

A bírálóbizottság értékelése

Keszegh Balázs értekezésében geometriai objektumok metszési és érintési viszonyainak kombinatorikai vizsgálatával foglalkozik. E problémakör a számítógépes grafika miatt a hazai és nemzetközi modern matematikai kutatások központjában van. A jelölt témaválasztása tehát alkalmazások szempontjából is fontos. A disszertáció a szerző 8, részben társszerzőkkel írt publikációján alapszik. A bizottság Keszegh Balázs minden tézisét elfogadja új tudományos eredményként. A dolgozatban szereplő számos eredmény közül a következőket emeli ki:

Legyen $H=(V,E)$ egy hipergráf. Tegyük fel, hogy vannak olyan c és d nem negatív, abszolút konstansok, hogy V csúcshalmaz tetszőleges w elemű W részhalmazára a W által feszített részhipergráf Delaunay-gráfjának legfeljebb $cw-d$ éle van. Ekkor H kromatikus száma és VC-dimenziója is legfeljebb $2c+1$. A becslések hatékony véletlen approximációs algoritmusokhoz vezetnek a megfelelő hipergráfra vonatkozó minimális súlyú lefogó halmaz problémára.

Keszegh Balázs 2.12. tételében igazolja, hogy pszeudo-körlapok egy családjának pszeudo-körlapok egy véges családjára vonatkozó metszethipergráfja 4 színnel jólszínezhető. Ez az eredmény megjavítja Keller és Smorodinsky korábbi eredményét, és több korábbi állítás közös általánosításának tekinthető.

Egy rendezett csúcshalmazon a H hipergráf ABA-mentes, ha H nem tartalmaz olyan A és B hiperéleket, amelyekre van három, a sorrendet követő x,y és z csúcs, amely rendre csak az A , csak a B és csak az A élben szerepel ezen két él közül. A disszertáció 2.28 tétele kimondja, hogy minden ABA-mentes hipergráf csúcsait kiszínezhetjük k színnel úgy, hogy minden legalább $2k-1$ méretű hiperél mind a k színt tartalmazza.

Pach sejtése szerint egy olyan n görbéből álló családban, ahol bármely két görbének pontosan egy közös pontja van, a görbék közötti érintések száma $O(n)$. Keszegh 2.39. tételében igazolja Pach sejtését x -monoton görbékre, megmutatja, hogy az érintések száma ebben az esetben legfeljebb $1160n$. 2.40. tételében további becslést ad az érintések számára olyan görbecsaládban, ahol bármely két görbének legfeljebb t közös pontja van. A 2.42. tételben pedig feltesszük, hogy a görbék vagy pirosak vagy kékek, bármely kettőnek legfeljebb egy közös pontja van, és két azonos színű görbe egyáltalán nem metszi egymást. A tétel állítása, hogy az érintések száma ekkor is $O(n)$.

Mindezek alapján a bizottság megállapítja, hogy Keszegh Balázs aktívan kutatott, jelentős érdeklődésre számot tartó területen bizonyított fontos eredményeket. Cikkei a témakör vezető, nemzetközi folyóirataiban jelentek meg, és jelentősen hozzájárultak a terület fejlődéséhez, új kutatási irányok kijelöléséhez. Bizonyításai ötletesek, illusztrálva kiváló intuíciós és problémamegoldó készségét. Keszegh Balázs a kombinatorika és kombinatorikus geometria nemzetközi szinten is elismert tudósa. Számára az MTA doktora cím odaítélését a bizottság melegen támogatja.