Válaszok Takács Gábor bíráló által felvetett kérdésekre
Nagy Sándor "A renormálási csoport módszer alkalmazása kvantumelméletekben" című értekezéséhez

Nagyon köszönöm Takács Gábornak az értekezésemhez fűzött gondos bírálói véleményt.

Köszönöm a megjegyzéseket, egyetértek velük.

Köszönöm a kérdéseket is, azokat dőlt betűvel idézem. Az alábbiakban szeretnék válaszolni a kérdéseire.

1. *A jelölt alapvetően perturbatív és funkcionális megközelítésre osztja fel a renormálási csoport módszereket. Hogyan illeszkedik ebbe a képbe a rácstérelméletben használt nemperturbatív renormálási csoport, ami a „konstans fizika vonalával" (line of constant physics) operál? Hogyan fogalmazná meg az egyes megközelítések előnyeit és korlátait egymással összehasonlítva?*

   Rácstérelméletben, ha megváltoztatjuk a rácsméretet (például a kontinuum limesz felé), akkor a hatás paramétereinek értékei megváltoznak, de a hatás alakja változatlan marad. A konstans fizika vonala (LCP) olyan módszer, amelyik a rács méretének változtatásával a hatás paramétereit úgy változtatja meg, hogy közben bizonyos dimenziótlan fizikai mennyiségek (jellemzően kísérletileg mérhető mennyiségek) értékeit fixen tartja.

   A renormálási csoport módszerben is megjelenik a skálafüggés, abban a csatolások skálafüggését kapjuk meg a szabadsági fokok eliminálása után. A csatolások által alkotott fázistérben adott kezdeti UV csatolás értékekhez egy adott RG trajektória tartozik. Tekinthető az LCP egy olyan speciális RG trajektóriának a fázistérben, ahol a választott fizikai mennyiségek nem függnek a skálától. Ebben az esetben a két módszer megegyezik.

   Az LCP-ben a kontinuum limesz renormalizálható elméletekben létezhet, az RG módszer ezzel ellentétben nemrenormalizálható elméletekben is hatékonyan alkalmazható. Az RG módszer gyengén szerepel, ha konkrét fizikai mennyiségeket kell meghatároznunk. Leginkább arra használjuk, hogy feltérképezzük a vizsgált modell fázisterét, meghatározzuk az RG trajektóriák globális viselkedését.

2. *A 2-dimenziós kvantumtérelméletek perturbált konform térelméleti megközelítésében ismeretes, hogy az IR tartományt jellemző mennyiségek, pl. a tömegskála az UV csatolásnak nemperturbatív, sőt kimondottan nemanalitikus függvényei (ld. pl. Zamolodchikov eredményét a sine-Gordon modellben). Van-e ennek valami kapcsolata a jelölt által talált kvantum cenzúrával?*

A kvantum cenzúra amiatt jelenik meg, mert a propagátor nevezőjében a k^2+V'' kifejezés nullává válhat véges k skálán, ha a potenciál maximuma, mint instabil pont körül fejtünk ki. Az RG módszerben a triviális térkonfiguráció körüli fluktuációkat integráltam ki, ami maximumot ad a szimmetriasértett fázisban, emiatt a nevező nullává válhatott. Ugyan a ϕ^4 modellben kifejthetünk a minimum körül, de sem a sine-Gordon sem az AB gravitációs modellben ez nem tehető meg. A kvantum cenzúra az instabil pont körüli kifejtés következménye. Azt gondolom, hogy a triviális IR tér körüli kifejtés nem alkalmas arra, hogy a szimmetrisasértett fázis tömegskáláit megkapjuk a sine-Gordon modellben, mert nem tudjuk az instabilitást elkerülni. Ha a sine-Gordon modellbe triviális tér körüli kifejtés mellett általános periodikus potenciált és térfüggő hullámfüggvény renormálást teszünk, akkor az RG módszer olyan eredményt ad, amely a tömegspektrum jeleit mutatja az IR tartományban [1]. Ez az elérhető legprecízebb eredmény a sine-Gordon modell RG tárgyalásáról triviális IR térnél.

Elképzelhetőnek tartom, hogy szolitonikus IR teret használva elkerülhető az instabilitás, és akkor a tömegskálákat megtalálhatnánk a szimmetriasértett fázisban. Ilyen irányú kutatást jelenleg nem ismerek a szakirodalomban. Egy lehetséges projektben nemtriviális, szoliton IR tér körül kifejtve kellene meghatározni a Wegner-Houghton-egyenletet.

3. *A gravitáció kvantumelméletének egy alternatív megközelítése a kauzális dinamikus háromszögelés (causal dynamical triangulation, CDT). Milyen kapcsolatban van ez az aszimptotikusan biztonságos szcenárióval? Lehet-e a jelölt eredményeiből valamilyen következtetést levonni a CDT megközelítésre vonatkozóan?*

   A kauzális dinamikus háromszögelés (CDT) és az RG módszer két eltérő módszer a gravitációs kölcsönhatás és a kvantumelmélet egyesítésére. Közös vonásuk, hogy mindkettő a pályintegrálos formalizmuson alapszik.

   A CDT-ben a gravitációra vonatkozó pályaintegrált rács segítségével regularizáljuk [2]. A pályintegrálban a lehetséges téridő-geometriákra összegzünk fel egy véges levágás mellett, amit egy téridő-rács segítségével definiálunk. Az eljárás hatalmas előnye az AB gravitációval szemben, hogy nincs szükség háttértér metrika bevezetésére. A téridő diszkrét formáját szimplexekből építi fel, amelyek a háromszögek d-dimenziós általánosításaként tekinthetők. A CDT fóliázott téridőt használ, azzal kiegészítve, hogy a szimplexek csak kauzális módon fejlődhetnek. A módszer Monte Carlo technikákat használ a pályaintegrál kiértékelésére. A CDT-ben sikerült azonosítani egy másodrendű fázisátalakulást, ami az AB gravitációban is jelen van. Szintén közös a két megközelítésben, hogy mindkettőben megtalálható egy UV fixpont.

   Összevetve az AB gravitáció és a CDT megközelítéseket, azt gondolom, hogy a CDT jobban megalapozott elmélet. Ennek három okát is látom. Az első, hogy háttértér metrika nélkül épül fel, a második, hogy a fizikailag jobban indokolható Lorentz-szignatúrát használja, és a harmadik, ahogy a neve is mutatja, nincs problémája a kauzalitással. Ugyan technikailag sokkal nehezebben kezelhető, mint az AB gravitáció, azonban az eredményei megbízhatóbbak. Véleményem szerint inkább az AB gravitációnak kell összhangban lennie a CDT eredményeivel, mint fordítva.

A CDT hátránya az, hogy a bevezetett szimplex skáláktól 20 nagyságrendnyi távolságra vannak a részecskefizika releváns méretskálái, ami nagyon komoly numerikus nehézséget okoz. A több nagyságrendnyi méretskála áthidalására legalkalmasabb eszköz az RG módszer, amely viszont az előbb felsorolt problémákkal küzd.

4. *A szerző kijelenti, hogy „A QCD-ben nagy energiákon a Lorentz-szimmetria sérül"(74. oldal). Ez a kijelentés engem meglepett; pontosan mit jelent ez?*

   A QCD perturbatív módon renormalizálható, az elmélet aszimptotikusan szabad. A perturbatív RG tárgyalásnál a hurokintegrálok divergálnak, ezeket regularizálnunk kell, amit Lorentz-invariáns módon is meg lehet tenni. Azonban a nemperturbatív RG módszerrel történő tárgyalásnál szintén vannak divergenciák, amelyeket ugyanúgy regularizálni kell, de most ehhez nemperturbatív Lorentz-invariáns regulátorra van szükség. Egyelőre azonban ilyet nem sikerült találnunk [3], ezért az elméletben megjelenő divergenciától csak Lorentz-sértő módon szabadulhatunk meg. Általában sima vagy éles Λ levágást, mint regulátort képzelhetünk el, amelytől nagyon távol, az IR-ben, alacsony energián a Lorentz-szimmetria sértése nagyon gyenge, ennek jele $1/\Lambda$-val el van nyomva. Azonban a Lorentz-szimmetriának tetszőleges nagy energián fenn kellene állnia, ezért a levágáshoz közelítve egyre jobban tetten érhető a sérülés.

   A kép azt sugallja, hogy a Lorentz-szimmetria alacsony energián érvényes, azonban az UV-ben sérül. Az RG módszer nyelvén ez azt jelenti, hogy a Lorentz-szimmetria sértéséért felelős csatolások elhanyagolhatók az IR-ben, de felnőnek az UV-ben. Erre látunk példát a QCD-ben is, ha azt, mint a Standard Modell részét tekintjük, ahol az erős kölcsönhatás csatolása mellett további, a QCD szempontjából elhanyagolható csatolások is jelen vannak. Ilyen például a Higgs-tér csatolása, amely szintén divergál az UV-ben. Hasonló megfontolásból vizsgálják a Standard Modell olyan kiterjesztéseit, amelyben a hatás explicit Lorentz-szimmetria-sértő tagot is tartalmaz, azonban azok szerepe az IR-ben elhanyagolható [4].

5. *A nyílt rendszerek vizsgálatában, a (6.31)-ben felvett bilokális potenciálnak van-e valamiféle fizikai motivációja, vagy pusztán egy egyszerű játékmodellt jelent?*

   A bilokális potenciál általánosan két téridőponttól függ, ami technikailag nehezen kezelhető, mert minden egyes béta-függvény egy további frekvenciantegrált tartalmaz. Valóban, a potenciál

$$V(x-x',\phi_-,\phi_+) = \tilde{\Theta}(x-x')\left(ih_{11i}\phi_-\phi_+ + i\frac{h_{22i}}{4}\phi_-^2\phi_+^2\right) \tag{1}$$

alakjában a bilokalitást mindössze a $\tilde{\Theta}(x-x')$ hordozza, amely akár a bilokalitás játékmodelljének is tekinthető. Ennek előnye, hogy ez az egyik legegyszerűbb nemlokális függvény, és nagymértékben egyszerűsíti a számolást. A $\tilde{\Theta}(x-x')$ nem más, mint a frekvenciára vonatkozó $\theta(\omega-\omega')$ lépcsőfüggvény Fourier-transzformáltja. A potenciál (1) alakú választásának van fizikai motivációja is, mert a frekvenciára vonatkozó θ függvény azt a megszorítást adja, hogy a környezeti gerjesztések csak pozitív energiájúak lehetnek. Ez kompatibilisnek tűnik a zárt időtengelyes propagátorral:

$$D_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega^2-\omega_p^2+i\epsilon} & -2i\pi\Theta(-\omega)\delta(\omega^2-\omega_p^2) \\ -2i\pi\Theta(\omega)\delta(\omega^2-\omega_p^2) & -\frac{1}{\omega^2-\omega_p^2-i\epsilon} \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Azonban a propagátorban szereplő csatolások miatt, regularizált alakot kell használnunk, ennek egyik lehetséges formája:

$$D_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega^2-\omega_p^2+i\epsilon\frac{|\omega|}{\omega_p}} & -i\epsilon\frac{1-\frac{\omega}{\omega_p}}{(\omega^2-\omega_p^2)^2+\epsilon^2\frac{\omega^2}{\omega_p^2}} \\ -i\epsilon\frac{1+\frac{\omega}{\omega_p}}{(\omega^2-\omega_p^2)^2+\epsilon^2\frac{\omega^2}{\omega_p^2}} & -\frac{1}{\omega^2-\omega_p^2-i\epsilon\frac{|\omega|}{\omega_p}} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

A frekvenciára vonatkozó regularizált θ függvények már végesek negatív frekvenciákra is, ami nem kompatibilis az (1). egyenlettel. A kutatást abban az irányban érdemes folytatnunk, hogy mégis általános bilokális potenciált kell vennünk.

2025.03.10.

Nagy Sándor

Nagy Sándor

Hivatkozások

[1] V. Pangon, [arXiv:1111.6425 [hep-th]].

[2] J. Ambjorn, A. Goerlich, J. Jurkiewicz and R. Loll, Phys. Rept. **519** (2012), 127-210

[3] J. Braun, Y. r. Chen, W. j. Fu, A. Geißel, J. Horak, C. Huang, F. Ihssen, J. M. Pawlowski, M. Reichert and F. Rennecke, *et al.* SciPost Phys. Core **6** (2023), 061

[4] D. Colladay and V. A. Kostelecky, Phys. Rev. D **58** (1998), 116002