

kovacsr_325_25



**HUN
REN**



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR
ENERGETIKAI GÉPEK ÉS RENDSZEREK TANSZÉK

HUN-REN WIGNER FIZIKAI KUTATÓKÖZPONT
RÉSZECSKE- ÉS MAGFIZIKAI INTÉZET
ELMÉLETI FIZIKA OSZTÁLY

**Két időskálás hővezetési modellek elemzése és
alkalmazása heterogén anyagokra**

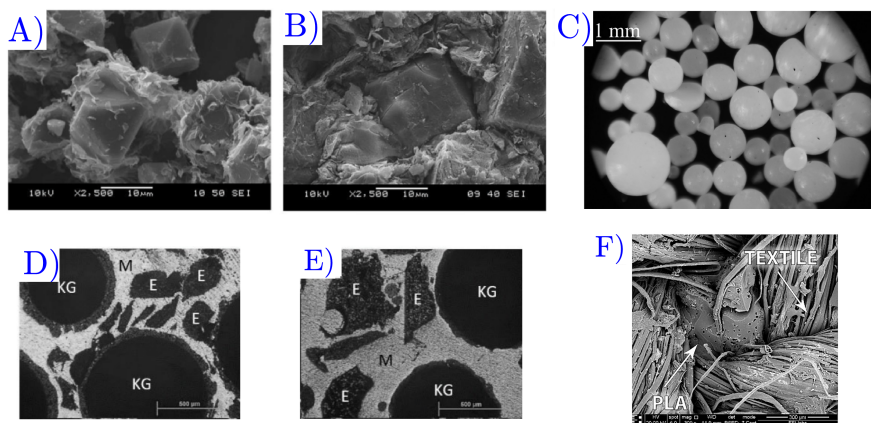
MTA doktori dolgozat téziséfuzete

Dr. Kovács Róbert Sándor
egyetemi docens

Budapest, 2025

1. Hővezetés heterogén anyagokban

A Fourier-egyenleten túli hővezetési jelenségek létezése már a XX. század első fele óta ismert és elfogadott. Az 1970-es évekre aztán számos kísérleti adat igazolta az úgynevezett második hang és ballisztikus hővezetési mechanizmusok létezését, melyek alacsony hőmérsékleten (< 20 K), vagy nanoszerkezetekben megfigyelhető hullámjelenségek. Habár az extrém pontos műszerek fejlesztése (új generációs detektorok a CERN-ben, Einstein Teleszkóp), vagy épp a nagy léptékben fejlődő űrtechnikai alkalmazások miatt egyre fontosabb az ilyen különlegesebb körülmények közötti termikus viselkedés modellezése is, a dolgozatom ennél jóval kevésbé speciális körülmények közötti hővezetési kérdéseket vizsgál.



1. ábra. Példák heterogén anyagokra. Az A) és B) ábrák fémorganikus térhálós szerkezet elektronmikroszkópos képét mutatják por (A) és 25 baron pelletált (B) formában. A C) ábra olyan mikrokapszulákat mutat, amelyeket épületek szigeteléseibe keverve lehet azok hatékonyságát javítani. A D) és E) ábrák szintaktikus alumíniumhab elektronmikroszkópos képeit mutatják, ahol a "KG" rövidítés a kerámiaömbhújakra, az "E" az erősítőanyagra, az "M" a mátrixanyagra utal. Az F) ábra egy biológiailag lebontható NYÁK szerkezetét mutatja, amely lencsázakkal erősített PLA-ból készül.

A kutatásaim középpontjában a heterogén, összetett szerkezetű anyagok termikus modellezése áll. A kutatás egyedisége abban mutatkozik meg, hogy én alkalmazom először a Fourier-egyenleten túli hővezetési modelleket azok effektív értelmezésében. Ez azt jelenti, hogy a heterogén, többkomponensű anyagot nem annak aprólékos részleteiben, hanem az eredő termikus viselkedését célzóan kívánom jellemezni. A többkomponensű szerkezetek miatt a

Fourier-törvény által leírt egy időskála nem elegendő. A saját, illetve a tölem függetlenül is publikált kísérleti eredmények kimutatták, hogy minimum két időskálás hővezetési modellek alkalmazása szükséges. Az 1. ábrán összetett szerkezetű, erősen porózus anyagokra láthatunk reprezentatív példákat, ilyenek a gáztárolásra kiválóan használható fémorganikus térhálós anyagok, alumínium habok, vagy épp a fenntartható jövőt célzó biológiailag lebontható NYÁK-ok.

Mivel ilyen komplex szerkezetű anyagok a mérnöki gyakorlat legtöbb területén előfordulhatnak, kezdve a hő- és gáztárolástól, a szigeteléseken át a különféle kompozitokon keresztül a szerkezeti anyagokig, ezért az elért eredmények hasznosulása is ilyen sokrétű potenciállal rendelkezik.

Az anyag összetételétől, a komponensek hővezető képességétől, a testek méretétől és az alkalmazott peremfeltételektől függ, hogy a heterogén anyagban lejátszódó hővezetési jelenség modellezhető-e a Fourier-törvénnyel vagy sem. Hangsúlyozom, hogy itt nem arról van szó, hogy a komponensek viselkedése külön-külön eltérne a Fourier-törvénytől, hanem az egyes komponensek kölcsönhatása idéz elő olyan hővezetési folyamatokat, amikor az egy időskálás Fourier-törvény nem elengedő, ezért a két időskálás modellek használata nem megkerülhető.

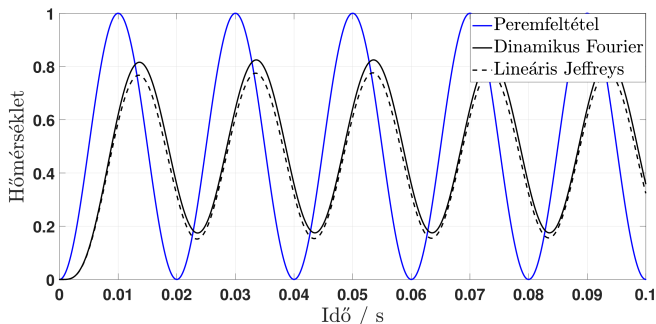
A szakirodalom számos hővezetési modellt tart számon, de azokból csupán két alternatíva áll rendelkezésre, mivel a többi modell vagy termodinamikailag inkompatibilis, vagy pedig túl sok ismeretlen együtthatót tartalmaz, így az anyagjellemzők meghatározását célzó kísérletek kiértékelésére alkalmatlanok.

A két lehetséges alternatíva a Guyer–Krumhansl-egyenlet és a Jeffreys-egyenlet. Mindkét modell a T hőmérsékletben ugyanúgy írható fel,

$$\tau \partial_{tt} T + \partial_t T = a_1 \Delta T + a_2 \tau \partial_t \Delta T, \quad (1)$$

ahol a_1 és a_2 a statikus és dinamikus hőfokvezetési tényezők és τ pedig az úgynevezett relaxációs idő. A két modell hiába rendelkezik ugyanolyan T -reprezentációval, konstitutív szinten jelentősen eltérnek egymástól, amely kihat azok matematikai tulajdonságaira, a kezdeti és peremfeltételek kezelésére, és így összességében azok megoldhatóságára.

A két hővezetési időskála jelenléte, ahogy az együtthatók neve is mutatta, megkülönböztet úgynevezett statikus és dinamikus időskálákat. A statikus időskála a lassú, a dinamikus időskála a gyors folyamatokhoz kapcsolódik. Ez azt jelenti, hogy ha a peremfeltételek gyors folyamatokat írnak elő, akkor a statikus időskála kevésbé releváns, és a dinamikus, időderiváltakat tartalmazó tagok együtthatói lesznek a relevánsak.



2. ábra. Egy numerikus teszt arra vonatkozóan, hogy a Fourier-egyenlet gyors folyamatokra hogyan tudja lekövetni a Jeffreys-egyenlet megoldását.

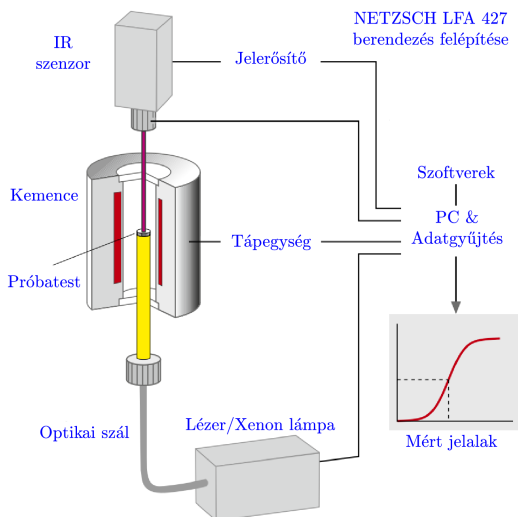
Ha az (1) egyenletet részleteiben elemezzük, felismerhetjük benne a Fourier-egyenletet és annak időderiváltját is. Emiatt, gyors folyamatokra elegendő csak a Fourier-egyenletet megoldani, de ebben az esetben a dinamikus hőfokvezetési tényezőt kell használni. Erre mutat egy demonstratív példát a 2. ábra, ahol egy gyors periodikus peremfeltétel hatására létrejövő hőmérsékletbeli változásokat a Fourier-egyenlettel is jól lehet közelíteni, amennyiben részletesen ismert a hővezető közeg két saját időskálája.

Azonban a statikus és dinamikus hőfizikai paraméterek meghatározása két időskálás hővezetési modellek nélkül nem lehetséges. A dolgozatban taglalt kísérleti eredmények az úgynevezett hőimpulzuselvű kísérletre épülnek, ennek sematikus vázlatát mutatja a 3. ábra egy szabványos, NETZSCH által gyártott berendezés példáján. A BME GPK Energetikai Gépek és Rendszerek Tanszéken lévő berendezést Gróf Gyula és Gyenis Ákos építették, ennek felépítése a kemencét leszámítva szintén ezt az elrendezést követi.

A hőimpulzuselvű mérési elrendezés egy standardizált eljárás különféle anyagok hőfokvezetési tényezőjének meghatározására. Ez a kísérleti elrendezés több szempontból is előnyös. Egyaránt alkalmazható hőszigetelő és igen jó hővezető anyagokra is. Másrészt, a mérés tranziens, azaz a hőmérséklet időbeli változásának mérésére és annak feldolgozására épül. A kutatásaim kimutatták, hogy állandósult állapotú esetekben a Fourier-, valamint az azon túli modellek közötti eltérések kísérletileg csak speciális körülmények között mutathatóak ki, így az időbeli változások megfigyelése követelmény. A módszernek hátrányai is vannak: a próbatestek erősen heterogének is lehetnek (például 90% feletti porozitási tulajdonságokkal), ami mérés technikailag kihívásokat hordoz.

A mérési elrendezés sajátossága, hogy a próbatestek vastagsága nem lehet nagyobb, mint 5 mm, miközben azok heterogenitásai szintén a milliméteres

skálán mozoghatnak. Ennek az az egyik következménye, hogy a próbatetek viselkedése méretfüggést mutathat, még a Fourier-egyenlet esetében is, mivel a próbateteket akár azok jellemző mérete alatt is kellhet vizsgálni. Ez nem minden esetben van így, de nem kizárható gyakorlati eset. Ez nem feltétlenül hátrányos, bizonyos alkalmazásokhoz ezek az információk is hasznosak és elvártak. Ilyen például a CERN ALICE kísérletéhez tervezett új generációs detektor, aminek a szerkezeti vázát 85% feletti porozitású szénhabból készítik, de a szénhabszerkezet vastagsága az 5 milliméteres nagyságrendbe esik. Emiatt mégsem lenne értelme ettől jóval vastagabb próbateteket vizsgálni, nem lenne reprezentatív, hiába akkor tűnne el a próbatetek méretfüggése.



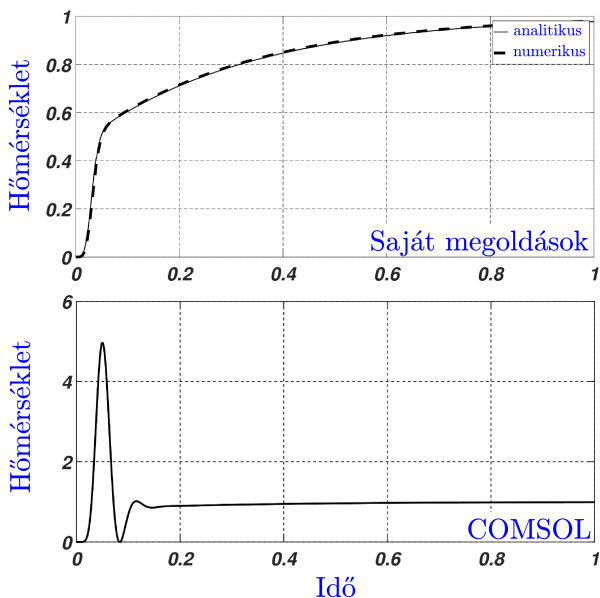
3. ábra. A hőimpulzus mérési elrendezés sematikus vázlata a szabványos NETZSCH LFA berendezés alapján.

A másik kihívást a mérések kiértékelése jelenti. Ez Fehér Anna Ph.D. hallgatóm fő kutatási területe, és az ő érdeme, hogy a két időskálás modellekre kidolgozott egy általánosan használható kiértékelési módszertant. Ezek akkor működnek gyorsan és megbízhatóan, ha a modellek megoldásai is gyorsak és megbízhatóak. Matematikai szempontból a Guyer–Krumhansl- és Jeffreys-egyenletek a Fourier-egyenlethez képest jelentős eltéréseket mutatnak, így sem a numerikus, sem az analitikus megoldások nem maguktól értetődőek. A kutatásaim során ezeket a szempontokat is részletesen elemeztem, és a tézisemben olyan ajánlásokat fogalmaztam meg, amelyek segítségével a téves megoldások elkerülhetőek.

2. A kutatás célja és a dolgozat felépítése

Ezek fényében a kutatásaim célja egy olyan eszköztár megalkotása volt, amely a Guyer–Krumhansl- és Jeffreys-egyenletek gyakorlati feladatokra való alkalmazhatóságát teremti meg. Mivel ezekre a modellekre nem álltak készen azok a fajta megoldási módszerek, alkalmazási javaslatok és hőtechnikai értelmezések, amelyek a Fourier-törvény esetén teljesen hétköznapiak számítanak, ezért a kutatásom során ezeket a szempontokat átfogóan vizsgáltam. A Fourier-egyenleten túli modellek esetén számos olyan új szempontot kellett megismerni, amelyek a Fourier-egyenlet esetén fel sem léphetnek.

A dolgozatom részletesen elmagyarázza a releváns hővezetési modellek irreverzibilis kontinuumtermodinamikai hátterét, az állapottér és az onsageri megoldások szerepét. Erre alapozva vezetem le a Guyer–Krumhansl- és Jeffreys-egyenleteket, és tárgyalom az azokban jelentkező transzportegyütthatók hőtechnikai jelentését. Ezenfelül tárgyalom a modellek nemlinearitási tulajdonságait, különös tekintettel a hőmérsékletfüggő hővezetési tényező szerepére és annak következményeire.



4. ábra. Az általam kidolgozott módszerekkel való analitikus és numerikus megoldások összehasonlítása a kereskedelmi COMSOL végeselemes szoftverrel, a Guyer–Krumhansl-egyenlet esetén.

A dolgozat következő központi eleme a modellek megoldási módszereinek fejlesztése és azok megbízható alkalmazása. A megbízhatóság azért kiemelkedő szempont, mivel a hagyományos analitikus és numerikus megoldási módszerek nem veszik figyelembe a Fourier-egyenleten túli modellek matematikai és fizikai sajátosságait. Erre egy érdekes összehasonlítást a 4. ábra mutat, ahol a saját módszereimmel kapott eredményeket vetettem össze a COMSOL vége-selembes szoftver által adott eredménnyel. Az eltérések szemmel láthatóak, és nem csupán numerikus, közelítésbeli hibáról van szó. Mivel a kereskedelmi szoftverek nincsenek felkészítve az újonnan jelentkező modellek matematikai sajátosságaira, ezért az eredmények validálása kulcsfontosságú. Ezen túlmenően a dolgozat szintén tárgyalja a nemlineáris modellek numerikus megoldásainak a szempontjait, és módszert javasol a lineáris stabilitásvizsgálati módszer kiterjesztésére állapotfüggő együtthatók esetére vonatkozóan.

A termodinamikai háttér, a nemlinearitások kezelésének módjai, illetve a kapcsolódó megoldási módszerek mind elengedhetetlenek ahhoz, hogy a heterogén anyagokon végzett kísérletek kiértékelhetőségét, valamint a jövőbeli mérnöki problémákon való alkalmazhatóságot megteremtsem. Végül, a dolgozat több kísérleti és gyakorlati példát is bemutat, ahol a Fourier-egyenleten túli modellek alkalmazása kritikus volt a hővezetési kísérletek kiértékeléséhez és azok értelmezéséhez, a megfelelő hőtechnikai paraméterek meghatározásához. Ezek a hőimpulzuselvű kísérletek egyértelműen meghatározzák a statikus és dinamikus hőfokvezetési tényezőket, a fajlagos hőkapacitások függvényében pedig a statikus és dinamikus hővezetési tényezőket. A dolgozat a bemutatott kísérleti eredmények alapján ajánlásokat, javaslatokat és általános érvényű eredményeket fogalmaz meg a heterogén anyagok termikus jellemzése kapcsán.

3. Tézisek és eredmények

Az első tézisem a modellek megfelelő definiálásra vonatkozik. A termodinamikai erők és áramok rendszere, a közöttük lévő összefüggések nem egyértelműek, többféle módon is felírhatóak, és ezeknek az úgynevezett onsageri egyenleteknek nemlineáris esetekben komoly következményeik is vannak.

A második tézisem már csak a Guyer–Krumhansl- és Jeffreys-egyenletekre vonatkozik, mivel a szakirodalom jelenlegi állása szerint csak ez a két modell rendelkezik a szükséges termodinamikai kompatibilitással és a két diffúziós időskálával kontinuumértelmezésben. Ennek hőfizikai jelentőségét a második tézis foglalja össze. A harmadik és negyedik téziseim a kétféle hővezetési modell nemlinearitási tulajdonságait foglalja össze, külön részletezve a hőmérsékletfüggő hővezetési tényező nemtriviális következményeit.

Az ötödik és hatodik téziseim bár csak a Guyer–Krumhansl- és Jeffreys-

egyenletekre fogalmaztam meg, de valójában ezen túlmutatóan is érvényesek a kontinuumtermodinamikailag konzisztens hővezetési modellekre nézve, mivel a második főtétel megköti a konstitutív egyenletek szerkezetét, így nem tetszőleges szerkezetű differenciálegyenletet kell megoldani.

A heterogén anyagok jellemzésére sokszor csak igen specifikus, az anyag-szerkezet részletes ismeretére építő hővezetési tényező becsléseket használ a szakirodalom, de a heterogén anyagok nagymértékű változatossága miatt ezek csak kevés esetben, és akkor is komoly feltételek mellett használhatóak. A Fourier-törvénnyel történő méréskiértékelés szintén nem megbízható. Emiatt a szakma számára egy igen új megközelítést jelent a statikus és dinamikus hőfokvezetési tényezők bevezetése, és ezek értelmezése. Ezt szintén Fehér Anna Ph.D. hallgatómmal közösen végeztem, és a kísérleti eredmények alapján a megfigyeléseim a hetedik tézisem foglalja össze.

1. Tézis – A Fourier-egyenleten túli modellek definiálása

Kimutattam, hogy a Fourier-egyenleten túli modelleket azok onsageri alakjával kell definiálni, ami egyértelműsíti a termodinamikai erők és áramok közötti összefüggéseket, a makroszkopikus transzportegyütthatók közötti kapcsolatokat, valamint a kezdeti és peremfeltételek fizikai tartalmát. Az onsageri alak mellé meg kell adni a modellhez tartozó állapotteret. A transzportegyütthatók állapotfüggését onsageri szinten kell definiálni.

Az 1. tézishez kapcsolódó publikációk: [1–9].

2. Tézis – A két diffúziós időskálával rendelkező modellek értelmezése

Megállapítottam, hogy a Guyer–Krumhansl- és Jeffreys-egyenletek, mint két időskálás modellek megkülönböztetnek statikus és dinamikus hővezetési és hőfokvezetési tényezőket. Mivel meglátásom szerint a Guyer–Krumhansl- és Jeffreys-egyenletek esetében a Fourier-szám nem pontos és félreértésre ad okot, ezért a Fourier-szám elnevezést statikus és dinamikus időskálára javaslom módosítani.

A 2. tézishez kapcsolódó publikációk: [7, 8, 10].

3. Tézis – A Guyer–Krumhansl-egyenlet nemlineáris tulajdonságai

A Guyer–Krumhansl-egyenlet esetén megállapítottam, hogy a hővezetési tényező hőmérséklettől való függése a transzportegyütthatók mindegyikére öröklődik. Ennek következménye, hogy a tömegsűrűség hőmérsékletfüggését figyelembe kellhet venni, így a hőtáguláson keresztüli termomechanikai csatolás a modellezési feladat függvényében jelentkezhet. A relaxációs idő hőmérsékletfüggését további nemlineáris járulék jelentkezése nélkül nem lehet figyelembe venni. A térben nemlokális taghoz tartozó transzportegyütthatók hőmérsékletfüggése nem várt módon módosítja a látszólagos hővezetési tényezőt, amely ilyen módon hőmérséklet- és hőáramsűrűség-függővé is válhat. Az egyes transzportegyütthatókban jelentkező anyagi nemlinearitások gyors folyamatok esetén nem küszöbölhetőek ki, mivel bármely együttható hőmérsékletfüggése mindkét időskála transzportegyütthatóit érinti.

A 3. tézishez kapcsolódó publikációk: [2, 6, 7, 11, 12].

4. Tézis – A Jeffreys-egyenlet nemlineáris tulajdonságai

A Jeffreys-egyenlet esetén megállapítottam, hogy a statikus hővezetési tényező hőmérséklettől való függése anélkül is figyelembe vehető, hogy az állapotfüggés a többi transzportegyütthatóban jelentkezne. Mivel a Jeffreys-egyenletben a statikus és dinamikus skálák már konstitúciós szinten is elkülöníthetőek, emiatt lehetséges a statikus hővezetési tényező hőmérsékletfüggésének dinamikus időskálán való kiküszöbölése. A relaxációs idő hőmérsékletfüggése vagy a tömegsűrűség hőmérsékletfüggését és így a hőtágulási hatások figyelembevételét, vagy pedig további nemlineáris járulékokon keresztül mindkét időskála módosítását vonja maga után.

A 4. tézishez kapcsolódó publikációk: részben a [2, 8] publikációim tartalmazzák ezeket a megállapításokat, a teljes eredmény publikálás alatt áll.

5. Tézis – Az analitikus megoldások sajátosságai

A Guyer–Krumhansl- és a Jeffreys-egyenlet hőmérséklet-reprezentációja alapján megállapítottam, hogy első- és másodfajú peremfeltételek esetén ugyanaz a sajátfüggvény-sajátérték rendszer használható. Erre építve kidolgoztam egy speciális, Galjorkin-módszerre épülő analitikus megoldási technikát. Megadtam az inhomogén kezdeti feltételek következményeit, és termodinamikailag konzisztens módszert ajánlottam a kezdeti időderiváltak figyelembevételére.

Az 5. tézishez kapcsolódó publikációk: [7, 8, 11, 13–16].

6. Tézis – A nemlineáris hővezetési egyenletek numerikus stabilitása

A nemlineáris, hőmérsékletfüggő transzportegyütthatókkal rendelkező Fourier-, Guyer–Krumhansl- és a Jeffreys-féle hővezetési egyenletek numerikus stabilitásának vizsgálatához kiterjesztettem a Neumann-módszer érvényességét és egy módszert adtam a stabilitási határok becslésére. Megállapítottam, hogy a transzportegyütthatókat az anyag olyan állapotán kell figyelembe venni, ahol a leggyorsabb a karakterisztikus terjedési sebesség, és ennek becslésére a lineáris megoldásból kapott hőmérsékletbeli szélsőérték használható.

A 6. tézishez kapcsolódó publikációk: [2, 6, 11, 12, 17].

7. Tézis – Heterogén anyagok termikus jellemzése

Rámutattam, hogy a kísérletileg megfigyelt dinamikus hőfokvezetési tényező mindig nagyobb, mint a statikus hőfokvezetési tényező. Ez az állítás igaz a statikus és dinamikus hővezetési tényezők viszonyára is. Heterogén anyagok hőimpulzuselvű termikus jellemzésére javaslatot tettem a próbatetek méretének, valamint a hőimpulzus idejének változtatására.

A 7. tézishez kapcsolódó publikációk: [10, 18–24].

Hivatkozások

- [1] R. Kovács, D. Madjarević, S. Simić, and P. Ván. Non-equilibrium theories of rarefied gases: internal variables and extended thermodynamics. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 33:307–325, 2021.
- [2] R. Kovács and P. Rogolino. Numerical treatment of nonlinear Fourier and Maxwell-Cattaneo-Vernotte heat transport equations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 150:119281, 2020.
- [3] M. Szücs, R. Kovács, and S. Simić. Open Mathematical Aspects of Continuum Thermodynamics: Hyperbolicity, Boundaries and Nonlinearities. *Symmetry*, 12:1469, 2020.
- [4] M. Szücs, M. Pavelka, R. Kovács, T. Fülöp, P. Ván, and M. Grmela. A case study of non-Fourier heat conduction using Internal Variables and GENERIC. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 2021.
- [5] M. Szücs and R. Kovács. Gradient-dependent transport coefficients in the Navier–Stokes–Fourier system. *Theoretical and Applied Mechanics*, 49:123–135, 2022.
- [6] R. Kovács. Mathematical aspects of non-Fourier heat equations. *Journal of Computational and Applied Mechanics*, 17(1):1–12, 2022.
- [7] A. J. A. Ramos, R. Kovács, M. M. Freitas, and D. S. Almeida Júnior. Mathematical analysis and numerical simulation of the Guyer–Krumhansl heat equation. *Applied Mathematical Modelling*, 115:191–202, 2023.
- [8] R. Kovács. Heat equations beyond Fourier: From heat waves to thermal metamaterials. *Physics Reports*, 1048:1–75, 2024.
- [9] R. Kovács and P. Ván. Generalized heat conduction in heat pulse experiments. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 83:613 – 620, 2015.
- [10] A. Fehér and R. Kovács. On the dynamic thermal conductivity and diffusivity observed in heat pulse experiments. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 49:161–170, 2024.
- [11] A. J. A. Ramos, A. Campelo, M. Freitas, and R. Kovács. Numerical analysis of the Maxwell-Cattaneo-Vernotte nonlinear model. *Journal of Thermal Stresses*, 2024. Közlésre elfogadva.

- [12] C. F. Munafò, P. Rogolino, and R. Kovács. Nonlinear thermal analysis of two-dimensional materials with memory. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 219:124847, 2024.
- [13] R. Kovács. Analytic solution of Guyer-Krumhansl equation for laser flash experiments. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 127:631–636, 2018.
- [14] R. Kovács. Analytical treatment of nonhomogeneous initial states for non-Fourier heat equations. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 134:106021, 2022.
- [15] R. Kovács. Transient non-Fourier behavior of large surface bodies. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 148:107028, 2023.
- [16] A. J. A. Ramos, L. G. R. Miranda, M. M. Freitas, and R. Kovács. Non-negativity and maximum principle: Revisiting the Guyer–Krumhansl heat equation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 211:124288, 2023.
- [17] V. Józsa and R. Kovács. *Solving Problems in Thermal Engineering: A Toolbox for Engineers*. Springer, 2020.
- [18] A. Fehér, N. Lukács, L. Somlai, T. Fodor, M. Szücs, T. Fülöp, P. Ván, and R. Kovács. Size effects and beyond-Fourier heat conduction in room-temperature experiments. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 46:403–411, 2021.
- [19] A. Fehér, R. Kovács, Á. Sudár, and G. G. Barnaföld. Challenges in the thermal modeling of highly porous carbon foams. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 149:3605–3616, 2024.
- [20] A. Fehér, J. Maróti, D. Takács, I. Orbulov, and R. Kovács. Thermal and mechanical properties of alsi7mg matrix syntactic foams reinforced by Al₂O₃ or SiC particles in matrix. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 226:125446, 2024.
- [21] A. Fehér and R. Kovács. On the evaluation of non-Fourier effects in heat pulse experiments. *International Journal of Engineering Science*, 169:103577, 2021.
- [22] A. Géczy, A. Csiszár, P. Xavier, N. Corrao, D. Raully, R. Kovács, A. Fehér, E. Rozs, and L. Gál. Thermal and RF characterization of novel PLA/Flax based biodegradable printed circuit boards. In *2022 IEEE 24th Electronics Packaging Technology Conference (EPTC)*, pages 329–333. IEEE, 2022.

- [23] Cs. Farkas, L. Gál, A. Csiszár, V. Grennerat, P.-O. Jeannin, P. Xavier, D. Rigler, O. Krammer, Z. Plachy, K. Dusek, R. Kovács, A. Fehér, and A. Géczy. Sustainable printed circuit board substrates based on flame-retarded PLA/flax composites to reduce environmental load of electronics: Quality, reliability, degradation and application tests. *Sustainable Materials and Technologies*, 40:e00902, 2024.
- [24] T. Fülöp, R. Kovács, Á. Lovas, Á. Rieth, T. Fodor, M. Szücs, P. Ván, and Gy. Gróf. Emergence of non-Fourier hierarchies. *Entropy*, 20(11):832, 2018.