Válaszok Jakovác Antal bíráló által felvetett kérdésekre

Nagy Sándor "A renormálási csoport módszer alkalmazása kvantumelméletekben" című értekezéséhez

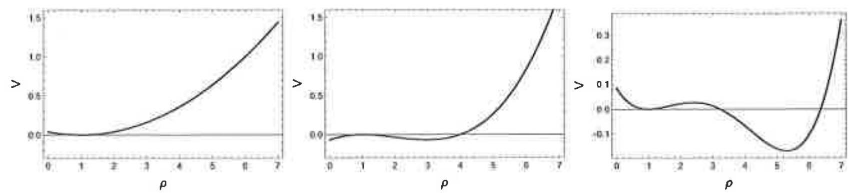
Nagyon köszönöm Jakovác Antalnak az értekezésemhez fűzött gondos bírálói véleményt. Köszönöm a kérdéseket is, azokat dőlt betűvel idézem. Az alábbiakban szeretnék válaszolni a kérdéseire.

1.(a) *A (3.5) egyenlet nullává válása k_c-nél a potenciál konkávvá válását jelzi. Ez a szingularitás elkerülhető, ha a valódi vákuum körül fejtünk ki, vagy ha megfelelő változókat használunk a RG egyenletekben. Miért lehet egy ilyen nem-fizikainak tűnő mennyiségnek fizikai tartalmat adni?*

A valódi vákuum körüli kifejtés valóban elkerüli a szingularitást. Azonban ez csak nehézkesen használható közelítés. A

$$V = \sum_{n=2}^{N} \frac{g_n}{n!}(\rho - \kappa)^n \tag{1}$$

alakú, a szakirodalomban gyakran használt potenciált ábrázoltam az 1. ábrán. Ha $N = 2$, akkor a κ futó minimumot valóban azonosíthatjuk a potenciál



1. ábra. A (1) potenciál képe, $N = 2, 3, 4$ esetén, $\kappa = 1$. A csatolások: $N = 2$: $g_2 = 0.08$, $N = 3$: $g_2 = -0.1$, $g_3 = 0.1$, $N = 4$: $g_2 = 0.1$, $g_3 = -0.19$, $g_4 = 0.1$.

minimumával. Azonban $N = 3$-ban a κ (megfelelő csatolásválasztással) már maximum. Ugyan a $N = 4$-ben újra minimum, de csak lokális minimum. Ha a közelítést javítani akarjuk, akkor az N-et növelni kell. Látszik, hogy egyre több helyi minimum jelenhet meg. A renormálás során minden egyes iterációs lépésben meg kell keresnünk az abszolút minimumot, ami nagy N-nél nehéz numerikus feladat. Ez csak technikai nehézség, de emellett egy fontos fizikai probléma is felmerül: mi történik akkor, amikor az egyik, az abszolút minimum az egyik helyi minimumból egy másik helyi minimumba ugrik? Erre egy lehetséges megoldás lehet, ha minden helyi minimum körül kifejtünk, és ezek járulékát a minimum értékükkel súlyozva szerepeltetjük az evolúcióban [1].

A $k \to 0$ limeszben az effektív potenciál konvex, ezért nem lehetnek lokális minimumok. Emiatt egészen kicsiny k értékeknél a lokális minimumok és maximumok eltűnnek, az effektív potenciál kilapul. Ha az evolúciós egyenletet úgy oldjuk meg, hogy a potenciált nem fejtjük ki, akkor két lokális minimum közötti kilapulás láthatóvá válik [2]. A szimmetriasértett fázisban a potenciálra egy nemanalitikus függvény adódik. A potenciál polinomiális sorfejtése nem adhatja helyesen vissza ezt a nemanalitikus formát. Emellett a számolásainkkal azt kaptuk, hogy az RG egyenletek evolúciója véges k_c értéknél leáll akkor is, ha a potenciált nem fejtjük sorba [3].

A sine-Gordon modellben és az AB gravitáció modelljében nincs lehetőség a valódi vákuum körüli kifejtésre. Mindezek után azt gondolom, hogy a szingularitás a szimmetriasértett fázisban meg fog jelenni, és a k_c fizikai tartalommal bír: az a skála, ahol a modell eredeti szabadsági fokai már nem alkalmasak annak tárgyalására, és újakat kellene bevezetni. Ez azt jelenti, hogy a k_c skála kijelöli a modell alkalmazhatóságának alsó impulzushatárát.

1.(b) *Az IR fixpont véges k_c értéknél jelenik meg. Ez mit jelent pontosabban? Miért nevezhetjük mégis "infravörös" fixpontnak? Miért $k_c = 1/\xi$, mikor általában inverz tömegként szokás definiálni?*

Egy véges k_c értéknél azt tapasztaljuk, hogy a propagátor nevezőjében szereplő $k^2 + V_k''$ kifejezés nullává válik, $k_c^2 = -V_{k_c}''$, emiatt a béta függvények szingulárissá válnak. Az előző kérdés válasza alapján ennek az az oka, hogy instabil pont körül fejtünk ki, a k_c skálánál változtatni kell a modell tárgyalásán. Úgy fogalmazhatunk, hogy az elmélethez használt hatás túlságosan egyszerű, a közelítés durva, vagy bizonyos szabadsági fokok hiányoznak az elméletből, esetleg csak effektív módon vannak figyelembe véve. Hasonló történik az elektrogyenge elméletnél, ahol az effektív, 4-fermion kölcsönhatás jól működik alacsony energián anélkül, hogy bevezetnénk a mértéktereket, azonban azok szükségesek ahhoz, hogy nagy energián is helyes eredményt kapjunk. A ϕ^4 elmélet példáját véve, ennek mintájára az mondható, hogy az elmélet a k_c skála fölött jól alkalmazható, azonban k_c-nél új kölcsönhatásokat (új csatolásokat vagy új tereket) kellene bevezetnünk ahhoz, hogy továbbra is alkalmazhassuk az elméletet. Ezek, mivel az alacsony energia felé haladunk, lehetséges, hogy a ϕ tér nemlokális járulékai, de lehetnek attól teljesen független új gerjesztéshez tartozó terek is, amelyeket egyelőre nem ismerünk.

Az IR fixpont azt jelzi, hogy meddig érvényes az elmélet, ha a skálát csökkentjük. Ez az oka annak, hogy az IR fixpont egy véges k_c skálán jelenik meg. Az infravörös fixpont elnevezés egyrészt azt tükrözi, hogy a k skála csökkenő, másrészt azzal indokolható, hogy a k_c az elméletben elérhető, lehető legkisebb impulzusskála. Az IR fixpont matematikai értelemben nem valódi fixpont, mert a béta-függvények nem tűnnek el a fixpontban. Azonban a fázistér a szimmetriasértett fázisban azt mutatja, hogy minden egyes trajektória ugyanabba a pontba megy, ahogy csökkentjük a k skálát. A fázistér rajzolata alapján egyértelműen beazonosítható a fixpont, hiszen az egy alacsony energiájú irányba vonzó pont, ahová minden trajektória belefut a szimmetriasértett fázisban. Ez azt mutatja, hogy a fixpont definícióját érdemes általánosítanunk. Azt is tapasztaljuk, hogy a csatolások skálázó tulajdonságot mutatnak az IR fixpont közelében, ami szintén az IR pont valódi fixpont jellegét erősíti.

A szimmetriasértett fázisban minden egyes trajektória egy-egy k_c-vel jellemezhető. Ahogy közelítünk a szeparátrix felé, a k_c csökken, nullához tart, ez mutatja, hogy úgy viselkedik, mint a ξ korrelációs hossz reciproka. Megjegyzem, hogy amennyiben fázisátalakulás van az IR fixpontnál, akkor a fázisátalakulás "másik" oldala, ahol a szimmetrikus fázis van végtelen korrelációs hosszal, az hiányzik, mert az a ϕ^4 elmélet szempontjából értelmetlen negatív g_4 csatoláshoz tartozik, legalábbis ebben a közelítésben. Ez felel meg az értekezésben analógiaként említett szálas anyag törésének modelljében az eltörött fázisnak. Ez az egyik kép, amely alapján a $k_c = 1/\xi$ azonosítással éltem. A másik egyszerű érv szerint az evolúció legkisebb elérhető impulzusskálája a k_c, és amennyiben definiálni szeretnénk a korrelációs hosszt, ennek reciprokát célszerű választani.

2.(a) *Lehetne-e mérhető következménye a gravitációban látható fázisátalakulás elsőrendűségének?*

Valóban, az AB gravitáció lehetséges kiterjesztései között szerepel olyan, amelyiknél eltűnik a gaussi fixpont, és ennek következtében egy véges k_c skálán leáll az evolúció, ami elsőrendű fázisátalakulásra utalhat. A gaussi fixpont eltűnése nem megengedett, hiszen annak skálázási tartományában található a mi világunk. Azt gondolom, hogy az elsőrendű fázisátalakulás sem adhat helyes képet, mert ez azt jelentené, hogy a pozitív kozmológiai állandójú fázisban, a kezdeti értéktől függetlenül, mindig ugyanazon a k_c skálán áll le az evolúció. Amennyiben a futó csatolásokkal feljavított kozmológiára gondolunk, akkor a k_c egy maximális távolságskálát ad, ami fizikailag nem indokolható.

Elsőrendű fázisátalakulásnak vannak jelei a kauzális dinamikus háromszögelés modelljében, azonban ennek egyelőre nincs nyoma az RG módszerben.

2.(b) *Nem jelenti-e a konform redukált gravitációban a kinetikus tag negatív előjele azt, hogy a teljes (nem konform redukált) rendszernek is van olyan iránya, amely instabil a fluktuációk növekedésével szemben?*

Igen, pontosan ezt jelenti, ezt nevezzük konform faktor instabilitásnak, ami azért jelenik meg, mert a kinetikus tag előjele negatív, ezért kellően nagy fluktuáció mindig instabilitást tud okozni. Ezt a problémát úgy szoktuk kezelni, hogy a hatás -1-szeresét vesszük, aminek következtében a kinetikus tag előjele helyes, azonban a potenciál válhat nagy térváltozók esetén negatívvá, hasonlóan a ϕ^4 modell szimmetriasértett fázisát jellemző mexikói kalaphoz, ahol most annak a fordítottja, a -1-szerese jelenik meg. A nulla körüli tér értéknél azonban van egy helyi minimumunk, ami körül a nem túl nagy fluktuációk még stabil eredményt adnak. Meghaladva a fordított mexikói kalap maximumát, a fluktuációk instabilitást okoznak.

Az AB gravitációban az instabilitás (és ezzel együtt a k_c) megjelenésének az oka az, hogy az elméletekben egy instabil pont körül fejtünk ki. Az lehet kérdéses, hogy ennek megjelenése a közelítés hibája, vagy van fizikai oka, én az utóbbit gondolom. A konform faktor instabilitást egyelőre nem sikerült megnyugtató módon megoldani.

3.(a) *A valós idejű rendszerek renormálásának inkonzisztenciáját lehetséges zaj taggal is figyelembe venni (pl. Feynman-Vernon eljárás). Beépíthető-e ez a szerző által javasolt módszerbe?*

Igen, beépíthető. A Feynman-Vernon-féle influencia funkcionálnál egy kvantummechanikai fizikai rendszer egy hőfürdőhöz van csatolva, emiatt a fizikai rendszert, mint nyílt rendszert kell vizsgálnunk. A pályaintegrálban a rendszer koordinátáit nem, de a hőfürdő szabadsági fokait kiintegráljuk, ami egy új tagot ad a hatáshoz, ez lesz az influencia funkcionál.

A mi számolásunkban a Λ levágás skáláján megadjuk a fizikai rendszer csupasz paramétereit, magát a fizikai rendszert zártnak képzeljük el. Az egyetlen paraméter, ami a nyíltságra utal, a tömeg képzetes része, amit a Feynman-féle epszilonnal azonosítunk. Ennek infinitezimális volta biztosítja a zártságot. A fizikai rendszer zártsága a renormálás első blokkosítási lépéséig tart, ahol a Feynman-epszilon következtében megjelennek nemlokális kölcsönhatások, ezek a tagok a Feynman-Vernon-képben az infuencia tagoknak felelnek meg. A mi megközelítésünkben lényegében az influencia funkcionált közelítjük olyan nemlokális kölcsönhatásokkal, amelyek a két időtengelyt összekötik. Ezek a tagok bilokálisak, a két időtengelyre vonatkozó térváltozót szorzat formájában tartalmazzák, és a térváltozó polinomiális függvényei. Emellett figyelembe veszünk olyan bilokális tagot is, amelyik az egyik térváltozó koordináta szerinti deriváltját tartalmazza.

Megmutattuk, hogy az RG blokkosítási lépés az influencia funkcionálhoz hasonló tagokat generál a hatásban, emiatt szembe kell néznünk azzal, hogy az RG módszer használata csak nyílt dinamika leírására alkalmas. A kiintegrált módusok fogják a fizikai rendszer környezetét alkotni. Nem tudjuk elkerülni a nemlokalitást sem, mert az a rendszer és környezete közötti kölcsönhatás következtében mindig jelen van.

3.(b) *Egy impulzushéj kiintegrálása minden esetben nemlokális járulékok megjelenéséhez vezet (az egy hurok integrálok impulzusfüggése miatt). Miért fontosabb ezen nemlokális járulékok figyelembe vétele a valós idejű renormálásnál, mint* *az euklideszi esetben? Miért állunk meg a bilokális közelítésnél, amikor multilokális járulékok megjelenésével is számolnunk kell?*

Az eredményeink alapján a blokkosítási lépés nemlokális járulékokat generál az evolúcióban a potenciálhoz, ezek nemcsak Minkowski, de euklideszi esetben is jelen vannak. Azért koncentráltunk a Minkowski-téridőbeli számolásra, mert fizikailag könnyebben interpretálhatók az eredmények, mint az euklideszi esetben. A legegyszerűbb nemlokális tag bilokális. Már ennek számolása is nagy nehézségbe ütközik, ezért nem is vállalkoztunk magasabb rendű nemlokalitás figyelembe vételére. További egyszerűsítő feltételünk volt, hogy csak időirányban tételeztünk fel nemlokalitást. Már ebben az esetben is, a zárt időtengelyes formalizmusban kapott béta-függvény több ezer tagból áll a 4-dimenziós ϕ^4 modellben is, a tradicionális 1-2 taggal szemben. A nemlokalitás magasabb rendje ezt exponenciálisan növelné.

2025.03.10.

Nagy Sándor

Nagy Sándor

Hivatkozások

[1] S. Nagy and J. Polonyi, Phys. Rev. D **110** (2024) no.4, 045012

[2] A. Bonanno and G. Lacagnina, Nucl. Phys. B **693** (2004), 36-50

[3] V. Pangon, S. Nagy, J. Polonyi and K. Sailer, Int. J. Mod. Phys. A **26** (2011), 1327-1345