübl, András Pályi, György Frank, István Endre Lukács, Gergő Fülöp, Bálint Fülöp, Jesper Nygård, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Gergely Zaránd, and Szabolcs Csonka. Observation of spin–orbit coupling induced weyl points in a two-electron double quantum dot. *Communications Physics*, 2:108, 9 2019.
- [6] L. Hofstetter, A. Geresdi, M. Aagesen, J. Nygård, C. Schönenberger, and S. Csonka. Ferromagnetic proximity effect in a ferromagnet–quantum-dot–superconductor device. *Physical Review Letters*, 104:246804, 6 2010.
- [7] Szabolcs Csonka, Ireneusz Weymann, and Gergely Zarand. An electrically controlled quantum dot based spin current injector. *Nanoscale*, 4:3635, 2012.
- [8] L. Hofstetter, S. Csonka, J. Nygård, and C. Schönenberger. Cooper pair splitter realized in a two-quantum-dot y-junction. *Nature*, 461:960–963, 10 2009.
- [9] L. Hofstetter, S. Csonka, A. Baumgartner, G. Fülöp, S. d'Hollosy, J. Nygård, and C. Schönenberger. Finite-bias cooper pair splitting. *Physical Review Letters*, 107:136801, 9 2011.
- [10] G. Fülöp, S. d'Hollosy, A. Baumgartner, P. Makk, V. A. Guzenko, M. H. Madsen, J. Nygård, C. Schönenberger, and S. Csonka. Local electrical tuning of the nonlocal signals in a cooper pair splitter. *Physical Review B*, 90:235412, 12 2014.

- [11] G. Fülöp, F. Domínguez, S. d'Hollosy, A. Baumgartner, P. Makk, M.H. Madsen, V.A. Guzenko, J. Nygård, C. Schönenberger, A. Levy Yeyati, and S. Csonka. Magnetic field tuning and quantum interference in a cooper pair splitter. *Physical Review Letters*, 115:227003, 11 2015.
- [12] Zoltán Scherübl, András Pályi, and Szabolcs Csonka. Probing individual split cooper pairs using the spin qubit toolkit. *Physical Review B*, 89:205439, 5 2014.
- [13] Zoltán Scherübl, Gergő Fülöp, Cătălin Paşcu Moca, Jörg Gramich, Andreas Baumgartner, Péter Makk, Tosson Elalaily, Christian Schönenberger, Jesper Nygård, Gergely Zaránd, and Szabolcs Csonka. Large spatial extension of the zero-energy yu-shiba-rusinov state in a magnetic field. *Nature Communications*, 11:1834, 4 2020.
- [14] Zoltán Scherübl, András Pályi, and Szabolcs Csonka. Transport signatures of an andreev molecule in a quantum dot-superconductor-quantum dot setup. *Beilstein Journal of Nanotechnology*, 10:363–378, 2 2019.
- [15] Olivér Kürtössy, Zoltán Scherübl, Gergö Fülöp, István Endre Lukács, Thomas Kanne, Jesper Nygård, Péter Makk, and Szabolcs Csonka. Andreev molecule in parallel inas nanowires. *Nano Letters*, 21:7929–7937, 10 2021.
- [16] Thomas Kanne, Dags Olsteins, Mikelis Marnauza, Alexandros Vekris, Juan Carlos Estrada Saldaña, Sara Loric, Rasmus D. Schlosser, Daniel Ross, Szabolcs Csonka, Kasper Grove-Rasmussen, and Jesper Nygård. Double nanowires for hybrid quantum devices. Advanced Functional Materials, 32:2107926, 2 2022.
- [17] Marc A. Kastner. Artificial atoms. *Physics Today*, 46:24–31, 1 1993.
- [18] D. Goldhaber-Gordon, Hadas Shtrikman, D. Mahalu, David Abusch-Magder, U. Meirav, and M. A. Kastner. Kondo effect in a single-electron transistor. *Nature*, 391:156–159, 1 1998.
- [19] Jan von Delft and D.C. Ralph. Spectroscopy of discrete energy levels in ultrasmall metallic grains. *Physics Reports*, 345:61–173, 4 2001.
- [20] Daniel Loss and David P. DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots. *Physical Review A*, 57:120–126, 1 1998.
- [21] Silvano De Franceschi, Leo Kouwenhoven, Christian Schönenberger, and Wolfgang Wernsdorfer. Hybrid superconductor-quantum dot devices. *Nature Nanotechnology*, 5:703–711, 10 2010.

- [22] T.W. Larsen, K.D. Petersson, F. Kuemmeth, T.S. Jespersen, P. Krogstrup, J. Nygård, and C.M. Marcus. Semiconductor-nanowire-based superconducting qubit. *Physical Review Letters*, 115:127001, 9 2015.
- [23] G. de Lange, B. van Heck, A. Bruno, D.J. van Woerkom, A. Geresdi, S.R. Plissard, E.P.A.M. Bakkers, A.R. Akhmerov, and L. DiCarlo. Realization of microwave quantum circuits using hybrid superconducting-semiconducting nanowire josephson elements. *Physical Review Letters*, 115:127002, 9 2015.
- [24] Patrik Recher, Eugene V. Sukhorukov, and Daniel Loss. Andreev tunneling, coulomb blockade, and resonant transport of nonlocal spin-entangled electrons. *Phy*sical Review B, 63:165314, 4 2001.
- [25] Jay D. Sau, Roman M. Lutchyn, Sumanta Tewari, and S. Das Sarma. Generic new platform for topological quantum computation using semiconductor heterostructures. *Physical Review Letters*, 104:040502, 1 2010.
- [26] Jason Alicea. Majorana fermions in a tunable semiconductor device. Physical Review B, 81:125318, 3 2010.
- [27] Roman M. Lutchyn, Jay D. Sau, and S. Das Sarma. Majorana fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures. *Physical Review Letters*, 105:077001, 8 2010.
- [28] Yuval Oreg, Gil Refael, and Felix von Oppen. Helical liquids and majorana bound states in quantum wires. *Physical Review Letters*, 105:177002, 10 2010.
- [29] Sankar Das Sarma. In search of majorana. Nature Physics, 2 2023.
- [30] Tom Dvir, Guanzhong Wang, Nick van Loo, Chun-Xiao Liu, Grzegorz P. Mazur, Alberto Bordin, Sebastiaan L. D. ten Haaf, Ji-Yin Wang, David van Driel, Francesco Zatelli, Xiang Li, Filip K. Malinowski, Sasa Gazibegovic, Ghada Badawy, Erik P. A. M. Bakkers, Michael Wimmer, and Leo P. Kouwenhoven. Realization of a minimal kitaev chain in coupled quantum dots. *Nature*, 614:445–450, 2 2023.
- [31] Charles M. Lieber and Zhong Lin Wang. Functional nanowires. MRS Bulletin, 32:99–108, 2 2007.
- [32] Björn Trauzettel, Denis V. Bulaev, Daniel Loss, and Guido Burkard. Spin qubits in graphene quantum dots. *Nature Physics*, 3:192–196, 3 2007.
- [33] C. Stampfer, E. Schurtenberger, F. Molitor, J. Güttinger, T. Ihn, and K. Ensslin. Tunable graphene single electron transistor. *Nano Letters*, 8:2378–2383, 8 2008.

- [34] Xinglan Liu, Jeroen B. Oostinga, Alberto F. Morpurgo, and Lieven M. K. Vandersypen. Electrostatic confinement of electrons in graphene nanoribbons. *Physical Review B*, 80:121407, 9 2009.
- [35] Satoshi Moriyama, Daiju Tsuya, Eiichiro Watanabe, Shinya Uji, Maki Shimizu, Takahiro Mori, Tomohiro Yamaguchi, and Koji Ishibashi. Coupled quantum dots in a graphene-based two-dimensional semimetal. *Nano Letters*, 9:2891–2896, 8 2009.
- [36] Hiske Overweg, Peter Rickhaus, Marius Eich, Yongjin Lee, Riccardo Pisoni, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Thomas Ihn, and Klaus Ensslin. Edge channel confinement in a bilayer graphene n-p-n quantum dot. *New Journal of Physics*, 20:013013, 1 2018.
- [37] Markus Morgenstern, Nils Freitag, Alexander Nent, Peter Nemes-Incze, and Marcus Liebmann. Graphene quantum dots probed by scanning tunneling microscopy. Annalen der Physik, 529:1700018, 11 2017.
- [38] L. Wang, I. Meric, P. Y. Huang, Q. Gao, Y. Gao, H. Tran, T. Taniguchi, K. Watanabe, L. M. Campos, D. A. Muller, J. Guo, P. Kim, J. Hone, K. L. Shepard, and C. R. Dean. One-dimensional electrical contact to a two-dimensional material. *Science*, 342:614–617, 11 2013.
- [39] Hiske Overweg, Hannah Eggimann, Xi Chen, Sergey Slizovskiy, Marius Eich, Riccardo Pisoni, Yongjin Lee, Peter Rickhaus, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Vladimir Fal'ko, Thomas Ihn, and Klaus Ensslin. Electrostatically induced quantum point contacts in bilayer graphene. *Nano Letters*, 18:553–559, 1 2018.
- [40] Marius Eich, František Herman, Riccardo Pisoni, Hiske Overweg, Annika Kurzmann, Yongjin Lee, Peter Rickhaus, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Manfred Sigrist, Thomas Ihn, and Klaus Ensslin. Spin and valley states in gate-defined bilayer graphene quantum dots. *Physical Review X*, 8:031023, 7 2018.
- [41] R et al. Garreis. Long-lived valley states in bilayer graphene quantum dots. *arxiv*, 2304.00980, 2023.
- [42] K. D. Petersson, L. W. McFaul, M. D. Schroer, M. Jung, J. M. Taylor, A. A. Houck, and J. R. Petta. Circuit quantum electrodynamics with a spin qubit. *Nature*, 490:380–383, 10 2012.
- [43] Roman M. Lutchyn, Jay D. Sau, and S. Das Sarma. Majorana fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures. *Physical Review Letters*, 105:077001, 8 2010.

- [44] G. Bergmann. Weak anti-localization—an experimental proof for the destructive interference of rotated spin. *Solid State Communications*, 42:815–817, 6 1982.
- [45] A. E. Hansen, M. T. Björk, C. Fasth, C. Thelander, and L. Samuelson. Spin relaxation in inas nanowires studied by tunable weak antilocalization. *Physical Review B*, 71:205328, 5 2005.
- [46] Sajal Dhara, Hari S. Solanki, Vibhor Singh, Arjun Narayanan, Prajakta Chaudhari, Mahesh Gokhale, Arnab Bhattacharya, and Mandar M. Deshmukh. Magnetotransport properties of individual inas nanowires. *Physical Review B*, 79:121311, 3 2009.
- [47] Dong Liang, Mohammed R. Sakr, and Xuan P. A. Gao. One-dimensional weak localization of electrons in a single inas nanowire. *Nano Letters*, 9:1709–1712, 4 2009.
- [48] P. Roulleau, T. Choi, S. Riedi, T. Heinzel, I. Shorubalko, T. Ihn, and K. Ensslin. Suppression of weak antilocalization in inas nanowires. *Physical Review B*, 81:155449, 4 2010.
- [49] S. Estévez Hernández, M. Akabori, K. Sladek, Ch. Volk, S. Alagha, H. Hardtdegen, M. G. Pala, N. Demarina, D. Grützmacher, and Th. Schäpers. Spin-orbit coupling and phase coherence in inas nanowires. *Physical Review B*, 82:235303, 12 2010.
- [50] J. A. Folk, J. A. Folk, C. M. Marcus, R. Berkovits, R. Berkovits, R. Berkovits, I. L. Kurland, I. L. Aleiner, B. L. Altshuler, and B. L. Altshuler. Ground state spin and coulomb blockade peak motion in chaotic quantum dots. *Physica Scripta*, T90:26, 2001.
- [51] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha, and L. M. K. Vandersypen. Spins in few-electron quantum dots. *Reviews of Modern Physics*, 79:1217–1265, 10 2007.
- [52] S. De Franceschi, J. A. van Dam, E. P. A. M. Bakkers, L. F. Feiner, L. Gurevich, and L. P. Kouwenhoven. Single-electron tunneling in inp nanowires. *Applied Physics Letters*, 83:344–346, 7 2003.
- [53] A. Pfund, I. Shorubalko, K. Ensslin, and R. Leturcq. Suppression of spin relaxation in an inas nanowire double quantum dot. *Physical Review Letters*, 99:036801, 7 2007.

- [54] Thomas Sand Jespersen, Martin Aagesen, Claus Sørensen, Poul Erik Lindelof, and Jesper Nygård. Kondo physics in tunable semiconductor nanowire quantum dots. *Physical Review B*, 74:233304, 12 2006.
- [55] J. Paaske, A. Rosch, and P. Wölfle. Nonequilibrium transport through a kondo dot in a magnetic field: Perturbation theory. *Physical Review B*, 69:155330, 4 2004.
- [56] J. R. Petta and D. C. Ralph. Studies of spin-orbit scattering in noble-metal nanoparticles using energy-level tunneling spectroscopy. *Physical Review Letters*, 87:266801, 12 2001.
- [57] N.P. Armitage, E.J. Mele, and Ashvin Vishwanath. Weyl and dirac semimetals in three-dimensional solids. *Reviews of Modern Physics*, 90:015001, 1 2018.
- [58] Roman-Pascal Riwar, Manuel Houzet, Julia S. Meyer, and Yuli V. Nazarov. Multiterminal josephson junctions as topological matter. *Nature Communications*, 7:11167, 4 2016.
- [59] Wenlong Gao, Biao Yang, Mark Lawrence, Fengzhou Fang, Benjamin Béri, and Shuang Zhang. Photonic weyl degeneracies in magnetized plasma. *Nature Communications*, 7:12435, 8 2016.
- [60] P. Roushan, C. Neill, Yu Chen, M. Kolodrubetz, C. Quintana, N. Leung, M. Fang, R. Barends, B. Campbell, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, E. Jeffrey, J. Kelly, A. Megrant, J. Mutus, P. J. J. O'Malley, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. White, A. Polkovnikov, A. N. Cleland, and J. M. Martinis. Observation of topological transitions in interacting quantum circuits. *Nature*, 515:241–244, 11 2014.
- [61] R Wang, R S Deacon, J Yao, C M Lieber, and K Ishibashi. Electrical modulation of weak-antilocalization and spin–orbit interaction in dual gated ge/si core/shell nanowires. Semiconductor Science and Technology, 32:094002, 9 2017.
- [62] K. Takase, Y. Ashikawa, G. Zhang, K. Tateno, and S. Sasaki. Highly gatetuneable rashba spin-orbit interaction in a gate-all-around inas nanowire metaloxide-semiconductor field-effect transistor. *Scientific Reports*, 7:930, 4 2017.
- [63] Keiko Takase, Kouta Tateno, and Satoshi Sasaki. Electrical tuning of the spin-orbit interaction in nanowire by transparent zno gate grown by atomic layer deposition. *Applied Physics Letters*, 119, 7 2021.

- [64] A. Iorio, M. Rocci, L. Bours, M. Carrega, V. Zannier, L. Sorba, S. Roddaro, F. Giazotto, and E. Strambini. Vectorial control of the spin–orbit interaction in suspended inas nanowires. *Nano Letters*, 19:652–657, 2 2019.
- [65] Tiago Campos, Paulo E. Faria Junior, Martin Gmitra, Guilherme M. Sipahi, and Jaroslav Fabian. Spin-orbit coupling effects in zinc-blende insb and wurtzite inas nanowires: Realistic calculations with multiband kp method. *Physical Review B*, 97:245402, 6 2018.
- [66] M. Jonson, R. I. Shekhter, O. Entin-Wohlman, A. Aharony, H. C. Park, and D. Radić. Dc spin generation by junctions with ac driven spin-orbit interaction. *Physical Review B*, 100:115406, 9 2019.
- [67] Nikolai M. Chtchelkatchev and Yu. V. Nazarov. Andreev quantum dots for spin manipulation. *Physical Review Letters*, 90:226806, 6 2003.
- [68] L. Tosi, C. Metzger, M.F. Goffman, C. Urbina, H. Pothier, Sunghun Park, A. Levy Yeyati, J. Nygård, and P. Krogstrup. Spin-orbit splitting of andreev states revealed by microwave spectroscopy. *Physical Review X*, 9:011010, 1 2019.
- [69] M. Hays, V. Fatemi, D. Bouman, J. Cerrillo, S. Diamond, K. Serniak, T. Connolly, P. Krogstrup, J. Nygård, A. Levy Yeyati, A. Geresdi, and M. H. Devoret. Coherent manipulation of an andreev spin qubit. *Science*, 373:430–433, 7 2021.
- [70] Maria Spethmann, Xian-Peng Zhang, Jelena Klinovaja, and Daniel Loss. Coupled superconducting spin qubits with spin-orbit interaction. *Physical Review B*, 106:115411, 9 2022.
- [71] Lin Han, Michael Chan, Damaz de Jong, Christian Prosko, Ghada Badawy, Sasa Gazibegovic, Erik P.A.M. Bakkers, Leo P. Kouwenhoven, Filip K. Malinowski, and Wolfgang Pfaff. Variable and orbital-dependent spin-orbit field orientations in an insb double quantum dot characterized via dispersive gate sensing. *Physical Review Applied*, 19:014063, 1 2023.
- [72] V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. R. Plissard, E. P.A.M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven. Signatures of majorana fermions in hybrid superconductorsemiconductor nanowire devices. *Science*, 336:1003–1007, 5 2012.
- [73] Sergey Frolov and Vincent Mourik. We cannot believe we overlooked these majorana discoveries. arXiv, 2203.17060, 3 2022.

- [74] Gergő Pintér, György Frank, Dániel Varjas, and András Pályi. Birth quota of non-generic degeneracy points. arXiv, 2202.05825, 2 2022.
- [75] György Frank, Dániel Varjas, Gergő Pintér, and András Pályi. Weyl-point teleportation. arXiv, 2112.14556, 12 2021.
- [76] György Frank, Dániel Varjas, Péter Vrana, Gergő Pintér, and András Pályi. Topological charge distributions of an interacting two-spin system. *Physical Review B*, 105:035414, 1 2022.
- [77] György Frank, Zoltán Scherübl, Szabolcs Csonka, Gergely Zaránd, and András Pályi. Magnetic degeneracy points in interacting two-spin systems: Geometrical patterns, topological charge distributions, and their stability. *Physical Review B*, 101:245409, 6 2020.
- [78] Aritra Sen, György Frank, Baksa Kolok, Jeroen Danon, and András Pályi. Classification and magic magnetic-field directions for spin-orbit-coupled double quantum dots. arXiv:2307.02958, 7 2023.
- [79] J. Martinek, Y. Utsumi, H. Imamura, J. Barnaś, S. Maekawa, J. König, and G. Schön. Kondo effect in quantum dots coupled to ferromagnetic leads. *Physical Review Letters*, 91:127203, 9 2003.
- [80] Mahn-Soo Choi, David Sánchez, and Rosa López. Kondo effect in a quantum dot coupled to ferromagnetic leads: A numerical renormalization group analysis. *Physical Review Letters*, 92:056601, 2 2004.
- [81] A Cottet, T Kontos, W Belzig, C Schönenberger, and C Bruder. Controlling spin in an electronic interferometer with spin-active interfaces. *Europhysics Letters (EPL)*, 74:320–326, 4 2006.
- [82] J. Martinek, M. Sindel, L. Borda, J. Barnaś, R. Bulla, J. König, G. Schön, S. Maekawa, and J. von Delft. Gate-controlled spin splitting in quantum dots with ferromagnetic leads in the kondo regime. *Physical Review B*, 72:121302, 9 2005.
- [83] Abhay N. Pasupathy, Radoslaw C. Bialczak, Jan Martinek, Jacob E. Grose, Luke A. K. Donev, Paul L. McEuen, and Daniel C. Ralph. The kondo effect in the presence of ferromagnetism. *Science*, 306:86–89, 10 2004.
- [84] K. Hamaya, M. Kitabatake, K. Shibata, M. Jung, M. Kawamura, K. Hirakawa, T. Machida, T. Taniyama, S. Ishida, and Y. Arakawa. Kondo effect in a semiconductor quantum dot coupled to ferromagnetic electrodes. *Applied Physics Letters*, 91, 12 2007.

- [85] J. R. Hauptmann, J. Paaske, and P. E. Lindelof. Electric-field-controlled spin reversal in a quantum dot with ferromagnetic contacts. *Nature Physics*, 4:373–376, 5 2008.
- [86] Igor Žutić, Jaroslav Fabian, and S. Das Sarma. Spintronics: Fundamentals and applications. *Reviews of Modern Physics*, 76:323–410, 4 2004.
- [87] P. C. van Son, H. van Kempen, and P. Wyder. Boundary resistance of the ferromagnetic-nonferromagnetic metal interface. *Physical Review Letters*, 58:2271– 2273, 5 1987.
- [88] G. Schmidt, D. Ferrand, L. W. Molenkamp, A. T. Filip, and B. J. van Wees. Fundamental obstacle for electrical spin injection from a ferromagnetic metal into a diffusive semiconductor. *Physical Review B*, 62:R4790–R4793, 8 2000.
- [89] R. Meservey and P.M. Tedrow. Spin-polarized electron tunneling. *Physics Reports*, 238:173–243, 3 1994.
- [90] Krzysztof P. Wójcik and Ireneusz Weymann. Perfect spin polarization in t-shaped double quantum dots due to the spin-dependent fano effect. *Physical Review B*, 90:115308, 9 2014.
- [91] Rok Žitko, Jong Soo Lim, Rosa López, Jan Martinek, and Pascal Simon. Tunable kondo effect in a double quantum dot coupled to ferromagnetic contacts. *Physical Review Letters*, 108:166605, 4 2012.
- [92] M. Gaass, A. K. Hüttel, K. Kang, I. Weymann, J. von Delft, and Ch. Strunk. Universality of the kondo effect in quantum dots with ferromagnetic leads. *Physical Review Letters*, 107:176808, 10 2011.
- [93] Ireneusz Weymann, Razvan Chirla, Piotr Trocha, and Cătălin Paşcu Moca. Su(4) kondo effect in double quantum dots with ferromagnetic leads. *Physical Review B*, 97:085404, 2 2018.
- [94] Haiqing Xie, Fuming Xu, Hujun Jiao, Qiang Wang, and J.-Q. Liang. Efficient spincurrent injection in single-molecule magnet junctions. AIP Advances, 8:015131, 1 2018.
- [95] Fabian D. Natterer, Kai Yang, William Paul, Philip Willke, Taeyoung Choi, Thomas Greber, Andreas J. Heinrich, and Christopher P. Lutz. Reading and writing single-atom magnets. *Nature*, 543:226–228, 3 2017.

- [96] J. J. Viennot, M. C. Dartiailh, A. Cottet, and T. Kontos. Coherent coupling of a single spin to microwave cavity photons. *Science*, 349:408–411, 7 2015.
- [97] Arunav Bordoloi, Valentina Zannier, Lucia Sorba, Christian Schönenberger, and Andreas Baumgartner. Spin cross-correlation experiments in an electron entangler. *Nature*, 612:454–458, 12 2022.
- [98] Carl A. Kocher and Eugene D. Commins. Polarization correlation of photons emitted in an atomic cascade. *Physical Review Letters*, 18:575–577, 4 1967.
- [99] Stuart J. Freedman and John F. Clauser. Experimental test of local hidden-variable theories. *Physical Review Letters*, 28:938–941, 4 1972.
- [100] Leon N. Cooper. Bound electron pairs in a degenerate fermi gas. *Physical Review*, 104:1189–1190, 11 1956.
- [101] M Tinkham. Introduction to Superconductivity, volume ISBN 9780070648784. McGraw Hill, 1996.
- [102] G. B. Lesovik, T. Martin, and G. Blatter. Electronic entanglement in the vicinity of a superconductor. *The European Physical Journal B*, 24:287–290, 12 2001.
- [103] D. Feinberg. Andreev scattering and cotunneling between two superconductornormal metal interfaces: the dirty limit. The European Physical Journal B - Condensed Matter, 36:419–422, 12 2003.
- [104] M. Field, C. G. Smith, M. Pepper, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, G. A. C. Jones, and D. G. Hasko. Measurements of coulomb blockade with a noninvasive voltage probe. *Physical Review Letters*, 70:1311–1314, 3 1993.
- [105] Christian Flindt, Anders S. Sørensen, and Karsten Flensberg. Spin-orbit mediated control of spin qubits. *Physical Review Letters*, 97:240501, 12 2006.
- [106] Vitaly N. Golovach, Massoud Borhani, and Daniel Loss. Electric-dipole-induced spin resonance in quantum dots. *Physical Review B*, 74:165319, 10 2006.
- [107] L. G. Herrmann, F. Portier, P. Roche, A. Levy Yeyati, T. Kontos, and C. Strunk. Carbon nanotubes as cooper-pair beam splitters. *Physical Review Letters*, 104:026801, 1 2010.
- [108] J. Schindele, A. Baumgartner, and C. Schönenberger. Near-unity cooper pair splitting efficiency. *Physical Review Letters*, 109:157002, 10 2012.

- [109] Z.B. Tan, D. Cox, T. Nieminen, P. Lähteenmäki, D. Golubev, G.B. Lesovik, and P.J. Hakonen. Cooper pair splitting by means of graphene quantum dots. *Physical Review Letters*, 114:096602, 3 2015.
- [110] I. V. Borzenets, Y. Shimazaki, G. F. Jones, M. F. Craciun, S. Russo, M. Yamamoto, and S. Tarucha. High efficiency cvd graphene-lead (pb) cooper pair splitter. *Scientific Reports 2016 6:1*, 6:1–8, 3 2016.
- [111] Önder Gül, Yuval Ronen, Si Young Lee, Hassan Shapourian, Jonathan Zauberman, Young Hee Lee, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Ashvin Vishwanath, Amir Yacoby, and Philip Kim. Andreev reflection in the fractional quantum hall state. *Physical Review X*, 12:021057, 6 2022.
- [112] Olivér Kürtössy, Zoltán Scherübl, Gergő Fülöp, István Endre Lukács, Thomas Kanne, Jesper Nygård, Péter Makk, and Szabolcs Csonka. Parallel inas nanowires for cooper pair splitters with coulomb repulsion. npj Quantum Materials, 7:88, 9 2022.
- [113] Jian Wei and V. Chandrasekhar. Positive noise cross-correlation in hybrid superconducting and normal-metal three-terminal devices. *Nature Physics 2010 6:7*, 6:494–498, 5 2010.
- [114] Antti Ranni, Fredrik Brange, Elsa T. Mannila, Christian Flindt, and Ville F. Maisi. Real-time observation of cooper pair splitting showing strong non-local correlations. *Nature Communications 2021 12:1*, 12:1–6, 11 2021.
- [115] Guanzhong Wang, Tom Dvir, Grzegorz P. Mazur, Chun-Xiao Liu, Nick van Loo, Sebastiaan L. D. ten Haaf, Alberto Bordin, Sasa Gazibegovic, Ghada Badawy, Erik P. A. M. Bakkers, Michael Wimmer, and Leo P. Kouwenhoven. Singlet and triplet cooper pair splitting in superconducting-semiconducting hybrid nanowires. arXiv, 2205.03458, 5 2022.
- [116] Anindya Das, Yuval Ronen, Moty Heiblum, Diana Mahalu, Andrey V. Kretinin, and Hadas Shtrikman. High-efficiency cooper pair splitting demonstrated by twoparticle conductance resonance and positive noise cross-correlation. *Nature Communications 2012 3:1*, 3:1–6, 11 2012.
- [117] Nikolai M. Chtchelkatchev, Gianni Blatter, Gordey B. Lesovik, and Thierry Martin. Bell inequalities and entanglement in solid-state devices. *Physical Review B*, 66:161320, 10 2002.

- [118] Shiro Kawabata. Test of bell's inequality using the spin filter effect in ferromagnetic semiconductor microstructures. Jornual of the Physical Society of Japan, 70:1210– 1213, 11 2013.
- [119] Waldemar Kłobus, Andrzej Grudka, Andreas Baumgartner, Damian Tomaszewski, Christian Schönenberger, and Jan Martinek. Entanglement witnessing and quantum cryptography with nonideal ferromagnetic detectors. *Physical Review B*, 89:125404, 3 2014.
- [120] Piotr Busz, Damian Tomaszewski, and Jan Martinek. Spin correlation and entanglement detection in cooper pair splitters by current measurements using magnetic detectors. *Physical Review B*, 96:064520, 8 2017.
- [121] Guido Burkard, Daniel Loss, and Eugene V. Sukhorukov. Noise of entangled electrons: Bunching and antibunching. *Physical Review B*, 61:R16303–R16306, 6 2000.
- [122] P. Samuelsson, E. V. Sukhorukov, and M. Büttiker. Orbital entanglement and violation of bell inequalities in mesoscopic conductors. *Physical Review Letters*, 91:157002, 10 2003.
- [123] Audrey Cottet, Takis Kontos, and Alfredo Levy Yeyati. Subradiant split cooper pairs. *Physical Review Letters*, 108:166803, 4 2012.
- [124] Bernd Braunecker, Pablo Burset, and Alfredo Levy Yeyati. Entanglement detection from conductance measurements in carbon nanotube cooper pair splitters. *Physical Review Letters*, 111:136806, 9 2013.
- [125] M.C. Hels, B. Braunecker, K. Grove-Rasmussen, and J. Nygård. Noncollinear spinorbit magnetic fields in a carbon nanotube double quantum dot. *Physical Review Letters*, 117:276802, 12 2016.
- [126] Arbel Haim, Anna Keselman, Erez Berg, and Yuval Oreg. Time-reversal-invariant topological superconductivity induced by repulsive interactions in quantum wires. *Physical Review B*, 89:220504, 6 2014.
- [127] Jelena Klinovaja and Daniel Loss. Time-reversal invariant parafermions in interacting rashba nanowires. *Physical Review B*, 90:045118, 7 2014.
- [128] Erikas Gaidamauskas, Jens Paaske, and Karsten Flensberg. Majorana bound states in two-channel time-reversal-symmetric nanowire systems. *Physical Review Letters*, 112:126402, 3 2014.

- [129] Eduardo J. H. Lee, Xiaocheng Jiang, Manuel Houzet, Ramón Aguado, Charles M. Lieber, and Silvano De Franceschi. Spin-resolved andreev levels and parity crossings in hybrid superconductor-semiconductor nanostructures. *Nature Nanotechnology*, 9:79–84, 1 2014.
- [130] Zoltán Scherübl. Spin-orbit interaction and superconductivity in inas nanowire based quantum dots devices. 2016.
- [131] Shuai-Hua Ji, Tong Zhang, Ying-Shuang Fu, Xi Chen, Xu-Cun Ma, Jia Li, Wen-Hui Duan, Jin-Feng Jia, and Qi-Kun Xue. High-resolution scanning tunneling spectroscopy of magnetic impurity induced bound states in the superconducting gap of pb thin films. *Physical Review Letters*, 100:226801, 6 2008.
- [132] Deung-Jang Choi, Carmen Rubio-Verdú, Joeri de Bruijckere, Miguel M. Ugeda, Nicolás Lorente, and Jose Ignacio Pascual. Mapping the orbital structure of impurity bound states in a superconductor. *Nature Communications*, 8:15175, 5 2017.
- [133] Gerbold C. Ménard, Sébastien Guissart, Christophe Brun, Stéphane Pons, Vasily S. Stolyarov, François Debontridder, Matthieu V. Leclerc, Etienne Janod, Laurent Cario, Dimitri Roditchev, Pascal Simon, and Tristan Cren. Coherent long-range magnetic bound states in a superconductor. *Nature Physics*, 11:1013–1016, 12 2015.
- [134] Gerbold C. Ménard, Sébastien Guissart, Christophe Brun, Raphaël T. Leriche, Mircea Trif, François Debontridder, Dominique Demaille, Dimitri Roditchev, Pascal Simon, and Tristan Cren. Two-dimensional topological superconductivity in pb/co/si(111). Nature Communications, 8:2040, 12 2017.
- [135] D. Sprinzak, Yang Ji, M. Heiblum, D. Mahalu, and Hadas Shtrikman. Charge distribution in a kondo-correlated quantum dot. *Physical Review Letters*, 88:176805, 4 2002.
- [136] J. M. Elzerman, R. Hanson, J. S. Greidanus, L. H. Willems van Beveren, S. De Franceschi, L. M. K. Vandersypen, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven. Fewelectron quantum dot circuit with integrated charge read out. *Physical Review B*, 67:161308, 4 2003.
- [137] M. A. Sillanpää, T. Lehtinen, A. Paila, Yu. Makhlin, L. Roschier, and P. J. Hakonen. Direct observation of josephson capacitance. *Physical Review Letters*, 95:206806, 11 2005.

- [138] T. Duty, G. Johansson, K. Bladh, D. Gunnarsson, C. Wilson, and P. Delsing. Observation of quantum capacitance in the cooper-pair transistor. *Physical Review Letters*, 95:206807, 11 2005.
- [139] Shawulienu Kezilebieke, Marc Dvorak, Teemu Ojanen, and Peter Liljeroth. Coupled yu–shiba–rusinov states in molecular dimers on nbse2. Nano Letters, 18:2311–2315, 4 2018.
- [140] Michael Ruby, Benjamin W. Heinrich, Yang Peng, Felix von Oppen, and Katharina J. Franke. Wave-function hybridization in yu-shiba-rusinov dimers. *Physical Review Letters*, 120:156803, 4 2018.
- [141] Deung-Jang Choi, Carlos García Fernández, Edwin Herrera, Carmen Rubio-Verdú, Miguel M. Ugeda, Isabel Guillamón, Hermann Suderow, José Ignacio Pascual, and Nicolás Lorente. Influence of magnetic ordering between cr adatoms on the yu-shiba-rusinov states of the bi2 pd superconductor. *Physical Review Letters*, 120:167001, 4 2018.
- [142] P. Krogstrup, N. L. B. Ziino, W. Chang, S. M. Albrecht, M. H. Madsen, E. Johnson, J. Nygård, C. M. Marcus, and T. S. Jespersen. Epitaxy of semiconductor-superconductor nanowires. *Nature Materials*, 14:400–406, 4 2015.
- [143] J.-D. Pillet, V. Benzoni, J. Griesmar, J.-L. Smirr, and Ç. Ö. Girit. Nonlocal josephson effect in andreev molecules. *Nano Letters*, 19:7138–7143, 10 2019.
- [144] A Yu Kitaev. Unpaired majorana fermions in quantum wires. Physics-Uspekhi, 44:131, 10 2001.
- [145] S Das Sarma and Jay D Sau. Realizing a robust practical majorana chain in a quantum-dot-superconductor linear array. *Nature Communications*, 2012.
- [146] Martin Leijnse and Karsten Flensberg. Parity qubits and poor man's majorana bound states in double quantum dots. *Physical Review B*, 86:134528, 10 2012.
- [147] Chun-Xiao Liu, Guanzhong Wang, Tom Dvir, and Michael Wimmer. Tunable superconducting coupling of quantum dots via andreev bound states. arXiv, 2203.00107, 2 2022.
- [148] Alberto Bordin, Xiang Li, David van Driel, Jan Cornelis Wolff, Qingzhen Wang, Sebastiaan L. D. ten Haaf, Guanzhong Wang, Nick van Loo, Leo P. Kouwenhoven, and Tom Dvir. Crossed andreev reflection and elastic co-tunneling in a three-site kitaev chain nanowire device. arXiv, 2306.07696, 6 2023.