

Bírálat

Bánhelyi Balázs, PhD, SZTE által

Számítógéppel segített bizonyítások és optimalizálási modellek dinamikai és fizikai feladatokra címmel benyújtott MTA doktori értekezéséhez

A bírálatot készítette: Horváth Zoltán, PhD, SZE

Témaválasztás

A doktori értekezés a jelölt munkáját mutatja be négy aktuális matematikai probléma megoldására, valamint egy új matematikai szoftver konstrukciójára és alkalmazására. A négy probléma közül az első három a megbízható globális optimalizálás módszereit alkalmazza számítógéppel segített bizonyításokra, a negyedikben a numerikus analízis lebegőpontos aritmetikához kapcsolatos módszereit alkalmazza a mesterséges neurális hálózatok megbízhatóságának optimalizálási módszerekkel való ellenőrzésével kapcsolatos, gyakorlati jelentőségű konstrukcióban. A dolgozat utolsó, ötödik tézise egy új matematikai globális optimalizáló szoftver bemutatását és alkalmazásait tartalmazza, melyet a jelölt részben a számítógéppel segített bizonyításokhoz is használ. A témaválasztás mind az öt tézis esetében aktuális.

A disszertáció szerkezete, tárgyalásmódja

A disszertáció felépítése logikus. A tárgyalás- és fogalmazásmódja azonban helyenként nem kiegyensúlyozott: több helyen aránytalanul hosszú, elemi bevezetés (pl. a 4. fejezetben) található, míg máshol kulcsfogalmak definíciója teljesen kimarad (pl. a stabilitásé, káoszé, pedig ezeket többféleképpen is lehetne értelmezni és emiatt nem világos a dolgozathoz egyből, hogy a jelölt által konstruált módszerek pontosan mire is adnak algoritmust). Sőt, alapvető definíciók hibásak (lásd például a kulcsfontosságú „ellenséges példa” definíciójának kísérletét a 63. oldalon: a (4.1) képlet – a mű állításával szemben - semmilyen x' -t sem definiál és tartalmaz egy sehol sem bevezetett x_0 változót, amely vélhetően x'). Továbbá az olvasónak gyakran, ezek között több esetben az értekezésben meg nem nevezett forrásokat kell keresnie (pl. a fent említett stabilitás esetén). Kiseb mértékben zavaró példák találhatók lent a bírálat „Észrevételek” fejezetében.

A bíráló kéri a jelöltet, hogy dolgozatának nyilvános vitáján teljes, precíz, matematikai tárgyalásban tárja eredményeit a közönség elé.

A disszertáció tézisei

A doktori mű tézisei kitűnő eredményeket tartalmaznak. Ezek mindegyike algoritmikus konstrukció egy adott, tipikusan régóta megoldásra váró feladat megoldására. Előrevetítve a végső megállapítást, a szerző mindegyik témában jelentőset, újat alkotott, eredményeit publikálta, tipikusan többszerzős cikkek társszerzőjeként; az eredmények újszerűségét és a saját hozzájárulását részletesen és hitelt érdemlően bemutatja.

Handwritten signature

Az értekezés 1. tézispontja a végtelen dimenziós fázistérrel rendelkező dinamikai rendszerek analizésének egy klasszikus, évtizedek óta nyitott problémája, a Wright-sejtés (1955) megoldásában ér el döntő fontosságú eredményeket. A tézis szigorú, számítógéppel segített bizonyítást ad arra, hogy az $x'(t) = -\alpha x(t-1) [1 + x(t)]$ késleltetett differenciálegyenlet triviális megoldása globálisan aszimptotikusan stabil az $\alpha \in [1.5, 1.5706]$ paramétertartományon, azaz csaknem minden, Wright-sejtésbeli $\alpha \in [1.5, \pi/2]$ paraméterre igazolja a sejtés helyességét. (Megjegyezzük, hogy Wright az állítást $\alpha \in [0, 1.5]$ -re igazolta; módszerét nem sikerült továbbvinni nagyobb paraméterekre.) A jelölt kifejlesztett egy megbízható módszert a megoldás feszes befoglalására. A trajektóriák zérushelyeinek összekapcsolásával jobb korlátozó függvényeket hozott létre, mint ami Wright és mások módszereivel lehetséges. Ezeket a korlátokat intervallumaritmetikai eszközökkel alkalmazva bizonyította, hogy a nevezett paraméterekre nem létezik lassan oszcilláló periodikus pálya; ez – a jelölt bizonyítása szerint - elegendő a sejtés igazolásához. A jelölt által bevezetett módszert más tételek bizonyításához más kutatók is sikerrel használták. A jelölt megjegyzi, hogy a fennmaradó $\alpha \in (1.5706, \pi/2]$ -értékekre módszere túl lassú lenne, hogy végig lehetne számolni; erre a paramétertartományra két másik kutató fejezi be a sejtés bizonyítását, más módszerrel.

A 2. tézis keretében a jelölt megadja egy fékezett, kényszerrezgéses inga kaotikus viselkedésére vonatkozó, 1999-ben felállított Hubbard-sejtés szigorú, számítógéppel segített bizonyítását. A tézis legfőbb érdeme, hogy a jelölt a diszkrét dinamikai rendszereknél már bevált intervallum-analitikus, megbízható káosz-bizonyítási technikáit kiterjeszti folytonos, differenciálegyenlettel leírt mechanikai rendszerekre és így elsőként adott formális matematikai bizonyítást a kaotikus trajektóriák létezésére, sőt kiszámította a kaotikus viselkedést mutató trajektóriák kezdő pontját is és meghatározta a vizsgált stabilizáló tulajdonságú irányításokat is.

A dolgozat 3. tézise a kétdimenziós síkidomok optimális körfedési problémájára ad verifikált, globális optimalizáláson alapuló megoldást. A feladatot a szakirodalom zömmel heurisztikákkal kezeli. A jelölt tudományos érdeme, hogy intervallum-aritmetikára épülő, szigorú befoglaló függvényeket dolgozott ki a körfedési modellekhez. Ezek alkalmazásával – a kerekítési hibák teljes körű kontrollja mellett – képes volt matematikai garanciát adni a globális optimum megtalálására.

A 4. tézisben a jelölt rámutatott a modern neurális hálózatok verifikációját végző algoritmusok - mint a MIPVerify - egy alapvető gyengeségére: a matematikai modellen alapuló ellenőrzés és a hardveres lebegőpontos tényleges kiértékelés közötti implementációs résre. A jelölt a dolgozatban bemutatott egy egyszerű neurális hálózatot, melynek egy kritikusnak bizonyuló node-jának lebegőpontos kiértékelése instabil a hozzá tartozó befutó nagy abszolút értékű és ennek negatívja súlyok okozta lényeges kerekítési hibák miatt. Ezt az egyszerű hálót beépítve egy nagy, ellenőrzött hálóba az továbbra is ellenőrzött lesz, de a beépítés miatt támadó ellenpéldák lehetségesek. Az eredmény jelentős, rávilágít arra, hogy a jövőben a gépi tanulási modellek verifikációját nem lehet a végrehajtó hardver numerikus sajátosságainak integrálása nélkül elvégezni.

Az értekezés 5. fejezete a megbízható globális optimalizálás szoftveres implementációját és extrém számításigényű problémákon való alkalmazását tárgyalja. A munka algoritmikus magját a bevált szekvenciális GLOBAL algoritmus és kód modernizálása és több-szálú számítógépes architektúrákra történő hatékony párhuzamosítása adja. Az így kialakított nagy teljesítményű keretrendszer gyakorlati alkalmazhatóságát a jelölt sikerrel demonstrálta komplex, interdiszciplináris feladatokon: egyrészt nagy számításigényű elméleti matematikai problémák verifikált megoldásával (a Hénon-leképezés magasabb iteráltjaiban fellépő káosz bizonyítása), másrészt modern fizikai-mérnöki kihívások – többek között szupravezető nanovezetékes egyfoton-detektorok (SNSPD) és plazmonikai nanorezonátorok – optimalizálásával.

Észrevételek

Megfogalmazási pontatlanságok, hiányos, vagy hibás kisebb indoklások nagy számban találhatóak a dolgozatban, mintaként néhányat felsorolunk és kérjük a jelöltet a kérdést, vagy válasza való felkérést tartalmazó észrevételek rövid írásos válaszára, észrevételezésére.

1. Az értekezés címében a „dinamikai és fizikai” szerkezet egy általános érdeklődő számára zavaró, hiszen a dinamika a fizika része.
2. A fizikai inga egyenletében a 30. oldalon $g=1$ és $A=1$ egyenlőségek két oldalán a fizikai dimenzió nem egyezik, óvatosabban kellene kitűzni a vizsgált feladatot. Mi a „hagyományos inga”?
3. „... ez a Poincaré-leképezés x -ben 2π periodikus, mivel az inga szöge is 2π periodikus, és egyik erő sem függ a körbefordulások számától. De amíg a hagyományos inga szimmetrikus x -ben is, a mi rendszerünk nem az, mivel a kényszererő nem szimmetrikusan hat az inga szimmetrikus szögeiben.” – ez ebben a formában a bíráló számára nem érthető.
4. A 3. fejezetben formálisan végig a nyílt körfedéseket tárgyalja, de példát a [37]-tel a zárt körfedésekre adja, valamint a 3.4. Ábra is a zárt körfedéseket sugallja. Mi a látszólagos ellentmondás feloldása?
5. Rossz ragozás, elírás többször előfordul a műben, pl. „Ebben a fejezetben az általam megkonstruált kontroll rendszert fogunk bemutatni”, a 4.7 alfejezet címében rossz a MIPVerify neve, „... mert ekkor a körvonal határpontjaira nem lenne teljesül, hogy ...”.
6. „... míg a kiértékelések száma a szálak számától függetlenül megegyezik a GLOBAL értékével, a futási sebességek a probléma nehézségétől függően jelentős javulást mutatnak. Mivel a függvények nehezítése nem arányos a kiértékelési idővel, a GLOBAL 1000-szeres futási idő helyett csak 15-szoros emelkedést mutat” – kérjük az állítás további magyarázatát.
7. „Mivel egy hatványfüggvény sosem lehet negatív” (1.7 Állítás bizonyításában a 21. oldalon) – ez így nyilván nem igaz, de nem is ezt a feltételt kell alkalmazni.
8. Az 1.6. ábrákon mindegyik tengelyen M van, helytelenül. Kérjük a javítást.
9. „A futási idő megfelelő skálázása mellett még jobb eredményeket várhatunk.” – ez mit jelent?
10. „A feladat duálisának tekinthető probléma a körfedés.” – milyen értelemben duális?
11. „A harmadik egy periodikus külső erő, amely hat az inga sebességére az inga minden pozíciójában.” – az erő nem a sebességére hat, hanem a testre; befolyásolja a sebességet, de a pozíciót és a gyorsulást is.

Kérdések

Kérjük a jelöltet a kérdéseknek írásban és a nyilvános vitán való megválaszolására.

1. A mai matematikai kutatások egyik élvonala a mesterséges intelligencia által támogatott autoformalizálás és a formális tételbizonyító rendszerek (pl. Lean, Coq, Isabelle) alkalmazása. Beilleszthetők-e a dolgozatban alkalmazott megbízható intervallumanalitikus módszerek ebbe a modern keretrendszerbe? Lát-e lehetőséget arra, hogy az intervallumos optimalizálás ne csupán megbízható numerikus eredményt adjon, hanem egy olyan formális tanúsítványt (certificate) is kiállítson, amelyet egy egzakt tételbizonyító szoftver automatikusan le tud ellenőrizni?
2. A 4. tézisben bemutatott, a MIPVerify sebezhetőségét kihasználó támadás alapvetően a lebegőpontos kerekítési hibák (például nagy abszolút értékű, ellentétes előjelű súlyok összeadásakor fellépő kiejtés) felerősítésén alapul. Megvédhető lenne-e a rendszer ezen támadások ellen, ha a hardveres lebegőpontos kiértékelés során hagyományos összeadás helyett kompenzált összegzési eljárásokat (például Kahan- vagy Neumaier-féle összegzést) alkalmaznának? Milyen hatással lenne egy ilyen védekezési stratégia a hálózat predikciós (inference) futásidejére?
3. Az 5. tézisben bemutatott párhuzamosított GLOBAL algoritmus kapcsán kérem, fejtse ki részletesebben a szoftver implementációs stratégiáját! A dolgozatban említett többszálúság (multi-threading) szigorúan megosztott memóriájú (pl. OpenMP) architektúrát jelent, vagy elosztott memóriájú (pl. MPI) fürtökön is képes futni a kód? Milyen a rendszer párhuzamos hatékonysága, és hol látja a jelenlegi implementáció skálázhatóságának elvi, illetve fizikai korlátait a CPU magok / node-ok számának növelése esetén?

Összegzés és javaslat

Bánhelyi Balázs értekezése egy nemzetközi szinten is kiemelkedő iskola újabb jelentős eredménye. A jelölt a számítógéppel segített bizonyítások és a megbízható globális optimalizálás területén olyan eredeti eredményeket ért el, amelyek jelentősen gazdagították a tudományágat. Szintén jelentős a neurális hálózatok ellenőrzését végző eljárások lebegőpontos aritmetikát használó környezetben való használatának erős, konstruktív kritikája. Párhuzamosan futó, globális-optimalizáló szoftvere hasznos segédeszköz alkalmazásokban. Bevezetett módszerei jelentős ígéretekkel tovább kutathatóak és akár a napjainkban erőteljesen kutatott terület, a formális tételbizonyítások egyik lényeges számítási motorjává válhatnak.

Mindezek alapján az értekezés nyilvános vitára bocsátását, és a sikeres védést követően az MTA doktora cím odaítélését határozottan javaslom.

Győr, 2026.03.31.



Horváth Zoltán, PhD, SZE